

REAL ACADEMIA DE CIENCIAS
EXACTAS, FÍSICAS Y NATURALES

DISCURSO

LEÍDO EN EL ACTO DE SU RECEPCIÓN

POR

D. PEDRO CARRASCO GARRORENA

Y

CONTESTACIÓN

DEL ACADÉMICO

D. CECILIO JIMÉNEZ RUEDA

EL DÍA 11 DE DICIEMBRE DE 1929



MADRID

IMPRESA ARTÍSTICA SÁEZ HERMANOS
NORTE, 21. TELÉFONO 16.244

1929

LA INVESTIGACION DE PERIODICIDADES
Y LA ACTIVIDAD SOLAR



D I S C U R S O

DE

D. PEDRO CARRASCO Y GARRORENA

SEÑORES ACADEMICOS:

Perdonadme que no encubra con engañosa modestia la íntima satisfacción, que siento en estos momentos, para mí solemnes.

Profesar la Ciencia es buscar la verdad, desembarazándola de toda hojarasca que la oculte ó disimule; y los que, como yo, cultivamos pobre, pero honradamente, nuestro jardín, somos sinceros ante todo; tal vez porque la sinceridad no sea sino la manifestación exterior de nuestra verdad interna. ¡Cómo buscar la verdad fuera de nosotros, si falseamos la verdad de nosotros mismos!

Perdonadme también que no rinda pleitesía ante la generosidad que hasta vosotros me eleva, ni ensalce vuestros méritos sin par, quitando sus trompetas a la Fama: mi obligada gratitud pudiera sonar en estos momentos a lisonja. Y niño aún, me enseñaron que la lisonja fácilmente degenera en adulación, y ésta pone el rubor en las mejillas del hombre ecuánime que la escucha y ensucia los labios del que la emite.

Y disculpad el orgullo con que entro en esta moderna orden que consagra su culto a la más augusta y recatada dama, la Ciencia; que envuelto por vuestra caballerosidad siento acrecerse la mía. ¡Y qué sois vosotros, sino ardientes paladines de una sin par Dulcinea, creada en vuestros cerebros sobre la realidad grosera de los hechos!

Sois muchos, señores académicos, los que ocupáis capítulos de mi vida pretérita; unos despertasteis en mí el santo e inquebrantable amor al maestro; otros excitasteis mi admiración, afirmando mi fe en los destinos de nuestra raza. Pero, en medio del positivismo reinante, me impresionó más tal vez el conocimiento íntimo de vuestra caballerosidad y vuestra nobleza.

Mi saludo os hará comprender la emoción intensa que embarga mi alma al recordar a aquel modelo de caballeros que se llamó en vida D. Gustavo Fernández Bastos. Que sus manes me sean propicios en mi actuación académica; que me inspiren la equidad, la rectitud de juicio y la entereza de ánimo que informaron siempre sus determinaciones, ya que el vacío que ha dejado en esta docta Casa será indeleble y mis energías escasas para suplirle. Si su vida hubiera florecido en la Grecia inmortal, Diógenes no hubiera tenido que encender su linterna para buscar un hombre.

Tal vez nos vimos y hablamos menos veces que dedos tiene mi diestra, y aún siento en mi mano el calor efusivo, la energía que comunicaba aquel gran corazón. Vosotros, que tuvisteis la felicidad de convivir con él, podréis igualar, pero no superar, el sentimiento hondo, de cálido afecto, que dejó incrustado en mi espíritu.

Su decidido entusiasmo por las ciencias aplicadas le condujo a la Escuela de Ingenieros de Minas, que abandonó para opositar en el Cuerpo de Ingenieros de la Armada. Ingresó en éste, donde ha dejado una profunda huella de su paso, una labor educadora admirable y un prestigio immaculado. Este general de la Armada, que ya *per se* merecía el tratamiento de Excelencia, fué profesor de «Construcción naval y máquinas de vapor» durante seis años y a ese período docente de su vida debemos unas «Lecciones de cons-

trucción naval» y un «Curso elemental de máquinas de vapor», obras que no sólo realizaron a maravilla su finalidad pedagógica, sino que merecieron plácemes de esta Academia y fueron utilizadas con frecuencia por cuantos ingenieros calculan y emplean estas máquinas, siendo alabados por todos la claridad, precisión, sencillez y elegante estilo que las caracteriza.

Como escritor, dejó brillantes y numerosos artículos, en la «Revista de Marina» especialmente. Como técnico, desempeñó delicadas misiones oficiales en España y el extranjero; redactó el «Reglamento para manejo y conservación de máquinas y calderas de la Armada» y publicó trabajos diversos, cual la «Teoría y descripción del servomotor Tallerie» y «Descripción de un aparato apropiado para facilitar el arrastre de buques en el varadero de Santa Rosalía», etc., etc.

Minaba ya la enfermedad traidora su existencia la última vez que hablamos, y animoso, con la cara radiante de entusiasmo, me explicaba el problema que preocupaba su espíritu, el que llamaba del forro líquido de los barcos, señalando así gráficamente la capa de régimen turbillionario tan fundamental en los problemas del movimiento de un sólido en el seno de un líquido. Cuantos conocen de viscosidad y de navegación marítima o aérea, comprenderán la importancia y la enorme dificultad de estos problemas, que habrán de estudiarse forzosamente mucho tiempo, ya que la Ciencia camina aún en este punto entre empirismos y cálculos aproximados, fundados en hipótesis de simplificación. Y vuestro ilustre compañero, aferrado al problema, con modestia y con tesón a un tiempo, pero con intuición admirable, clamaba por atraer a estos asuntos y a sus originales ideas la atención de los investigadores. Tal vez llame la atención de alguno la complicación aparente que intentaba dar a la superficie del barco en

contacto con el líquido; pero recordad la obra de la maestra Naturaleza, en los seres condenados a moverse entre las aguas, con sus cabezas en espolón de proa y sus costados recubiertos de escama. Y cosa parecida pretendía el ingenioso ingeniero, a pesar, me atrevo a afirmarlo, de que tal semejanza no había pasado por su imaginación.

La impresión que su prestancia, su gesto enérgico y cortés y la penetrante viveza de sus ojos despertaron en mí, fué profunda.

Parecía que un corazón y una voluntad pugnaban por salir a un tiempo de sus labios. No creo que definitivamente se fuera. Y aún confío, en alguna correría nocturna por las callejuelas de Toledo, cuando las luces del día cedieron su paso a las tinieblas de la noche, volver a tropezar con este caballero don Gustavo, que abandonando a sus compañeros en los lienzos en que el Greco los fijara, venga a mí, y arrastrándome a silenciosa rinconada, me pregunte qué ha sido de alguno de los problemas que inquietaban su espíritu.

* * *

Existe un capítulo de la Matemática formado por teorías diversas y aparentemente distintas, en el que a mi entender no se ha sistematizado todo lo debido. Me refiero a cuestiones tan variadas como las que conducen a la expresión de funciones más o menos complicadas, mediante otras funciones más sencillas, las llamadas elementales, por ejemplo: una función definida, continua en un intervalo dado, sin polos en dicho intervalo o con un número finito de polos, admite infinitos modos de descomposición en suma de otras funciones. Esta afirmación de puro evidente es una vulgaridad, pero creo que el sello de vulgaridad es la razón de los axiomas y postulados en que se cimenta la Ciencia.

Restadle a una función dada F , otra función arbitrariamente elegida f y es evidente que F será la suma de la función f y de otra función $g = F - f$. Repetid el artificio cuantas veces queráis, sobre las sucesivas funciones g , g' , g'' ... y habréis conseguido, en formas variadas hasta lo infinito, realizar la descomposición pretendida para F .

Esto no pasa de un inocente entretenimiento, mientras la elección de las funciones f , f' , f'' ..., y la naturaleza de las funciones g , g' , g'' resultantes no traigan alguna simplificación al problema. Sería, y valga el ejemplo, como si un hombre agobiado de deudas pretendiera liquidarlas, contrayendo otras con nuevos acreedores para satisfacer caprichosamente el débito primitivo. En cambio esa deuda global, fragmentada en pequeñas cantidades, puede ser satisfecha parcial y sucesivamente; y del mismo modo una función inabordable para el cálculo directo de los valores numéricos correspondientes a otros arbitrarios de la variable independiente, puede evaluarse descomponiéndola en funciones parciales más sencillas, que el matemático domina e incluso puede tener tabuladas.

Enfocado así el problema, se comprende el esfuerzo de los matemáticos para expresar las diversas funciones que creó su mente, o les impuso el cálculo (ecuaciones diferenciales, integrales o integro-diferenciales) o la observación e interpretación de los fenómenos naturales (teorías mecánicas, astronómicas y físicas), como suma de otras funciones ya conocidas, de funciones primitivas que por tener propiedades particulares simplificaban el problema, y si fuera posible mediante las funciones elementales del análisis. Desgraciadamente para el que cultiva la ciencia aplicada, felizmente tal vez para el matemático puro, esta descomposición en funciones parciales, no ha sido posible sino en contadísimos

casos, y al fijar la naturaleza analítica de los términos de esta suma arbitraria se ha encontrado con la imposibilidad de realizar la descomposición con un número limitado de términos: ha surgido la serie.

Imaginad un artífice encargado de embaldosar un pavimento y dadle libertad plena para elegir la forma y dimensiones de cada baldosa: es evidente que encontrará infinidad de formas para alcanzar su cometido.

Pero imponedle la forma y dimensión de la baldosa, imposición lógica si no existen otros materiales disponibles o no pueden fabricarse, y el problema entonces podrá tener solución o la tendrá solo aproximada y parcial, lo que no es verdadera solución. Todos hemos estudiado en nuestros primeros pasos por el campo de la Geometría las clases de polígonos regulares que pueden ensamblarse en el plano; conocéis, pues, una limitación del problema. Añadid, si queréis, que el contorno del pavimento tenga una forma determinada y las posibilidades se limitan tanto, que por excepción podrá resolverse el problema en contados casos particulares.

Y no obstante, aun imponiendo la forma de la baldosa, el problema tiene solución siempre, disponiendo a nuestro antojo de las dimensiones de la misma; porque bastará ocupar los huecos de las primeramente colocadas con otras de dimensiones más pequeñas, los intervalos que éstas dejen con otras menores y así sucesivamente por un proceso indefinido: he aquí la serie. Y basta ya de imágenes, porque fácilmente se adivina la interpretación de la convergencia de una serie y del valor del resto.

Entre los caminos seguidos para desarrollar en serie una función arbitraria acotada en un intorno, los más vulgares, más conocidos y más prácticos seguramente, son los que utilizan como elementos de la serie la función potencial y las

funciones seno y coseno. Ellos han puesto en los labios de todos los estudiantes los nombres de Taylor, Mac-Claurin, Bessel, Fourier...

La expresión de una función en serie de senos, en serie de cosenos o en serie de senos y cosenos es de tal trascendencia y utilidad, que justifica haberse formado con tal cuestión tan sólo, el denominado análisis armónico. Como problema matemático, no es sino un caso particular del problema más amplio de que hablaba. Como problema físico adquiere una importancia capital la naturaleza periódica de los elementos de la serie, ya que permitirían explicar un fenómeno físico, simbolizado por la función estudiada, como la superposición de fenómenos más simples y periódicos, cuyas causas, actuando también periódicamente, pueden ser descubiertas por el físico con más facilidad.

Desde que el genio de Helmholtz vió en el sonido, fenómeno periódico, la superposición de vibraciones armónicas simples, cuyos períodos guardaban entre sí relaciones de multiplicidad, armónicos, estableciendo la teoría del timbre en acústica, son innumerables las aplicaciones que se han hecho de este tipo de descomposición a multitud de cuestiones donde aparecen funciones las más variadas, pero de naturaleza periódica. No es sólo la ecuación diferencial de las cuerdas vibrantes o de los tubos sonoros la que admite como solución una serie de senos y cosenos de arcos múltiples, es una función periódica cualquiera la que tolera semejante descomposición. Así se comprende la fecundidad del método de las soluciones periódicas, que aparecen en todas las ramas de la ciencia, que tantos frutos dieron en multitud de fenómenos periódicos, desde los macroscópicos de las órbitas planetarias hasta los ultramicroscópicos de los movimientos sujetos a ligaduras de átomos y electrones.

Hay cierta lógica en que una periodicidad se explique por superposición de periodicidades más sencillas. como es lógico que amontonando dinero se complete un cierto capital; pero fué un paso de gigante para el progreso de la humanidad haber ideado la moneda como símbolo de valor, objeto de transacción, dando una traducción sencilla, única y manejable a las modalidades sin número de la producción y la riqueza.

Pues de igual modo a cualquier función continua en un intorno, una vez acotada, puede aplicársele el análisis de Fourier. El matemático llega a la descomposición en funciones periódicas, aunque la función inicial no lo sea; es más, ni le importa tal distinción, aunque la necesita, y esto es importante, para fijar el período fundamental.

En una función acotada por los puntos A y B, la diferencia de abscisas de éstos fija el período fundamental y éste algo significa si corresponde al campo real en que la función está definida; pero si la función se extiende a uno y otro lado, podemos tomar la cota eligiendo cualquier otro intorno arbitrario, definir otro período fundamental distinto, obtener elementos periódicos diversos. ¿Qué valor o significado físico pueden tener éstos, si son hijos de la arbitrariedad?

En el terreno de la matemática pura el análisis armónico permite pues expresar funciones de complicado algoritmo por suma de funciones tan sencillas y dominadas por el matemático como el seno y el coseno.

Es reemplazar la línea caprichosamente trazada en el papel por un manojó de líneas onduladas que la envuelven formando un cordón geométrico, cuyos hilos cruzan la línea primitiva a intervalos constantes, que son todos divisores de la diferencia de abscisas de los extremos. Son los bordes del cordón los que fijan los períodos, esto es, las distancias entre

cruces consecutivos. Y es la forma de la línea la que impondrá la amplitud de cada onda, obligando a cada hilo del cordón a encorvarse más o menos.

Tracemos otra línea entre los mismos puntos extremos anteriores, y habremos de construir otro cordón distinto, ya que cada hilo, aun manteniendo los mismos números de cruces, modificará su curvatura para ceñirse a las inflexiones de la nueva línea; tendremos una sucesión de períodos idénticos a los anteriores, pero senos y cosenos presentarán diversa amplitud.

En cambio, considerando una línea única, y tomando segmentos diversos de ella, modificamos los puntos extremos de agarre de cada hilo, y modificamos, por lo tanto, los períodos de todos ellos.

No pretendo con este juego imaginativo más que poner de manifiesto claramente la arbitrariedad del período; pero observad que la intuición no sólo es arma de exploración de la Ciencia para buscar verdades nuevas, sino que acompaña a la crítica, mostrando también las deficiencias del razonamiento o las limitaciones que deben imponerse a las conclusiones. Dad un corte a la línea caprichosamente trazada, separad los bordes resultantes, llevad, incluso al infinito, uno de ellos o ambos; o no cortar, sino simplemente, doblad bruscamente el trazo, retroceded en el trazado, haced cruces o rizados y habréis obligado al matemático a precisar sus teoremas, a sentar salvedades o limitaciones, a precisar, en suma, su doctrina. La ciencia más abstracta es la que oculta la imaginación más sutil y refinada.

Si en vez de una función acotada, tenemos una función que se reproduce idénticamente para un intervalo constante de la variable independiente, esto es, una función periódica, aunque un matemático caprichoso puede desarrollarla en se-

rie armónica, acotándola entre dos valores arbitrarios, un espíritu juicioso elegirá forzosamente para su análisis un intervalo igual al período. Ambos habrán expresado analíticamente la función dentro de un cierto campo, pero el segundo ha obtenido una expresión válida para todo el campo de la función dentro y fuera del segmento analizado, por su elección acertada del período fundamental. Desaparece entonces el carácter arbitrario del período; existe un período fundamental, el de función, que se impone para el análisis armónico de la misma.

Considero importante subrayar, que aun existiendo este período, que responderá a una realidad física si la función es la representación de un fenómeno natural, ni los períodos armónicos ni sus amplitudes pasan de ser un simple recurso matemático, ni podemos, por tanto, ver en ellos traducción de realidades físicas, salvo en casos especiales. Traducid al lenguaje matemático el movimiento de una bola de billar entre dos bandas opuestas, normalmente a ellas y sin rozamiento alguno; o el movimiento de la bola perfectamente elástica cayendo normalmente sobre un plano elástico horizontal; aplicad el análisis armónico y veréis que salvo el valor del período fundamental, todo el desarrollo es pura elucubración matemática, sin sentido ni realidad física alguna.

Pero el fisico-matemático, el físico o el astrónomo, con ser tan fecundo este análisis armónico, con haber obtenido de él satisfacción plena para multitud de problemas prácticos e incluso de predicción, no puede conformarse con una solución analítica cuyos elementos pueden estar provistos del sello de la arbitrariedad, carentes de interpretación causalista.

Si encuentra sobre el papel segmentos de parábolas, de exponencial, o de otra línea cualquiera, no le interesa la se-

rie armónica que los representa, sino la función algébrica o trascendente de tales curvas. Si está frente a un trozo de senoide, estima absurdo determinarlo por una serie de senos y cosenos que nada tienen que ver con la senoide real; en cambio será inapreciable un criterio, que permitiéndole buscar el período reduzca la serie a un solo término: a la verdadera senoide.

Si la fantasía de otro geómetra le hubiese entregado el papel con un segmento curvilíneo obtenido componiendo dos senoideos de períodos múltiples, éstos los encontrará el matemático, si tiene el acierto de elegir un sistema favorable, para el cual la serie armónica se reduce a los dos componentes, por anularse los coeficientes de los términos restantes. Y si ese matemático, mal dibujante, hubiese pretendido trazar a pulso un trozo de senoide, el análisis con igual acierto en el período elegido, le daría la senoide pretendida acompañada de los otros términos de sus armónicos dotados de pequeñísimos coeficientes, y que no eran otra cosa que la interpretación de errores accidentales, no sujetos a más ley que el azar, debidos a la torpeza del dibujante.

De aquí que el problema general de la descomposición analítica de una función dada, aunque idéntico aparentemente en la forma y en el fin, es completamente distinto para el matemático puro, y para el físico. Al primero le interesa la descomposición de la función en funciones primitivas de tipo dado; al segundo, entre las infinitas formas posibles de descomposición, le interesan aquellas en que las funciones elementales respondan a un origen fenomenal.

Es en cierto modo la misma diferencia que existiría al realizar un arqueo en la caja de un Banco, entre un inspector que comprueba la existencia en caja y el gerente o cajero, para el que ese resultado es la vida entera del Banco. Al

primero le basta comprobar que la existencia en caja, metálico, papeles, valores, etc., completan la cantidad debida, sea cualquiera la forma en que ésta se distribuye entre los diversos valores. Para los segundos les importa la procedencia del dinero, los pagos, los créditos, la naturaleza de los diversos valores: todo el organismo vivo bancario, con su historia pasada y sus posibilidades futuras.

Y es que el físico es más atrevido: para él la función es un símbolo de la realidad mutable; es una palpitación de la Naturaleza y quiere buscar los hilos misteriosos que la mueven. Y ante la caja herméticamente cerrada del Banco, ante sus libros cerrados, sabiendo la cuantía de la existencia en caja, pretende, cosa absurda, averiguar la serie de valores y créditos que encierra; quiere reconstruir la vida bancaria e imaginar qué movimiento de riqueza ha conducido al estado actual del Banco. Para ser justos, aminoraré mi afirmación diciendo que en realidad el físico sólo busca una explicación y ésta no es la realidad misma. Busca una descomposición lógica y presumible del capital en caja, una justificación racional que interprete el resultado; artificio o sistema, que si no es la verdad, pudiera haberlo sido. Y es indudable que, a medida que recoja más datos, más elementos de juicio, la explicación bancaria que imagine se acercará más a la realidad misma y tales pudieran ser estos datos que el problema fuera determinado y la solución posible la única y verdadera.

El análisis armónico resuelve totalmente el problema de descomposición de una función periódica cualquiera en una serie de armónicos; pero como hemos dicho, fracasa físicamente para una función no periódica, ya que el desarrollo es arbitrario al serlo los límites del dominio, que se adopten o de que disponga. Antes, era la serie una fórmula de interpolación y extrapolación; ahora, es simplemente una fórmula de

interpolación. Aparece con frecuencia en las ciencias aplicadas el caso de funciones que no siendo periódicas, son el resultado de sumar funciones periódicas, esto es, de la forma

$$F(t) = a_1 \cos. \frac{2\pi}{T_1}(t + z_1) + a_2 \cos. \frac{2\pi}{T_2}(t + z_2) + \dots = \sum_{n=1}^n a_n \cos. \frac{2\pi}{T_n}(t + z_n)$$

en la que $T_1, T_2, T_3 \dots$ son diversos períodos, que no guardan entre sí, como en las periódicas, la relación de los números enteros consecutivos. Este caso es muy frecuente en las ciencias experimentales y de observación y, en particular, en la Astrofísica y la Geofísica: movimiento de sistemas oscilantes sujeto a perturbaciones periódicas, fenómenos de marea, fenómenos sísmicos, interpretación de gráficos, sismogramas...

La cuestión ofrece dos modalidades, según que estos períodos no tengan entre sí dependencia alguna, o por el contrario, puedan deducirse por alguna ley física o matemática. Por ejemplo: la $F(t)$ puede constar de un número limitado de términos n y los T_n períodos correspondientes ser las n raíces de una ecuación algébrica o trascendente. Entonces esta ecuación será el punto de partida del matemático, que calculará los períodos y reducirá el problema inicial a la determinación de los parámetros $a_1, a_2 \dots a_n$ y $z_1, z_2 \dots z_n$ de amplitud y fase.

Podrá ocurrir también, cual en la interpretación de ciertas gráficas, que el fenómeno deba ser lógicamente periódico, por serlo la causa primordial productora; pero que, interviniendo otros elementos perturbadores de carácter periódico, pero de distinta frecuencia, la función resultante ni presenta apariencias de periodicidad, ni es periódica. Entonces, si nos son conocidas las frecuencias de las causas, adoptaremos los valores $T_1, T_2 \dots$ supuestos para ella y atacare-

mos el cálculo de los parámetros $a_1, a_2 \dots a_4, z_1, z_2 \dots z_4$.

Pero pudiera suceder, y es tal vez lo más frecuente, que no tengamos idea alguna respecto al valor de las periodicidades investigadas y que no obstante sospechemos su existencia. Entonces el matemático idea métodos de exploración, busca criterios o realiza tanteos analíticos o geométricos, que permitan el descubrimiento de los períodos componentes, sin los cuales no sabríamos dar paso alguno.

He aquí por qué los cultivadores de las ciencias experimentales y de observación han planteado otro problema más complejo que el del análisis armónico clásico: el deducir de una serie de datos experimentales o de una gráfica las periodicidades presumibles o probables, que no aparecen claramente perceptibles, por estar enmascaradas con la superposición de otras funciones perturbadoras de tipo no periódico, o por superponerse periodicidades de períodos incommensurables entre sí.

Representando una función periódica cualquiera por la serie

$$\sum_{i=1}^m a_i \cdot \text{sen} \frac{2\pi i}{T} (x + \alpha_i)$$

la forma de descomposición que planteamos pudiera escribirse

$$F(x) = \sum_1^m a_i \cdot \text{sen} \frac{2\pi i}{T} (x + \alpha_i) + \sum_1^n b_j \cdot \text{sen} \frac{2\pi j}{T'} (x + \alpha_j) + \dots + f(x)$$

siendo $T, T', T'' \dots$ períodos desconocidos independientes entre sí y $f(x)$ una función residual también desconocida, que en algunos problemas puede suponerse despreciable o nula.

La importancia de este problema no escapó al genio de Lagrange, que ya en 1772 y 1778 dió un método para des-

cubrir periodicidades; pero el problema no mereció toda la atención debida y puede decirse que no avanzó un paso, hasta fines del pasado siglo y comienzos del actual. Así, una idea de Buys-Ballot, da lugar a numerosas memorias, entre ellas las de Strachey, Stewart, Stokes, Schuster..., y el empleo de integradores mecánicos permite igualmente, traducir de un modo rápido en resultados numéricos los cálculos, no difíciles, pero sí laboriosos e interminables, necesarios para el descubrimiento de periodicidades o para el trazado de periodogramas.

Siguiendo las huellas de Lagrange, Dale desarrolla el método de cálculo que puede seguirse para la investigación de los períodos fundamentales T_1 , T_2 , que intervienen en la constitución de una función dada por la experiencia, partiendo de los valores de la función conocidos para un intervalo constante de la variable independiente. Demuestra que, si en la curva analizada intervienen períodos, sus valores están determinados por las raíces de una ecuación de grado n , y que los parámetros se expresan a partir de $3n + 1$ valores equidistantes de la función. El procedimiento es, pues, un camino directo para la solución del problema; tiene un punto débil: la necesidad de conocer *a priori* el número n de períodos independientes. A esta dificultad, que no pudo escapar al autor citado, responde el medio que señala para el descubrimiento del número n de períodos. Este método permite señalar *a priori* un criterio para fijar el número de períodos probables, camino laborioso si el número de períodos crece y bastante menos satisfactorio que el método de cálculo de los períodos; por algo el mismo autor indica otro método de comprobación *a posteriori* del número n de períodos adoptados.

En vez de acometer directamente la investigación de los

períodos fundamentales, otros autores han buscado en los periodogramas, método el de mayor predicamento actual, y en los cambios de signo de una función armónica simple, caminos que conduzcan a fijar los valores posibles de T . Esta diversidad de procedimiento nace a nuestro entender de la misma naturaleza de la función simple que se investiga: si una senoide se determina por su período, su amplitud y su fase, lógico es que según enfoque el investigador a cada uno de estos tres parámetros, surja una modalidad o un camino diverso para llegar al fin, y que en el fondo ofrezcan los diversos métodos ciertas analogías. Y así pudiéramos clasificar los procedimientos ideados por el papel primordial concedido al período en el método de Dale, a la amplitud en los periodogramas (Schuster...), y a la fase en el método de Turner.

En el fondo de todos los procedimientos que conocemos no aparece sino una finalidad, o mejor, una orientación única: buscar un índice numérico o gráfico de la amplitud que tendría una periodicidad simple, de período supuesto a priori, como componente de la función que se estudia. Y esto no es sino repetir el análisis de Fourier, para cotas o períodos iniciales diversos. Tal camino obliga, como fácilmente se comprende, a manejar una masa de datos de extensión sumamente grande respecto al período ensayado y lo bastante densa dentro del mismo, circunstancias sin las cuales no es posible el descubrimiento de las grandes o muy pequeñas periodicidades.

El método que seguramente ha obtenido más predicamento, es el fundado en la construcción de periodogramas; esto es, de curvas cuyos máximos muestran las funciones armónicas simples de amplitud apreciable, que pueden considerarse como componentes de la curva experimental analizada. Su construcción se funda, como es sabido, en la agru-

pación de los datos en intervalos determinados, y como consecuencia lógica, nace una limitación impuesta por el intervalo de agrupamiento y por la masa de datos disponibles o utilizados.

Es muy corriente que los datos iniciales procedan de la observación o de la experimentación, formando una sucesión de números a intervalos constantes y limitados a un campo relativamente pequeño. Por esta causa es frecuente que los períodos próximos al campo de observación escapen al análisis, así como aquellos otros de corto período, por no comprender éste un número suficiente de datos consecutivos, cuando el intervalo de los datos se aproxima al valor del período. Si los datos iniciales vienen dados por una gráfica continua, esta segunda limitación desaparece, pero subsiste la limitación para los grandes períodos. Además, aunque es corriente y a veces necesario reemplazar los datos aislados por una gráfica continua, sobre todo si se han de utilizar integradores mecánicos, es evidente, que esto no salva la primera limitación y que los cortos períodos así investigados no tienen valor alguno, ni más significado que la arbitrariedad del operador.

Me interesa destacar como idea directriz común, que ha servido para la formación de los periodogramas, que si en la función observada existe una periodicidad encubierta, cuando fragmentemos los datos de observación en cotas o segmentos sucesivos e iguales a ese período y superpongamos todos ellos, esto es, sumemos los valores correlativos, en el intervalo suma la función periódica se conservará, multiplicadas sus ordenadas por el número de sumandos; mientras que otras periodicidades distintas, trituradas por la fragmentación y superpuestas en fases diversas con valores positivos y negativos, se debilitarán o anularán prácticamente.

Si repetimos esta operación con diversas cotas y trazamos una gráfica con los valores sucesivos del intervalo como abscisas y un índice que señale la posible periodicidad, por ejemplo, la diferencia entre los valores máximo y mínimo dentro de cada intervalo ensayado, como ordenada, tendremos un periodograma en el que los máximos tendrán por abscisa el valor presumible de un período.

Son harto conocidas la laboriosidad del método y la necesidad de repeticiones para precisar el valor del período, procediéndose después al cálculo de la amplitud y la fase.

Existe otro procedimiento, que hemos preconizado en otra ocasión y aun aplicado al cálculo de una serie de Fourier, que naciendo del mismo origen toma un cauce más rápido y fecundo. Si la superposición de una función consigo misma, corrida sobre las abscisas en un valor z , mantiene una periodicidad de este valor, al mismo tiempo anula cualquier senoide, existente en la función, de período $T=2z$, o divisor impar de $2z$. Si construimos una gráfica con los datos y observamos los intervalos entre diversos máximos y mínimos de la función, dando corrimientos iguales al intervalo de un máximo a un mínimo, o mitad del existente entre máximos o entre mínimos, anularemos toda senoide, causa posible de ellos.

El procedimiento para determinar períodos, que se había aconsejado, era como en los otros métodos citados, ir enriqueciendo, intensificando una periodicidad presumible, mediante corrimientos sucesivos que sean iguales o próximos al período supuesto, o que sean múltiplos del mismo; ya que estos corrimientos irán debilitando aquellas otras periodicidades de las que no sean múltiplos exactos o aproximados.

Después, clara ya la senoide buscada, puede depurarse,

precisarla, mediante pequeños corrimientos, que anulan las débiles inflexiones que la deforman.

Pero cuando no haya razones para presumir un período determinado, o cuando el valor del mismo sea dudoso o discutible, podemos y debemos seguir, en mi opinión, un camino opuesto al utilizado en el trazado de periodogramas: empezar por anular las periodicidades presumibles o acusadas en la curva, para aislar una periodicidad simple única. Así no imponemos a la curva una periodicidad *a priori*, no imponemos un desarrollo en serie de Fourier siempre posible, sino que dejamos que del residuo de la función, expurgada de variaciones o alternativas perturbadoras, surja limpia la senoide, con todos los elementos, período, amplitud y fase, que la determinan. Es el ave fénix, resurgiendo de sus cenizas; es el objeto misterioso, que la maga naturaleza enmascaró con caprichosas vestiduras y que la vara taumatúrgica de unos cubileteos numéricos hace brotar limpio ante los ojos del investigador.

El método es práctico, porque conduce a la senoide con todos sus caracteres, mediante una manipulación única de los datos. Es de verdadera exploración de lo desconocido, porque el investigador no impone el resultado, el valor de T , sino que éste aparece apenas la función ha sufrido uno o varios corrimientos y el calculador, apenas ve nacer la senoide, sólo cuida con otros corrimientos adecuados de criarla y robustecerla, hasta conseguir su perfecta definición. Y entonces es cuando ella misma le dice cuáles son el valor de T , su fase z y su verdadera amplitud, puesto que la aparente estará reducida por los n corrimientos, en $\prod_1^n \cos \frac{\pi}{T} z$.

Otras ventajas tiene el método: señalaré entre ellas la posibilidad de investigar períodos próximos al intervalo de

los datos, esto es, grandes períodos, en lo que fracasan los otros métodos conocidos. Y un ejemplo de ello encontraréis en este discurso.

* * *

Hace ya unos años que, siguiendo el rumbo dominante en todas estas investigaciones, se nos ocurrió aplicar a los números de Wolf el método de los corrimientos, para ensayar la fecundidad y carácter práctico del procedimiento en un asunto tan trabajado, tan discutido, y del que se han dado resultados tan diversos, como en este del análisis de las periodicidades de la actividad solar. Cuestión que siempre estará sobre el tapete por su transcendencia astronómica, física, meteorológica y geofísica.

Comenzamos, como parecía lógico y era criterio dominante en casi todos los calculadores, por determinar el período normal medio, obteniéndose para expresión bastante aproximada

$$y_{11,2} = 44,8 + 26,0 \operatorname{sen} \frac{2\pi}{11,2} (t - 1756,4) + 5,74 \operatorname{sen} \frac{2\pi}{5,6} (t - 1757) \\ + 2,37 \operatorname{sen} \frac{2\pi}{3,7} (t - 1757,4)$$

Animado a la investigación de otras periodicidades, restamos esta onda de los datos iniciales, y analizamos la residual, encontrando dos ondas importantes

$$y_{11,85} = 24,1 \operatorname{sen} \frac{2\pi}{11,85} (t - 1750,3) + 8,6 \operatorname{sen} \frac{2\pi}{5,97} (t - 1751,1) \\ y_{9,3} = 10,9 \operatorname{sen} \frac{2\pi}{9,3} (t - 1758,5) + 5,0 \operatorname{sen} \frac{2\pi}{4,6} (t - 1758,75)$$

El resultado no era nuevo: La presunción de dos períodos próximos a 11,9 y 9,3 había sido ya hecha por otros autores y discutida y aun negada por otros. Pero estas dos ondas, de gran amplitud, ofrecen la particularidad de producir una onda de amplitud variable y período aparente 10,4, media armónica de 11,85 y 9,3 que podría explicar la dis-

cordancia entre calculadores que han dado estos dos períodos últimos como muy probables, mientras encuentran otros un período dominante próximo a 10,4.

Obtuvimos una nueva residual en la que se encontró una onda intensa

$$y_{9,92} = 17,8 \operatorname{sen} \frac{2\pi}{9,92} (t - 1757,04) + 4,5 \operatorname{sen} \frac{2\pi}{4,96} (t - 1757)$$

y una débil

$$y_{15,1} = 6,6 \operatorname{sen} \frac{2\pi}{15,1} (t - 1757,3) + 9,0 \operatorname{sen} \frac{2\pi}{7,55} (t - 1754,1)$$

que ofrece la particularidad del predominio de su primer armónico, siendo este período 7,5 más seguro que 15,1.

Continuando el análisis del residuo aún se encontraron los elementos

$T = 33,6$	$a = 8,4$	$z = 1758,8$
$T = 16,8$	$= 6,8$	$1764,7$
$T = 8,4$	$= 12,8$	$1759,6$

que forman una serie a la que pertenece el período normal de 11,2, supeditado así al valor 33,6 años como fundamental. Este valor 33,6 coincide con el adoptado para el ciclo meteorológico de Bruckner. La curva residual, después de la supresión de todas las ondas encontradas, presenta variaciones periódicas amplias. Un tanteo de ella condujo a presumir dos grandes ondas: una muy importante de amplitud próximamente 20 y período poco preciso de 72 años; y otra más débil, amplitud 11,5 y período aproximado de 46 años.

Detúvose aquí el estudio por varias razones, entre ellas, la necesidad de rectificar los cálculos, afinando los valores encontrados.

Un cuadro de múltiplos y divisores nos condujo rápidamente a ver que todos los valores encontrados, salvo los dos grandes períodos, encajaban en un período único de 168

años. Lo que parecía un triunfo, más bien nos desanimó por dos razones: una, la ausencia de gran número de armónicos, divisores más sencillos del período fundamental; otra, para mí importantísima, por cuanto he dicho anteriormente, la coincidencia rigurosa del período de 168 años con la cota de los datos analizados 1917-1749.

A nuestro entender, tal encaje de las ondas encontradas no obedecía a una realidad física, sino a una imposición analítica: era hijo del método de cálculo.

Sólo quedaba a nuestro entender como presumibles:

a) La ordenación en una sola de las ondas 33,6, 16,8, 11,2, 8,4 ...

b) La onda 9,92.

c) Las dos de 11,85 y 9,3, que pudieran explicar la aparición de un período próximo a 10,4.

d) La onda débil dudosa de 15,1 y más presumible la 7,55, que guarda con el período normal la relación $2/3$. Esto además induce a buscar el valor 22,4, como armónico grave del período normal de 11,2.

e) La evidencia de ondas de grandes períodos (72 ?).

Había suspendido y guardado el anterior estudio, porque la consulta de la bibliografía referente al mismo, que había sido escasa cuando lo inicié, por el trastorno que ocasionó la guerra en el servicio de publicaciones científicas, me mostró trabajos notables sobre este asunto, en los que con mayores o menores coincidencias encontré lo que tal vez pudiera parecer más sabroso de mi trabajo. No obstante, el descubrimiento del cambio de polaridad en las manchas solares induce a duplicar el clásico período de 11 años, si éste tiene un origen físico como es presumible; y por otra parte, el período de $7 \frac{1}{2}$ años, que hemos señalado, daba más peso a esta suposición. Por ambas cosas nos animamos a volver a revisar

nuestro trabajo, lo que hicimos aumentando los datos con los años posteriores, ya que una de las finalidades era confirmar la existencia de grandes períodos.

Partimos esta segunda salida con mayor bagaje de datos, desde 1749 a 1926, y tratamos los datos en forma conveniente para calcular una periodicidad posible entre 22 y 23 años. El resultado fué una onda normal media de período 22,38 años, expresable con gran aproximación por

$$y = 23,0 \operatorname{sen} \frac{2\pi}{11,19} (t - 1834,85) \\ + 8,5 \operatorname{sen} \frac{2\pi}{7,46} (t - 1836,2) \\ + 6,3 \operatorname{sen} \frac{2\pi}{5,6} (t - 1885,5).$$

Esta onda presenta el tan conocido carácter de ser más lento el descenso que el ascenso, en el período de 11 años; pero además son desiguales dos consecutivos, según indican estos valores de los intervalos

$$\text{mín.} - 5,0 - \text{máx.} - 7,7 - \text{mín.} - 3,7 - \text{máx.} - 6,0 - \text{mín.} \dots$$

Confieso que me desencantó no encontrar una senoide con el período fundamental 22,4, aunque era de esperar porque no había aparecido tampoco en el primer estudio.

No detuve mi trabajo a pesar de ello y, tomando esta onda por normal, resté los valores calculados de los datos y analicé la residual, por corrimientos que anulasen los cortos períodos. Así conseguí definir dos grandes ondas, con los siguientes caracteres:

$$\begin{array}{lll} T = 82,5 & a = 15,2 & z = 1834,5 \\ T = 51,4 & a = 11,7 & z = 1821,45 \end{array}$$

Estos valores confirmaban la existencia de amplias periodicidades, que no eran tampoco divisores de la cota de partida, pero que diferían algo de los encontrados anteriormente. Como los residuales de partida del cálculo eran distintos

y en el primero las numerosas sustracciones sucesivas podían conducir a una acumulación de errores, los últimos elementos calculados nos ofrecen mayor garantía.

Aun tuvimos la paciencia de suprimir estas dos grandes ondas y explorar la residual, en la que se acusaban claramente:

$$\begin{array}{lll} T = 11,9 & a = 24,0 & z = 1833,5 \\ T = 10,3 & = 11,6 & = 1937,65 \end{array}$$

Vemos, pues, que los métodos gráficos del análisis armónico, aplicados a título de ensayo a los números de Wolf, nos habían conducido a sospechar la existencia de un período amplio de perturbación, que podía incluso oscilar entre los sesenta y los noventa y dos años. Este resultado se obtuvo, por tanteos diversos, y a partir de residuales distintas.

Creímos que sería de verdadero interés investigar estas grandes ondas, para las que el método de los periodogramas no es aplicable, por ser corta la extensión de los datos respecto a ellos. Dos caminos se ofrecían a nuestra vista: el primero, cuyo resultado he expuesto, fué calcular el período medio normal próximo a los once años y restando de los datos los valores correspondientes a las épocas de los mismos, esto es, suprimiendo esta *onda normal* de los datos de observación, estudiar después la curva residual R. Esta residual, no perturbada ya por las variaciones periódicas de los once años, nos facilitaría la investigación y análisis de otros períodos y especialmente de los grandes períodos.

Esta manera de operar ha sido aplicada por otros autores a la investigación de períodos próximos y distintos del normal.

El segundo camino obedecía a esta idea:

La naturaleza variable a simple vista de los períodos sucesivos de actividad solar, tanto en amplitud como período, nos hizo pensar bien pronto que algunas ondas residuales

próximas al período normal entre 10 y 12, que aparecían en nuestras gráficas, pudieran ser debidas a un falso valor del período normal aceptado; y esta idea nos llevaba por evolución lógica a sospechar si el mismo período clásico no era más una apariencia formal que una realidad física. En las alteraciones del período parece acusarse cierta periodicidad embozada; se observan, por ejemplo, varios valores extremos excepcionales a intervalos de ochenta y ochenta y tres años próximamente.

La investigación de ondas perturbadoras no era lícita en la residual del período normal, si tal período no era sino un efecto de composición de otras variaciones periódicas; y debiera ensayarse como camino interesante en este estudio, al análisis de los datos iniciales directos, para buscar las ondas más presumibles, ondas que se recomendarían por sí mismas cuando sus amplitudes adquirieran grandes valores y fueran capaces, en su composición, de explicar las irregularidades del período de actividad solar. En resumen, procedía usar el método de los corrimientos, en la forma que he preconizado de eliminaciones sucesivas perturbadoras.

Otra razón que aconsejaba marchar por el segundo sendero era la siguiente:

Conocido el resultado clásico de composición de dos movimientos armónicos, recordaré que, en el caso sencillo de igual amplitud y distintos períodos, dan como resultante una onda que tiene por período aparente la medida armónica de los períodos, y cuya amplitud varía también periódicamente, con una frecuencia, semidiferencia de las frecuencias de los componentes. Si además las dos ondas componentes tienen distinta amplitud, el fenómeno se complica por la intervención, dominante al crecer la diferencia de amplitudes, de la onda más intensa.

Existía la posibilidad de que algunas de las supuestas ondas, encontradas por otros autores, fueran aparentes, en el sentido de resultar de la composición de otras dos, y esto avivaba en nosotros la curiosidad de tantear por este segundo camino. Lo aconsejaba, en suma, la diversidad de los resultados obtenidos por los calculadores que operaron con datos iniciales, distintos en extensión o en época.

Finalmente, el dato tal vez más interesante de nuestros primeros tanteos, es que los dos períodos más importantes, 11,85 y 9,26, que coinciden con los valores presumidos por algunos investigadores, darían como resultante una onda de período aproximado 10,4 y cuya amplitud variaría también periódicamente en 84 años. Y recuerdo que el período de 10,4 ha sido señalado insistentemente por análisis realizados por otros caminos, por casi todos los que han investigado esta cuestión; y que nosotros hemos obtenido como onda amplia, intensa, de tanta importancia casi como la onda media normal de 11,12, una de período 82 años.

Es lógico esperar que estas coincidencias no sean fortuitas y que cuando se disponga de un número más crecido de datos, podrá resolverse la disyuntiva que se presenta. Confiamos en que para decidir entre los valores posibles de la periodicidad fundamental del ciclo de manchas solares, atendiendo a razones de causalidad, el estudio de las variaciones del campo magnético solar (inversión de polaridad en las manchas) y tal vez los cambios de intensidad de la constante solar de radiación, puedan darnos un punto firme de apoyo.

Atendiendo a este segundo punto de vista atacamos el análisis directo de los números de Wolf, sin la idea preconcebida del período clásico medio aparente de 11,2. El método de análisis expuesto es además altamente favorable para la investigación de grandes períodos; y así, por corrimientos

cortos sucesivos de 1, 2, 3... años, conseguimos una curva con grandes ondulaciones, de la que se aislaron con gran precisión, dos sinusoides con las características

$$\begin{array}{lll} T = 84 \text{ años} & a = 19,5 & z = 1835 \\ T = 51,5 & a = 14,0 & z = 1822,5 \end{array}$$

Buscamos también sus primeros armónicos 42 y 25,7, encontrando los valores

$$\begin{array}{lll} T = 40 \text{ años} & a = 7,3 & z = 1819,5 \\ T = 27,75 & a = 7,8 & z = 1846,25 \end{array}$$

Estos resultados puede decirse que determinan todas las grandes ondas posibles, pues no quedaba ondulación residual perceptible de período superior a la última citada. Las irregularidades existentes, puesto que desaparecen por corrientes cortos, han de corresponder, o pueden ser explicadas, por periodicidades también pequeñas.

Una vez suprimidos estos grandes períodos, los datos no perturbados por ellos permiten una investigación del llamado período de actividad solar entre los diez y doce años, que pasa a ser ahora del orden de los mayores períodos existentes en la residual. Y en efecto, en vez del valor aparente medio de 11,2, encontramos para la onda capital la expresión:

$$\begin{aligned} N = 44,2 + 31,4 \operatorname{sen} \frac{2\pi}{11,48} (t - 1834,4) \\ + 7,6 \operatorname{sen} \frac{2\pi}{7,65} (t - 1837,7) \\ + 5,3 \operatorname{sen} \frac{2\pi}{5,75} (t - 1765,6) \end{aligned}$$

Este valor 11,48 coincide con los resultados de gran número de investigadores, que han señalado el dato 11,4 como más probable que el 11,1 a 11,2, valor medio aparente que ha venido dominando. No lo hemos deducido ahora como valor medio, ni como fracción de la cota de los datos, ni

como imposición de un desarrollo en serie de Fourier. Está perfectamente definido, gracias a la eliminación preliminar de grandes ondas perturbadoras. Y si éstas modificaban el período normal, recíprocamente, cuando se partía de una eliminación preliminar del período medio 11,2 en vez del 11,48, la investigación de grandes ondas, difícil *per se*, quedaba adulterada con la supresión de una periodicidad que sólo era aproximada.

Añadiré a los resultados anteriores, que las periodicidades mejor acusadas en los datos, aparte de las fundamentales señaladas, eran

T = 10.25	a = 15.6	z = 1836.75
9.32	12.7	1841.9
8.6	11.0	1835.6 ,

cuyos valores damos a título tan sólo de elementos aproximados. Como particularidad curiosa señalaremos el hecho de que, adoptado el valor 11,48 en vez del clásico, desaparece la onda de 11,9 encontrada en trabajos anteriores; que igual ocurre con el valor 9,9; y que las modificaciones que aparecen en los períodos probables encuentran una justificación en el hecho que señalábamos de componerse dos ondas, dando para período sensible la media armónica de los dos componentes.

Los resultados que hemos expuesto, deducidos siguiendo un orden diverso en la obtención y eliminación de los sucesivos períodos, permiten presumir qué periodicidades ofrecen mayor probabilidad de existencia real y cuáles pueden ser un efecto aparente de la composición de otras ondas.

La particularidad que inmediatamente se destaca es la acumulación de las sinusoides en dos grandes grupos: uno que llamaremos de grandes períodos y otro con valores próximos al clásico de 11,2 años.

Al primer grupo parecen corresponder resultados muy diversos, pues mientras el primer cálculo dió los valores 72, 46, 33,6, 27 y 16,8, el segundo nos condujo a los períodos de 84, 51,5, 40 y 27,8. Recordaré que cuando estos valores se acercan a la cota de los datos de observación, es cuando fracasan los métodos analíticos y mecánicos para la investigación de periodicidades; que son por tal razón tales ondas las que, siendo poco o mal conocidas, pueden ser más nuevas e interesantes; y que el primer resultado tiene en su contra haber seguido el criterio dominante de analizar la residual que se obtiene por la supresión de la onda normal y de ondas de períodos próximos a ella, lo que puede falsear los resultados, si las ondas suprimidas no responden al verdadero valor del período, la amplitud o la fase.

Pero es que además esta diversidad admite, como es lógico, una justificación, que puede ser el hilo de Ariadna que nos permita salir de este laberinto numérico. Me refiero a la ordenación de períodos en medias armónicas de que he hablado ya anteriormente.

Si admitiéramos la existencia de la onda de 33,6 años, un falso valor de 72 atribuido a la onda secular, daría períodos falsos aparentes de 46 y de 27 años, medias armónicas de 72 con 33,6 y 16,8 respectivamente. Esto permitiría interpretar los resultados por la existencia de un período próximo a 33,6 años, que justificaría el discutido ciclo meteorológico de Brucker, y que clasificaría en una onda única los armónicos 33,6, 16,8, 11,2, 8,4, ... encontrados en el cálculo y al que pertenece el período medio 11,2 de actividad solar.

Entre los grandes períodos, la onda de mayor amplitud e importancia, por acusar variaciones seculares de actividad solar, sería la de 84 años, cuyo valor consideramos, por cuanto dijimos, muy próximo a la realidad; y observando que

también como medias armónicas tendrían justificación las aparentes de 46 y 33 años, el último cálculo daría otra solución plausible del fenómeno. El significado físico de esta solución es que, tanto el ya citado ciclo meteorológico, como el de actividad solar, son efectos de la superposición de otras causas periódicas, cuyo origen debemos buscar. Y brota inmediatamente la coincidencia notable de los períodos 84 y 28 con los valores del tiempo empleado por los planetas Urano y Saturno en describir su órbita; coincidencia notable, surgida *a posteriori* y que subrayamos, puesto que en los primeros estudios de la actividad solar se negó y muy razonablemente una posible influencia planetaria.

El grupo de sinusoides que se entrelazan alrededor del clásico valor 11,2 se caracteriza por el predominio en amplitud de las ondas 11,48 y 10,3. Esta última adquiere más importancia si desdoblamos la primera en 11,85 y otra onda más corta, ya que 10,45 es media armónica de 11,85 y 9,3, así como de 11,2 y 9,92. Es presumible, que sean aparentes 9,92 y 15,1, no existentes en el cálculo último, e incluso que entre las soluciones posibles de 11,48 ó de 11,85 con 11,2, pueda la realidad adaptarse a las dos ondas fundamentales de 11,85 y 10,4, influídas por la débil de 9,3 que parece indudable.

Creemos que se impone reemplazar el clásico valor 11,2 por 11,48, asociado a otra onda de 10,4; o mejor quizás explicarlo por la superposición de esta última, con otra de 11,85. Entonces brota la coincidencia notabilísima del ciclo 11,85 con el período de traslación de Júpiter, el planeta más importante de nuestro sistema, el hijo mayor del astro rey y culpable principal de las veleidades de su áureo progenitor.

No nos asombra tampoco que exista cierta vaguedad en

el cálculo de los valores posibles de los períodos, causa de no poder hacer afirmaciones categóricas.

Si tenemos en cuenta que los métodos de análisis armónico tienen un límite de resolución en la determinación de los periodogramas, límite que en el analizador armónico vale

$$\frac{\delta T}{T} = \frac{1}{2N},$$

siendo N el número de períodos comprendidos en los datos iniciales, podemos atribuir un error máximo posible a cada período calculado igual a lo sumo a $\pm \delta T$.

Y así, adoptando los ciento setenta y nueve años de observación disponibles hasta hoy, tendremos un índice de indeterminación de los valores más probables de los períodos, que ordenados por la cuantía de sus amplitudes son:

$$\begin{aligned} T &= 11,48 \pm 0,35 \\ T &= 84 \pm 18 \\ T &= 10,3 \pm 0,3 \\ T &= 9,3 \pm 0,25 \\ T &= 51,5 \pm 7,5 \\ T &= 8,6 \pm 0,2 \end{aligned}$$

Estos errores pueden tomarse como un criterio de peso en el valor de T y muestran la poca confianza que ofrecen determinaciones hechas con ciento o con cincuenta años.

Se ha señalado por algún autor una posible ordenación en serie o adaptación a un período fundamental único de las diversas periodicidades. Para nosotros no tiene esto sentido físico ni pasa de ser un acoplamiento de múltiplos y divisores, que puede variarse hasta lo infinito. Sólo cuando sean conocidos con precisión los grandes períodos, podrá aceptarse una realidad física a tales acoplamientos.

No obstante, la totalidad de los resultados dan el valor 166 con un error menor de dos años, como múltiplo entero común de sus períodos. Procede una comparación de los di-

visores de la serie que tiene por término fundamental este periodo, con los resultados obtenidos; y procede señalar los fenómenos físicos que de momento nos recuerdan tales valores por si pudieran llevarnos a una posible explicación de tan complejo fenómeno.

El cuadro inmediato es un resumen más elocuente que nuevas explicaciones.

SERIE		ONDAS ENCONTRADAS		FENÓMENOS
1	166	»		Neptuno
2	83	84		Urano
3	55		51.5	
4	44.5	40		
5	33.2		33.6	Ciclo Brucker
6	27.7	27.8		Saturno
7	23.7		»	
8	20.7	»		Polaridad de manchas
9	18.5		»	
10	16.6	16.8		33,6 : 2
11	15.1		15.1	
12	13.8	»		
13	12.8		»	
14	11.86	11.85		Júpiter
15	11.07		11.2	Valor medio 33,6 : 3
16	10.4	10.3		
17	9.8		9.9	
18	9.2	9.3		
19	8.7			
20	8.3	8.4		33,6 : 4
21	7.9			
22	7.5	7.5		

Pudiera parecer a simple vista como conclusión de cuanto he dicho, que los métodos actuales de cálculo son impotentes para determinar las periodicidades envueltas en estos datos de observación solar; sería una injusticia incurrir en tal exceso. No debe olvidarse que los datos, que abarcan cerca de dos siglos (hablo de los utilizados con cierta garantía) no pueden estar exentos de errores de apreciación o medida: esto parece indudable en los que se refieren a la última mitad del siglo XVIII. Ni menos puede atribuirse a los núme-

ros de Wolf el valor de una medida rigurosa, científica, de la actividad solar; son tan sólo un índice del estado de agitación de la superficie del Sol, significado que no deben olvidar los matemáticos puros, atribuyéndoles mayor precisión de la que realmente tienen. Además, sólo la persistencia de máximos y mínimos durante siglos de observación, aunque el intervalo entre dos máximos sea variable, es lo que ha hecho cristalizar en nuestro cerebro la idea de periodicidad; idea robustecida por la correlación evidente con otros fenómenos geofísicos, cual el magnetismo terrestre. Pero es indudable que las perturbaciones superficiales en el Sol corresponden a un fenómeno sumamente complejo y tengo la evidencia plena que nunca podrá ser explicado de modo satisfactorio, ni por una periodicidad simple única, ni por un conjunto de periodicidades ligadas con un período único fundamental.

La naturaleza de la superficie solar, los enormes gradientes de temperatura, la circulación de su atmósfera compleja, los campos magnéticos intensos y variables, sin una distribución regular y precisa; las perturbaciones tanto de origen interno, como provocadas por agentes exteriores; tantas y tan complicadas causas cuales pueden intervenir en esa manifestación que anota el número de Wolf, son circunstancias que impedirán a nuestro juicio una regularidad perfecta traducible en una o un número corto de periodicidades.

Porque entre esas causas perturbadoras, existirán algunas accidentales como una posible caída de meteoritos; y otras acciones serán bruscas, verdaderas impulsiones, cual fenómenos locales de explosión. Y todo esto vendrá a perturbar las acciones posibles de tipo periódico y a dificultar el problema de análisis que he examinado.

¿Y por qué, me dirá alguno, tantos esfuerzos para resolver un problema, que no parece tener solución física posible?

Porque si un día llegáramos a establecer una o varias periodicidades evidentes, con caracteres de extrapolación manifiestos, habremos dado un paso de gigante en el estudio de la naturaleza del Sol. Tendremos un guía para buscar otros fenómenos astronómicos o físicos de igual período y establecer una ligazón de causalidad; y eliminados estos cambios periódicos, llegará a una residual en la que podrán ser perceptibles alteraciones bruscas o perturbaciones periódicas amortiguadas; y examinando otros acontecimientos astronómicos, corrientes meteóricas, paso de cometas a gran proximidad del astro rey, quién sabe qué fenómenos, encontraremos como sólidos puntales para el conocimiento físico de nuestro sistema y tal vez incluso para un mejor conocimiento mecánico del mismo. ¿Pues no se inspiraron en la periodicidad de las oscilaciones de la lámpara de Pisa y en la periodicidad de la pálida Diana, nuestro satélite, los genios de Galileo y Newton para crear la ciencia moderna?

El céfiro más tenue, impulsando la fecundación de las plantas, es hálito mundial de vida. Y el genio del hombre encontró siempre en el hecho más vulgar, el punto de apoyo para conmover al mundo científico.

Señores Académicos: Algunos pueblos rinden los máximos honores al soldado desconocido, tributando así homenaje al humilde luchador anónimo: que no sólo los que acaudillan huestes o enarbolan banderas merecen bien de la patria. Y así me explico vuestra generosidad, abriéndome las puertas de vuestra morada. Quisiera por ello en este instante que mi voz solitaria recogiera el aliento de los muchos que modestos y silenciosos laboran por el porvenir de España, para poder deciros en su nombre: gracias, señores académicos.

Octubre-1929.

CONTESTACIÓN

DEL ACADÉMICO

D. CECILIO JIMÉNEZ RUEDA

SEÑORAS, SEÑORES:

¿Qué cosa más grata que venir aquí por encargo de nuestro presidente, a recibir en esta Casa, y a dar, en nombre de todos, la bienvenida fraternal a un nuevo académico, que llega a ella en la plenitud de la fuerza, y aureolado con muchos y positivos méritos científicos?

Pero si además se trata, como en este caso, de un buen amigo y antiguo discípulo, laborioso y entusiasta de la Ciencia, a lo grato y honroso del encargo, hay que añadir el gusto y una doble satisfacción de cumplirlo.

Esa misma amistad nos veda el empleo de calificativos y encomios, que, aunque justos, pudieran parecer interesados, y, de hecho, recusables por la excesiva modestia del amigo. Por eso, prescindimos en absoluto de ellos, y vamos a que los hechos solos sean los que hagan la presentación y acusen el verdadero mérito y valer del beneficiario, y lo acertado de su elección. Por lo mismo no hemos solicitado su concurso al reseñarlos.

Las referencias de estos hechos hállanse dispersas en varios sitios: y nosotros las hemos reunido aquí, tomándolas del expediente académico del Sr. Carrasco como alumno, de las reseñas de los trabajos del Observatorio que traen sus Anuarios, de los libros, folletos, artículos y notas publicadas, que hemos hojeado, y de la memoria de algunos compañeros de Facultad; por no haber en ésta ningún libro en que cons-

ten los trabajos especiales y servicios extraordinarios realizados por sus catedráticos.

Mas antes de entrar en materia permitidme algunas reflexiones, que pugnan por escapárseme.

¡Triste sino es de la condición humana, que estas solemnidades, en que debiera expandirse el regocijo sin límites, tengan que ser ocasionadas por la pérdida sensible de algún compañero, y empañadas por el sentimiento de su memoria!

¡Ley fatal, que no podemos eludir, y que, antes bien, debemos de reverenciar tanto por venir de quien viene, como por ser la razón de la eterna juventud de la vida universal!

La medalla que va a ostentar el Sr. Carrasco, es la que durante veintiún años consecutivos ha honrado el Excelentísimo Sr. D. Gustavo Fernández Bastos, tanto con su acrisolada probidad, como con sus diversos trabajos y publicaciones, de las que no podemos menos de añadir a las citadas por el Sr. Carrasco, su «Defensa contra Torpedos», que tuvo eco en diversos Congresos extranjeros de Arquitectura Naval. Y fué caballero tan puesto en su punto y tan exacto, que antes perdiera algo de su mayor estima, que eludir el cumplimiento de lo que su sano juicio le dictaba ser justo, acertado y conveniente.

Quizá no pasaran de tres las veces que había hablado don Gustavo con el Sr. Carrasco; y se dió tan perfecta cuenta de la altura y extensión de sus conocimientos físicos y astronómicos, que desde Galicia, donde estaba delicado de salud, y como espontánea confesión a la buena amistad, comunicóselo al que esto cuenta, apoyando con sólidas razones su juicio, y remitiéndole, de su puño y letra, el escrito de presentación de aquél a la sección de Exactas, como candidato a una vacante anterior.

Desde la excelsa mansión adonde no alcanzan las renci-

llas y disputas de los hombres, no podrá menos de ver, satisfecho y regocijado, que es precisamente su propia vacante la que viene a ocupar D. Pedro Carrasco y Garrorena.

Y pasemos ya a referir los hechos.

Fueron ascendientes del Sr. Carrasco, por un lado, modestos labradores de Extremadura; y por el otro, pintores y artistas de Navarra. Estudió el bachillerato en Badajoz con mucho aprovechamiento, mereciendo al final, no sólo el premio extraordinario consistente en el título de Bachiller, sino otro pecuniario de 50 duros, con cuyo único caudal se vino a Madrid, aún no cumplidos los diez y siete años de edad.

No pudiendo ser holgados su primeros pasos en la Corte, en esas circunstancias, tuvo que alternar con los estudios, sus heredadas aptitudes artísticas, y ora pintando al óleo retratos, ora haciendo dibujos para encajes y bordados, medianamente retribuídos, salvó más de una vez los apuros económicos de sus primeros años de carrera.

¡Cuántas amarguras no han tenido que rumiar en silencio, muchos hombres de valer, al tenerse que mover entre humildes menestrales, cuando el vulgo de las otras clases, llevado de las apariencias, ha pretendido ver corrupción y vicio donde no hay sino virtud y trabajo!

Tras este período de prueba, obtuvo el Sr. Carrasco, previa oposición, la pensión universitaria instituída por D.^a Eduvigis Rodríguez de Cela, viuda del Catedrático Dr. Sáenz Díez, y después otra que le otorgó la Diputación provincial de Badajoz, con las cuales, si no al pronto, por dilaciones burocráticas, pudo al fin consagrarse por entero y más tranquilo, a los estudios de su predilección; pues disfrutó ambas pensiones hasta el término de su carrera.

Cuando a mediados de un curso escolar va éste atrasado, suele echarse mano, para adelantarle, de los alumnos más

aventajados e inteligentes de la clase. Allá por el año 1900 asistía el Sr. Carrasco a la clase de Geometría, y raro fué el día, pasadas las Navidades, en que no fué sacado al encerrado. Y los trece sobresalientes en exámenes de asignaturas, con otras tantas matrículas de honor; y los dos sobresalientes más los dos premios extraordinarios por oposición, en la licenciatura y en el doctorado, que obtuvo en aquél y en los años siguientes, hasta 1906, en que se le expidió el título de Doctor, son elocuente muestra de la brillantez de su carrera universitaria en Ciencias Físicas, e indicio muy halagüeño de lo que había de dar de sí en lo sucesivo, su constancia y laboriosidad.

En 1905, poco antes de terminar sus estudios universitarios, ingresó por oposición, en el Observatorio Astronómico de Madrid, y fué nombrado casi al mismo tiempo, Auxiliar interino de la Facultad de Ciencias, cargo que una vez ganado el título de Doctor, como queda dicho, adquirió después en propiedad, por oposición.

Empezó el Sr. Carrasco su actuación universitaria, como acabamos de indicar, sirviendo una Auxiliaría; pero no al uso de entonces, de suplir al catedrático en ausencias, enfermedades y vacantes; sino que pegado al de Termología, D. Bartolomé Feliú, y al de Acústica y Óptica, D. Eduardo Lozano, diaria y asiduamente les preparaba el material para las explicaciones de la clase, les ayudaba en éstas, y llegó a explicar, por enfermedad y jubilación del último, su cátedra, más de un curso, a gusto de los alumnos y a completa satisfacción del Claustro. También a su instancia se adquirió material nuevo para dichas cátedras y se mejoró parte del existente.

Al lado del insigne D. José Echegaray en su cátedra del Doctorado, hizo asimismo, muy fructífera labor el auxiliar Sr. Carrasco; limitóse aquél a una lección semanal sobre una

teoría de la Física, elegida por él, y explicó éste en los cursos sucesivos el programa oficial completo de la Física Matemática. Con ella continuó después de la muerte del Sr. Echeagaray en 1914, y sigue aún, por haber obtenido en 1918, por oposición, dicha cátedra en propiedad.

Hacia 1924, con motivo de la numerosa matrícula de la clase de Física general, hubo que dividir ésta en cuatro secciones, y habiéndosele confiado una de éstas al Sr. Carrasco, escribió entonces sus notables Elementos de Física General, para facilitar su comprensión a los jóvenes estudiantes.

Y por último, después de la muerte del Sr. Vela, de grata recordación en esta casa, se le ha confiado, en concepto de acumulada, la cátedra de Astronomía Física, que en la actualidad desempeña, juntamente con su cátedra propia.

Respecto a publicaciones científicas, sus Elementos de Física General, aunque, como dice el autor, y el mismo título indica, no son un libro de ciencia elevada ni de gran erudición, sí son un libro que se lee sin molestia, y más bien con agrado e interés creciente, por lo cual resulta sumamente útil para los que deseen iniciarse en los secretos del mundo de los fenómenos.

Contiene en el menor espacio asignable la mayor cantidad de Física posible. Con la mira puesta en las dificultades de las jóvenes inteligencias, está escrito al correr de la pluma, y como sin esfuerzo, en forma clara, asequible a la mayoría de los alumnos, a los que proporciona además orientaciones para futuros estudios.

Se divide en Física de la Materia, con sus secciones de Mecánica, Acústica y Termología, y en Física del Eter, con sus capítulos de Electricidad y de Óptica; y lleva al alumno de la mano desde los más inmediatos e intuitivos conceptos hasta ideas tan poco vulgares como las de algunas acciones

moleculares y los teoremas de la Termodinámica en la primera parte, y como las propiedades de las ondas electromagnéticas y de la energía radiante en la segunda.

Aún tiene sello de mayor espontaneidad, pues parece pensado en un solo esfuerzo de la mente, y escrito en una sola sesión de trabajo, su librito sobre Filosofía de la Mecánica, publicado no ha mucho en la Biblioteca Ensayos.

Son secciones principales de este libro la Geometrización de la Mecánica, la Materia y Fuerza, y la Materia y Energía. Trata la primera de la materia en sí, de las coordenadas y el tiempo, y del principio de causalidad en su forma escolástica y en su forma newtoniana; también van en esta parte, las medidas fundamentales físico-mecánicas, el origen de los tiempos, y la fuerza en su actuación a distancia y al contacto; todo ello enlazado de modo que cada idea nueva viene como empujada por la anterior.

Se ocupa la segunda de la sustancialidad, conservación, gravitación e inercia de la materia, terminando con la identificación de la masa pesada y de la masa inerte. Y en la última, vienen las impulsiones, las fuerzas, como funciones de la masa y la aceleración, la velocidad límite y la inercia electromagnética.

En esta parte aventura el autor una hipótesis que tal vez parezca atrevida, pero que es muy lógica. La activa y no interrumpida composición de velocidades en el mundo real, tiende a crear velocidades indefinidamente crecientes; esto nos llevaría a una velocidad infinita; es decir, a que un cuerpo pudiera estar, a un tiempo, en dos lugares diferentes, y a fuerzas vivas y cantidades de energía doblemente infinitas; que son otros tantos imposibles metafísicos. Estas y otras consideraciones, empujaron a la primitiva relatividad a admitir la velocidad de la luz en el vacío, como una constante

universal, límite, como todos sabéis, de las mayores velocidades posibles en el mundo real.

La idea de un campo gravitatorio capaz de transmitir, como el electro-magnético, las acciones de unos cuerpos a los otros, es evidente que se nos presenta con cualidades intrínsecas muy diferentes.

Siendo la luz un fenómeno electro-magnético, está su velocidad, como en terreno propio, sirviendo de límite máximo de velocidades en todos aquellos fenómenos ocasionados por movimientos del Eter o de sus modificaciones.

Pero en un orden de hechos tan distintos como los del campo gravitatorio, y de ideas tan desemejantes como las que sugiere, se pregunta el Sr. Carrasco: ¿No cabría que fuera también diferente ese límite máximo de las velocidades posibles? Entendemos que es ésta una idea digna de ser tomada en consideración por todos, aunque afecte más a los astrónomos que a los físicos.

De las otras obras del Sr. Carrasco, por no hacer interminable este relato, citaremos sólo su trabajo sobre la Teoría de la Relatividad, publicado en edición del Ateneo de Madrid de 1914. Las Sustancias primordiales de la Física, expuestas en el Discurso de Apertura de la Universidad Central en 1925, y la multitud de artículos publicados en la Revista de esta Academia, en los Anales de la Sociedad de Física y Química, en las Memorias del Observatorio que éste publica aparte de su Anuario, en la Asociación Española para el Progreso de las Ciencias, y en diversas revistas extranjeras.

La labor del Sr. Carrasco en el Observatorio Astronómico es, si cabe, más copiosa e interesante.

A poco de ingresar, aparece ya ordenando observaciones meteorológicas atrasadas, traduciendo gráficas, calculando

promedios y confeccionando las variadas tablas de la sección de Meteorología, que viene publicando el Anuario de dicho Centro.

En 1910 estuvo una temporada en cada uno de los Observatorios de París y de Berlín, comisionado por el Estado, para hacer estudios de Astrofísica; fruto de cuya preparación fueron luego muchos de sus trabajos del Observatorio, y varios artículos dados a luz en su Anuario, y en otros órganos de publicidad, de que después hablaremos.

Formó parte de la Comisión oficial que, presidida por don Francisco Cos, fué a Cacabelos de León, a observar el eclipse total de Sol de 17 de abril de 1912.

Dos años más tarde, figuró en otra, presidida por el señor Ascarza, que estuvo en Feodosia (Crimea) a estudiar otro eclipse total de Sol, que tuvo lugar el día 21 de agosto de 1914. En éste halló el Sr. Carrasco la presencia de una nueva raya roja del espectro de la corona solar; la última de las de este espectro, a la que asignó una longitud de onda de 6373,8. Esta raya fué también observada por Bosler y Brook, del Observatorio de Meudón, quienes le asignaron una longitud de onda de 6373,5, diferente sólo en tres decimas. De estos descubrimientos dió cuenta detallada en las «Comptes Rendus» de la Academia de Ciencias de París y en el «Astronomischen Nachrichten» de Berlín.

La estrella Nova Cigni apareció el 23 de agosto de 1910; y encargado de su estudio físico, el Sr. Carrasco, obtuvo cerca de 100 fotografías del espectro de dicha estrella en su primera fase. De ellas formó tablas junto a las conocidas de α Cigni y de β Orionis; y presentó así, la transformación gradual de dicho espectro, desde su fase de absorción con sus rayas finas, hasta la aparición y crecimiento de las brillantes; y sacó como enseñanzas, unos indicios probables de he-

lio, y mayores seguridades de parhelio y de protohelio.

Hay a veces en los Observatorios que comparar observaciones actinométricas ordinarias con otras temporales de altura o al nivel del mar; y con ocasión de haberse adquirido un nuevo pirheliómetro y un termoelemento, fué a su costa, enviado el Sr. Carrasco, a San Pedro del Pinatar en julio del 22, a efectuar con ellos una serie de medidas de la radiación calorífica solar.

De las tablas obtenidas, consecuencias sacadas, y valor de la constante solar, da cuenta el autor en un bien razonado artículo publicado en el Anuario de 1923.

El año 21 tuvo que hacer nuevas oposiciones para ascender a Astrónomo; y, ya en posesión de este cargo, fué comisionado a Londres a examinar y comprobar entre otros aparatos, un espectroscopio y una ecuatorial que, con condiciones mecánicas especialísimas, para que sirviera en los trabajos de visuales, de fotografía y de espectrografía, hacía años había encargado el Observatorio a la casa Grubb, y que por causa de la guerra no se había podido recoger hasta entonces.

E impulsado el Observatorio por este anhelo de progreso español, tan perceptible en los últimos años, dióse prisa en ampliar local para montar un Laboratorio de Astrofísica. Había adquirido antes un espectrógrafo autocolimador Hilger, y poseía de antiguo los espejos del celostato.

De los análisis de estos aparatos, de las dificultades de cimentación del edificio y de todo otro género que hubo que vencer en su instalación; de los dilemas o disyuntivas prácticas que se presentaron y hubo que resolver, y de las pruebas de espectros de arco y de Sol que hubo que obtener a título de comprobación de las constantes instrumentales, hace el Sr. Carrasco, encargado de todo ello, una minuciosa, razonada e interesante descripción, en el Anuario de 1924.

En el de 1925 trae el estudio mecánico de la instalación de la ecuatorial antes citada; en que por las circunstancias de local hubo que situar todos sus órganos motores y reguladores dentro de la base misma del aparato. Reseña éste, sus ejes, los circuitos de iluminación, el círculo horario y el de declinación, el montaje, las observaciones para el cálculo de las constantes instrumentales, y el ajuste definitivo del aparato y afinamiento de la instalación. Resulta de este estudio que los errores probables de las observaciones están por bajo de 5 segundos de tiempo y 5 décimas de segundo de arco de apreciación de los círculos horario y de declinación, y no hace falta gran perspicacia para ver que las condiciones del aparato son excelentes, y que la instalación tiene toda la precisión apetecida.

En el Anuario de 1927 entra ya el Sr. Carrasco en un concienzudo estudio del objetivo visual de la repetida ecuatorial de Grubb, que tiene una abertura de $1 : 12,5$. Expone su centraje, su poder de resolución general y eficaz, sus cáusticas, naturaleza de las imágenes extrafocales y la aberración zonal y astigmatismo. En otro artículo posterior hace análogo trabajo crítico del objetivo fotográfico, obtenido por aditamento de una nueva lente al visual; y como ha de emplearse principalmente en trabajos de espectrografía, termina con obtención de focogramas y ajuste del eje polar.

Dividida la Tierra en husos meridianos de a hora por convenio entre las naciones, hízose necesaria una rectificación de las diferencias de longitud de los puntos de cada huso, respecto a su meridiano principal. Esto obligó al Observatorio de Madrid a remozar su antiguo círculo meridiano de 1854, con los aditamentos aconsejados por la Astronomía moderna, y con la revisión minuciosa de las características e instalación del veterano instrumento.

Este trabajo, que tiene que ser llevado entre dos, fué realizado por los Sres. Reig y Carrasco, quienes han obtenido aquel grado de precisión que no desdice de las determinaciones horarias de otros Observatorios, en investigaciones internacionales.

Por último, habiendo acordado el Congreso de Cambridge de 1925 el llevar al máximo de exactitud posible la determinación internacional de diferencias de longitud, tomó parte en estos trabajos el Observatorio de Madrid, con un anteojo meridiano reversible de Prim adquirido exprofeso para este objeto, y un astrolabio de prisma, actuando los señores Tinoco y Ascarza.

Mas aparte de esto, los Sres. Reig y Carrasco actuaron también con el antiguo anteojo meridiano, y, después de precisar su ecuación personal y las constantes de colimación y de inclinación, han realizado multitud de observaciones. De éstas han deducido la diferencia actual de longitud de Madrid respecto a los meridianos fundamentales de París y de Greenwich; y han sentado valiosos elementos para investigaciones posteriores sobre los errores sistemáticos.

Prueban todos estos datos el interés desplegado por el Observatorio para incorporarse al movimiento científico europeo, y la gran parte que en el fruto recogido han puesto las aptitudes y sostenida laboriosidad del Sr. Carrasco. Todo ello puede ofrecerse como una muestra viva de su valer científico. Mas si lo desaliñado de mi narración hubiera podido dejar sombras de duda en el ánimo de alguien, el discurso que acabáis de oír, seguramente las ha disipado por completo. Pues aparte del contenido elevado del mismo, la precisión y soltura con que está escrito, no pueden compaginarse sino con una amplia base de conocimientos físicos y astronómicos, con un dominio absoluto de la materia,

y con una percepción muy clara de las leyes del mundo de los fenómenos, en sus más recónditas manifestaciones.

No se os ha escapado seguramente al escuchar el discurso cómo salta su autor desde los áridos campos de la matemática más formalista hasta los más complicados y atrayentes de la Física y la Astronomía. Con lenguaje ameno trata cuestiones clásicas y modernas de la matemática pura, y tras una laboriosa y agotadora labor de cálculo, de la que el discurso con hábil prudencia no da sino los más interesantes resultados, nos conduce a una crítica sagaz de cuanto se ha hecho sobre esta materia, enriqueciendo además los métodos del análisis armónico y señalando la existencia de grandes periodicidades en la actividad solar. ¡Lástima grande que este problema, con todo su lujo de cálculos numéricos, no haya podido dar todavía respecto a solución, mas que unas halagüeñas esperanzas! Pero así es la marcha penosa del laborar de la Ciencia.

Y voy a terminar, pues hartó he abusado ya de vuestra benevolencia: Me permitiréis tan sólo sacar para la juventud algunas enseñanzas de lo expuesto.

Aparte del escaso porvenir de los títulos de licenciado y de doctor en Ciencias, la actual reducción de cátedras había casi paralizado el escaso movimiento anterior. Muchos jóvenes han girado hacia otras profesiones; y los más gimen maltruchos y desilusionados en el poco edificante medio de la enseñanza mercenaria.

Los ejemplos de estas vidas laboriosas y tenaces, que fueron combatidas por contrariedades de todo género, como séquito natural de escaseces económicas, y que sin decaer de ánimo un instante, triunfaron al fin de todos los obstáculos, son un poderoso confortante para todos aquellos que aún luchan en condiciones desfavorables. Sepan éstos que no todo es

lodo. Empínense cuanto puedan; eleven la vista y los corazones, y verán, sobre ese bajo fondo de favoritismo y miseria, cómo sobrenadan, flotan y ascienden muchas virtudes y muchas honorabilidades.

No se pierda de vista que el genio es muchas veces cuestión de paciencia; que triunfan siempre los más perseverantes; y que la terquedad hace más sabios, como dice Rocamora, que las aptitudes naturales.

Una de las notas por que se distinguieron nuestros antepasados, fué el tesón en la práctica de la vida.

Procure siempre acertalla

El honrado y principal;

Pero si la acierta mal,

Defendella, no enmendalla.

proclama el conde Lozano en «Las Mocedades del Cid». Y aunque tan ruda condición no dió siempre los mejores resultados, cuando se puso al servicio de la verdad o del bien, originó héroes como Colón y Miguel Servet, o santos como San Francisco y Santa Teresa. Sin embargo, no se necesita ser héroe ni santo. Basta con un tanto de abnegación y trabajo, de valor y fe, de constancia y tesón. Todas estas cualidades se dan en diversas latitudes; y no es ciertamente Extremadura la comarca española que menos las ha prodigado. Muchos nombres vienen a corroborarlo: Hernán Cortés, Francisco Pizarro, Núñez de Balboa, Romero de Cepeda y muchos más en lo antiguo; Moreno Nieto, González Serrano y otros en lo moderno; y sin ir más lejos, hace un año que se ha publicado en Méjico una Antología de la famosa Cuerda granadina. Estuvo ésta formada por verdaderos bohemios que, derrochando gracia e ingenio, afianzaron el resurgir literario español de la segunda mitad del siglo pasado; pero cuyo desordenado vivir aventó sus producciones por

todos los rincones de la península. Para reunirlos era preciso un milagro de constancia y una paciencia de Benedictino.

Hizo el milagro de constancia y de paciencia, durante cinco años, el extremeño D. José Cascales Muñoz; e hizo de Mecenas el granadino López Sánchez, rico impresor de Méjico, «adonde tuvo necesidad de emigrar, en busca de elementos de vida, que le negaban en su propia tierra; quien, tomando ejemplo de Cristo, correspondió a las ingratitudes de sus paisanos viniendo él solo a redimir a todos, librando a la idolatrada patria chica, de la nota de incomprensión o de desprecio de sus glorias más preclaras». (*) ¡Ejemplos bien notables del poder de la constancia y del trabajo!

Reciba, pues, el Sr. Carrasco la más cordial bienvenida de toda esta Corporación. Y al reiterarle la mía muy expresiva, me complazco en mirar ya su laboriosidad heredada, y la tenacidad, que le dió el terruño, puestas al servicio de los fines y de los anhelos de la Academia, con tanto empeño, que ni ésta deje de estimarlas, ni la Ciencia española de elevarse bajo su benéfico influjo.

HE DICHO.

(*) Anto.^a de La Cuerda Gran.^a—Méjico, 1928.—Pág. 20.