

REAL ACADEMIA DE CIENCIAS
EXACTAS, FÍSICAS Y NATURALES

MAGNITUDES Y UNIDADES ELECTROMAGNÉTICAS

DISCURSO

DEL ACADÉMICO

Excmo. Sr. D. JULIO PALACIOS MARTINEZ

LEÍDO EN LA SOLEMNE SESIÓN INAUGURAL DEL CURSO DE 1940-41

EL DÍA 5 DE FEBRERO DE 1941



MADRID
C. BERMEJO, IMPRESOR
Fernando VI, 13. — Teléfono 31199
1941

Magnitudes y unidades electromagnéticas

LA UNIFICACION DEL SISTEMA DE UNIDADES ELECTRICAS

Tras de las inevitables vacilaciones acerca de la elección del tema adecuado para esta solemnidad, me he decidido por un tema optimista, un tema que equivale a una buena noticia. Recordad vuestros primeros pasos en el estudio de la Electricidad y las horas de atenta meditación que invertisteis para aprender los tres sistemas de unidades: el electrostático, el electromagnético y el práctico, con factores de transformación en los que intervenía el cabalístico número 3 multiplicado por potencias de 10 que parecían cambiar a capricho de un caso a otro, sin que hubiera regla nemotécnica que nos facilitase el recuerdo. Venía luego el aprendizaje de las fórmulas dimensionales, tan enrevesadas como paradójicas. Nos decían, por ejemplo, que la resistencia en el sistema electromagnético tenía las dimensiones de una velocidad, mientras que en el electrostático se comportaba como la inversa de la velocidad; la autoinducción de un circuito era comparable a una longitud, y su unidad en el sistema electromagnético, el *henrio*, era como el cuadrante del meridiano terrestre, sin que esto quisiera decir que un alambre puesto del Ecuador al Polo, a lo largo del meridiano, tuviera tal autoinducción. En fin; todos estos rompecabezas culminaban en aquella misteriosa afirmación con la que, como dice gráficamente Sommerfeld, hemos horrorizado a generaciones de estudiantes: la de que la relación entre las dos unidades de carga, la electromagnética y la electrostática, en vez de ser un número abstracto, sea igual a la velocidad de la luz en el vacío.

Pues bien: todo parece indicar que, en lo sucesivo, los estudiantes se verán libres de la tortura mental que lleva consigo el aprender y comprender las enrevesadas relaciones entre las distintas unidades. Los profesores, a su vez, quedan redimidos de la pesadumbre de explicar todos los años los susodichos trabalenguas. Y todos, cuando tratemos de re-

solver un problema concreto, y hayamos dado con la fórmula, no nos quedaremos perplejos sin saber en qué unidades hemos de expresar las magnitudes que en ella intervienen. El milagro se debe a que se ha visto claramente la posibilidad de reemplazar los tres sistemas en uso por un sistema único, que aventaja a todos ellos en cuantos casos puedan presentarse. Ciertamente intentos en este sentido datan ya de fecha remota, pero como solían proceder del campo de la técnica y los hombres de ciencia no les prestaban la menor atención, había motivo para pensar que no se iba por buen camino y, en efecto, muchos de los acuerdos tomados en Congresos Internacionales, lejos de despejar el enredo, lo dejaron más embrollado. También los científicos puros han intentado, en numerosas ocasiones, llegar a la unificación completa de los sistemas de unidades en toda la Física, pero el propósito ha fracasado siempre por excesivamente ambicioso. ¿Cómo lograr que los ingenieros y los arquitectos midan la fuerza en newtones, como pretendía Giorgi hace ya cuarenta años, cuando tan acostumbrados están a hacerlo en kilogramos o en toneladas?

Pero ahora, el proyecto se contrae a un campo más limitado y que es, justamente, el más intrincado. Y como garantía del éxito, el propio Sommerfeld, el que con Lorentz elaboró el sistema que lleva el nombre de este glorioso sabio holandés y ha servido de expresión a los maravillosos descubrimientos de la Física contemporánea, se convierte en paladín del nuevo movimiento revolucionario. Es muy posible que en el ánimo de Sommerfeld haya pesado el ejemplo del profesor Pohl, de la Universidad de Göttingen, que es, sin disputa, quien con más gracia y sutileza sabe enseñar la Física y que, en su precioso libro (*) traducido al castellano, se muestra iconoclasta con relación a los sistemas clásicos. El profesor B. W. Pohl es un nihilista frente a los métodos en uso: Sommerfeld penetra en el fondo del asunto y pone claridad donde todo eran nebulosidades.

Nos apresuramos a decir que las paradojas que hemos señalado no quieren decir que al establecer los sistemas de unidades se cometieran errores. Dichos sistemas eran lógicamente perfectos y es admirable el ingenio que revelan. Son difíciles, pero las confusiones y las paradojas no se encuentran en ellos, sino en torcidas interpretaciones. El nuevo sistema unificador no viene a corregir errores, sino a evitar dificultades. Reemplazamos una herramienta perfecta, pero incómoda, por otra de más sencillo manejo. Esto es todo.

(*) R. W. Pohl: *Electricidad*; trad. por Baltá. Edit. Gustavo Gili.

EL PERIODO DE TRANSICION

Los felices estudiantes que dentro de algunos años aprendan por el nuevo método, podrán dedicar toda su atención al estudio de los fenómenos eléctricos, y quedará para el curioso erudito el estudio de la abstrusa teoría de las ecuaciones dimensionales, iniciada por Fourier (5) y desarrollada posteriormente por Ehrenfest con grandes pretensiones de generalidad y de fundamentación lógica. Esta teoría ha desempeñado y desempeña en estos momentos un importantísimo papel, pues es la que sirvió para establecer el sistema cegesimal, que con tanto fruto viene utilizándose en Mecánica, en Calor y en Óptica, y ella es la que sirve de norma para la nueva ordenación en el campo de Electromagnetismo. Todo parece indicar que, con esto, quedan agotadas sus posibilidades y que, como carece de trascendencia metafísica, bastará recoger de ella la preciosa regla de la homogeneidad de las fórmulas, tan útil en la práctica.

Pero nosotros, los que vivimos en el período de transición, tenemos que darnos cuenta de cómo se efectúa el paso del viejo al nuevo sistema, hemos de luchar con el natural apego a lo que adquirimos con tanto esfuerzo, y no tenemos más remedio que manejar las recetas que sirvan para pasar de lo actual a lo futuro. Este es el objeto de mi trabajo. Al iniciarlo, formé el decidido propósito de que fuese meramente informativo, pues el prurito de originalidad puede ser fatal en esta materia. En vez de un sistema único que reemplazase con ventaja a los actuales, se corre el peligro de inventar otro que no sirva más que para aumentar la complicación. Sin embargo, me he visto obligado a quebrantar mi decisión en una o dos ocasiones, según se verá en el lugar oportuno.

LAS DEFINICIONES DE LAS MAGNITUDES FISICAS

Todos los autores están de acuerdo en que, para medir una magnitud, puede adoptarse como unidad otra magnitud cualquiera de la misma especie de la que se trata de medir. No hay, pues, *a priori* razón ninguna que prescriba una unidad determinada, ni siquiera cuando la magnitud en cuestión está relacionada de un modo sencillo con otras magnitudes para las que ya se ha definido la unidad. Por ejemplo, se pueden medir las longitu-

des en metros y las áreas en pies cuadrados, tal como se hace todavía en el mercado de solares. No hay en ello otro inconveniente que la intervención de un factor numérico que no existiría si se tomase el metro cuadrado como unidad de área. Supongamos, pues, que con este criterio de autonomía, que fué el seguido en el desenvolvimiento histórico, se ha elaborado un capítulo de la Física, por ejemplo la Mecánica, y se han obtenido las fórmulas que ligán entre sí las magnitudes que intervienen en los diversos fenómenos estudiados.

Tales fórmulas expresan relaciones cuantitativas entre magnitudes físicas y, aunque éstas se hallen representadas por símbolos, son *ecuaciones numéricas*, que han de transformarse en identidades cuando, en cada caso particular, se reemplacen los referidos símbolos por sus valores medidos con las unidades convencionalmente adoptadas.

Supondremos, desde luego, que tales ecuaciones son enteramente generales y contienen todas las circunstancias que intervienen en el fenómeno considerado. Por ejemplo, la ecuación que da la capacidad de un condensador plano no deberá escribirse $C=S/4\pi d$, pues en ella no se tiene en cuenta la influencia del dieléctrico, sino $C=\epsilon S/4\pi d$. Formemos ahora una sinopsis con todas las fórmulas obtenidas en Mecánica y clasifiquémoslas en grupos, incluyendo en cada agrupación las que relacionan las mismas magnitudes físicas, sin fijarnos en los coeficientes numéricos. Por ejemplo, todas las fórmulas que dan los momentos de inercia de los diversos cuerpos estarán en un mismo grupo, pues todas relacionan momentos de inercia con masas y con longitudes. Hecho esto, tomemos una fórmula de cada grupo, con lo que tendremos un sistema de ecuaciones, que llamaremos independientes, por contener una cualquiera de ellas alguna magnitud que no entra en las demás. En esta selección hay arbitrariedad completa.

Si contamos ahora el número de ecuaciones independientes y el número de magnitudes, observaremos la siguiente circunstancia. *El número de magnitudes mecánicas excede en tres unidades del número de ecuaciones independientes existentes entre las mismas.* Además, eligiendo convenientemente tres magnitudes, se pueden ordenar las ecuaciones de tal modo que sirvan para definir de un modo progresivo todas las restantes. Tal sucede, como es sabido, si se toman como *magnitudes fundamentales*, la longitud, la masa y el tiempo, pues entonces podemos definir sucesivamente la velocidad, la aceleración, la fuerza (usando la segunda ley de Newton), la constante de la gravitación, la presión y todas las demás *magnitudes derivadas*, empleando cada vez una fórmula que contiene una sola magnitud no definida todavía. Por esta razón, las ecua-

ciones seleccionadas se llaman *ecuaciones de definición* en el sistema de *magnitudes fundamentales* elegido. Designaremos las restantes ecuaciones con el nombre de *ecuaciones de aplicación*. No hay razón *a priori* para preferir una terna determinada de magnitudes fundamentales.

Hasta ahora hemos utilizado las ecuaciones tal como fueron obtenidas al estudiar experimental o teóricamente los fenómenos, y con unidades arbitrarias para todas las magnitudes. En tales ecuaciones, además de los símbolos de las magnitudes, figuran coeficientes numéricos que proceden de determinadas operaciones de cálculo; por ejemplo, de integraciones. Así aparece el factor $1/2$ en la expresión de la fuerza viva, el número π en la fórmula del péndulo, el número e en las fórmulas de los movimientos amortiguados, etc., etc. Aparte de esto, se encuentran factores numéricos que proceden, notoriamente, del modo arbitrario de elegir las unidades: por ejemplo, el que aparece cuando se miden las longitudes en metros y las áreas en pies cuadrados. Estos factores, al combinarse con los anteriores, originan números que cambian de una fórmula a otra y las complican extraordinariamente.

Es obvio, pues, elegir las unidades de modo que tales factores numéricos sean lo más sencillos posible; por ejemplo, iguales a la unidad en todas las fórmulas de definición. Con este convenio quedan determinadas las unidades de todas las magnitudes derivadas en función de las unidades fundamentales, que quedan arbitrarias. Diremos que, en tal caso, hemos establecido *un grupo acorde de magnitudes fundamentales* (*).

Lo característico de tales sistemas es que sólo dejan arbitrarias tantas unidades como magnitudes fundamentales, y que en las ecuaciones de definición se suprimen los factores numéricos. Nótese que, como queda arbitraria la elección de las fórmulas de definición, podemos formar, aun dentro de un grupo determinado de magnitudes fundamentales, muchos sistemas acordes en los que cambian los coeficientes numéricos de las ecuaciones. Por ejemplo, si definimos el momento de inercia tomando como definición la fórmula correspondiente a una masa puntual, se tiene:

$$\text{Momento de inercia de una masa puntual: } I = m r^2$$

$$\text{Momento de inercia de un cilindro: } I = \frac{1}{2} m r^2$$

En cambio, si tomamos como fórmula de definición la correspondiente al cilindro, sería:

$$\text{Momento de inercia de un cilindro: } I = m r^2$$

$$\text{Momento de inercia de una masa puntual: } I = 2 m r^2$$

(*) Véase el artículo de J. Wallot en el *Handbuch der Physik*, t. II, 1926.

Con este ejemplo se pone de manifiesto que, aun después de establecido el grupo de magnitudes fundamentales, queda gran indeterminación en los coeficientes numéricos que aparecen en las fórmulas. Esta circunstancia ha venido a complicar más aún, según veremos, el estudio de la Electricidad.

Para terminar este asunto diremos que, al pasar del campo de la Mecánica al de la Termología, se tropieza con la necesidad de introducir una nueva magnitud fundamental: la temperatura.

ECUACIONES DIMENSIONALES

Se debe a Fourier [5] la fecunda noción de las *ecuaciones dimensionales*, que expresan de un modo convencional la manera de formar las unidades derivadas a partir de las fundamentales en un sistema unitario acorde.

Es preciso, ante todo, considerar dos tipos de ecuaciones dimensionales, a saber: a) aquellas en que las dimensiones están expresadas en función de magnitudes que intervienen directamente en el fenómeno; y b) aquellas en que las dimensiones están expresadas en función de un grupo acorde de magnitudes fundamentales.

Un ejemplo ilustrará el modo de obtener una y otra clase de ecuaciones. Definamos la aceleración, no como la derivada del espacio con relación al tiempo, que es la definición correcta, sino por la expresión $a = v/t$, que sólo es válida para el movimiento uniformemente acelerado. Esta ecuación, aun con su significado restringido, define la unidad de aceleración lo mismo que la ecuación general $a = dv/dt$. Es, por tanto, una *ecuación entre unidades* y nos indica cómo varía la unidad de aceleración cuando se modifican las unidades de velocidad y de tiempo.

A su vez, definamos la velocidad en el caso de un movimiento rectilíneo y uniforme, con lo que tendremos otra ecuación entre unidades $v = l/t$, que indica cómo cambia la unidad de velocidad al cambiar las unidades de longitud y de tiempo.

El contenido de esta última ecuación se expresa diciendo que la velocidad es homogénea con (se mide con la misma unidad que) el cociente de un espacio por un tiempo o, más correctamente, que la unidad de velocidad es el espacio recorrido en la unidad de tiempo (*).

(*) Abreviadamente se dice "espacio por unidad de tiempo" lo mismo que jornal = tanto *por* día. La partícula distributiva *por* no indica, evidentemente, la idea de multiplicar, sino la de *dividir* la paga total por el número de días.

Hasta aquí todo es perfectamente claro, pues utilizamos ecuaciones que relacionan las magnitudes físicas que intervienen en un mismo fenómeno.

Ahora bien; si eliminamos la velocidad entre las dos ecuaciones anteriores, obtenemos una nueva ecuación $a = l/t^2$, *que no corresponde a la realidad*, pues combinamos fórmulas que se refieren a movimientos diferentes. No es, pues, una ecuación numérica, pero *sirve para saber cómo cambia la aceleración cuando se modifican las unidades de longitud y de tiempo*. Si, por ejemplo, pasamos del sistema c, g, s , al sistema $m, k, minuto$, la unidad de aceleración se hará $100/60^2$ veces mayor.

Estas ecuaciones simbólicas, en las que por eliminaciones sucesivas se ha logrado relacionar una unidad cualquiera con las unidades fundamentales, no tienen otro valor que el de facilitar el cambio de unidades dentro del sistema acorde de ecuaciones de definición adoptado. Son, pues, ecuaciones entre unidades y ello es lo que se quiere indicar cuando se escribe, por ejemplo:

$$1 \text{ dina} = 1 g \times 1 \text{ cm}/1 \text{ seg}^2$$

o bien

$$1 \text{ ergio} = 1 g \times 1 \text{ cm}^2/1 \text{ seg}^2$$

En general, para hallar la ecuación dimensional de una magnitud cualquiera, se parte de su ecuación de definición, se suprimen en ella los factores numéricos y los símbolos de integración y de derivación y se expresan todas las demás magnitudes en función de las fundamentales. Así se llega a una expresión tal como:

$$[X] = L^\alpha M^\beta T^\gamma$$

en la que, para indicar que no se trata de una ecuación entre magnitudes, se encierran los símbolos en paréntesis rectos y se designan las magnitudes fundamentales por letras mayúsculas. Los exponentes α, β, γ , son las dimensiones de X.

En la exposición anterior hemos seguido una marcha puramente empírica, pues no hemos hecho más que operar con las ecuaciones físicas de un modo formal, sin parar mientes en su sentido ni preocuparnos, por ejemplo, de justificar el que sean tres y no más las magnitudes fundamentales de la Mecánica. Es natural que se haya tratado de dar fundamento teórico a este proceso, y merecen citarse, en este sentido, las loables tentativas de J. Oñate Guillén y C. Sáenz García (3), los trabajos

de T. Ehrenfest Afanassjeva (6) y los de F. London (7). Sin embargo, nada nuevo se ha logrado con ello, aparte de dar precisión lógica a lo que de modo intuitivo se había ya conseguido.

LAS ECUACIONES DIMENSIONALES NO DEFINEN MAGNITUDES FISICAS

Nos hemos detenido, quizás con excesiva prolijidad, en este asunto, porque nos interesa hacer resaltar que las ecuaciones dimensionales sólo sirven para facilitar el cambio de unidades dentro de un grupo acorde de magnitudes fundamentales (8) y (23). En modo alguno debe creerse que, al expresar una magnitud en función de otras tomadas como fundamentales, hemos hallado la esencia íntima de las magnitudes, pues ello nos conduciría a desatinos tales como el creer que el momento de un par es la misma cosa que una energía cinética, o que un ángulo y la esbeltez de una columna son magnitudes de la misma índole. Recíprocamente, ocurre que una magnitud física bien determinada, la concentración, por ejemplo, puede tener dimensiones o no, según se defina como cociente entre la masa del soluto y el volumen del disolvente, o se adopte la relación entre las masas de ambos.

Para definir las magnitudes físicas, hemos de recurrir a las fórmulas de definición completas con todos sus coeficientes y símbolos. Si nos atuviésemos a las fórmulas dimensionales, ignoraríamos la diferencia esencial existente entre la energía interna y la cantidad de calor, y toda la Termodinámica carecería de sentido.

PARADOJAS DEBIDAS AL USO INCORRECTO DE LAS ECUACIONES DIMENSIONALES

Dando a las ecuaciones dimensionales un alcance que no tienen, o aplicándolas indebidamente, se llega a resultados paradójicos.

Definamos la unidad de volumen como el volumen ocupado por la unidad de masa de agua a la presión de una atmósfera y en las condiciones de su máxima densidad. El volumen así definido será independiente de las unidades de longitud y de tiempo, y será proporcional a la unidad de masa. Esto nos conduce a la fórmula dimensional

$$[v_1] = M$$

Por otra parte, si definimos la unidad de volumen como el volumen de un cubo cuya arista sea la unidad, tendremos

$$[v_2] = L^3$$

y la relación entre estas dos unidades:

$$\frac{[v_1]}{[v_2]} = ML^{-3}$$

en lugar de ser un número abstracto, tiene las dimensiones de una densidad. La paradoja, en este caso, proviene de suponer indebidamente que las ecuaciones dimensionales definen la esencia de las magnitudes. El resultado, sin embargo, es correcto, pues indica simplemente que la relación entre ambas unidades varía con las unidades de medida lo mismo que una densidad y, en efecto, dicha relación es justamente igual a la densidad del agua en el sistema que se considere.

He aquí otro caso: las dimensiones de un trabajo en el sistema cgs. son:

$$[W] = ML^2 T^{-2}$$

En cambio, en el sistema técnico, como la ecuación del teorema de las fuerzas vivas, por ejemplo, se escribe así:

$$[W] = \frac{1}{2} \frac{m}{g} (v^2 - v_0^2)$$

donde g es la aceleración de la gravedad, resulta

$$[W] = \frac{ML^2 T^{-2}}{[g]} = ML$$

que es, evidentemente, absurdo. En este caso, el error se debe a que el sistema técnico no es acorde, pues en él se toman cuatro unidades arbitrarias (longitud, fuerza, tiempo y masa), en vez de tres.

MAGNITUDES SIN DIMENSIONES

Tales pueden ser las magnitudes fundamentales o las fórmulas de definición adoptadas, que determinadas magnitudes tengan dimensiones nulas, lo cual no quiere decir siempre que sean números abstractos en el sentido matemático, como lo son los números π y e y las razones trigo-

nométricas, por ejemplo. Un ángulo tiene dimensiones nulas si se mide en radianes, pero no si se mide en grados, ya que éstos pueden definirse arbitrariamente. Lo mismo sucede con la concentración, según hemos hecho ver anteriormente.

Distinguiremos, pues, entre *números puros*, que representan magnitudes que, por su esencia, carecen de dimensiones (la relación entre la circunferencia y el radio, por ejemplo), y magnitudes que, convencionalmente, carecen de dimensiones.

HOMOGENEIDAD DE LAS FUERZAS FISICAS

Tanto hincapié hemos hecho en el valor restringido que ha de darse a las ecuaciones dimensionales y el peligro que hay en usarlas indebidamente, que me asalta el temor de que mis oyentes formen el propósito de no usarlas jamás. Por esto está indicado el señalar su utilidad. En primer término, nos suministran un valioso criterio para juzgar, a simple vista, de si una fórmula es correcta o no. Además, permiten, en ciertos casos, establecer *a priori* la forma que tendrá la ecuación que liga las magnitudes que entran en un fenómeno. Ambas aplicaciones derivan del llamado principio de *homogeneidad de las fórmulas físicas*, que se enuncia del siguiente modo: *si se adopta un grupo acorde de magnitudes fundamentales, todos los términos de una ecuación cualquiera han de tener las mismas dimensiones.*

Esta proposición es consecuencia del hecho de que, al establecer un grupo acorde, no se prejuzga la cuantía de las unidades, sino la índole de éstas. Por ejemplo, en el sistema longitud—masa—tiempo, podemos tomar como unidades fundamentales el centímetro, el gramo y el segundo, o bien el metro, el kilogramo y la hora. De aquí resulta que las ecuaciones han de ser satisfechas al reemplazar valores numéricos, aunque cambiemos de cualquier modo el valor de las unidades fundamentales, lo cual exige, evidentemente, que todos los términos tengan las mismas dimensiones.

Siempre que en nuestros razonamientos lleguemos a una fórmula que no sea homogénea, podemos estar seguros de haber cometido un error. Se trata de un criterio objetivo que no admite controversias. Gracias a él, y ante un auditorio que me era ideológicamente hostil, pude demostrar el error en que se hallaba cierto personaje socialista que daba aparente prestigio a sus disertaciones marxistas escribiendo ante sus ingenuos oyentes una fórmula algebraica que relacionaba el salario con

diversas formas de capital y con el número de obreros. El público sacaba así la impresión de que las doctrinas marxistas quedaban con ello matemáticamente demostradas. Pues bien: la fórmula en cuestión era disparatada, porque no era homogénea, y así hubo de reconocerlo el político societario.

OBTENCION DE FORMULAS FISICAS POR CONSIDERACIONES DIMENSIONALES

Otra interesantísima aplicación del principio de homogeneidad es el poder prejuzgar la forma de las leyes de un fenómeno determinado cuando se conocen las magnitudes que en él intervienen (1).

Un ejemplo ya clásico es el péndulo simple. El período de oscilación del mismo ha de depender de la longitud, de la masa, de la aceleración de la gravedad y de la amplitud. Respecto de esta última magnitud, como carece de dimensiones, nada podemos prever. Podemos, pues, escribir:

$$t = C l^{\alpha} m^{\beta} g^{\gamma} \quad [1]$$

donde α , β , γ , son las incógnitas del problema y C una magnitud sin dimensiones, que podrá depender de la amplitud. Escribiendo esta ecuación en forma dimensional, resulta:

$$[t] = L^{\alpha} M^{\beta} L^{\gamma} T^{-2\gamma} = L^{\alpha+\gamma} M^{\beta} T^{-2\gamma}$$

y, para que haya homogeneidad, habrá de ser:

$$\alpha + \gamma = 0, \beta = 0, 2\gamma = -1$$

o sea

$$\alpha = \frac{1}{2}, \beta = 0, \gamma = -\frac{1}{2}$$

De modo que la expresión [1] se convierte en:

$$T = C \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Con esto, salvo la constante C , que ha de ser independiente de las unidades de medida, hemos obtenido la fórmula del péndulo simple.

Consideremos ahora un caso más complicado, que tiene gran importancia en Hidráulica. Admitamos que la resistencia R que un sólido encuentra al moverse en el seno de un fluido depende de su volumen v , de la densidad ρ , de la velocidad u y del coeficiente de viscosidad μ . Sabemos que en Mecánica no hay más que tres magnitudes independientes, y podemos tomar como tales el volumen, la velocidad y la densidad. Pongamos, pues:

$$R = C_1 v^\alpha u^\beta \rho^\gamma$$

$$\mu = C_2 v^{\alpha'} u^{\beta'} \rho^{\gamma'}$$

o sea:

$$\frac{R}{v^\alpha u^\beta \rho^\gamma} = C_1 ; \quad \frac{\mu}{v^{\alpha'} u^{\beta'} \rho^{\gamma'}} = C_2$$

donde C_1 y C_2 son magnitudes sin dimensiones.

Ahora bien:

$$[R] = L M T^{-2} ; \quad [\mu] = L^{-1} M T^{-1}$$

con lo cual habrá de ser:

$$\alpha = \frac{2}{3} , \quad \beta = 2 , \quad \gamma = 1$$

$$\alpha' = \frac{1}{3} , \quad \beta' = 1 , \quad \gamma' = 1$$

Por lo tanto, toda ecuación en la que entren las cinco magnitudes R , v , u , ρ , μ , habrá de tener la forma

$$\Phi \left(\frac{R}{v^{2/3} u^2 \rho} , \frac{\mu}{v^{1/3} u \rho} \right) = 0$$

o bien:

$$R = C \rho u^2 v^{2/3} f \left(\frac{\rho u v^{1/3}}{\mu} \right)$$

donde C es una constante sin dimensiones y la magnitud que está dentro del paréntesis es el número de Reynolds.

CONSTANTES CARACTERISTICAS Y CONSTANTES UNIVERSALES

Al deducir la relación que liga entre sí las magnitudes que intervienen en un fenómeno, aparecen factores de proporcionalidad que son de dos clases: unos son números perfectamente determinados, e independientes del sistema de unidades, por ejemplo $1/2$, e , etc. Son los que hemos llamado números puros. Otros, en cambio, son independientes del cuerpo o cuerpos con que se opera y de las condiciones (presión, temperatura, etc.) en que se realiza el experimento, pero es necesario atribuirles dimensiones para que la ecuación resulte homogénea, lo cual equivale a decir que su valor numérico depende de las unidades de medida. Tales magnitudes se llaman *constantes universales*, y de ellas son ejemplos la constante de Planck h :

$$W = h\nu ; [h] = L^2 M T^{-1}$$

la constante de la gravitación G :

$$f = G \frac{m m}{d^2} , [G] = L^3 M^{-1} T^{-2}$$

y la constante R de los gases perfectos:

$$p v = \frac{m}{M} R \theta \quad [R] = L^2 M T^{-2} \text{ grad}^{-1}$$

(m masa del gas y M masa molar), o bien la constante de Boltzmann que resulta de dividir R por el número de Avogadro:

$$k = \frac{R}{N}$$

Entre las constantes universales se incluye también la velocidad c de la luz en el vacío, pues si bien no es la misma que en los demás medios, es independiente de la temperatura y de la longitud de onda y tiene un valor fijo, cualquiera que sea el movimiento de sistema de coordenadas utilizado. Otro tanto puede decirse de la constante dieléctrica del vacío y de su permeabilidad magnética.

Salta a la vista la trascendental importancia de las constantes uni-

versales y el papel privilegiado que desempeñan entre las demás magnitudes físicas. Un grupo acorde de magnitudes formado con constantes universales tendría la ventaja de tener su asiento en la propia naturaleza y las fórmulas escritas en tal sistema tendrían el menor carácter antropocéntrico posible.

Max Planck hizo el ensayo en su clásico libro *Vorlesungen ueber die Theorie der Waermestrahlung*, § 159, Leipzig 1906 y, como en los fenómenos térmicos entran cuatro magnitudes independientes, eligió otras tantas constantes universales, a saber: el cuanto de acción h , la constante de Boltzmann k , la velocidad c de la luz en el vacío y la constante de la gravitación G . He aquí las dimensiones que, en tal sistema, adquieren las magnitudes que ordinariamente se usan como fundamentales:

$$L = [G^{1/2} h^{1/2} c^{-1/2}]$$

$$M = [G^{-1/2} h^{1/2} c^{1/2}]$$

$$T = [G^{1/2} h^{1/2} c^{-1/2}]$$

$$[\text{temp}] = [G^{-1/2} h^{1/2} c^{3/2} k^{-1}]$$

Por halagüeño que parezca este propósito, no insistimos en él porque, por ahora, no pasa de ser una curiosidad científica.

LAS UNIDADES ELECTRICAS Y MAGNETICAS

Los sistemas de unidades empleados en Electricidad y Magnetismo tienen su origen en los clásicos experimentos de Gauss, con los que definió, el año 1833, las llamadas unidades absolutas para el campo y para el polo magnético. Gauss, siendo ante todo matemático, simplificó sus fórmulas cuanto pudo y suprimió todo factor de proporcionalidad en la ley inversa del cuadrado de la distancia. Esto, que podía ser buena matemática, pero que era una física muy pobre (28), es la causa de toda la complicación a que se ha llegado luego, y que se refleja en el hecho notable de que, cien años después de haber definido Gauss la unidad de campo magnético, no se ha llegado a un acuerdo acerca de a qué unidad ha de darse el nombre de Gauss.

La marcha seguida por Gauss fué aplicada por Weber a las magnitudes eléctricas en 1851. Diez años después, en 1861, Sir Charles Bright y Latimer Clarcck propusieron un sistema práctico, adecuado para

los telegrafistas, en el que las unidades fundamentales eran la fuerza electromotriz de la pila de Daniell y la capacidad de un condensador plano de 1 m² de superficie y 1 m de separación entre las armaduras.

Con esto se inició un dualismo, consistente en el uso de dos sistemas, uno teórico y otro práctico, dualismo que fué reforzado por la autoridad de Sir William Thomsom. Desde entonces, los congresos internacionales se ocuparon en fijar las unidades prácticas, mientras los grandes sabios del siglo pasado perfeccionaban la ciencia de la Electricidad y, al mismo tiempo, elaboraban el complicado sistema de unidades de que tantas veces nos hemos lamentado.

Los fenómenos magnéticos y los eléctricos comenzaron a ser estudiados científicamente cuando se confiaba en explicar mecánicamente todos los fenómenos de la Física, y, por eso, se pretendió utilizar en Magnetismo y en Electricidad las mismas tres magnitudes fundamentales utilizadas en Mecánica. Al tratar de lograr este propósito, se tropieza con la dificultad de que no es posible obtener un sistema de ecuaciones de definición de modo que cada nueva magnitud resulte definida en función de otras ya conocidas, pues en cualquier fórmula entran, cuando menos, dos magnitudes nuevas. Así en la ecuación de Coulomb, que es la primera relación cuantitativa que se obtuvo entre magnitudes eléctricas:

$$f = \frac{q_1 q_2}{\epsilon r^2}$$

figuran dos nuevas magnitudes, la carga eléctrica q y la constante dieléctrica ϵ . No hay, pues, más remedio, si se quiere construir un sistema acorde, que tomar una nueva magnitud fundamental, que puede ser, o la carga eléctrica o la constante dieléctrica. Lo hecho por Gauss y por Weber equivale a optar por esta última alternativa, pero en vez de reconocer que se formaba el nuevo sistema acorde de magnitudes fundamentales, longitud, masa, tiempo y constante dieléctrica, con la posibilidad de elegir arbitrariamente las unidades de todas ellas, se impuso el valor 1 a la constante dieléctrica del vacío. Esto equivale a decir que tal magnitud carece de dimensiones, pues *se renuncia a cambiar de unidad* (lo mismo que cuando se miden las densidades con relación al agua). Así, muchos autores (*) escriben con perfecta lógica que en el sistema electrostático

$$[q] = L^{3/2} M^{1/2} T^{-1} \quad [2]$$

(*) Véase, por ejemplo, las tablas de Landolt-Boernstein.

mientras que otros (*) ponen

$$[q] = L^{1/2} M^{1/2} T^{-1} \epsilon^{1/2}$$

lo cual es perfectamente inútil, pues ϵ carece de dimensiones en dicho sistema.

Con este convenio la carga eléctrica pasó a ser una magnitud derivada, y su unidad quedó definida en función de las unidades de longitud, de masa y de tiempo. De este modo se originó el *sistema electrostático*.

Para los fenómenos magnéticos obtuvo Coulomb una ley análoga:

$$f = \frac{p_1 p_2}{\mu r^2}$$

Y, siguiendo el mismo criterio, se convino en dar el valor 1 a la permeabilidad μ_0 del vacío, y en considerar el polo magnético como una magnitud derivada, a la que corresponde la misma fórmula dimensional:

$$[p] = L^{1/2} M^{1/2} T^{-1} \quad [3]$$

que a la carga eléctrica. Esto no debe asombrarnos, pues casos análogos hemos encontrado en Mecánica. Las fórmulas [2] y [3] indican, simplemente, que la carga eléctrica o cantidad de electricidad y la masa magnética, o intensidad de polo, cambian lo mismo su valor numérico cuando se modifican las unidades de longitud, de masa y de tiempo.

Los sistemas electrostático y electromagnético no son acordes, pues no hay más que tres unidades arbitrarias, en vez de cuatro. Esto se traduce en un grave inconveniente, que consiste en que falla el criterio de homogeneidad, pues fórmulas erróneas, por haber suprimido el factor ϵ , o el factor μ , aparecen dimensionales correctas. El propio Bouasse, que tan intransigente se muestra con los deslices de los demás, se olvida del factor μ al escribir la fórmula de Ampère para la acción entre dos elementos de corriente (**).

Gauss y Weber se esforzaron en no usar más que las tres unidades fundamentales de Mecánica, pero introdujeron tácitamente otras dos, la

(*) Véase, por ejemplo, el artículo de N. Ernest Dorsey, en *International Critical Tables*, tomo 18. La conveniencia de atribuir dimensiones a la constante ϵ fué ya reconocida por Rücker en 1888.

(**) H. Bouasse: Cours de Physique. III. *Electricité et Magnetisme*, p. 166.

constante dieléctrica y la permeabilidad magnética, y con ello son los causantes de la enmarañada multiplicidad de los sistemas actualmente en uso.

En efecto, conocidas las relaciones entre los imanes y las corrientes, y sabiendo, gracias a los experimentos de Rowland, que una carga eléctrica en movimiento es equivalente a una corriente eléctrica, podemos completar el cuadro de ecuaciones de definición, y entonces se echa de ver que basta con cuatro unidades fundamentales en vez de cinco. Así nos encontramos, en realidad, con dos sistemas acordes: el electrostático (longitud-masa-tiempo-constante dieléctrica) y el electromagnético (longitud-masa-tiempo-permeabilidad magnética). Cualquiera de los dos hubiera sido suficiente. Weber hizo el ensayo de utilizar exclusivamente el electromagnético, pero todos los autores, siguiendo a Lorentz, han venido utilizando simultáneamente ambos sistemas, midiendo unas magnitudes en el primero y otras en el segundo, y dándose el caso desconcertante de que en muchas fórmulas aparecen mezcladas ambas clases de magnitudes.

LA RELACION ENTRE LAS UNIDADES ELECTROMAGNETICAS Y LAS ELECTROSTATICAS

Es de prever que del uso simultáneo de los dos sistemas, el electrostático y el electromagnético, surjan a cada paso conflictos lógicos cuya explicación requiera un examen detenido del asunto. El contrasentido más patente, que se presenta con caracteres de verdadera paradoja, es la siguiente proposición con que, en todos los cursos de electricidad, se desconcierta a los alumnos inteligentes: *La relación entre las unidades de carga en los sistemas electromagnético y electrostático es igual a la velocidad de la luz en el vacío.* ¿Cómo puede suceder que el cociente de dos magnitudes, evidentemente homogéneas, como son ambas unidades de carga eléctrica, sea igual a una velocidad? La primera respuesta que se ocurre a este aparente enigma es que se trata de una coincidencia casual entre el valor numérico de dicha relación y el número 3×10^{10} , que, en números redondos, mide la velocidad de la luz en el vacío en centímetros por segundo. Pero es el caso que todo buen profesor y todo buen libro hace notar que no hay tal casualidad, sino que se trata de una de las más importantes leyes naturales, tan importante, que sirvió a Maxwell para establecer su portentosa teoría electromagnética de la luz, que da fundamento común a fenómenos, aparentemente tan distintos, como son los ópticos y los electromagnéticos.

Para explicar satisfactoriamente el conflicto y para dar cuenta del significado de dicha proposición, haremos notar, ante todo, que *los sistemas electrostático y electromagnético no son propiamente sistemas de unidades, sino de magnitudes fundamentales*. Ambos tienen tres magnitudes fundamentales comunes, la longitud, la masa y el tiempo, pero difieren en la cuarta magnitud, que es la constante dieléctrica en el primero y la permeabilidad magnética en el segundo, careciendo de dimensiones una y otra, según hemos hecho notar anteriormente.

En el sistema electrostático, las dimensiones de la carga eléctrica son

$$q_e = L^{3/2} M^{1/2} T^{-1} \quad [4]$$

y en el electromagnético

$$q_m = L^{1/2} M^{1/2} \quad [5]$$

con lo que resulta:

$$\frac{q_e}{q_m} = L T^{-1} = \text{velocidad}$$

con lo que queda de manifiesto el aparente contrasentido. La explicación es obvia si se tiene en cuenta que, como hemos dicho repetidas veces, las fórmulas dimensionales no traducen la esencia íntima de las magnitudes; no sirven más que para saber cómo varía la unidad en cuestión cuando se altera el valor de las unidades fundamentales. Las fórmulas [4] y [5], nos dicen cómo varían las unidades de carga en los sistemas electrostático y electromagnético, y vemos que, como es natural, varían de distinto modo (lo singular sería lo contrario) y que su relación varía lo mismo que una velocidad determinada.

La cuestión que se plantea ahora es: ¿qué velocidad es ésta, que establece la conexión entre los fenómenos electrostáticos y los electromagnéticos? Podemos prever que tal velocidad no puede estar relacionada con ningún medio material determinado, pues en las definiciones hemos evitado cuidadosamente el referirnos a uno en particular. Ahora bien: al imponer las unidades de constante dieléctrica y de permeabilidad magnética, hemos mencionado expresamente el vacío, luego es lógico pensar que la velocidad en cuestión se refiera a algo que ocurra en el espacio vacío y, en efecto, uno de los mayores triunfos de la técnica experimental es haber demostrado que *la relación entre ambas unidades de carga es igual a la velocidad de la luz en el vacío*.

UNA PARADOJA ELECTROMAGNETICA

Parece inherente al cargo de académico el estar llamado a opinar sobre cuantas ideas transcendentales ocurren a los pensadores espontáneos que, con mayor o menor ingenio, tratan de cambiar los fundamentos de la ciencia. Casi siempre se trata de burdos artificios, con los que se pretende haber hallado el movimiento continuo o logrado la cuadratura del círculo, pero otras se trata de sutiles consideraciones en las que no es fácil descubrir, a primera vista, el punto flaco. Recuerdo esto, porque en cierta ocasión tuve que opinar sobre un trabajo en el que se establecía una *ley electromagnética general*, que conduce a una curiosísima paradoja.

La ley elemental de Ampère, en el caso de ser paralelos los elementos de corriente, se reduce a :

$$f = \mu \frac{2 i_1 d s_1 i_2 d s_2}{r^2} \quad [6]$$

Pues bien; la idea del ingenioso innovador, aunque expuesta en otra forma, consistía en utilizar la equivalencia demostrada por H. A. Rowland en 1876 y por F. Himstedt en 1904, entre una corriente eléctrica y una carga en movimiento, para escribir (*).

$$i d s = q v_1$$

con lo cual la fórmula [6] se convierte en:

$$f = \mu \frac{2 q_1 q_2 v_1 v_2}{r^2} \quad [7]$$

fórmula que, según el referido autor, da la fuerza de atracción entre dos cargas eléctricas que se mueven en direcciones paralelas, con las velocidades respectivas v_1 y v_2 , y a la distancia r . Esta es la fórmula que, convenientemente generalizada, servía de base para establecer la anunciada ley electromagnética general. El camino seguido parece perfectamente lógico; sin embargo, conduce a un absurdo.

En efecto, supongamos que ambas cargas q_1 y q_2 sean del mismo signo, y que se muevan con velocidades iguales $v_1 = v_2$. Para un observa-

(*) Véase R. Lang y B. Cabrera: *Física experimental*, tomo 11, pág. 169, 1933.

dor que se mueva con ellas habrá una *fuerza de repulsión* en virtud de la ley de Coulomb. En cambio, para un observador en reposo, todo pasa, como si hubiera dos corrientes paralelas y del mismo sentido, y observará una *atracción* dada por [7], y así llegamos a la conclusión de que las cargas se atraen o se repelen según como se miren, cosa evidentemente imposible.

Es casi seguro que quien haya tomado parte en todos los conflictos lógicos con que hace años nos devanábamos los sesos al estudiar el paso de sistemas en reposo a sistemas en movimiento, piense que todo esto se explicará con la teoría de la relatividad. Pero si piensa un poco más, o si está libre de prejuicios, caerá en la cuenta de que los efectos relativistas pueden servir para explicar pequeñas diferencias, pero nunca para cambiar el signo de la fuerza que hace marchar a todos los motores eléctricos. Un experimentador admitirá que dos corrientes paralelas del mismo sentido se atraen, pero negará que tal atracción exista entre dos cargas en movimiento, pues sabe que dos rayos catódicos no se atraen, sino que se repelen. Ahora bien; como está persuadido de que la corriente consiste en el movimiento de cargas eléctricas, seguirá perplejo ante el enigma y, en efecto, me consta que alguna de nuestras primeras autoridades en Electrotecnia anda preocupado con este mismo asunto.

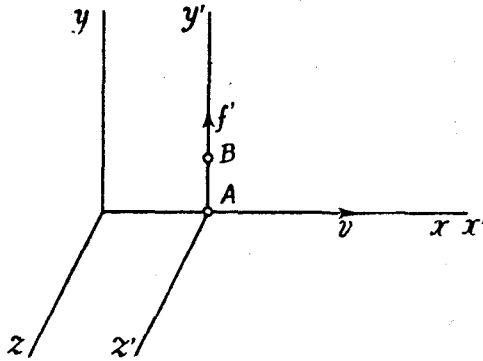
Planteemos la cuestión en el lenguaje electrónico, para que la contradicción destaque con toda crudeza.

Dos electrones en reposo se repelen, de acuerdo con la ley de Coulomb. Supongamos que ambos se mueven con la misma velocidad, perpendicularmente a la recta que los une. Entonces forman dos corrientes paralelas y del mismo sentido y, por lo tanto, se atraen.

La solución, a grandes rasgos, estriba en la diferencia fundamental existente entre una corriente de conducción (en el seno de un conductor metálico) y el movimiento de cargas libres. En el primer caso, el campo electrostático que engendran los electrones es neutralizado, *casi totalmente*, por los iones metálicos, y no queda más que el campo magnético, debido al movimiento de los primeros, que es causa de la atracción entre dos corrientes paralelas y del mismo sentido. En cambio, cuando se trata de electrones libres (rayos catódicos), la repulsión electrostática se ejerce en toda su integridad y predomina sobre la atracción debida a las acciones magnéticas. Por tanto, la fórmula [7] es falsa; dos cargas eléctricas se repelen siempre, lo mismo si están en reposo que si se hallan en movimiento.

El cálculo exacto de la fuerza que se ejerce entre dos electrones requiere el empleo de las fórmulas relativistas.

Sean dos electrones, A y B, que se mueven con la misma velocidad v a los largos del eje x . Un observador que los acompañe en su movi-



miento observa que B, por ejemplo, está sometido a una fuerza, según el eje y'

$$f' = \frac{e^2}{\epsilon r}$$

donde e es la carga del electrón, carga que supondremos positiva para no complicar inútilmente los razonamientos.

Todo pasa, por tanto, como si en B existiera un campo electromagnético

$$E_{x'} = 0, E_{y'} = \frac{e}{\epsilon r^2}, E_{z'} = 0$$

$$H_{x'} = 0, H_{y'} = 0, H_{z'} = 0$$

Para un observador en reposo, este campo se convierte en (*)

$$E_x = 0, E_y = \frac{E_{y'}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, E_z = 0$$

$$H_x = 0, H_y = 0, H_z = \frac{\frac{v}{c} E_{y'}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

(*) V. J. N. Plans: *Nociones de Mecánica Relativista*, p. 63, 1921.

de modo que, además de aumentar el campo electrostático, aparece un campo magnético que, en el punto B, actúa en la dirección del eje z . Bajo la acción de ambos campos, el electrón B está sometido a una fuerza (**)

$$\vec{f} = e \left(\vec{E} + \frac{1}{c} [\vec{v} \times \vec{H}] \right)$$

cuyos componentes son

$$f_x = 0, f_y = e \left(\frac{E_y}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - \frac{\frac{v^2}{c^2} E_{y'}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right), f_z = 0 \quad [8]$$

o sea

$$f_y = f_{y'} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

que es la misma, exactamente, que la observada por el observador móvil, como se ve sin más que tener presente las dimensiones de la fuerza

$$[f] = \text{L. M T}^{-2}$$

y las fórmulas de transformación para la masa y el tiempo (las longitudes a lo largo de y' no varían):

$$m = m' \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{1/2}$$

$$t = t' \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

La fórmula [8] nos dice que, para un observador en reposo, la fuerza entre dos electrones animados de la velocidad v se compone de dos partes; la primera

$$f_1 = \frac{e^2}{\epsilon r^2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

(**) H. A. Lorentz: *The Theory of electrons*.

es, si se desprecia v frente a c , la repulsión electrostática. La segunda:

$$f_2 = - \frac{v^2}{c^2} \frac{e^2}{\epsilon r^2} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

es la debida al campo magnético y corresponde a la [7], propuesta por el aludido innovador, ya que Lorentz emplea el sistema racional y entre las magnitudes ϵ y μ existe la relación

$$\sqrt{\epsilon \mu} = \frac{1}{c}$$

Como se ve, esta fuerza es insignificante frente a la primera, mientras la velocidad v es pequeña frente a la velocidad de la luz. En las corrientes de conducción falta prácticamente la primera fuerza y, por eso, se observa la segunda.

EL SISTEMA RACIONAL DE UNIDADES ELECTRICAS

Ya en 1882 llamó Heaviside la atención sobre el factor 4π que aparece en gran número de fórmulas cuando se utiliza el sistema de unidades de Gauss. He aquí algunos ejemplos:

Capacidad de un condensador plano:

$$C = \frac{\epsilon S}{4\pi d}$$

Campo eléctrico en las proximidades de una carga superficial:

$$E = 4\pi \sigma$$

Inducción magnética en un medio imanado:

$$B = H + 4\pi J$$

Fuerza magnetomotriz:

$$F = 4\pi n I$$

Ecuación de Poisson:

$$\Delta V = 4\pi \rho$$

Trabajo de imanación por unidad de volumen:

$$dW = \frac{1}{4\pi} H dB$$

Trabajo de electrización por unidad de volumen:

$$dW = \frac{1}{4\pi} E dE$$

Giorgi (22) hace, a este respecto, el siguiente comentario: "Al contemplar las fórmulas precedentes, cualquiera pensará que el factor 4π está íntimamente enlazado con los fenómenos electromagnéticos; de modo que, si un buen día perdiéramos la noción del círculo, del cilindro y de la esfera, nos encontraríamos con el número 4π al medir, por ejemplo, la capacidad de un condensador plano.

Si rechazamos esta extraña conclusión, hemos de admitir que el factor 4π procede de alguna definición viciosa y, en efecto, todo queda arreglado si en la fórmula de Coulomb ponemos:

$$f = \frac{q_1 q_2}{4\pi \epsilon r^2}.$$

Cabe preguntar ahora: ¿qué razón física hay para poner en esta fórmula al factor 4π ? Todo queda aclarado si reemplazamos el enunciado de Coulomb por este otro. *De toda carga eléctrica emana un flujo de inducción que se conserva invariable a cualquier distancia.* Habrá que poner, pues:

$$B = \frac{q}{4\pi r^2}$$

y:

$$E = \frac{q}{4\pi \epsilon r^2}$$

con lo que todo queda en regla".

Heaviside, en su *Electromagnetic Theory*, 1891, probó que podía hacerse el cambio, y la Asociación Británica reconoció la utilidad de este sistema, llamado *racional*; pero no se llegó a un acuerdo. Lorentz adoptó la innovación, pero otros autores siguen con el sistema usual, de modo que lo que pudo ser una ventajosa reforma, ha venido a aumentar el desconcierto, pues siempre surge la duda de si en tal fórmula falta o sobra el factor 4π .

Heaviside puso en defensa de su tesis todo el humorismo anglosajón. Sus alegatos recuerdan las famosas disputas entre los miembros del club de Mr. Pickwick. "La erupción 4π es absurda, arbitraria, injuriosa, inconveniente, irracional, falaz, enredosa, perversa, cursi, ridícula, estúpida, desdichada e inenarrable."

De lo expuesto en las páginas anteriores resulta que los factores

numéricos, tales como 4π , no tienen importancia en lo que a la construcción de un sistema acorde de magnitudes fundamentales se refiere. Por eso, aun siendo muy razonable la proposición de Heaviside, hubiera sido muy preferible que no la hubiese exteriorizado, pues con ella no remedió nada grave y, en cambio, embarulló más aún el asunto.

Cuando Gauss quiso formar su sistema absoluto de unidades, estaba bien lejos de sospechar que engendraba un monstruo policéfalo y múltipedo. En vez de un sistema alumbró dos: el electrostático y electromagnético, especie de hermanos siameses que entran juntos en todas las teorías. Por otra parte, las unidades resultan de valor tan anormal que ni una sola se emplea en la técnica o en las medidas de laboratorio. Y cuando tenemos que reemplazar valores numéricos, hay que echar mano de los factores 10^8 , 10^9 , 3×10^{10} , complicados con el 4π , que viene a enredar más aún tan incongruente sistema.

EL SISTEMA GIORGI

A principios de siglo el ingeniero G. Giorgi (22) presentó a la sociedad científica italiana "Il nuovo Cimento" una memoria en la que se proponía el remedio para el caótico estado en que se encontraba todo lo referente a las medidas eléctricas. Tras de mostrarse fervoroso partidario de la racionalización propugnada Heaviside, hace notar las ventajas que se obtendrían si se adoptase en electromagnetismo el sistema de unidades formado por el metro, el kilogramo, el segundo y una cuarta unidad, que podría ser el amperio o el ohmio. La idea de Giorgi mereció un favorable comentario del profesor Luigi Donati, pero no llegó a ser conocida en el mundo científico. Prueba de ello es que tres años más tarde lanza D. Robertson (24) la misma idea, sin tener mejor fortuna. La cuestión sigue tan enmarañada como la dejó Gauss, como lo demuestra el hecho de que en la reunión celebrada en Oslo el año 1930 por la Comisión Electrotécnica Internacional todavía se planteó la cuestión de si la permeabilidad magnética tenía o no dimensiones, quedando resuelta afirmativamente (lo correcto hubiera sido decir que las tiene en el sistema electrostático, pero no en el electromagnético, al revés que la constante dieléctrica).

En la reunión celebrada en Chicago en 1933 por la Sección Americana de la Unión Internacional de Física pura y aplicada, propuso G. A. Campbell (28) un "sistema definitivo de unidades" que, funda-

mentalmente, coincide con el de Giorgi. El nombre de definitivo no es adecuado, porque descubrimientos realizados recientemente en la Física del átomo parecen señalar la necesidad de tomar una magnitud fundamental más. Por eso, nos parece preferible, en mérito a la prioridad, llamar sistema Giorgi al que ahora se trata de implantar. Pohl hizo un ensayo completo del nuevo sistema en su libro de Electricidad (traducido a nuestro idioma por Baltá).

Finalmente, en 1935 se adoptó internacionalmente el sistema de Giorgi y su conveniencia es ya reconocida por las primeras figuras científicas mundiales, según hemos dicho anteriormente.

Dos son las ventajas que se logran con el sistema Giorgi:

1.º Las magnitudes fundamentales longitud, masa, tiempo y corriente forman un grupo acorde, válido para todos los capítulos de la Física (en Termología hay que añadir la temperatura). Con él se puede establecer un cuadro de ecuaciones dimensionales que no se presta a torcidas interpretaciones y se disfrutan todas las ventajas que derivan del teorema de homogeneidad.

2.º Adoptando el metro, el kilogramo y el segundo como unidades fundamentales, y agregando el amperio o el ohmio, todas las unidades derivadas adquieren valores comparables con las magnitudes que se manejan en los laboratorios y en la Técnica.

Lástima que no se halla llegado a un acuerdo en lo referente al famoso factor 4π . Pohl y Campbell, en los trabajos citados anteriormente, adoptan la racionalización de Heaviside, pero Sommerfeld continúa con el sistema usual y lo mismo hace Amorim Ferreira (4) en su reciente exposición de las magnitudes y unidades físicas, la más completa que se ha escrito. Pero Giorgi propugnó la racionalización y, por eso, debe adoptarse al aceptar su sistema.

FORMULAS DE DEFINICION Y FORMULAS DIMENSIONALES EN EL SISTEMA GIORGI

Si bien Giorgi deja arbitraria la elección entre la carga eléctrica y la resistencia, como cuarta magnitud fundamental, utilizaremos la primera, que evidentemente es la más adecuada para la exposición metódica de los fenómenos electromagnéticos.

El método más breve para establecer el sistema de ecuaciones de definición consiste en echar mano de las ecuaciones del campo electromagnético de Maxwell, pero nadie puede pensar en poner tales ecuaciones al principio del estudio de la Electricidad y, por eso, debe tomarse un sistema en que las ecuaciones de definición guarden el mismo orden con que los fenómenos respectivos aparecen en una exposición elemental de los fenómenos electromagnéticos.

No hay razón lógica para distinguir entre magnitudes eléctricas y magnitudes magnéticas, pero por razones debidas al estado actual del asunto, conviene hacer la exposición separadamente.

MAGNITUDES ELECTRICAS

En todos los libros clásicos se empieza por la ley de Coulomb, que ahora serviría para definir la constante dieléctrica, pero los autores modernos han abandonado ya el orden histórico (*).

1) *Intensidad de la corriente*.—La intensidad i de una corriente eléctrica en una sección de un circuito es el escalar definido por la ecuación

$$dq = i dt$$

donde q es la carga eléctrica que, en el intervalo dt , atraviesa la sección considerada.

Sus dimensiones serán:

$$[i] = T^{-1} Q$$

2) *Potencial*.—El potencial eléctrico V en un punto de un campo eléctrico es un escalar tal que la diferencia $V_A - V_B$ de sus valores en

(*) Véase, por ejemplo, Lang y Cabrera: *Física experimental*, 11; "Manuales Labor", 1933.

dos puntos A y B es igual al trabajo W realizado cuando la unidad de carga pasa de A a B por un camino cualquiera.

$$q(V_A - V_B) = W$$

Sus dimensiones son:

$$[V] = L^2 M T^{-2} Q^{-1}$$

3) *Fuerza electromotriz*.—La fuerza electromotriz E de un generador es el escalar positivo definido por la ecuación:

$$W = E q$$

en la que W es la energía desarrollada en un circuito del que forma parte el generador, cuando por él circula la carga q.

Sus dimensiones son las mismas que las del potencial.

4) *Campo eléctrico*.—El campo eléctrico $\vec{E}$ es el gradiente del potencial:

$$\vec{E} = \text{grad } V$$

Sus dimensiones son:

$$[E] = L M T^{-2} Q^{-1}$$

5) *Resistencia*.—Es el escalar positivo r definido por la ley de ohm:

$$r = \frac{V}{i}$$

donde V es la diferencia del potencial aplicada a los extremos de un conductor, e i la intensidad de la corriente.

Sus dimensiones son:

$$[r] = L^2 M T^{-1} Q^{-2}$$

De esta definición se derivan, inmediatamente, las siguientes:

6) *Conductancia*

$$G = \frac{1}{r} ; [G] = L^{-2} M^{-1} T Q^2$$

7) *Resistividad*

$$\rho = \frac{r s}{l} ; [\rho] = L^3 M T^{-1} Q^2$$

8) *Conductividad*

$$\gamma = \frac{1}{\rho} ; [\gamma] = L^{-2} M^{-1} T Q^2$$

9) *Capacidad*.—Es un escalar positivo C que se define por la relación

$$C = \frac{q}{V}$$

entre la carga que se comunica a un conductor y el potencial que adquiere cuando todos los demás conductores se encuentran a potencial 0.

Sus dimensiones son:

$$[C] = L^{-2} M^{-1} T^2 Q^2$$

10) *Constante dieléctrica*.—La constante dieléctrica ϵ de una sustancia es un escalar (*) característico de la misma, que se define por la ecuación

$$C = \frac{\epsilon s}{l}$$

donde C es la capacidad de un conductor plano de área s situado a la distancia l de otro igual, cuando el espacio entre ambos está lleno de la sustancia en cuestión.

Las dimensiones son:

$$[\epsilon] = L^{-2} M^{-1} T^2 Q^2$$

11) *Inducción eléctrica*.—Es ésta una de las magnitudes más desconcertantes cuando se emplea el sistema electrostático. Se dice, en efecto, que la inducción eléctrica (llamada también desplazamiento) es un vector definido por la ecuación (**):

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}$$

y como ϵ carece de dimensiones en el referido sistema, resulta que $\vec{D}$ y $\vec{E}$ son magnitudes homogéneas, que coinciden en el vacío, y no se ve la necesidad de introducir esta nueva magnitud.

(*) En los cuerpos anisótropos, ϵ es un tensor. Ocurre como con la presión.

(**) En el sistema usual hay que poner:

$$\vec{D} = \frac{\epsilon}{4\pi} \vec{E}$$

La cosa cambia en cuanto, como sucede con el sistema Giorgi, se atribuyen dimensiones a ϵ , pues entonces salta a la vista la diferente naturaleza de $\vec{D}$ y $\vec{E}$.

De todos modos, la definición puramente matemática contenida en la fórmula anterior no da idea clara de la naturaleza del corrimiento eléctrico, y conviene recurrir a una definición física. Para ello, consideremos una carga puntual q y rodeémosla de una superficie esférica conductora de radio r , cuyo centro se halle en la referida carga. En dicha esfera se originará, por influencia, una carga superficial cuya densidad es independiente de la naturaleza del medio y vale:

$$|D| = \frac{q}{4\pi r^2}$$

de modo que podemos definir D como la densidad superficial de carga que aparece sobre una superficie conductora colocada normalmente al campo.

Si comparamos la expresión anterior con

$$|E| = \frac{q}{4\pi\epsilon r^2}$$

resulta:

$$|D| = \epsilon |E|$$

He aquí la definición completa de $\vec{D}$. Es un vector cuyo flujo a través de una superficie cerrada cualquiera es igual a la suma de las cargas eléctricas contenidas en el espacio limitado por dicha superficie.

De aquí resulta inmediatamente:

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}.$$

La inducción eléctrica no depende del medio. Si nos dan las cargas, y su distribución en el espacio, podemos calcular la inducción aun cuando ignoremos el medio en que se opera. Esto puede expresarse diciendo que un mismo desplazamiento $\vec{D}$ produce distintos campos eléctricos según sea el medio a que se aplica, del mismo modo que una misma fuerza engendra distintas aceleraciones, según sea el cuerpo sobre que actúa. Resulta claro que el desplazamiento es la causa y el campo el efecto, y que son de distinta naturaleza incluso en el vacío.

12) *Inductancia*.—La inductancia L de un circuito es el escalar positivo definido por la ecuación

$$E = L \frac{di}{dt}$$

donde E es la fuerza electromotriz inducida cuando la corriente que por él circula varía di en el tiempo dt .

Sus dimensiones son:

$$[L] = L^2 M Q^{-2}$$

MAGNITUDES MAGNETICAS

Desde que el experimento de Oersted mostró que las corrientes eléctricas producen efectos magnéticos idénticos a los imanes y, sobre todo, desde que es posible describir la constitución de éstos en función de las corrientes moleculares de Ampère, no tiene razón de ser el comenzar el estudio del magnetismo por la ley de Coulomb, en la que se habla de polos magnéticos, que no existen como entidades físicas.

Por eso, en los libros modernos no se define cuantitativamente el campo magnético a partir de experimentos con imanes, sino que se utilizan las fórmulas correspondientes a fenómenos en que intervienen las corrientes eléctricas.

13) *Campo magnético*.—Para definir cuantitativamente el campo magnético puede utilizarse cualquiera de las fórmulas que dan la acción de una corriente determinada sobre un imán. La que resulta más cómoda es la correspondiente al campo en lo interior de un solenoide cuya longitud es muy grande comparada con el radio. En el sistema usual se escribe

$$H = \frac{4 \pi n i}{l}$$

donde n es el número total de espiras y l la longitud del solenoide.

El factor 4π es una reminiscencia del proceso histórico seguido para llegar a dicha fórmula. En el sistema racional (*) se suprime dicho factor y queda

$$H = \frac{n i}{l}$$

(*) M. Abraham y A. Föppl: *Theorie der Elektrizität*, 7.^a ed., I, pág. 55; Leipzig, 1923.

Las dimensiones son:

$$[H] = L^{-1} T^{-1} Q$$

Para hallar el campo debido a un sistema cualquiera de corrientes se utiliza la ley elemental de Biot-Savart, que en el sistema racional se escribe así:

$$dH = \frac{i \, dl \cdot \sin \theta}{4 \pi r^2}$$

y resulta que, a igualdad de otras circunstancias, el campo magnético, definido en esta forma, *es independiente de la naturaleza del medio*. Esto indica, según veremos más adelante, que tal definición es inadecuada.

14) *Fuerza magnetomotriz o potencial magnético*. — Por analogía con la tensión eléctrica, o diferencia de potencial, se define la fuerza magnetomotriz F en un campo magnético por la integral curvilínea:

$$F = \int (\vec{H} \, d\vec{l})$$

Para aclarar esta definición conviene poner algunos ejemplos. Al atravesar longitudinalmente un solenoide muy largo, se tiene, salvo el error debido a no ser uniforme el campo en los extremos:

$$F = \frac{n i}{l} \int dl = n i$$

y al dar n vueltas en torno a una corriente rectilínea de intensidad i :

$$F = n i$$

Las dimensiones son:

$$F = T^{-1} Q$$

15) *Flujo magnético*. — La ley de Faraday dice que la fuerza electromotriz E inducida en un circuito cerrado está dada por la expresión

$$E = \frac{d\Phi}{dt}$$

donde Φ es un escalar que se llama *flujo magnético* (más propio sería llamarlo flujo de inducción) y depende del campo y de la naturaleza del

medio en todos los puntos de una superficie cualquiera limitada por el circuito.

Sus dimensiones son:

$$[\Phi] = L^2 M T^{-1} Q^{-1}$$

16) *Inducción o densidad de flujo magnético*.—Es un vector $\vec{B}$ definido por la ecuación

$$\Phi = \int (\vec{B} \vec{n}) ds$$

donde la integral se refiere a una superficie cualquiera limitada por el contorno para el cual se ha definido Φ , y $\vec{n}$ es un vector, igual a la unidad, tomado en la dirección de la normal a la superficie en cada punto.

Sus dimensiones son:

$$[B] = M T^{-1} Q^{-1}.$$

17) *Reluctancia*.—La reluctancia S de un circuito magnético es la relación entre la fuerza electromotriz F y el flujo magnético Φ que atraviesa la sección recta del circuito

$$S = \frac{F}{\Phi}$$

Sus dimensiones son:

$$[S] = L^{-2} M^{-1} Q^2$$

inversas de las de la inductancia.

Por ejemplo, en un solenoide muy largo se tiene

$$\Phi = \mu H s = \mu \frac{n i s}{l}, \quad F = n i$$

donde s es la sección. La reluctancia, por tanto, valdrá

$$S = \frac{l}{\mu s}$$

18) *Permeabilidad magnética*.—Es un escalar (tensor si el medio

es anisótropo) positivo, característico de cada sustancia, que se define por la relación:

$$\mu = \frac{\vec{B}}{\vec{H}}$$

Sus dimensiones son:

$$[\mu] = L M Q^{-2}$$

Para aclarar la definición precedente, supongamos que el campo $\vec{H}$ se crea con un solenoide largo y delgado que rodea la sustancia en cuestión. El campo H valdrá ni/l y la inducción $\vec{B}$ se medirá con un balístico, lo cual permite comprobar la precedente fórmula.

19) *Momento magnético*.—Un imán colocado en un campo magnético homogéneo $\vec{H}$, está sometido a un par de fuerzas cuyo momento $\vec{\Gamma}$ está dado por el producto vectorial

$$\vec{\Gamma} = [\vec{m}, \vec{H}]$$

donde $\vec{m}$ es un vector que se denomina *momento magnético* del imán. Sus dimensiones son:

$$[m] = L^3 M T^{-1} Q^{-1}$$

20) *Imanación o polarización magnética*.—La imanación $\vec{J}$ es el momento magnético por unidad de volumen

$$\vec{J} = \frac{\vec{m}}{v}, \quad [J] = M T^{-1} Q^{-1}$$

Sus dimensiones coinciden con las de la inducción.

21) *Susceptibilidad magnética*.—Es un escalar, característico de cada sustancia, que se define por la ecuación

$$\kappa = \frac{\vec{J}}{\vec{H}}$$

Sus dimensiones son:

$$[\kappa] = L M Q^{-2}$$

las mismas que las de la permeabilidad.

22) *Polo magnético.*—Aun cuando las masas magnéticas o polos magnéticos carecen de realidad física y, por tanto, no es necesario hablar de ellas, se suelen definir como tributo al proceso histórico.

En un imán de longitud $\vec{l}$ y momento magnético $\vec{m}$, la masa magnética p de cada polo es un escalar definido por la ecuación:

$$\vec{m} = p \vec{l}$$

Sus dimensiones son:

$$[p] = L^2 M T^{-1} Q^{-1}$$

las mismas que las del flujo magnético.

NECESIDAD DE REFORMAR LAS ECUACIONES DE DEFINICION DE LAS MAGNITUDES MAGNETICAS

Tras del minucioso examen a que ha sido sometido todo lo relacionado con las unidades eléctricas, era de esperar que el nuevo sistema fuese irreprochable. No ocurre así, por desgracia, sino que se da el caso de que hasta los reformadores más atrevidos y los que con menos indulgencia tratan todo lo que era clásico, han dejado pasar inadvertida una incorrección muy importante, porque afecta al concepto de magnitudes físicas de gran trascendencia.

En efecto, el orden lógico para exponer los fenómenos electromagnéticos consiste en comenzar por describir lo que son los campos magnéticos, mostrar que un imán suficientemente pequeño está sometido a un par de fuerzas, y hacer ver que, a igualdad de otras circunstancias, dicho par *depende de la naturaleza* del medio en que se efectúa el experimento.

Ahora bien; si examinamos la fórmula

$$\vec{\Gamma} = [\vec{m}, \vec{H}]$$

nos encontramos con que, dadas las corrientes que engendran el campo $\vec{H}$, el valor de éste queda determinado por la ley de Biot-Savart y, por tanto, es independiente de la naturaleza del medio, y como $\vec{\Gamma}$ varía de un medio a otro, resulta que *el momento magnético $\vec{m}$ de un imán no es una magnitud característica del mismo*, sino que depende del medio

en que se halla sumergido, lo cual es contrario a lo que se quiere expresar con tal denominación.

Esta circunstancia, que no hemos visto señalada por ningún autor, conduce a la misma consecuencia a que, por consideraciones dimensionales, llega Sommerferld (*) cuando dice que es una desgracia el haber dado a $\vec{H}$ el nombre de campo magnético. En efecto, así como se llama campo eléctrico lo que actúa sobre las cargas eléctricas, debiera llamarse campo magnético lo que actúa sobre los imanes, y es el caso que la acción sobre un imán no está determinada por el vector $\vec{H}$, sino por el vector $\vec{B}$, al que se ha dado el nombre de inducción magnética. Cuando en Electricidad escribimos

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}$$

la inducción electrostática $\vec{D}$ (determinada por las cargas con abstracción del medio) es la causa, y $\vec{E}$ (campo) es el efecto. En cambio, cuando en magnetismo ponemos

$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

el vector $\vec{H}$ (determinado por las corrientes, con independencia del medio), es la causa y la inducción electromagnética $\vec{B}$ el efecto. En resumen; los nombres están trastocados, y a estas alturas es ya imposible enderezar el entuerto. Lo único que cabe hacer, para evitar confusiones, es llamar a $\vec{H}$ *excitación magnética*.

Esta falta de correlación entre las denominaciones usadas en Electricidad y en Magnetismo, no sería grave a no ser porque ha transcendido a otras definiciones que resultan notoriamente incorrectas, y a fórmulas de gran transcendencia. Un ejemplo, señalado por Sommerfeld, es la fórmula de Lorentz

$$F = q (\vec{E} + [\vec{v}, \vec{H}])$$

(*) Sommerfeld, al comparar las magnitudes eléctricas con las magnéticas, dice: " $\vec{B}$ und $\vec{E}$ sind Intensitätsgrößen (Kraftgrößen), $\vec{H}$ und $\vec{D}$ quantitätsgrößen (Mengen)". Pohl, loc. cit., emplea el sistema correcto de ecuaciones dimensionales, aunque sin justificarlo, y los electrotécnicos, de un modo empírico, presintieron que no era adecuado el nombre dado al vector $\vec{H}$ y, por eso, se refieren siempre a la fuerza magnetomotriz, a la que denominan *excitación magnética*.

que nos da la fuerza que actúa sobre una carga en movimiento. Al suponer que la permeabilidad carece de dimensiones no se descubre en ella defecto alguno, pero, en cuanto se atribuye a $\vec{H}$ las dimensiones correctas, se ve que es imposible (Sommerfeld la llama "monstruo dimensional") y que ha de escribirse

$$\vec{F} = q (\vec{E} + [\vec{v}, \vec{B}])$$

El mismo yerro se comete, según hemos hecho notar, al suponer que sobre un imán actúa el vector $\vec{H}$.

No hay, pues, más remedio que revisar las definiciones. Conservando las de $\vec{H}$ y $\vec{B}$ se tiene:

19'. *Momenyo magnético m:*

$$\vec{\Gamma} = [\vec{m}, \vec{B}]$$

$$[m] = L^3 T^{-1} Q$$

20'. *Imanación.*

$$\vec{J} = \frac{\vec{m}}{v}$$

$$[J] = L^{-1} T^{-1} Q$$

22'. *Polo magnético p.*

$$\vec{m} = p \vec{l}$$

$$[p] = L T^{-1} Q$$

Definiendo correctamente el momento magnético y la intensidad del polo p , desaparece una gravísima dificultad que a muchos nos ha dejado perplejos, y de la que no he visto explicación satisfactoria. Nos referimos a la ley de Coulomb, que, aplicada a imanes y utilizando el sistema racional, se escribe así:

$$f = \frac{p_1 p_2}{4 \pi \mu r^2}$$

mientras que, en el caso de solenoides, se convierte en (*).

$$f = \mu \frac{p_1 p_2}{4 \pi r^2}$$

(*) Véase, por ejemplo, Cabrera, loc. cit., pág. 178.

Pasando a las ecuaciones de dimensiones, se ve que la fórmula correcta es la segunda, y no la primera. La razón de la discrepancia estriba simplemente en que el significado de p es esencialmente distinto en una y en otra fórmula. En la primera, que es la incorrecta, p no es una magnitud característica del polo considerado, sino que representa el flujo de inducción Φ , magnitud que depende del medio y está ligada con la imanación J por la fórmula

$$\Phi = \mu s J = \mu p$$

pues, como J representa la masa magnética por unidad de superficie, sJ será la masa magnética total. De la fórmula correcta

$$f = \mu \frac{p_1 p_2}{4 \pi r^2}$$

se deduce:

$$f = \frac{\Phi_1 \Phi_2}{4 \pi \mu r^2}$$

que tiene ya la forma de la ley de Coulomb.

Para tener una analogía formal perfecta entre los fenómenos electrostáticos y los magnéticos, hubiera sido preciso llamar permeabilidad magnética a la magnitud (29).

$$\mu' = \frac{1}{\mu}$$

En resumen:

$$\begin{array}{ccc} \vec{E} \text{ corresponde a } \vec{B} & & \\ \vec{D} & \cdot & \vec{H} \\ \epsilon & \cdot & \frac{1}{\mu} \\ \vec{D} = \epsilon \vec{E} & \gg & \vec{H} = \frac{1}{\mu} \vec{B} \end{array}$$

SUSCEPTIBILIDAD E IMANABILIDAD

La susceptibilidad magnética de una sustancia se define por la relación

$$\kappa = \frac{\vec{J}}{\vec{H}}$$

entre la imanación $\vec{J}$ y la excitación $\vec{H}$, y carece de dimensiones. Esta definición no ofrece dificultad cuando se trata de un fluido, pero necesita un examen más detenido en el caso de un cuerpo sólido. Para fijar las ideas, supongamos que la excitación $\vec{H}$ es producida por un solenoide, muy largo en relación con la sección, y que en su interior colocamos el cuerpo sólido. En estas circunstancias, *la imanación $\vec{J}$ depende del medio interpuesto* entre el solenoide y el cuerpo, y como $\vec{H}$ queda determinado por los ampervueltas por unidad de longitud, resulta que la susceptibilidad de un cuerpo sólido depende del medio en que se halla sumergido y, por tanto, *no es una magnitud característica del cuerpo considerado*. Esto nos revela que la definición no corresponde al propósito perseguido, y enseguida se echa de ver que la falta estriba en haber considerado la excitación $\vec{H}$ como causa de la imanación, siendo así que, con un mismo solenoide y la misma corriente, podemos obtener diversas imanaciones, según sea el medio interpuesto. La causa inmediata de la imanación no es la excitación $\vec{H}$, sino la inducción $\vec{B}$, y por eso está indicado definir un nuevo coeficiente, que podemos llamar *imanabilidad*.

$$\iota = \frac{\vec{J}}{\vec{B}}$$

que es la relación entre la imanación $\vec{J}$ que adquiere el cuerpo y la inducción $\vec{B}$ que se le aplica. Sus dimensiones son:

$$[\iota] = L^{-1} M^{-1} Q^2$$

inversas a las de la permeabilidad.

Para hallar la relación entre la susceptibilidad κ y la imanabilidad ι , razonaremos como sigue. Sea un cuerpo colocado dentro de un solenoide, y sea μ_1 la permeabilidad del medio interpuesto. La inducción del solenoide, que vale:

$$\vec{B}_1 = \mu_1 \vec{H}$$

provoca en el cuerpo una imanación

$$\vec{J} = \iota \vec{B}_1$$

o sea:

$$\vec{J} = \iota \mu_1 \vec{H}$$

Por tanto, la susceptibilidad vale:

$$\kappa = \frac{\vec{J}}{\vec{H}} = \iota \mu_1$$

y resulta ser igual al producto de la imanabilidad del cuerpo por la permeabilidad del medio, siendo, por tanto, dependiente de éste, como habíamos previsto.

Averigüemos ahora la relación existente entre la permeabilidad y la imanabilidad de un mismo cuerpo. Supongamos que entre el cuerpo y el solenoide existe el vacío. La inducción $\vec{B}$, medida con un carrete que rodee el cuerpo, se compondrá de la inducción debida al carrete y de la debida a la imanación:

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{J}) = \mu_0 (1 + \iota \mu_0) \vec{H}$$

luego:

$$\mu = \mu_0 (1 + \iota \mu_0)$$

o bien:

$$\mu = \mu_0 (1 + \kappa_0)$$

donde κ_0 es la susceptibilidad del cuerpo con relación al vacío.

LAS UNIDADES EN EL SISTEMA GIORGI

El gran mérito del sistema de unidades de Giorgi consiste en haber elegido las unidades fundamentales de modo que las unidades derivadas coincidan, en números redondos, con las del sistema práctico.

Las unidades fundamentales son: el metro, el kilogramo-masa, el segundo y el amperio. Las tres primeras magnitudes han sido ya perfectamente definidas, y no hemos de insistir sobre ellas.

En el sistema Giorgi, la unidad de fuerzas recibe el nombre de Dina grande (símbolo Din) o de Newton (símbolo N), y vale

$$1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \times 1 \text{ m/1 seg}^2 = 10^5 \text{ dinas}$$

La unidad de energía es el joule:

$$1 \text{ joule} = 1 \text{ N} \times 1 \text{ m} = 10^7 \text{ ergios}$$

y la de potencia el watio.

$$1 \text{ watt} = 1 \text{ joule/1 seg} = 10^7 \text{ erg/seg}$$

Respecto de la cuarta unidad fundamental, el amperio, todavía no ha recaído acuerdo por parte de la Comisión Internacional de Pesos y medidas, que es la entidad competente; pero en junio de 1939, la Comisión consultiva de Electricidad propuso la siguiente definición: *El amperio (símbolo A) es la corriente eléctrica que, al recorrer dos circuitos rectilíneos, paralelos, de longitud infinita, y de sección circular despreciable, situados a la distancia de 1 metro, en el vacío, producen entre los conductores la fuerza de 2×10^{-7} newtones, por metro de longitud.* Si recordamos lo dicho con relación a la paradoja que resulta de identificar las corrientes con las cargas en movimiento, se echa de ver que tal definición es poco afortunada, pues entre los conductores, además de las acciones magnéticas, se ejercen acciones electrostáticas que dependen de que, al circular por ellos la corriente, necesariamente ha de variar la densidad de carga de un punto a otro, pues sin ello no habría caída de potencial. De todos modos, se ve claramente que el propósito de la Comisión consultiva de Electricidad es mantener las viejas relaciones entre las unidades prácticas y las del sistema electrostático cgs usual:

$$1 \text{ amperio} = 3 \times 10^9 \text{ u. e. cgs}$$

con lo que resulta

$$1 \text{ amperio} = \frac{3 \times 10^9}{c} \approx \frac{1}{10} \text{ u.m. cgs}$$

Con esto podemos ya definir todas las unidades derivadas del sistema Giorgi y hallar su relación con las unidades cgs. Así resultan los siguientes cuadros:

MAGNITUDES Y UNIDADES ELECTRICAS EN EL SISTEMA GIORGI

NOMBRE	DEFINICIÓN	DIMENSIONES	UNIDAD	U. e. cgs usuales	U. m. cgs usuales ($\epsilon = 3 \times 10^9$ cgs)
Carga q	$i = \frac{dq}{dt}$	Q	culombio	$= 3 \times 10^9$	$= 10^{-1}$
Intensidad i		$T^{-1} Q$	amperio	$= 3 \times 10^9$	$= 10^{-1}$
Potencial V	$W = q(V_A - V_B)$	$L^2 M T^{-2} Q^{-1}$	voltio	$= \frac{1}{3 \times 10^9}$	$= 10^8$
Fuerza electromotriz E	$dW = E i dt$	$L M T^{-2} Q^{-1}$	volt/metro	$= \frac{1}{3 \times 10^9}$	$= 10^8$
Campo $\vec{E}$	$\vec{f} = q \vec{E}$	$L^2 M T^{-2} Q^{-1}$	ohmio	$= \frac{1}{9 \times 10^{11}}$	$= 10^9$
Resistencia r	$v = i r$	$L^2 M T^{-1} Q^{-2}$	mho	$= 9 \times 10^{11}$	$= 10^{-9}$
Conductancia G	$G = \frac{1}{r}$	$L^{-2} M^{-1} T Q^2$	metro $\times$ ohmio	$= \frac{1}{9 \times 10^9}$	$= 10^{11}$
Resistividad ρ	$\rho = \frac{r s}{l}$	$L^3 M T^{-1} Q^{-2}$	mho/metro	$= 9 \times 10^9$	$= 10^{-11}$
Conductividad γ	$\gamma = \frac{1}{\rho}$	$L^{-3} M^{-1} T Q^2$	faradio	$= 9 \times 10^{11}$	$= 10^{-9}$
Capacidad C	$C = \frac{q}{V}$	$L^{-2} M^{-1} T^2 Q^2$	farad/metro	$= 4 \pi \times 9 \times 10^9$	$= 4 \pi \times 10^{-11}$
Constante dieléctrica ϵ	$\epsilon = \frac{C l}{s}$	$L^{-2} M^{-1} T^2 Q^2$	culomb/m ²	$= 4 \pi \times 3 \times 10^9$	$= 4 \pi \times 10^{-5}$
Inducción $\vec{D}$	$D = \frac{q}{s}$	$L^{-2} Q$	culombio	$= 3 \times 10^9$	$= 10^{-1}$
Flujo ϕ	$\phi = \int (\vec{D} \cdot \vec{n}) ds$	Q	henrio	—	—
Inductancia L	$E = L \frac{di}{dt}$	$L^2 M Q^{-2}$	—	—	—

Para pasar del sistema racional al usual, basta reemplazar s por $\epsilon/4\pi$ y D por $D/4\pi$, lo cual equivale a decir que la unidad racional es 4π veces mayor que la usual.

El valor dado últimamente por Michelson para la velocidad de la luz es $c = 2,99796 \times 10^{10}$ cm/seg.

MAGNITUDES Y UNIDADES MAGNETICAS EN EL SISTEMA GIORGI

NOMBRE	DEFINICIÓN	DIMENSIONES	UNIDAD	U. e. cgs usuales	U. m. cgs usuales
Excitación $\vec{H}$	$H = \frac{n i}{l}$	$L^{-1} T^{-1} Q$	ampervuelta/m	$4 \pi \times 3 \times 10^7 =$	$4 \pi \times 10^{-3}$ versted
Fza. magnetomotriz F	$F = n i$	$T^{-1} Q$	ampervuelta	$4 \pi \times 3 \times 10^9 =$	$4 \pi \times 10^{-1}$ gilbert
Flujo Φ	$E = \frac{d \Phi}{d t}$	$L^2 M T^{-1} Q^{-1}$	weber	$\frac{1}{3 \times 10^9} =$	10^8 maxwell
Inducción $\vec{B}$	$\Phi = \int (\vec{B}, \vec{n}) d s$	$M T^{-1} Q^{-1}$	weber/m ²	$\frac{1}{3 \times 10^6} =$	10^4 gauss
Reluctancia S	$S = \frac{F}{\Phi}$	$L^2 M^{-1} Q^2$	ampervuelta/weber	$4 \pi \times 9 \times 10^{11} =$	$4 \pi \times 10^{-9}$
Permeabilidad μ	$\vec{B} = \mu \vec{H}$	$L M Q^{-2}$	weber $\times$ m/ampervuelta	$1/4 \pi \times 9 \times 10^{13} =$	$10^7/4 \pi$
Momento $\vec{m}$	$\left\{ \begin{array}{l} \vec{T} = [\vec{m}, \vec{B}]^* \\ \vec{T} = [\vec{m}, \vec{H}] \end{array} \right.$	$L^2 T^{-1} Q$	vatio $\times$ seg $\times$ m ² /weber	$3 \times 10^3 =$	10^3
Imanación J	$\vec{T} = \frac{\vec{m}}{v}$	$L^3 M T^{-1} Q^{-1}$	weber $\times$ metro	$1/3 =$	10^{10}
Susceptibilidad χ	$\vec{T} = \frac{\vec{m}}{v}$	$\left\{ \begin{array}{l} L^{-1} T^{-1} Q^* \\ M T^{-1} Q^{-1} \end{array} \right.$	ampervuelta/m	$3 \times 10^7 =$	10^{-3} oersted
	$\vec{T} = \frac{\vec{m}}{v}$	$\left\{ \begin{array}{l} L^0 M^0 T^0 Q^0^* \\ L M Q^{-2} \end{array} \right.$	weber/m ²	$1/3 \times 10^6 =$	10^4 gauss
Polo p	$\vec{m} = p \vec{l}$	$\left\{ \begin{array}{l} L T^{-1} Q^* \\ L^3 M T^{-1} Q^{-1} \end{array} \right.$	weber/m $\times$ ampervuelta	$1/4 \pi \times 9 \times 10^{13} =$	$10^7/4 \pi$
	$\vec{l} = \frac{\vec{m}}{B}$	$L^{-1} M^{-1} Q^2$	amper $\times$ metro	$3 \times 10^{11} =$	10
Imanabilidad ϵ	$\vec{l} = \frac{\vec{m}}{B}$	$L^{-1} M^{-1} Q^2$	weber	$1/3 \times 10^2 =$	10^8 maxwell
			ampervuelta $\times$ m/weber	$9 \times 10^{13} =$	10^{-7}

* Según la definición correcta (pág. 39).

LAS CONSTANTES ELECTROMAGNETICAS DEL ESPACIO

Si en lo sucesivo va a emplearse un sistema único de unidades electromagnéticas, y es de prever que el sistema electrostático y el electromagnético sean relegados al olvido, cabe preguntar: ¿qué pasa con aquella famosa ley, en cuya virtud la relación entre las unidades de carga en uno y otro sistema es igual a la velocidad de la luz en el vacío? Vamos a ver que, en el nuevo sistema, no sólo pierde su apariencia disparatada, sino que se expresa en una forma mucho más sugestiva, con lo que se pone de relieve toda su transcendencia.

Tomemos dos cargas iguales, midámoslas con la unidad arbitraria que se adopte en el sistema Giorgi, y sea q el valor obtenido. Puestas estas cargas en el vacío, a la distancia r , se repelerán con la fuerza:

$$f = \frac{q^2}{4 \pi \epsilon_0 r^2}$$

donde ϵ_0 es la constante dieléctrica del vacío.

Para medir dichas cargas en el sistema electrostático, basta medir la fuerza f y suponer $\epsilon_0 = 1$. El número obtenido q_e será tal que:

$$f = \frac{q_e^2}{4 \pi r^2}$$

con lo que resulta

$$q_e = \frac{q}{\sqrt{\epsilon_0}}$$

Para medir las cargas en cuestión en el sistema electromagnético, hagámoslas circular por sendos alambres rectilíneos y paralelos, de modo que se obtengan corrientes constantes de intensidad i durante un tiempo t . Puestas ambas corrientes en el vacío, cada una ejercerá sobre un segmento l de la otra una fuerza

$$f = \mu_0 \frac{i^2 l}{2 \pi r} = \mu_0 \frac{q^2 l}{2 \pi r i^2}$$

siendo μ_0 la permeabilidad del vacío. El valor de la carga en cuestión,

en el sistema electromagnético, se calculará con la fórmula precedente, haciendo en ella $\mu_0 = 1$, con lo que resulta:

$$g_m = g \sqrt{\mu_0}$$

Con esto, la relación

$$\frac{g_e}{g_m} = c$$

se convierte en:

$$\sqrt{\epsilon_0 \mu_0} = c$$

de modo que *el producto de la constante dieléctrica por la susceptibilidad magnética del vacío es igual a la inversa del cuadrado de la velocidad de la luz.*

En el sistema electrostático cgs usual, se tenía $\epsilon_0 = 1$, luego (v. el cuadro).

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi \times 9 \times 10^9} \text{ farad/metro} = 8,84 \times 10^{-12} \text{ farad/metro}$$

En el sistema electromagnético cgs usual era $\mu_0 = 1$, luego

$$\mu_0 = \frac{4\pi}{10^7}$$

Como comprobación se ve que:

$$\epsilon_0 \mu_0 = \frac{1}{9 \times 10^{16}} \text{ seg}^2/\text{m}^2$$

LA CARGA DEL ELECTRON Y EL ELECTRON-VOLTIO

El valor que merece actualmente más confianza para la carga del electrón es (*)

$$e = (4,796 \pm 0,005) \times 10^{-10} \text{ u.e.cgs}$$

En consecuencia será:

$$e = (1,599 \pm 0,002) \times 10^{-19} \text{ G}$$

(*) *Investigación y progreso*, XI, 50, 1940.

En Física atómica se usa como unidad de energía el electrón-voltio (eV), que es la energía liberada por un electrón cuando sufre la caída de potencial de un voltio. Se tiene inmediatamente:

$$1 \text{ eV} = 1,599 \times 10^{-19} \text{ joules} = 1,599 \times 10^{-12} \text{ ergios}$$

EL SISTEMA INTERNACIONAL

Adoptada la cuarta unidad fundamental, queda completo el sistema acorde de unidades, y ya no puede haber arbitrio en la elección de ninguna otra unidad. La cuestión se complicó, sin embargo, por la necesidad de construir patrones de las unidades más usuales, con el fin de facilitar la comprobación de los aparatos de medida, y así nació, en el IV Congreso Internacional de Electricidad celebrado en Chicago, en el año 1893, el *sistema Internacional* que adoptó el amperio y el ohmio como unidades fundamentales (*).

En la conferencia internacional de Unidades Eléctricas de 1908, en Londres, se convino en adoptar los siguientes patrones:

El *amperio internacional* (A int.) es la corriente eléctrica constante que, al pasar por una disolución acuosa de nitrato de plata, deposita 1,11800 mg. de plata en un segundo.

El *ohmio internacional* (O int.). Es la resistencia eléctrica a 0° C de una columna de mercurio, con una masa de 14,4521 gramos, de sección constante, y una longitud de 106,300 cm. de longitud. La sección de tal columna es 1 mm²; pero la definición se funda en la masa, porque se presta a una medida más exacta.

Con estas dos unidades y el segundo, se constituye el sistema internacional, formado por las siguientes ecuaciones de definición:

Coulomb int.	$q = i t$
Volt int. (V int.)	$V = R i$
Farad int. (F int.)	$q = C V$
Weber int. (Wb int.)	$\epsilon = - \frac{d \Phi}{d t}$
Henrio int. (H. int.)	$\Phi = L i$
Watt int. (W int.)	$P = V i$

La VIII Conferencia general de Pesas y Medidas de 1933, en París, reconociendo que la medida absoluta de la corriente se hace hoy con

(*) Tomamos todos estos datos de (4).

mayor precisión que la medida de la plata depositada en un voltámetro, y que lo mismo sucede con la medida de resistencias, propuso el abandono del sistema internacional. En octubre de 1935, la Comisión internacional de Pesos y Medidas señaló la fecha de 1 de enero de 1940 para tomar el acuerdo definitivo, y en junio de 1939, poco antes de que estallase la guerra, aconsejó, para evitar confusiones, que durante el período de transición se agregase a los nombres de las unidades los calificativos *internal* (int.) y *absoluto* (abs.) y propuso los siguientes factores de conversión:

$$1 \text{ A int.} = 0,9999 \text{ A abs.} ; 1 \text{ O int.} = 1,0005 \text{ O abs.}$$

con lo que resulta:

$$\begin{aligned} 1 \text{ C int.} &= 0,9999 \text{ C abs.} \\ 1 \text{ V int.} &= 1,0004 \text{ V abs.} \\ 1 \text{ F int.} &= 0,9995 \text{ F abs.} \\ 1 \text{ Wb int.} &= 1,0004 \text{ Wb abs.} \\ 1 \text{ H int.} &= 1,0005 \text{ H abs.} \\ 1 \text{ W int.} &= 1,0003 \text{ W abs.} \end{aligned}$$

Como se ve, las unidades internacionales difieren muy poco de las unidades Giorgi, de modo que, sólo en casos muy raros, habrá necesidad de alterar la graduación de los aparatos provistos de la escala internacional.

SINOPSIS DE LAS FORMULAS MAS IMPORTANTES

Damos, a continuación, una lista de las fórmulas más importantes escritas en el sistema Giorgi. Además, como dudamos que se adopte la racionalización de Heaviside, repetimos, en cada caso, la fórmula tal como resultaría en el sistema usual.

a) *Campos electrostático y magnetostático.*

Potencial de una carga puntual:

$$V = \frac{q}{\epsilon_4 \pi r} ; V = \frac{q}{\epsilon r}$$

Potencial de un polo magnético:

$$F = \mu \frac{q}{4 \pi r} ; F = \mu \frac{p}{r}$$

Campo eléctrico de una carga puntual:

$$E = \frac{q}{\epsilon 4 \pi r^2} ; E = \frac{q}{\epsilon r^2}$$

Campo magnético de un polo:

$$H = \mu \frac{p}{4 \pi r^2} ; H = \mu \frac{p}{r^2}$$

Leyes de Coulomb:

$$F = \frac{q_1 q_2}{\epsilon 4 \pi r^2} ; F = \mu \frac{p_1 p_2}{4 \pi r^2}$$

$$F = \frac{q_1 q_2}{\epsilon r^2} ; F = \mu \frac{p_1 p_2}{r^2}$$

Campo eléctrico en la proximidad de una carga superficial σ :

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon} ; E = \frac{\epsilon}{4 \pi \sigma}$$

Fuerza sobre una carga en reposo:

$$\vec{F} = q \vec{E}$$

Fuerza sobre un polo magnético:

$$\vec{F} = p \vec{B}$$

Teoremas de Gauss:

$$q = \iint D_n ds ; 4 \pi q = \iint D_n ds$$

$$p = \iint H_n ds ; 4 \pi p = \iint H_n ds$$

Densidad de energía eléctrica:

$$w_e = \frac{1}{2} \epsilon E^2 ; w_e = \frac{1}{8 \pi} \epsilon E^2$$

Densidad de energía magnética:

$$w_m = \frac{1}{2} \mu H^2 = \frac{1}{2 \mu} B^2 ; w_m = \frac{1}{8 \pi} \mu H^2 = \frac{1}{8 \pi \mu} B^2$$

Polarización dieléctrica:

$$\vec{P} = \vec{D} - \epsilon_0 \vec{E} = (\epsilon - \epsilon_0) \vec{E} ; \vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + 4 \pi \vec{P}$$

Susceptibilidad eléctrica:

$$\epsilon' = \epsilon - \epsilon_0$$

Capacidad de un condensador plano:

$$C = \frac{\epsilon s}{l} ; C = \frac{\epsilon s}{4 \pi l}$$

Capacidad de una esfera:

$$C = 4 \pi \epsilon r ; C = \epsilon r$$

Energía de un condensador:

$$W = \frac{1}{2} C V^2$$

b) *Corriente eléctrica.*

Campo magnético de una corriente rectilínea:

$$H = \frac{i}{2 \pi r} ; H = \frac{2 i}{r}$$

Campo magnético en el centro de una corriente circular:

$$H = \frac{i}{2 r} ; H = \frac{2 \pi i}{r}$$

Ley de Biot-Savart:

$$dH = \frac{i dl \sin \theta}{4 \pi r^2} ; dH = \frac{i dl \cdot \sin \theta}{r^2}$$

Fuerza magnetomotriz a lo largo de una curva cerrada que rodea n veces una corriente:

$$F = n i ; F = 4 \pi n i$$

Campo magnético dentro de un solenoide muy largo:

$$H = \frac{n i}{l} ; H = \frac{4 \pi n i}{l}$$

c) *Inducción electromagnética.*

Polarización magnética:

$$\vec{J} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{H} = \vec{H} \left(\frac{\mu}{\mu_0} - 1 \right) ; \vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + 4 \pi \vec{J})$$

Susceptibilidad magnética:

$$\chi = \frac{\vec{J}}{\vec{H}} = \frac{\mu}{\mu_0} - 1 ; \chi = \frac{1}{4 \pi} \left(\frac{\mu}{\mu_0} - 1 \right)$$

Fuerza electromotriz inducida:

$$E = - N \dot{\Phi}$$

$$\Phi = \iint B_n d s$$

Fuerza sobre una corriente en un campo:

$$\vec{F} = [\vec{B} \vec{i}] l$$

d) *Campo electromagnético.*

Fórmulas fundamentales:

$$\operatorname{div} \vec{D} = \delta ; \operatorname{div} \vec{D} = 4 \pi \delta$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{i} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} ; \operatorname{rot} \vec{H} = 4 \pi \vec{i} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

Fuerzas sobre una carga en movimiento:

$$\vec{F} = q (\vec{E} + [\vec{v}, \vec{B}])$$

Vector radiante de Poynting:

$$\vec{S} = [\vec{E}, \vec{H}] ; \vec{S} = \frac{1}{4 \pi} [\vec{E}, \vec{H}]$$

Velocidad de propagación de las ondas electromagnéticas:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}}$$

¿SERA DEFINITIVO EL SISTEMA GIORGI?

Cuando, tras tantas vicisitudes, se ha logrado un sistema coherente, que elimina todos los inconvenientes de los antiguos, está justificada la esperanza de haber conseguido algo definitivo. Pero inesperados y sorprendentes descubrimientos, fruto de las modernas investigaciones, nos obligan a ser cautos y, en efecto, hay ya síntomas de que no bastan cuatro unidades fundamentales para tener un sistema acorde.

La fusión de las magnitudes magnéticas con las eléctricas está basada en la hipótesis de Ampère, según la cual todos los efectos magnéticos son debidos a cargas eléctricas en movimiento. Ahora bien; el descubrimiento del neutrón, partícula que forma parte de todos los núcleos atómicos y que está dotada de un momento magnético, a pesar de carecer de cargas eléctricas, hace que tal hipótesis no merezca tanta confianza como antes, y que esté en su lugar el pensar en la necesidad de una quinta magnitud fundamental, cuando menos en la Física del átomo (30).

* * *

Llego al final de mi discurso con el temor de haber abusado de vuestra atención con estas enmarañadas disquisiciones, y me veo obligado a justificarme por no haber elegido tema más ameno, por ejemplo algo re-

lacionado con los maravillosos adelantos contemporáneos en el campo de la hipermicroscopía, de la aerodinámica, de la constitución del átomo, etc. Mi justificación consiste en que todos debemos poner nuestra actividad al servicio de la reconstrucción de España, y hemos de huir de lo espectacular para consagrarnos de lleno a la labor útil y fecunda, aunque no sea ni brillante ni amena. Dios ha querido premiar mis esfuerzos haciendo que encontrase un manojo de espigas donde parecía ya totalmente levantada la cosecha. Me refiero a haber descubierto las definiciones correctas del momento magnético, de la imanación y del polo magnético, e introducido una nueva magnitud, la imanabilidad. Pero mi trabajo ha tenido una recompensa mucho más halagadora, y os pido albricias porque voy a daros una buenísima noticia que va a llenar de gozo vuestro pecho de españoles.

Ya en prensa este discurso, tuve ocasión de informar de su contenido a mi querido y joven colega D. Ricardo San Juan, uno de los ricos frutos de la escuela de nuestro gran matemático Rey Pastor. Hice hincapié en la necesidad de distinguir entre sistemas de magnitudes y sistemas de unidades, en las condiciones que habían de cumplir los primeros para ser acordes, en que las dimensiones no daban la esencia de las magnitudes porque aquéllas cambiaban al cambiar de sistema, etc., etc., y en su cerebro de matemático surgió súbitamente el deseo de buscar una analogía entre lo que yo le refería y cierto algoritmo modernísimo en cuyo estudio se ocupaba. Durante dos o tres días vivió mi amigo abstraído y en vigilia continua. De vez en cuando venía a darme cuenta de sus progresos y a cotejar sus hallazgos con mis borradores. Desde el primer momento tuve la seguridad de que se trataba de riquísimo filón y mis esperanzas han quedado colmadas.

Sobre el manuscrito de este trabajo que acabo de leeros, en un asunto al que han dedicado su atención los mejores físicos del mundo sin lograr penetrar a fondo, ha hecho nuestro joven compatriota una teoría general de las dimensiones, perfectamente encuadrada en el Algebra moderna, descubriendo además que los sistemas de dimensiones usados en cada disciplina de la Física forman grupos abelianos con base finita, análogos a los sistemas hipercomplejos, lo cual le permite sistematizar las teorías físicas como lo hizo Klein con las geometrías en su famoso programa de Erlangen, y resultan así elegantemente clasificados los sistemas de unidades y sus transformaciones, tanto cuando se conserva la base, como se hacía hasta ahora, como cuando se cambia ésta. Aquí se encuentra la clave para distinguir el paso de un sistema electrostático a otro del mismo tipo o a uno electromagnético.

BIBLIOGRAFIA

TABLAS DE CONSTANTES.

International Critical Tables. Vol. 5. 1926.

Landolt, Börstein. Physikalische- Chemische Tabellen. Berlin 1923.

Société Française de Physique. Recueil de Constantes Physiques. Paris 1913.

TRABAJOS DE CONJUNTO SOBRE MAGNITUDES FÍSICAS.

(1) J. Wallot. Handbuch der Physik. T. II. 1926.

(2) N. Ernest Dorsey. International Critical Tables. I. 18.

(3) José Oñate y Guillén: Una teoría de las magnitudes y su aplicación a la Física. Colección de artículos publicados en la Revista del Centro de Estudios Científicos, San Sebastián. Magnitudes y Unidades, *id. id.*, núm. 3, 1933.

C. Sáenz García, Dimensiones imaginarias de algunas magnitudes físicas. *Las Ciencias*, 5, 293, 1940.

(4) H. Amorim Ferreira: Grandezas e Unidades Físicas. Lisboa, 1940.

ECUACIONES DIMENSIONALES.

(5) J. B. J. Fourier: *Theorie analytique de la chaleur*. Breslau, 1883.

(6) F. Ehrenfest- Afanassjewa: *Math. Ann.*, 77, 259, 1916.

(7) F. London: *Phys. Zeitschr.*, 23, 262, 289, 1922.

(8) A. Selleris: *Saggio sull'interpretazione delle misure e delle leggi naturalli*. Palermo, 1924.

DEDUCCIÓN DE ECUACIONES POR CONSIDERACIONES DIMENSIONALES.

(9) A. Einstein: *Ann. d. Phys.*, 35, 686, 1911.

(10) Lord Rayleigh: *Nature*, 95, 66, 644, 1915.

(11) C. Runge: *Phis. Zeitschr.* 17, 202, 1916.

(12) L. Hopf: *Naturwissensch.* 8, 81, 107, 1920.

(13) E. Buckingham: *Phil. Mag.* (6) 42, 696, 1921; 48, 141, 1924.

SISTEMA NATURAL DE UNIDADES.

- (14) Max Planck: Vorlesungen über die Theorie der Wärmestrahlung, pág. 159, Leipzig, 1906.
- (15) G. N. Lewis: Phil. Mag. 45, 266, 1923; 49, 739, 1925.
- (17) N. R. Campbell: Phil. Mag. 47, 159, 1924; 49, 1075, 1925.
- (18) J. Lodge: Phil. Mag. 49, 751, 1925.

UNIDADES ELÉCTRICAS.

- (19) A. W. Rücker: Proc. Phys. Soc. X, 37, 1888.
- (20) O. Heaviside. Electromagnetic Theorie. Londres, 1893.
- (21) E. Cohn: Das elektromagnetische Feld. Leipzig, 1900.
- (22) G. Giorgi: Nuovo Cim. (5) 7, 4.
- (23) F. Runde: Elektrost. Zs. 25, 432, 1904.
- (24) D. Robertson: Electrician (Londres), abril, 1904, p. 24.
- (25) G. Mie: Lehrbuch der Elektrizität und Magnetismus. Stuttgart, 1910.
- (26) E. Buckingham: Phys. Rev. (2) 4, 345, 1914.
- (27) M. Abraham y A. Föppl: Theorie der Elektrizität, 7.^a ed., I, p. 55, Leipzig, 1923.
- (28) G. A. Campbell: A definitive system of units. Bull. of the Nat. Research. Counc., núm. 93; Washington D. C. 1933.
- (29) A. Sommerfeld: Phys. Zeitsch. 36, 814, 1935; Ann. d. Phys. 36, 335, 1939.
- (30) F. Hund: Phys. Zeitsch. 39, 376, 1938.