

REAL ACADEMIA DE CIENCIAS  
EXACTAS, FÍSICAS Y NATURALES

---

AZAR Y DETERMINISMO

---

DISCURSO

LEÍDO EN EL ACTO DE SU RECEPCIÓN

POR EL SEÑOR

D. PEDRO M. GONZÁLEZ QUIJANO

Y

CONTESTACIÓN

DEL EXCMO. SEÑOR

D. LEONARDO DE TORRES QUEVEDO

EL DÍA 2 DE DICIEMBRE DE 1925



MADRID  
TALLERES «VOLUNTAD»  
SERRANO, 48  
1925

## SEÑORES ACADÉMICOS:

SEAN mis primeras palabras expresión de mi gratitud, por la distinción con que me honráis, al llamarme a compartir vuestras tareas, en el puesto que sucesivamente ocuparon tres hombres ilustres: el Director de Obras Públicas, D. Pedro Miranda, que figuró entre los fundadores de esta Academia, D. Lucio del Valle, el insigne Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos, a quien tanto deben Madrid y España entera, y, últimamente, D. Juan Navarro Reverter, cuya vacante me toca cubrir por vuestra benevolencia.

Nada podría deciros de los dos primeros que no haya sido dicho ya por voces más autorizadas que la mía en solemnidades académicas como la que hoy nos congrega. El recuerdo del último está todavía tan vivo en la memoria de todos, que bien podría también excusar su elogio, si una piadosa y tradicional costumbre no obligara en estos actos al recipiendario a hacer el resumen de los méritos del finado, con lo que, mientras queda de ellos para el porvenir la debida constancia, se consigue poner, desde luego, ante los ojos del neófito la obra de su antecesor por ejemplo y modelo.

Lo es ciertamente la del Sr. Navarro Reverter. Nacido en Valencia, en 27 de enero de 1844, siguió con notable aprovechamiento la carrera de Ingeniero de Montes, que concluyó, obteniendo el número 1 de su promoción y dejando tan buen recuerdo de sus relevantes dotes de inteligencia y actividad,

que, con no más de veinticuatro años, fué ya nombrado Profesor de la Escuela del Cuerpo.

Colaboró asiduamente por entonces en la *Revista Forestal Económica y Agrícola*, dando en ella prueba de sus vastos conocimientos profesionales, de sus dotes de observador fino y delicado y de las galas de su estilo elegante y fluído.

No bastaban estos trabajos para consumir su incansable actividad. Desde 1872, solicitado por el notable financiero Sr. Marqués de Campo, prestó considerables servicios a la región valenciana, siendo el alma o el iniciador de importantes empresas industriales, como las fábricas de gas de Valencia y Alcoy y el ferrocarril de Carcagente-Gandía-Denia. Al mismo tiempo, acreditó su competencia en materias económicas, salvando en momentos difíciles a la Sociedad Valenciana de Crédito y Fomento y fundando la Caja de Ahorros y el Monte de Piedad de aquella capital.

Por la misma época, promovió la Exposición de máquinas elevadoras de agua, que de tanta utilidad había de ser para el más completo aprovechamiento de los recursos hidráulicos utilizables en la rica huerta valenciana.

Al celebrarse la Exposición Universal de Viena, fué designado para representar a España en el internacional certamen, publicando, con este motivo, su libro *Del Turia al Danubio*, interesante y celebrado estudio, donde hizo gala de sus vastos conocimientos de toda índole.

Nuevas empresas siguieron absorbiendo su actividad, entre las cuales hay que hacer especial mención de la Sociedad Valenciana de Tranvías, de la que fué fundador.

Con motivo de tan diferentes empresas, hizo también estudios y obtuvo el título de Ingeniero Industrial.

En 1886, el prestigio adquirido por sus felices iniciativas y acertadas gestiones le llevó al Parlamento, a donde fué

como Diputado por Segorbe. Pronto se distinguió también como político: Director general de Contribuciones primero, Subsecretario de Hacienda en seguida, fué nombrado en 1892 Delegado general de la Exposición Histórico-Americana, recibiendo grandes plácemes por la meritísima labor que en tal cargo desarrollara.

En 1895, fué elevado por primera vez al cargo de Consejero de la Corona, encargándose de la Cartera de Hacienda, que desempeñó después en otra ocasión, habiendo sido, además, Ministro de Estado, Senador vitalicio, Presidente del Consejo de Administración de la Compañía Arrendataria de Tabacos, del Consejo de Estado, etc.

En 10 de marzo de 1890, había sido ya elegido miembro de esta Academia, y tomó posesión del cargo en 6 de mayo de 1894, pronunciando en esta ocasión su discurso sobre «Lo invisible y lo desconocido».

A su muerte, era Presidente de la Sección de Ciencias Exactas y había sido admitido, además, como Individuo de número de la Real Academia Española.

Tal es, a grandes rasgos bosquejada, la fecunda existencia del compañero que habéis perdido. Triste cosa es esta ley de la vida que condena a constante renovación a todas las Corporaciones; pero mucho más triste cuando, como en este caso, tanto se pierde en el cambio. Vuestra ha sido la elección y a mí no me resta sino agradecerla y acatarla, supliendo hasta donde sea posible con la voluntad la falta de otras condiciones.

En esta vía, es mi primera obligación cumplir con el precepto reglamentario de disertar ante vosotros sobre algún punto científico. Vacilando al escogerle, también el ejemplo de mi antecesor me sugirió tema: él os habló en su día de lo invisible y de lo desconocido; yo querría hablaros de algo

que igualmente se encuentra en los confines de nuestro conocimiento: del determinismo y del azar, opuestos aspectos del mundo, entre los que constantemente oscila la Ciencia, condicionada en sus progresos por los avances de la previsión, a través de las desordenadas apariencias de la realidad.

Y enunciado el tema, a exponerle paso, empezando por algunas consideraciones preliminares que servirán para desbrozar el camino.

Mucho antes de que el hombre se ocupe de ciencia de un modo reflexivo, la diaria experiencia de la vida le ha dado a conocer multitud de hechos que, por su repetición más o menos regular y más o menos exacta, llegan a inspirarle reglas de conducta, que le ayudan a perseguir los objetivos que se propone.

No todas estas reglas son el resultado de su experiencia personal; muchas le han sido transmitidas por sus semejantes, que por tradición las conservaron, y no pocas proceden de la imitación de las distintas especies animales que a uno y otros precedieron en la población y soberanía del planeta.

Cuando por primera vez ha querido poner un poco de orden en estos conocimientos incipientes, tal vez porque nuevas necesidades o circunstancias nuevas le hacen comprender su insuficiencia, no cuenta ya con ellos sino como con datos adquiridos, cuyo origen, las más veces, se ha borrado por completo de sus recuerdos.

No por eso es menor el valor que les concede. Hanle ayudado a vivir y eso basta. Tal éxito es su mejor garantía y, en ausencia todavía de otros criterios racionales, el sistema se mantiene como un todo, en el que cada parte toma del resto su valor y su fuerza.

A ello coadyuva también la coincidente opinión ajena,

que en análogas condiciones se formara y que, vigorizada por el número, viene a traducirse en un presunto universal *consensus*, al que se da el nombre de sentido común y al que graciosamente se atribuyen todos los prestigios de la evidencia.

No progresa, sin embargo, este común acervo sin que haya que abandonar alguna parte de lo ya adquirido, sin que nuevas concepciones sucedan a las antiguas, que se resisten tenazmente a perecer, tanto más cuanto más duradero ha sido su imperio. Son, precisamente, estos cambios los que caracterizan a la Ciencia y los que la distinguen de esas otras masas de conocimientos más sentidos que pensados, en los que el impulso a la acción apenas si deja intervenir a la inteligencia y que, con una invariabilidad, por lo menos aparente, se encuentran siempre en la base de las actividades e instintos de los animales superiores.

Preséntase así, naturalmente, la Ciencia desde sus orígenes en continua lucha con el sentido común, en el que, sin embargo, encuentra su primer apoyo, pero de cuya tutela trata de emanciparse. Y no hay que culparla por ello, porque este constante espíritu crítico no es un mero prurito de ingrato despego o de vanidosa contradicción, sino que es la razón misma de su existencia; condición obligada de los servicios que está llamada a prestar, y por eso no lo ejerce sólo contra su antecesor y antagonista, al que enriquece, y no poco, como compensación de las derrotas que le infiere, sino que también vuelve sus armas contra sí misma, vedándose todo descanso, incesantemente aplicada a rectificar, a precisar, a ensanchar sus dominios, de los que se halla desterrado el concepto de lo definitivo.

¿A qué responde este perdurable trabajo? ¿De qué utilidad puede sernos? ¿Esas constantes mutaciones no son la

demostración más palmaria de su vanidad? No es la Ciencia el resultado de una actividad única, ni aspira a satisfacer necesidades espirituales de un solo orden; puede considerarse en ella un aspecto estético, cuando presenta a nuestra consideración las bellezas de la naturaleza y las armonías del pensamiento, alimenta nuestra curiosidad y el ansia incansable de conocimiento ordenado y sistemático que es el objetivo esencial de la inteligencia; pero tiene también un fin utilitario, que si puede parecer de un orden menos elevado, ha sido quizás el móvil primitivo y al que en último análisis podrían tal vez referirse los otros dos.

Desde este punto de vista, la Ciencia se nos aparece como un fenómeno de adaptación. En lucha constante con el medio, para dominarlo, el hombre ha de conocerlo; y si este conocimiento ha de ser alguna utilidad práctica, no deberá limitarse al de hechos pasados, que no han de repetirse, sino que debe encadenar el pasado con el porvenir, permitiendo una previsión, única que puede hacer posibles las aplicaciones.

Que esto es en alguna media posible, lo demuestra la experiencia diaria. Si los fenómenos no se repiten en todos sus detalles, hay algunos que se presentan con cierta constancia en sus líneas generales. Parcialmente, por lo menos, el Universo parece sujeto a leyes y cada día hechos nuevos de esta índole se revelan a nuestro conocimiento. Ciertamente es que, a veces, estas leyes parecen caer en defecto cuando se amplía el campo de la experiencia: la generalización se encuentra entonces limitada; pero no por eso los hechos *dejan de ser menos ciertos* si permanecemos encerrados en el primitivo dominio. La ley quedará así más precisamente conocida, pero de ningún modo negada, y esa misma limitación será un nuevo progreso del conocimiento.

Esta marcha ascendente, ¿podrá ser indefinida? Nada se opone a que lo sea, pero no podemos afirmarlo. Ni hace falta tampoco. La posibilidad basta para que el hombre de ciencia continúe sus investigaciones. Los éxitos logrados le invitan a continuar. Sólo así podrá alcanzarlos nuevos.

Pero mientras más avanza en este sentido, si los hechos sistematizados se multiplican, otros nuevos se presentan dispares e inconexos, que vienen a ensanchar también el campo de lo arbitrario y de lo desconocido, de tal modo, que parece encontrarse siempre en presencia de dos clases de fenómenos que, con frecuencia, se mezclan y confunden: de una parte, los que obedecen a leyes precisas, claras, terminantes; de otra, los que no parecen obedecer a ninguna ley; de un lado, el determinismo; de otro, el azar.

Mas aun en este último dominio, no todo es siempre confusión y desorden: las perplejidades ante el caso concreto no impiden cierta previsión de conjunto, que permite formular reglas, con excepciones numerosas quizás, pero no por ello menos útiles, que no es la vida evolución tan rigurosamente encauzada que haya de suspenderse ante la menor oscilación de las condiciones del medio. Y aun estas mismas excepciones pueden ser a la larga más o menos previstas, si no individualmente, en cuanto a su número e importancia, que tiende con frecuencia hacia límites precisos y constantes, y tantos más constantes y precisos cuanto más se ensancha el campo de la experiencia.

Un aparente determinismo puede surgir así en aquellos mismos fenómenos que, en detalle, se nos presentan regidos por el azar, y también, como contrapartida, pueden las leyes deterministas de tal modo interferir y complicarse, que nos sea imposible seguir el detalle de los fenómenos, por el número de variables independientes que hubiera que



manejar o por tener que efectuar series de interminables operaciones. Sería entonces el azar aparente surgiendo del fondo de un determinismo, que la rapidez de la vida hacía imposible explotar como tal.

Sea cualquiera la naturaleza íntima de los fenómenos, ambos aspectos del mundo habrían de presentarse a nuestra consideración, y si los encontramos confundidos, ninguna consecuencia podemos deducir, porque esta apariencia podría ser la manifestación de una dualidad real u ocultar tan sólo la variabilidad inmensa de un proceso uniforme, incapaz de revelarse por entero a la brevedad de nuestra vida y a la limitación de nuestros medios.

No es, pues, extraño, que hayan surgido en la Ciencia concepciones distintas a este respecto, y es de su examen del que quisiera ocuparme, sin pretender apurar lo inagotable del asunto y sin salir tampoco del terreno de la ciencia positiva, para penetrar en el campo de atisbos y tanteos característicos de la metafísica. Fijar los límites que separan unas de otras investigaciones; tal sería mi propósito si no me abrumara al formularlo la desproporción evidente entre la magnitud del tema y los elementos que para su desarrollo puedo yo aportar.

No esperéis, pues, más que algunas reflexiones a este propósito, como antecedente a las cuales hemos de examinar los rasgos esenciales de la elaboración científica, sus métodos y sus criterios.

Considerada la Ciencia como un medio de adaptación, uno de sus principales objetos ha de ser la determinación de los medios más cómodos y eficaces para responder a las excitaciones del exterior, sin menoscabo de la vida, y, a ser posible, con un nuevo incremento de fuerza y de poder. En los organismos inferiores, estas reacciones son punto

menos que automáticas: simples tropismos o insignificantes cambios de estructura tienden casi inmediatamente a compensar las variaciones del medio, manteniendo el equilibrio interno lo más cerca posible de las condiciones óptimas.

A medida que se asciende en la escala de la organización, excitaciones y reacciones dejan huella cada vez más profunda; el automatismo es menos aparente, el proceso más largo y variado, como respondiendo a una compleja elaboración interna, que rompe o enmascara el determinismo de la excitación. La actividad exterior parece así el resultado de una elección libre entre las diversas posibilidades mostradas por la experiencia.

Al llegar al hombre, esta elaboración se presenta iluminada, por lo menos en parte, por la luz de la conciencia, que nos hace ver cómo las simples sensaciones provocan en nosotros imágenes, que la memoria almacena, constituyéndose así un mundo interior paralelo del mundo externo y que no es tampoco un mero panteón de recuerdos, sino que también tiene su vida propia, su especial dinámica, más o menos activa, no siempre consciente, que a veces se revela en los sueños y otras en las combinaciones placenteras o terribles con que la imaginación entretiene las treguas de la realidad.

A fuerza de chocar entre sí, las imágenes van perdiendo su valor emotivo, transformándose en meros símbolos o esquemas, para alcanzar las cimas de la serenidad intelectual, donde acaban por convertirse en ideas y conceptos, cada vez más abstractos y generales.

Este mundo interno, imagen y reflejo del mundo exterior, tiene también sus leyes, leyes a nuestra consideración aún más claras y sencillas, porque también en ellas hemos puesto hasta cierto punto nuestro sello, ya que no tomamos

directamente de la realidad más que una parte y, aun esa, deformada y presto reducida a simple esquema, por lo general, vaciado en los moldes de la experiencia anterior, creándose así asociaciones y hábitos mentales cada vez más fuertes y a los que se tiende a conceder los caracteres de lo necesario y de lo absoluto.

Es a este fondo de experiencias, de contornos vagos e imprecisos, al que recurre la reflexión en consulta, en la situaciones graves o desusadas, en demanda de una fórmula de salvación o de una regla de conducta que decida a la voluntad vacilante. Cuando la voluntad entra en juego, el hombre cree percibir la intervención de un nuevo factor: realidad o ilusión, el sentimiento íntimo de libertad acompaña a sus decisiones, con las que imagina añadir algo al total conjunto de las influencias exteriores, atribuyéndose por ello el mérito de los éxitos y la responsabilidad de los fracasos. De aquí nace la noción de lo arbitrario, como opuesta a la de ley, y su aparición presta significación nueva al desordenado conjunto de los fenómenos de azar, permitiendo dar ejemplo concreto de azar esencial.

Ese mundo interior contiene ya los elementos que han de iniciar la Ciencia; pero ésta no aparece hasta que, de modo reflexivo y sistemático, se empieza a introducir en él el orden y la precisión. Son éstas las características que distinguen el conocimiento vulgar del científico. De momento, a esto suelen reducirse los primeros ensayos: a la comparación de las ideas, a la determinación de sus afinidades, de sus relaciones, de sus diferencias, a la investigación de su íntimo sentido, que, olvidado de su origen, se imagina anterior y superior a las contingencias del mundo.

Es la edad heroica de la Ciencia. No se desdeña del todo la experiencia; pero se la juzga incapaz de dar por sí sola la

clave de los fenómenos, que debería ser el fruto de intuiciones geniales que brotasen de la contemplación de abstractas relaciones y vinieran acompañadas de un irresistible sentimiento de evidencia.

Surgen de este modo los más diversos sistemas filosóficos que, si no logran dar cima a la temeraria empresa, tienen, por lo menos, el mérito de poner de relieve lo vano del intento y el de aquilatar cada vez más el contenido real y el valor de coordinación de las ideas generales y de los conceptos abstractos. Gracias a ellos nace la Lógica y aparecen los primeros bosquejos de las Matemáticas.

Echase de ver, al cabo, que toda la experiencia, naturalmente acumulada por la observación ocasional que la vida proporciona, no agota las posibilidades reales, ni basta a explicarlas, y que los principios generales de aquélla deducidos no podrían suministrar, en el mejor de los casos, sino síntesis prematuras e incompletas. Hácese así patente la necesidad de ensanchar la base del conocimiento, mediante la aplicación de los criterios y los procedimientos del método experimental.

Procura éste seguir lo más cerca posible a la Naturaleza; pero la enorme complicación de los fenómenos obliga a analizarlos para reducirlos a sus elementos, sustituyendo así el hecho bruto que la realidad nos presenta por el hecho científico, mucho menos rico en detalles, pero más preciso y, por lo mismo, de más fácil repetición integral. Son, en efecto, los fenómenos que se repiten los únicos que pueden dar lugar a leyes y que pueden ser, por consiguiente, objeto de la Ciencia.

La misma posibilidad de la ley es, a su vez, el criterio para aislar el hecho científico, pues aquélla no puede obtenerse sino mediante la eliminación de las circunstancias

perturbantes. Esta eliminación no es, sin embargo, arbitraria, sino que nace de la realidad misma, que consagra la objetividad del proceso por la constancia de los resultados experimentales.

No siempre la eliminación se logra de un modo completo. No es posible entonces una previsión perfecta, pero cabe una cierta aproximación, que deje indeterminado un elemento aleatorio, que acabará de precisar, en cada caso concreto, las determinaciones de la ley. Se tienen así los dos elementos en que nuestro conocimiento provisional del mundo queda en cada momento descompuesto: determinismo y azar. Al primero corresponde la ley precisa al razonamiento riguroso; al segundo, la ley estadística y el concepto de probabilidad.

A cada uno de estos dominios corresponde distinto molde de pensamiento, y aun procesos distintos de investigación, que debemos brevemente examinar.

En el dominio del razonamiento riguroso, la Ciencia se preocupa, ante todo, de la precisión de los conceptos. La experiencia ordinaria ha suministrado ya una primera clasificación de los objetos de nuestro pensamiento, que se revela en los vocabularios de todas las lenguas. En la base de esta clasificación están las impresiones sensoriales que dichos objetos nos producen y que nos hacen agruparlos según sus analogías y diferencias.

Queda así definido cada grupo de objetos por determinadas propiedades, las necesarias para distinguirlos de los demás grupos: serán las propiedades esenciales. Otras propiedades secundarias se agregarán a ellas, que permitirán formar nuevos subgrupos, hasta llegar a separar el objeto aislado o individuo, cuya identidad pueda seguirse a través de las graduales transformaciones de sus propiedades distintas.

Esta elaboración de ideas y conceptos hubiera sido punto menos que imposible si hubiera quedado limitada a la esfera de la experiencia de cada individuo; pero la convivencia social ha permitido comunicarse las experiencias individuales, quedando así constituido un sistema, con cierto carácter objetivo, por la eliminación de rasgos exclusivamente personales. La labor de cada uno ha sido así mínima, y ello contribuye a que pase inadvertida la naturaleza del proceso.

Cuando con espíritu científico se empieza a analizar el sistema así formado, pronto se observan complicaciones inútiles, clasificaciones superficiales, ilusorias analogías que obligan a rectificaciones cada vez más numerosas, al establecimiento de relaciones nuevas, a la formación de nuevos conceptos, que introduzcan en este mundo mental el orden y la armonía.

Los progresos, sin embargo, no pueden ser grandes mientras se permanezca en el dominio de lo cualitativo. Los tipos de referencia tienen que ser poco numerosos; sus combinaciones serán limitadas; si se las multiplica, pronto nacerá la confusión que impedirá continuar. Para salvar tales obstáculos, se imponen nuevos progresos de la precisión. Si de un modo absoluto no es fácil considerar muchos tipos distintos de objetos, la comparación de dos objetos permite apreciar muy pequeñas diferencias: nuestros sentidos son más precisos que nuestra memoria. Cuando toda distinción desaparece, decimos que los objetos son iguales.

La igualdad carecería de importancia si sólo fuera ocasional y transitoria, pero llega a tenerla considerable, desde el punto de vista científico, cuando se manifiesta de un modo constante, porque al mismo tiempo que marca entonces un límite a la distinción, permite conservar la referencia y suplir de este modo a las deficiencias de nuestra memoria.

De aquí el papel decisivo que han tenido los cuerpos sólidos en la evolución del pensamiento científico. Gracias a ellos, ha podido formarse la noción de número entero y constituirse los primeros rudimentos de medida.

Originadas por el caso concreto, pronto estas nociones han podido extenderse y generalizarse. La serie de los números se ha continuado sin límite; la apreciación se ha llevado hasta el dominio de lo imperceptible. Y fuera ya del dominio de la experiencia, entregados a una audaz extrapolación, se ha introducido en la Ciencia el concepto de lo infinito, preñado de contradicciones, por lo menos aparentes, que han sido origen constante de dudas y discusiones sin cuento.

Tales contradicciones no proceden, sin embargo, sino de la petición de principio de suponer realizado lo irrealizable y de confundir los conceptos experimentales de todo y nada, que sólo podemos aplicar legítimamente a los dominios limitados en todos sentidos, con las nociones de infinitamente grande y de infinitamente pequeño, que, por definición, exceden de nuestras posibilidades de observación.

Constituída la noción del número en el campo de la pura intelectualidad, se tiene ya una escala indefinida de determinaciones abstractas que poder aplicar, mediante convenciones apropiadas a las gradaciones que presentan los fenómenos experimentales, y así como éstos aparecen ligados por relaciones más o menos constantes, relaciones análogas se reconocen entre las combinaciones numéricas derivadas de operaciones, en las que es aún perceptible el sello que les impone su todavía no muy remoto origen experimental.

Adivínase así en la suma la coexistencia en el todo de partes separadas, traslúcese en el producto un problema de valoración y traduce la potencia la exuberante multiplica-

ción de la vida, cuando no encuentra límite a su expansión progresiva e indefinida.

Las operaciones inversas contribuyen a completar y generalizar la noción de número: la resta hace surgir el número negativo; la división precisa la idea de número fraccionario; las raíces y los logaritmos introducen los inconmensurables.

La combinación de las tres operaciones fundamentales directas, que dió ya origen al sistema de numeración, hace nacer, aplicada a los polinomios algébricos, la primera idea de función racional, cuyo advenimiento había sido preparado por el problema de las ecuaciones, otro de cuyos frutos fué el descubrimiento de los números imaginarios y complejos.

Las funciones racionales, por la indefinida multiplicidad de constantes que admiten, se prestan a establecer las más diversas relaciones entre las variables que ligan, y permiten resolver muy aproximadamente, en la mayoría de los casos, el problema de la interpolación. De aquí su importancia práctica, que ha contribuído, y no poco, a sus desarrollos teóricos.

Del estudio de las funciones racionales ha surgido también la primera noción de derivada, generalizada más tarde, a medida que se extendía el concepto de función; y la Serie de Taylor, relacionando las diversas regiones de los indefinidos dominios de la continuidad, parecía ser la expresión general de una función cualquiera.

No perjudicaba a esta concepción de conjunto la existencia de algunas excepciones, que podían salvarse con la elección arbitraria del punto origen o mediante el recurso de la prolongación analítica, quedando así formado un cuerpo de doctrina que parece abarcar todas las posibilidades experimentales.



Es verdad que aún persisten, para el rigor de la pura teoría, otras excepciones irreductibles y que, aun dentro de una continuidad aparente, la discontinuidad puede surgir en la serie de las derivadas, cuya existencia misma puede resultar ilusoria; pero, en tales casos, la precisión rigurosa que la teoría postula tropezaría en la práctica con los límites de apreciación, que acabarían por eliminar, en el campo de las aplicaciones, las divergencias, que sólo una imposible comprobación exacta haría aparentes.

Al mismo tiempo que se desarrollan los conceptos abstractos de número y de función, permitiendo dar sólida base a las medidas y expresión adecuada al determinismo de la ley, las apariencias constantes y las ideas generales, que la intuición destaca de las concretas manifestaciones de la experiencia sensorial, tienden también a precisarse cada vez más, prestándose a la aplicación de los progresos del análisis, que debe, a su vez, parte de sus avances a los problemas que le plantea esta otra evolución paralela a la suya.

La más importante constancia que observamos, frente a la variabilidad de las apariencias fenomenales, es la del espacio. La idea abstracta que del espacio tiene hoy el geómetra es, sin duda, el resultado de una larga elaboración, oculta ya tras la aparente claridad de nuestras actuales intuiciones. La extensión de nuestro campo visual, nuestras posibilidades de movimiento, la estación normal del cuerpo humano y la mutua conexión de sus partes, han inspirado las primeras ideas y proporcionado las primitivas referencias.

Para pasar adelante e introducir la precisión en este dominio, los cuerpos sólidos han prestado iguales servicios que en el estudio de la noción de número. Ellos han permitido medir; pero, además, constituyendo las rocas y caracterizando los lugares, han suministrado puntos de referencia

fijos e independientes de la observación subjetiva e incommunicable.

Al principio, estas referencias quedaban reducidas a las proximidades de la choza o de la gruta que servía de guarida; extendióse después al campo de caza o de pasto, y, cuando las necesidades o el espíritu de curiosidad y aventura obligaron a más largas correrías, hubo que buscarlas en los puntos más lejanos y prominentes, al alcance constante de la vista, que limitaban el horizonte.

Así fué progresivamente ensanchándose el conocimiento del espacio, primitivamente inseparable del conocimiento de la tierra, de lo que aún queda confuso recuerdo en el nombre mismo de la Geometría. No se tenía de este modo sino un sistema de dos dimensiones, caracterizado por los cuatro puntos cardinales, a los cuales los chinos añaden el centro, como para marcar todavía más las esenciales diferencias entre estos medios primitivos de localización y la noción de espacio absoluto y abstracto que, por intuitiva que hoy nos parezca, sólo mucho más tarde ha llegado a posesionarse de la inteligencia de la especie.

La tercera dimensión, que corresponde a necesidades y determinaciones mecánicas de un orden diferente, debió formar originariamente grupo aparte y sólo mucho más tarde reunirse a las otras dos, para integrar la noción de espacio del moderno sentido común. Indicio parece de ello el hecho de que, mientras nombramos a los cuatro puntos cardinales con nombres clásicos, el cénit y el nadir denuncian todavía su posterior origen árabe.

Aun este espacio distaba mucho de ser infinito para la concepción vulgar. Limitado entre el haz de la tierra y la bóveda del cielo, encerraba a la imaginación en estrecha cárcel, cuyos muros han ido alejando los descubrimientos

geográficos y las exploraciones astronómicas. La pura concepción geométrica tropezaba siempre con esta limitación supuesta del espacio físico; la geometría griega era todavía extraña a la idea de infinito y, entre las más audaces concepciones de la filosofía moderna, el espíritu conservador opuso siempre la denominación indignada o desdeñosa de *espacios imaginarios*. En nombre de principios nuevos, teorías más recientes vuelven a impugnar la infinitud del espacio y, ¡circunstancia digna de ser notada!, son ahora los conservadores, es el sentido común, o, por lo menos, el sentido común científico, los que más ahincadamente se oponen a la reforma. He ahí un ejemplo notorio de los efectos de la inercia en los vaivenes de opinión.

La pura noción de espacio, reducida al conjunto de relaciones que estudia el *Analysis situ*, no podía ser muy fecunda en aplicaciones prácticas. Nuevos objetos de estudio introdujo en su campo la observación diaria: la línea recta es el rayo de luz, y también la cuerda tirante, el camino de mínimo esfuerzo; encierra ya en germen, de una parte, todos los desarrollos de la geometría proyectiva; de otra, todas las determinaciones de la geometría métrica; lleva a lo primero el estudio de las alineaciones; a lo segundo, la noción derivada de distancia.

El plano es primitivamente el simple sostén de todo el sistema geométrico: es el espacio entero; se lo supone, no se lo define. Su imagen precisa y perfecta es la superficie del agua tranquila, donde acaban de desaparecer las pequeñas desigualdades que la vista descubre todavía en la inmensa llanura. Cuando, más tarde, la tercera dimensión viene a completar la noción de espacio, el plano abandona la posición horizontal, para tomar todas las orientaciones posibles, enriqueciendo a la Geometría con un más nutrido sistema

de relaciones, tanto en el campo métrico como en el proyectivo.

Líneas y superficies pueden ser ya consideradas en variedad inmensa, desde el círculo y la esfera, que desde el primer momento revelan el cielo y el horizonte, hasta las deducidas de las definiciones más caprichosas.

Constituída la Geometría, necesidades de orden lógico imponían la revisión de sus fundamentos. Ya los antiguos geómetras se ocuparon de encadenar sus proposiciones del modo más racional. Los *Elementos* de Euclides señalan la fase culminante de aquella elaboración. Algunos cabos sueltos quedaban todavía y, entre ellos, la célebre cuestión del postulado, que ejercitó durante siglos la sagacidad de los matemáticos, hasta los modernos trabajos de Bolyai, de Lobachefski y de Riemann, que abrieron nuevos horizontes, aún excedidos hoy por las investigaciones novísimas a que ha dado lugar la teoría de la relatividad.

La noción de tiempo, más intuitiva aún que la de espacio, porque arranca de la misma observación interna, parece haber sufrido en su desarrollo menores modificaciones, pero su medida precisa presentaba más dificultades que no han podido ser vencidas sino gracias a los progresos de la Mecánica. El movimiento aparente del cielo proporcionó las primeras grandes divisiones; los fenómenos periódicos, cuyas leyes aparentemente constantes se postulan invariables, dan el medio de apreciar los intervalos más pequeños; un paso al límite nos lleva a introducir la continuidad. Las novísimas teorías, si chocan también con la intuición, al quebrantar la creencia en un tiempo universal, no modifican esencialmente las medidas de los tiempos locales.

El tiempo y el espacio, considerados como un solo conjunto, constituyen el dominio de los fenómenos de movimiento

que estudia la Cinemática, y, añadiendo la noción de masa, se completan los materiales necesarios para el desarrollo de la Mecánica, cuyos principios informan las diversas ramas de la Física.

Queda así formado el orden mental abstracto, donde hemos de alojar y clasificar las imágenes de los fenómenos del mundo, que se nos entran por los sentidos. Ya se ha podido notar cuánto han influido en la constitución y desarrollo de ese orden los sentidos de la vista y del tacto. Se concibe una organización humana diferente que, sin menoscabar las facultades de recordar y de combinar que caracterizan a la inteligencia, comunicara con el exterior por sentidos distintos. No sólo sería entonces muy otra la suma de nuestros conocimientos, sino que es probable que las mismas ciencias abstractas fueran radicalmente diferentes. Es un punto de vista que no siempre se toma en cuenta, cuando se trata de la posibilidad de comunicar con otras humanidades. No puede darnos idea de ello el estudio de los individuos de nuestra especie que carecen de alguno de estos sentidos, pues aparte de sus predisposiciones heredadas, han sido educados en el seno de la sociedad, de la que han recibido, completamente elaboradas ya, todas las nociones fundamentales. La sensación tan sólo les falta, el molde mental permanece el mismo.

Cuando aplicamos al mundo este molde mental, los fenómenos se nos presentan con una continuidad, por lo menos, aparente y que consideramos esencial, cuando dichos fenómenos se someten a leyes precisas. Esta continuidad contrasta con la necesaria discontinuidad de nuestro conocimiento. Conocer, en efecto, es distinguir, y distinguir es percibir claramente una diferencia. La continuidad no parece, pues, un producto de nuestro espíritu, sino una realidad exterior que se nos impone.

Si profundizamos un poco el concepto, pronto nos percatamos de cuán aventurado sería fallar por analogías. Ya hacía observar Poincaré que la noción de continuidad venía sólo a salvar una contradicción frecuente en nuestras percepciones, puesta de relieve en algunos sofismas famosos, como los sorites del calvo o del montón de trigo. Por falta de apreciación de nuestros sentidos o por limitaciones de nuestra capacidad de atención, ciertas diferencias nos pasan inadvertidas y una cadena de aparentes igualdades puede ocultar diferencias muy sensibles entre los términos extremos. Para explicar la contradicción, basta suponer diferencias menores que las perceptibles; pero la continuidad sólo aparece en el paso al límite, que la realidad nunca puede imponernos, porque sería preciso para ello un proceso infinito.

La continuidad aparece, pues, en definitiva, introducida por nosotros, a los efectos de una comodidad de razonamiento, y tan lejos se encuentra de representar una necesidad lógica, que hay filósofos que la reputan físicamente absurda y que desearían ver proclamada con carácter universal la que han dado en llamar *ley del número*, ley que las concepciones atómicas y la moderna teoría de los *quanta* parecen confirmar.

Siempre será, sin embargo, aventurado pretender imponer limitaciones a la realidad en nombre de ideas preconcebidas o de dificultades racionales, si bien es cierto que sería inútil ensanchar nuestros moldes mentales más allá de los límites que nuestro conocimiento del mundo exterior no habrá jamás de traspasar; pero estos límites, ciertos tal vez, ¿quién podría definirlos?

De hecho, y desde el punto de vista del conocimiento práctico, la continuidad no puede representar otra cosa sino

la posibilidad de despreciar lo que cae por bajo de los límites de la apreciación, y así ha de ocurrir necesariamente, por definición, en todos los casos de determinismo aparente. A diferencias inapreciables deben, pues, corresponder otras diferencias inapreciables. Los fenómenos en que así no ocurra, deberán ser excluidos y relegados a la categoría de los fenómenos de azar.

Esta circunstancia de poder despreciar lo indiscernible tiene también otra consecuencia, y es que las diferencias muy pequeñas de la función serán proporcionales a las diferencias de la variable, porque a diferencias iguales deben corresponder diferencias iguales, sin lo cual, o la variación de la diferencia sería indeterminable o sería posible llevar más adelante la apreciación de los valores absolutos. Las funciones, en cuestión, tendrán, pues, una derivada, y esta necesidad, más sentida que percibida claramente, fué, sin duda, la que condujo a generalizar la propiedad, extendiéndola erróneamente a toda función continua, aun a aquellas cuyas variaciones irregulares exceden de la observación.

Cuando la derivada tuviera, a su vez, una significación física, igual razonamiento será aplicable y, en definitiva, las funciones utilizables para la expresión de leyes de carácter prácticamente determinista serán todas funciones analíticas. Una tendencia natural del espíritu nos lleva además a escoger entre todas las funciones posibles, en número infinito, las que con mayor sencillez expresan el fenómeno.

Puede interpretarse esta tendencia como una aspiración de orden intelectual, pero también puede verse en ella una nueva manifestación del sentido utilitario de la ciencia, que se traduciría en una fórmula de mínimo esfuerzo.

Esta natural explicación quitaría todo valor trascendente al postulado, tan en boga en otra época, de la sencillez

intrínseca de las leyes naturales, que llegaba a aceptarse como un criterio de verdad, cuando lo único cierto es que la Ciencia carecería de objeto y aún de posibilidad si no fuera sencilla para nuestro conocimiento.

La sencillez puede ser, sin embargo, de varias clases: puede ser una sencillez de conjunto e inmediata, como la que se encuentra con frecuencia en la Ciencia abstracta y llega a veces a obtenerse en los laboratorios; pero puede ser también una sencillez elemental, oculta tras las complicaciones enormes que introduce en plena naturaleza la combinación o interferencia de las causas más variables.

Es esta última especie de sencillez la que más ordinariamente se busca en las grandes hipótesis coordinatorias que aspiran a condensar en una expresión única el determinismo universal de los fenómenos. Las leyes quedan así reducidas a *leyes diferenciales*. El determinismo nos lleva a buscar la sencillez en el infinitamente pequeño.

En cambio, es la sencillez macroscópica la que puede ser más útil en las aplicaciones; para alcanzarla desprecíanse términos insignificantes, que pueden ser, sin embargo, de gran importancia teórica; englobanse coeficientes o se los pide directamente a la experiencia; límitase el campo de aplicación mediante el desdoblamiento de los fenómenos en sus distintas fases, llegándose, por último, a la fórmula empírica.

Con frecuencia, sin embargo, se ha seguido el orden inverso. Han sido determinadas fórmulas empíricas las que, fundiéndose en leyes cada vez más comprensivas, han dado lugar a las teorías generales, que se condensan en las grandes hipótesis coordinatorias.

Ambos procesos se complementan. La tendencia unitaria del proceso ascendente, reduciendo las causas sin dis-



minuir la enorme variedad de los efectos, permite la previsión de otros nuevos y provoca el proceso descendente que, aparte de su utilidad técnica, es también un proceso de comprobación, mediante el cual la precisión podrá hacer nuevos progresos gracias a la amplificación de los errores, producida por el encadenamiento de los cálculos, confirmándose de este modo la generalidad de las teorías o poniendo de relieve la necesidad de nuevos términos de corrección reveladores de fenómenos desconocidos.

Fuera del dominio del determinismo aparente, preséntanse otros fenómenos que parecen escapar a toda ley o, hablando con más propiedad, a toda previsión. La noción de ley es, en efecto, tan amplia, que su negación apenas si puede concebirse. Si se deja arbitrario el número de parámetros, no hay sucesión de objetos que no pueda expresarse por alguna ley; pero la ley sería completamente ilusoria, desde el punto de vista de la previsión, si sus parámetros no acabaran nunca de determinarse. El azar encontraría así su expresión en una ley de infinitas variables independientes.

Un azar absoluto de esa manera entendido sería equivalente a una absoluta ignorancia del porvenir, el cual sería el resultado de una especie de voluntad caprichosa e incomprendible. Con un tal azar, la Ciencia nada tendría que hacer; pero hay casos en que la variabilidad de los resultados, en circunstancias al parecer idénticas, no se produce sino entre determinados límites y conservando próximamente constantes determinadas relaciones numéricas. En estos casos, la ley determinista cae en defecto, pero viene, en parte, a sustituirla la *ley estadística*.

Esta especie de determinismo a medias se revela continuamente en la vida diaria y fué, sin duda, observado desde el principio por el hombre, aun antes que otro determinismo más preciso pudiera llegar a fijar su atención. Su concep-

ción abstracta ha hecho, sin embargo, menos progresos teóricos, y casi podría decirse que se encuentra todavía en plena formación.

Ante la inextricable sucesión de los hechos, a la que él mismo parecía contribuir con sus propios esfuerzos, el hombre ha creído poder explicarlo todo por el juego de voluntades análogas a las suyas, con facultad de libre determinación, pero con preferencias por determinados fines. La libertad de elección era además contrarrestada por las limitaciones del poder, y el orden del mundo era el resultado de una equilibrada lucha entre voluntades antagonistas, sobre las que era posible influir por la coacción o por el halago. Tales son las creencias que parece encontrarse en el fondo del fetichismo primitivo, y que reviven, con formas vagas o atenuadas, en las supersticiones de los jugadores. No cambian, en realidad, sino los nombres, cuando se sustituyen las voluntades por entidades metafísicas o cuando se proclama una especie de igual derecho a la verdad de las proposiciones alternativas, en cuya elección vacilamos, y entre las cuales deberíamos hacer, según la expresión de Boole (1), *una igual distribución de nuestra ignorancia*.

Pero si se prescinde de explicaciones apriorísticas y nos mantenemos en el terreno de los hechos, la ley estadística no es menos una realidad que, cualquiera que sea su esencia, será necesario reducir a normas racionales. Caracterízanla, como hemos dicho, una constancia aproximada de relaciones numéricas entre los resultados inciertos de condiciones idénticas. Lo aproximado de la relación no debe ser obstáculo a la indeterminación del caso concreto, ni tal la amplitud de las oscilaciones que su determinación carezca

---

(1) *Laws of Thought* 1854, p. 370 (387 de la edición de Jourdain de 1916).

de todo interés práctico ni científico. Una tal relación debe, pues, ser un límite de convergencia irregular, pero cierta.

Y aquí se nota una curiosa oposición, al par que una analogía, entre los dominios del determinismo y del azar: en pos de la sencillez elemental, donde todas las complicaciones se desvanecen y todas las variaciones se superponen, el primero conduce a leyes diferenciales, mientras que el segundo, esquivando las incertidumbres del hecho aislado y ahogándolas, por decirlo así, en la masa indefinida de los fenómenos, busca en leyes asintóticas la expresión de una verdad que domine las contingencias de la realidad. Uno y otro apelan, en último término, a la noción de infinito que, lo mismo desde el umbral de nuestras percepciones que en los extremos límites de nuestra experiencia, parece reflejar sobre nuestro conocimiento toda la luz que nos niega para el esclarecimiento de su propia esencia.

Cuando se trata de precisar estas relaciones, aparecen las nociones de frecuencia y de probabilidad, cuya importancia práctica es considerable. Es de observar, en primer término, que para razonar en este como en cualquier otro dominio, no es posible partir de la ignorancia absoluta. Los fenómenos de azar, que hemos de considerar como tales, serán siempre fenómenos parcialmente determinados; la variación sólo reinará sobre sus determinaciones finales, y aun éstas quedarán reducidas a un cierto número de alternativas.

Estas alternativas serán favorables unas, otras adversas, y su conocimiento podrá inducirnos a provocar o a esquivar el fenómeno; pero ante el caso aislado, sólo una alternativa prevalecerá y nuestra previsión no podría ir más adelante. Cuando el fenómeno se repite, los riesgos se multiplican y también las posibles ganancias, y es del mayor interés acrecentar éstas y reducir aquéllos, dentro de los lími-

tes de la resistencia vital. Algo se podrá hacer en este caso, porque las circunstancias han cambiado: todas las alternativas podrán ahora producirse y cada una con una cierta frecuencia relativa. La comparación de estas frecuencias nos llevará a considerar, en conjunto, el fenómeno como ventajoso o perjudicial.

Se ha pretendido que la ausencia misma de todo determinismo tenía, como consecuencia forzosa, la existencia de tales relaciones (1), porque si alguna alternativa no hubiera de darse nunca, sería porque algún determinismo la excluyera, y porque, produciéndose todas, a algún límite habrían de tender sus relaciones de frecuencia, cuando su número total creciera indefinidamente, porque estas relaciones se alteran tanto menos, al ser rectificadas por los hechos nuevos, cuanto mayor es el número de los hechos ya realizados y tomados en cuenta.

Tal razonamiento es, sin embargo, ilusorio, y podría servir, sin cambios sustanciales, para demostrar la necesidad del determinismo, porque cualquier serie realizada de fenómenos podrá también ser expresada por una ley rigurosa, con lo que todo azar quedaría excluído; pero desde el punto de vista en que nos colocamos, no podemos considerar como ley sino la que permite previsiones, ni conceder valor científico a relaciones que no podrían ser conocidas sino cuando se hubieran ya realizado todos los hechos, cuyas consecuencias se trataba de prevenir.

La existencia de tales relaciones no es, pues, ninguna necesidad lógica, sino un postulado que la Ciencia no puede por menos de aceptar, si no ha de ser destruída toda posibilidad de progreso; pero, al hacerlo así, no habrá que ol-

---

(1) Delbet.

vidar que, si con esa condición define la Ciencia su propio dominio, no por eso adquiere el derecho de declarar que fuera de él no pueda existir nada.

Comprobada la existencia de tales relaciones, convendría reducir el número a lo indispensable y, para ello, se compara la frecuencia de cada alternativa con el número total de hechos, y la relación que resulta recibe el nombre de *probabilidad*.

La probabilidad, así definida, es un número experimental, comprendido entre cero y uno, límites de la imposibilidad y de la certeza. Si así hubiera que proceder siempre, el cálculo en estas materias quedaría reducido a límites casi despreciables; pero una vez comprobada la existencia de hechos probables y una vez determinada su probabilidad elemental, el cálculo puede prestar aquí los mismos servicios que en el dominio del determinismo, proporcionando tipos, facilitando combinaciones y deduciendo de las premisas todas las consecuencias de que son susceptibles.

De aquí ha nacido el concepto abstracto de probabilidad, cuya definición y alcance a tantas discusiones se han prestado. En el caso particular en que toda la posibilidad sea susceptible de expresarse por un cierto número de alternativas igualmente probables, a las que se da el nombre de *casos*, la probabilidad de un acontecimiento consecuencia de algunas de esas alternativas, sería, según la definición clásica, la relación entre el número de casos favorables y el número total de casos posibles.

Con los antecedentes expuestos, esta definición es perfectamente clara y es evidente que coincide con la determinación experimental que de la probabilidad hubiera de hacerse en ese caso. No ocurre ya lo mismo cuando se quiere prescindir de toda experiencia anterior, formulándola en

el dominio de las probabilidades abstractas o *a priori*, porque entonces, al añadir a la definición, según la fórmula acostumbrada: *siempre que los casos sean igualmente posibles*, vendríamos a caer en el círculo vicioso, ya notado por Poincaré, de definir la probabilidad por la probabilidad.

En el caso especial que estamos considerando, es fácil deducir de la definición misma de la probabilidad dos principios fundamentales de los que derivan casi todos los desarrollos del cálculo, a saber: el principio de las probabilidades totales y el de la probabilidad compuesta. Afecta el primer principio su forma más sencilla cuando los fenómenos disyuntivos, que constituyen el fenómeno que se espera, son incompatibles; el segundo, cuando los fenómenos copulativos que integran el fenómeno compuesto son independientes.

La aplicación de estos principios permite generalizar la definición de probabilidad a los casos en que no sea posible una descomposición completa en casos igualmente posibles, e inversamente, los principios pueden servir también de criterios para definir en todos los casos la *independencia* y la *incompatibilidad*.

Nuevas dificultades pueden presentarse cuando el número de alternativas sea infinito; pero en estos casos, ya se trate de un conjunto enumerable de alternativas o de un conjunto continuo, las probabilidades realmente definidas serán siempre probabilidades finitas, que la experiencia podría dar directamente o a las que se podría llegar por la consideración de los límites (1).

---

(1) Sobre la definición de la probabilidad puede verse mi conferencia en el Congreso de Sevilla de la Asociación Española para el Progreso de las Ciencias (1917).

Conocida la probabilidad, si las condiciones de producción del fenómeno se mantienen las mismas, las relaciones de frecuencia se aproximarán cada vez más a las indicaciones del cálculo. El teorema de Bernouilli permite calcular los límites del error que puede esperarse, y que será tanto menor cuanto mayor sea el número de pruebas. Aún podrán estudiarse casos en que la probabilidad sea variable durante la repetición de los sucesos y en que esta variación pueda a su vez depender de las mismas determinaciones del azar. Constitúyense de este modo tipos diversos de fenómenos reales que con este carácter se nos presentan.

La noción de esperanza matemática contribuye también a facilitar los cálculos y las previsiones. En todos los casos, la precisión de los resultados dependerá de la amplitud de la experiencia y aumentará bajo la influencia de los grandes números hasta casi confundirse con la certeza, cuando, como ocurre en las hipótesis moleculares, las contingencias se condensan en el tiempo y en el espacio hasta el punto de quedar individualmente indistinguibles. Surge así un determinismo aparente, que arranca del azar, del mismo modo que la complicación de las leyes puede dar la apariencia del azar a un conjunto de fenómenos que obedezcan a un riguroso determinismo.

Acabamos de ver cómo la elaboración interna de los datos de la experiencia origina la formación de conceptos y principios generales que permiten retener y sistematizar el conocimiento adquirido y constituyen el molde en el que se tiende a encajar la experiencia futura. Indicamos también que, por una ley general de las actividades mentales, las particularidades de este proceso tienden a borrarse del espíritu cuando el resultado está conseguido, de suerte que, olvidado de los antecedentes, que han pasado al dominio

de la subconciencia o quizás se han eliminado del todo, el hombre se encuentra con un bagaje intelectual, del que difícilmente puede desprenderse y que constantemente confirman nuevos hechos. Explicar un fenómeno, es encajarlo en alguno de estos esquemas preexistentes, y estas comprobaciones, por su número y por la claridad con que son percibidas, ejercen sobre el espíritu una impresión mucho más fuerte que algún que otro hecho oscuro que parezca escapar a la regla, y que provisionalmente se referirá a alguna de las más vagas imágenes del sistema.

Este mundo de imágenes abstractas que inspirara a Platón su teoría de las ideas eternas, comprende lo que llamamos conceptos intuitivos, verdades de evidencia inmediata, a los que los partidarios del innatismo tienden a reconocer un origen trascendente. Problema es este con el que nada tiene que ver la ciencia positiva, y que apenas si puede formularse en términos precisos. Ya hemos señalado la impotencia de la introspección para resolverle: en cualquier momento de la vida a que llegue sus recuerdos, ese mundo se encuentra ya formado, aunque siga enriqueciéndose con adquisiciones nuevas, y los primeros años, que serían a este respecto los más interesantes, se borran por completo de la memoria. Pero cuando algún procedimiento nos permitiera llegar hasta ellos y sorprender, en el despertar de la inteligencia, gérmenes de ideas y direcciones predeterminadas de pensamiento, todavía habría que remontar las líneas ancestrales para probar lo que hubiera en esos residuos de constante y lo que fuera el laborioso resultado de acumuladas herencias.

Si, pues, la Ciencia hubiera de dictar alguna vez fallo definitivo, no podría ser sino a favor del origen experimental de nuestras intuiciones, y bien pudiera darlo desde lue-



go, si fuera lícito lanzarse en el camino de las extrapolaciones audaces, porque son numerosos los ejemplos en que supuestas evidencias han cedido al choque de la realidad, dejando paso a evidencias nuevas, que antes habían sido marcadas con el estigma del absurdo y de la contradicción.

La esfericidad y el movimiento de la tierra son ejemplos vulgares de estas verdades repugnadas por el sentido común, que han acabado por recibir carta de ciudadanía en la Ciencia; pero el error en estos ejemplos deriva de los datos inmediatos de nuestros sentidos y no podría quebrantar el convencimiento de los que, desdeñando las apariencias, buscaban en la pura razón los criterios de la verdad. Por eso Descartes, aun después de aquellos antiguos fracasos de la intuición que entraba por los ojos, echa los cimientos de su filosofía sobre el sentido de evidencia, al que daba la suprema garantía de la veracidad de Dios.

Con él empiezan los ensayos con sentido moderno para abarcar la totalidad del Universo en fórmulas racionales, fundadas en principios por sí mismos evidentes, que nos permitieran explicar la realidad y, lo que es más, demostrarla. Para ello era natural buscar apoyo en las Matemáticas y en la Lógica, las ciencias que, por excelencia, han recibido la denominación de exactas.

Coinciden estos ensayos con la aparición del cálculo infinitesimal, que instrumento tan poderoso había de entregar a las investigaciones de la Mecánica y de la Física, y era natural que el propósito deslumbrara y que fuera aceptado y proseguido con todo el entusiasmo del neófito por varias generaciones de matemáticos.

Gracias a sus trabajos, la precisión fué introduciéndose en los dominios científicos, y el concepto del determinismo concentrándose y extendiéndose, hasta el punto de consi-

derarle como verdad ineludible en el orden físico. Aparte quedaban todos los hechos en que más o menos interviene la libertad moral; pero cada vez se estrechaba más este círculo, que era con frecuencia asaltado en nombre del materialismo, como antes lo había sido por místicos y teólogos a nombre de la predestinación.

Cuando Laplace escribe su *Ensayo filosófico sobre las probabilidades*, esta concepción había ganado ya muchos espíritus. No es, pues, extraño verla expresada con toda precisión y generalidad por el insigne autor de la *Mecánica celeste*. Dice así en aquel *Ensayo*, al hablar de la probabilidad: «Todos los acontecimientos, aun aquellos que por su pequeñez parecen extraños a las grandes leyes de la naturaleza, son una consecuencia tan necesaria de ellas como las revoluciones del sol... Los sucesos actuales tienen con los precedentes un enlace fundado sobre el principio evidente de que una cosa no puede empezar a ser sin una causa que la produzca. Este axioma, conocido con el nombre de *principio de razón suficiente*, se extiende aún a las acciones que se juzgan indiferentes. La voluntad más libre no puede, sin un motivo determinante, darles origen... La opinión contraria es una ilusión del espíritu que, perdiendo de vista las razones fugitivas de la elección de la voluntad en las cosas indiferentes, se persuade de que se ha determinado a sí misma y sin motivos.

»Debemos, pues, considerar el estado presente del mundo como el efecto de un estado anterior y como la causa del que va a seguir. Una inteligencia que un instante dado conociera todas las fuerzas que animan a la naturaleza y la situación respectiva de los seres que la componen, si fuera, además, bastante capaz para someter estos datos al análisis, abrazaría en la misma fórmula los movimientos de los mayores

cuerpos del Universo y los del átomo más ligero: nada sería incierto para ella, y el porvenir, como el pasado, estaría presente a sus ojos. El espíritu humano ofrece, en la perfección que ha sabido dar a la Astronomía, un débil bosquejo de esa inteligencia... La curva descrita por una simple molécula de aire o de vapor está regulada de una manera tan cierta como las órbitas planetarias; no hay otra diferencia que la que entre ellas pone nuestra ignorancia.

»La probabilidad se relaciona en parte con esta ignorancia, en parte con nuestros conocimientos...»

En el pensamiento de Laplace no quedaba hueco para el azar; éste resultaría sólo de la falta de datos o de la complicación de las leyes. Las ciencias físicas, inspirándose en los mismos principios, tendían a organizarse según el modelo de la *Mecánica celeste*. «La verdadera Física matemática, decía poco más tarde Lamé en el prólogo de sus *Lecciones sobre la Teoría matemática de la elasticidad de los cuerpos sólidos*, es una ciencia tan rigurosa, tan exacta, como la Mecánica racional.» Trata de distinguirla en seguida de las ciencias provisionales, al servicio de la técnica, formadas con los resultados inmediatos de la experiencia, reunidos e interpretados con miras exclusivas a las aplicaciones. «Durarán, añade, hasta que la Física racional pueda invadir su dominio. No tendrán ya entonces sino una importancia histórica.» Y esa época la consideraba cercana.

Todavía, hace cincuenta años, Échegaray, en sus *Teorías modernas de la Física*, expresaba análogo *desideratum* en estos términos: «Se condensaron los hechos en leyes empíricas; se han reducido éstas a un corto número de hipótesis, que son, en rigor, grandes síntesis; pero falta completar la obra, reducir todas las hipótesis a una, y si es posible, hacer que esta ley única pierda su carácter empírico, se ra-

cionalice por completo, y busque en la filosofía su verdadero origen y su natural deducción.»

Pero mientras la escuela físico-matemática se afanaba por realizar ese ideal, la crítica de los principios había socavado los cimientos de la evidencia y puesto en tela de juicio el valor de nuestras intuiciones. La Geometría había experimentado el choque la primera; el análisis sufrió a su vez revisión cuidadosa, y a cada nuevo examen se ponía más de relieve lo convencional de los conceptos y se ensanchaba más el campo de las posibilidades lógicas. La demostración racional del mundo perdía todo apoyo; su conocimiento no podía ser alcanzado sino por la experiencia; ella nos revelaba una realidad que lo mismo pudiera haber sido otra. El principio determinista podía salvarse todavía, pero perdía su necesidad.

Tal comprobación, sin abandonar el principio, ha hecho perder la absoluta confianza que inspirara y ha puesto en tela de juicio la legitimidad de extenderlo hasta el dominio de lo infinitesimal. A ello ha contribuído también el desarrollo de la teoría cinética de los gases, a cuya imagen y semejanza han venido a formarse las más modernas de la Mecánica y de la Física estadísticas, que abren el camino a una nueva concepción del mundo.

Según ella, el determinismo de los fenómenos visibles no prejuzga el del fenómeno elemental, del que se empieza por prescindir y que podría acabarse por negar. Aquella apariencia sería sólo el resultado de la ley de los grandes números, que haría surgir la constancia y el orden del seno de un caos inextricable, donde todas las posibilidades se realizasen, pero donde acabarían por preponderar las de probabilidad máxima, únicas cuyo efecto llegaría a ser observable.

Los servicios prestados por tales teorías en el campo de la explicación y de la previsión de los hechos son bastante conocidos para que tenga que detenerme a señalarlas. Su valor como hipótesis de coordinación y de trabajo es innegable y no he de discutirlo; pero cuando el principio en que se funda se expone con toda precisión y generalidad, cuando se quiere considerar su valor absoluto, no pocas dificultades se presentan a nuestra consideración.

Con ellas parece renovarse, bajo nueva e inesperada forma, la misma tendencia racionalista que, fundada en el determinismo y apoyada en la intuición, pretendía llegar a la demostración del mundo, no tomando de la experiencia sino, a lo sumo, algunas constantes que vinieran a determinar la generalidad de las fórmulas. Y, lo que es más extraño, esta demostración no sería ya el resultado de una especie de revelación interna, fruto místico de la reflexión científica, sino que se levantaría sobre el cimiento de nuestra propia ignorancia, hecho milagrosamente fecundo por la influencia de los grandes números. La abstracción influyendo sobre la nada: he ahí el principio de la sabiduría.

Grandes han sido las derrotas de la intuición y los fracasos del sentido común; pero, de aceptar tal manera de ver, habría que confesar que éste los superaría a todos. No ocurre así, sin embargo. Fácil es señalar en tal concepción contradicciones intrínsecas. Esa hipótesis de un caos donde todas las posibilidades se realizan es completamente inconsistente: las posibilidades superan todas las determinaciones; su número sería, empleando la terminología de Cantor, un infinito de potencia superior a todo lo imaginable. Aun reduciendo esas posibilidades dentro de los límites de la intuición, el conflicto subsistiría, porque las hipótesis estadísticas suponen una discontinuidad real produciéndose en

un medio continuo, dentro del cual las posibilidades de distribución excederían en potencia a las posibilidades de división del medio.

Lo que puede inducir a error es que cada característica de la distribución (la velocidad absoluta de las moléculas, su dirección, el intervalo medio entre dos choques, etc., en el supuesto de la teoría cinética) puede encontrarse distribuida con suficiente uniformidad para que no se vacile en admitir que el efecto no cambiaría al sustituir una continuidad ficticia a la discontinuidad real; pero cuando, prescindiendo de determinaciones concretas, razonamos por analogía sobre funciones cualesquiera de la distribución, interponemos un infinito entre la palabra y la imagen sin siquiera apercibirnos de la necesidad de justificar el salto.

Y aun tratando de esas mismas determinaciones concretas, son los recursos de nuestra intuición los que utilizamos en estos casos, sin que haya diferencia ninguna esencial con la manera de proceder de los que partían para sus hipótesis del determinismo diferencial.

Pero aun suponiendo que pudiéramos abarcar todas las posibilidades, para calcular los estados más probables será siempre preciso partir de algún postulado que nos permita fijar las probabilidades elementales, postulado imposible de determinar con precisión experimentalmente y que, en definitiva, habría también que pedir a la intuición.

Vemos, pues, que, en el fondo, el procedimiento sería siempre el mismo y que las nuevas hipótesis no podrán encerrar ni más ni menos realidad que las antiguas; vemos también que no es en definitiva la ignorancia la que nos conduce a resultados más o menos congruentes con la realidad. De los dos elementos que en la probabilidad señalaba Laplace, es el elemento positivo, es el conocimiento el que pue-

de ser fecundo en consecuencias, si rectamente se le aplica a la investigación de nuevas verdades que la experiencia se encargará de comprobar.

Las nuevas teorías vuelven, sin embargo, a poner sobre el tapete el problema del determinismo, cuyo alcance y limitaciones cabría discutir. A muchos parece excesiva hoy la posibilidad teórica de la inteligencia imaginada por Laplace; fundábala el ilustre sabio en las leyes de la Mecánica, y a las indeterminaciones de la Mecánica han recurrido algunos para escapar a la necesidad de sus leyes. Así lo hizo Boussinesq en un libro, célebre en su tiempo, sobre la conciliación del verdadero determinismo científico con la libertad moral, en el que utilizaba las soluciones singulares de las ecuaciones diferenciales para demostrar la posibilidad de distintas soluciones para una misma ecuación, partiendo de idénticas condiciones iniciales.

No es difícil señalar ejemplos de esta clase, aunque no sea tan fácil aceptar su verosimilitud, pues se trata de circunstancias tan precisas, que cuesta trabajo concederles una probabilidad determinada. Ejemplos parecidos de soluciones múltiples han sido presentados, especialmente por Villat y Thiry, con motivo del estudio de determinados problemas de hidrodinámica, relativos a la resistencia de los flúidos; pero tales indeterminaciones, si dejan paso a una posibilidad, no pueden ser consideradas como una demostración. No significan más sino que los datos del cálculo son insuficientes, no que no puedan completarse. La Física real es algo más que un ejercicio de cálculo.

Más perentorio es el argumento deducido de la posible infinitud del Universo. El número infinito de las ecuaciones podría hacer completamente ilusoria la determinación del sistema, que quedaría además destruída por las excepciones

antes apuntadas y que, por escasa que fuera su probabilidad, habrían de producirse en un infinito número de pruebas.

Cierto es que la moderna teoría de la relatividad tiende a limitar el espacio y que la teoría atómica parece oponer un límite a la divisibilidad infinita de la materia; pero una y otra, en lo que pudieran tener de absoluto, son hipótesis que quedarán completamente fuera de las posibilidades de comprobación experimental.

Por lo que a la teoría atómica se refiere, hemos visto al átomo clásico indivisible fraccionarse en electrones, y quién sabe si éstos se pulverizarán a su vez por el choque con nuevos hechos inexplicados. Su solidez no es tan grande que no haya permitido a Borel imaginar, buscando escape a las desoladoras consecuencias del segundo principio de la termodinámica, seres inteligentes pobladores de mundos atómicos (1) que dieran realidad a las anticipaciones poéticas de nuestro Bartrina:

¿Quién sabe, ¡oh ciencia ignota!,  
Cuántos mundos encierra cada gota  
De la sangre que corre por mis venas?  
Tal vez cuanto en el cielo contemplamos  
junto con el planeta que habitamos  
tan sólo un poro llena  
de un grano microscópico de arena  
del fondo de los mares de otro mundo,  
que se agita a su vez en lo profundo  
de un átomo de polvo de granito  
de otro mundo... y así hasta lo infinito.

Y en cuanto a la teoría de la relatividad, si limita el espacio, también opone barreras a la íntima conexión de sus

---

(1) Le Hasard.



diferentes regiones, con el límite impuesto a la velocidad, que imposibilita toda acción instantánea y exige un determinado plazo para que *empiecen a obrar* las causas lejanas. Es verdad que entonces podríamos abarcar con el pensamiento, más rápido que la luz, los más remotos sistemas de nuestros antípodas espaciales; pero serían imaginarias cavilaciones sin comprobación experimental posible. Habríamos salido del campo de la Ciencia positiva para entrar en el de la Metafísica.

· Pero si el determinismo absoluto presenta dificultades prácticamente insuperables, el azar absoluto es menos concebible todavía. El azar absoluto es la absoluta ignorancia, y la ignorancia, ni aun a sí misma se conoce. Si la noción de probabilidad proyecta claridades en ese oscuro dominio, es porque introduce en él una cierta suma de conocimiento por mínimo que sea. Las leyes estadísticas no son tales leyes, por lo que tienen de azar, sino por lo que tienen de determinismo, aunque este determinismo sea incompleto.

En realidad, no es el azar el que se introduce en los cálculos; más bien se elimina de ellos mediante los postulados de la probabilidad. La ilusión procede de que se los formula de modo que parece como si se tratara de una necesidad lógica ineludible o de una regla de ética científica que nos obligara al reparto equitativo de nuestra ignorancia de que hablara Boole.

Pero si el azar, como tal, es ininteligible, tampoco lo podemos declarar absurdo. El absurdo es la contradicción y la contradicción es la incompatibilidad entre dos verdades claramente percibidas por separado. La lógica no puede, pues, oponer nada a la posibilidad de nuevas causas que no hubieran obrado en el pasado, a lo que por algunos se ha llamado la aparición de *comienzos absolutos* en el Universo.

Repugna, ciertamente, esta concesión a los hábitos mentales del hombre de ciencia, acostumbrado a buscar causa suficiente a todo fenómeno en la situación anterior del mundo, y parecerá natural, en cambio, al hombre de acción, que interviene en los hechos, con el convencimiento íntimo de que puede torcer su curso, cuando a ello no se opone la magnitud de la energía que su inercia pone en juego. Vacilará todavía el primero, temeroso de las ilusiones de nuestro sentido íntimo; el segundo, desoírás siempre sus insinuaciones y jamás se dejará convencer por la sabia concepción de la conciencia epifenómeno. Presiente que la ilusión también tiene su realidad; que de ilusiones está llena la vida y que la vida es fuerza, es idea, es voluntad, es civilización, en suma, sin la cual tampoco es posible la Ciencia.

Habría que ver todavía si esa repugnancia del hombre de ciencia está completamente justificada, o es sólo una actitud parcial que no corresponde con la adoptada ante otros análogos problemas. Ya los estudios sobre las Geometrías pluridimensionales habían inducido a buscar, en el conjunto de espacio y tiempo, una imagen que ayudara a comprender el hiperespacio, directamente irrepresentable por una imagen sensorial; pero recientemente se ha venido a reconocer que esta asimilación, por vía de simple ejemplo, pudiera tener un mayor contenido real. Las teorías relativistas suponen, en efecto, una cierta equivalencia entre los tiempos y las longitudes que, si no llegan a la identidad, es bastante significativa, para que sea lícito considerarlos como de naturaleza completamente distinta.

En definitiva, para la ciencia abstracta, el Universo del espacio-tiempo quedaría reducido a un complejo continuo de cuatro dimensiones y, en esta hipótesis, si exigimos una transformación continua y regulada, sin pérdidas ni ganancias,

cuando progresamos en el tiempo, ¿por qué no habíamos de reclamar lo mismo cuando progresamos en el espacio? Y, sin embargo, a nadie extraña que las distribuciones en el espacio tengan límites precisos, franqueados los cuales, el dominio cambia de aspecto y de propiedades.

Todavía, dentro de esos dominios, la regularidad es la excepción y, para definirlos debidamente, sería preciso emplear un número inmenso de constantes *arbitrarias*. Es verdad que, para huir de esa conclusión, se ha supuesto que todas esas diversidades son consecuencias obligadas de una evolución que arrancara de un estado inicial homogéneo. La inestabilidad de este medio homogéneo y la complicación cada vez mayor de las causas que, influyéndose mutuamente, actúan sobre la menor variación amplificándola, bastaría para explicar esa diferenciación creciente. Lo arbitrario desaparece así del Universo y la inteligencia reposa en la unidad, abarcando con mirada de águila los tiempos y los lugares.

Tal hipótesis está, sin embargo, basada sobre un equívoco. Lo homogéneo es, sin duda, inestable en el sentido mecánico de la palabra: desviado por poco que sea de su homogeneidad o sometido a influencias capaces de destruirla, la heterogeneidad será ya creciente; pero ni estas influencias ni aquel principio de diferenciación pueden salir de lo propio homogéneo que, abandonado a sí mismo, se mantendría sin variación indefinidamente.

Puede concebirse, por otra parte, en el espacio, una distribución homogénea de puntos materiales en reposo relativo; lo que no se puede definir de una manera rigurosa es una distribución homogénea de puntos en movimiento, como la que sería precisa para que, en ese momento inicial, contara ya el mundo con su invariable provisión de energía. Parece, pues, que en todo momento ha debido existir

en el Universo una heterogeneidad irreductible, expresable sólo por un conjunto de innumerables variables independientes, del que es una imagen el desordenado aspecto del cielo estrellado, imagen débil e imperfecta, porque cada uno de esos puntitos brillantes es un mundo seguramente repleto, a su vez, de heterogeneidades sin cuento. Y ¿por qué todo este permanente factor arbitrario habría de estar encauzado por el tiempo en una dirección única? ¿Sería sólo por acomodarse a las condiciones de nuestra existencia naturalmente sucesiva? ¿No sería ésta una de tantas ilusiones antropomórficas que el objetivismo científico se esfuerza por desterrar?

No pretendo con esto defender ninguna tesis ni formular una hipótesis de difícil o imposible comprobación; saldría con ello del terreno puramente científico. Sólo trato de poner de relieve la indeterminada complejidad de los problemas de esta índole, cuando, abandonando el seguro campo de la comprobación experimental, único que por sus mismas limitaciones permite afirmaciones categóricas, nos lanzamos en pos de lo absoluto y de lo infinito, dominio donde, aún sin confines ni barreras, está negada la entrada a la razón humana.

Ni es preciso esto para que el hombre de ciencia sepa a qué atenerse. Absoluto o ilimitado, bástale el determinismo real que a diario comprueba en el campo, en el laboratorio y en el gabinete. El progreso de sus cálculos y de sus observaciones, poniendo de relieve nuevos fenómenos y agregando nuevos términos, hacen este determinismo cada vez más preciso. La cosecha es cada año más abundante y valiosa; ¿por qué ha de vacilar en el cultivo de su campo? ¿Es que la experiencia del pasado le haga temer que el fracaso ha de venir precisamente al paso de la cuarta a la quinta decimal?

Pero esta misma obligada limitación de cifras nos impide

y nos impedirá siempre averiguar si, en medio de ese general determinismo, se infiltran aquí o allá débiles dosis de finalista arbitrariedad que, creciendo y alimentándose a expensas de las eternas energías, pueda llegar alguna vez a dominar y a dirigir el mundo. Cuando así fuera, la Ciencia tampoco habría perdido su objeto ni su razón de ser, porque sería la primera en descubrirlas, como dato nuevo que apareciera en el horizonte de la observación, y de determinar su trayectoria cuando, guiada por el misterioso impulso que le diera origen, hubiera de abandonarse dócil e inerte ya a las fatales leyes del Universo.

Hemos visto también que estas leyes, de tal modo se entrelazan y complican, que rara vez se destacan en el hecho bruto que la Naturaleza presenta a nuestra observación y que frecuentemente exigen, para ser descubiertas, el aislamiento del laboratorio. Este aislamiento es también relativo y, por perfectas que sean las precauciones que se tomen para conseguirlo, no alcanza nunca más que a las primeras (pocas o muchas, según los casos) cifras decimales. Resulta de aquí una cierta determinación, que se suma con la que proviene de las imprecisiones experimentales y que, en el fondo, es de la misma naturaleza. Consecuencia de todo ello es esa región indecisa, situada en los confines de nuestro conocimiento, donde parece dominar un cierto azar y en la que provisionalmente sólo cabe estudiar leyes estadísticas.

Azar y determinismo serán, pues, perpetuamente factores esenciales e irreductibles del saber científico. Uno y otro derivan de la experiencia, eterna maestra, única y perenne fuente del conocimiento positivo. ¿Hay algo más allá de ese dominio? La Ciencia no podría contestar a esa pregunta sin invadir el campo de la creencia y de la metafísica, en el que me he vedado entrar.

Ante él suspendo mi trabajo, pidiéndoos mil perdones, si con razón os encontráis defraudados, a pesar de lo parco que fuí en promesas. Ni yo he podido más. Ni es natural que con tan poco os mostréis satisfechos, con ser inagotable vuestra benevolencia.

HE DICHO.

# CONTESTACIÓN

DEL EXCMO. SEÑOR

D. LEONARDO DE TORRES QUEVEDO

SEÑORAS Y SEÑORES:

GRANDE honor es para mí el levantarme, cumpliendo con gusto el encargo del Sr. Presidente, a saludar, en nombre de todos nuestros compañeros, a mi querido amigo, el ilustre Ingeniero, que tan justificadamente ha sido llamado a ocupar un puesto en esta Academia.

La importante labor profesional del Sr. Quijano bastaría para explicar su elección.

Recién salido de la Escuela de Caminos entró, como aspirante, en el Escalafón del Cuerpo, y pasó a prestar servicios en las Jefaturas de Murcia y Cádiz. Desde 1901 a 1922 se dedicó, ya como Ingeniero, al proyecto y construcción del Pantano de Guadalcacín, primero al servicio de la División Hidráulica del Guadalquivir, y después, como Director de las obras, al de la Junta encargada de realizarlas. Y en 1922 ingresó en la Escuela de Caminos, donde explica actualmente las asignaturas de Hidráulica e Hidrología.

Las obras del Pantano de Guadalcacín absorbieron, casi por completo, la labor ingenieril del Sr. Quijano.

Se construyeron, bajo su dirección, la presa con sus accesorios y más de cuarenta kilómetros de canales, que comprenden, entre otras obras menos importantes, el Sifón del Guadalete, de unos 700 metros de longitud y de 2,50 metros de diámetro interior. Con motivo de estas obras formuló



doce proyectos, realizados ya unos y otros en vías de ejecución.

En ellos se muestran las condiciones sobresalientes del señor Quijano para esta clase de trabajos: su gran erudición, que le permite tomar en cuenta todas las soluciones ensayadas o propuestas en casos análogos; su buen juicio para criticarlas y elegir la mejor de entre ellas, o también—cuando es necesario—su envidiable intuición científica, para inventar o proponer alguna otra.

Así le ocurrió, por ejemplo, al estudiar la red de canales que había de distribuir las aguas del Pantano de Guadalcañín, en las circunstancias que él mismo expuso, en una comunicación presentada a la Asociación para el Progreso de las Ciencias—en Oporto el año 21.

Las condiciones topográficas le imponían la necesidad de atravesar el Guadalete y su afluente, el Majaceite, para evitar el gasto de construcción de un doble canal. Pero el cruzar esos ríos no era cosa sencilla; pudieran haberse aprovechado para el paso el puente de la carretera de Arcos a Vejer, que aún existía y los atravesaba ambos; pero desistió de esta solución, que creía peligrosa, y en verdad no se equivocó, porque al poco tiempo fué arruinado el puente por una avenida del Guadalete. El pasar en sifón por debajo de los cauces hubiera ocasionado gastos considerables y perturbaciones en la explotación, y, después de bien pensado el caso, propuso atravesarlos por arcos: «Si estos arcos—dice el Sr. Quijano, a quien copio textualmente — hubieran de constituir simplemente la infraestructura del sifón, podrían ser sustituidos, probablemente con ventaja, por tramos más cortos y apoyos intermedios; pero el caso era del todo diferente si, como se proponía, hubiera de ser el sifón *el que se mantuviera a sí mismo*, aprovechando, al efecto,

la resistencia a la compresión del hormigón en la sección transversal que, sin eso, quedaría por utilizar, y es, sin embargo, suficiente para conseguir aquel efecto que a primera vista pudiera parecer paradójico.

Ya con anterioridad se habían propuesto y aún ejecutado soluciones análogas con sifones metálicos que, convenientemente reforzados, salvaban el vano necesario para el paso de algún arroyo o torrente; pero no tengo noticias de ninguna obra de hormigón armado, proyectada ni construída antes de 1915, fecha del proyecto de referencia, inspirada en la misma idea, que no se reduce tampoco a reforzar lo necesario una estructura de esta naturaleza para hacerla resistir como viga o como arco de forma más o menos caprichosamente escogida, problema de mecánica que, con más o menos dificultades, podría encontrar su solución práctica por los medios usuales, sino a determinar la forma precisa que hubiera de tener el arco para resistir exclusivamente por compresión y con igual resistencia, condición necesaria para el mejor aprovechamiento del material a las cargas a que ha de estar normalmente sometido.»

Y aquí aparece claramente el procedimiento inventivo de Quijano. Ingeniero encargado de una obra difícil, estudia la manera mejor y más barata de realizarla; examina las diferentes soluciones que podrían adoptarse; ninguna le satisface y está varios meses dudoso, hasta que, al fin, su intuición le presenta la solución adecuada al caso: el sifón que *se mantuviese a sí mismo*, como él dice, subrayándolo. Apareció ante su imaginación ese tubo de forma más o menos parecida a la de una parábola, que une las dos orillas del río. La vió, sin duda, desde el primer momento, tal como se ha construído, sin un adorno, sin una moldura, sin más belleza que su forma sencilla, airosa y elegante, destacándose so-

bre el apacible paisaje. Da una impresión de tranquilidad; satisface a la vista, y aun parece que satisface al espíritu, dejándole comprender cómo resiste, con la máxima economía de material, a su propio peso y al peso del agua que por él circula.

No es obra de gran importancia económica ni de grandes dificultades de ejecución; pero considerándola desde el punto de vista de la Ciencia y el arte del Ingeniero, no vacilo en reputarla de obra maestra, que honra a quien la concibió y ejecutó.

Todos sus proyectos están informados por este mismo espíritu; pero ni puedo daros de ellos cuenta detallada ni es preciso que yo ensalce los méritos del Sr. Quijano. Ya lo hicieron oficialmente nuestros compañeros, representados por el Consejo de Obras públicas, que, al otorgar por primera vez—en 1922—los premios que debe adjudicar anualmente, le concedió el relativo a los méritos contraídos como constructor, previo un Informe que dice así: «Toda la labor del Ingeniero D. Pedro González Quijano, desde la época en que ha empezado a acusarse su personalidad como tal, lo ha acreditado, según testimonio, primero, de los que fueron sus Jefes, y después, de sus subordinados, de extraordinario talento y aptitud, probada para los trabajos de ingeniería, habiendo demostrado siempre el mayor acierto en las obras que han estado bajo su dirección, méritos que se han puesto principalmente de relieve en las del Pantano de Guadalcaçín, donde ha tenido que resolver problemas muy arduos, vencer dificultades de toda índole, y sufrir además grandes molestias y sinsabores. Y al par que desarrollaban trabajos tan complicados y absorbentes, dedicaba su esclarecida inteligencia a investigaciones y estudios de muy distinto linaje, que le han conquistado la fama de hombre de

ciencia. Es, en efecto, Quijano, el verdadero tipo espiritual del sabio, y su infatigable amor al estudio, la inquietud y avidez de su inteligencia, la enorme capacidad de retención y coordinación del pasmoso caudal de sus conocimientos, asemejan esta gran figura mental a la de aquel venerable Ingeniero muerto no ha mucho y que tan alto mantuvo en Academias y otros Centros científicos el prestigio de nuestro Cuerpo y se llamó D. Eduardo Saavedra; es seguro que si Quijano alcanza la vida dilatada que este antecesor suyo en el orden de la cultura y de la Ciencia, llegará a los altos puestos y prestigios científicos a que aquél llegó. Y es de advertir, para mayor título a este premio, que esta enorme copia y vastísima multiplicidad de la cultura de Quijano, no le ha desarraigado, ni probablemente sucederá en el porvenir, del solar originario, del Cuerpo de Ingenieros de Caminos, en lo que se mantiene también la semejanza con aquel ilustre Ingeniero con quien hemos establecido la comparación, y al contrario de lo que suele suceder con los hombres que se elevan como Saavedra al plano más alto de la autoridad científica y de los honores.

De desear es, y por ello debemos hacer fervientes votos que este galardón que nuestro Cuerpo le otorga, sea iniciación y origen de toda las recompensas oficiales y académicas que ha de alcanzar este Ingeniero.»

Yo, a esto, sólo he de añadir —sin previa invitación de nadie, pero seguro de interpretar el pensamiento de nuestros compañeros—, que nos consideramos honrados y os quedamos muy agradecidos por el honor que habéis dispensado a nuestro eminente colega.

Pero aún más importante que su labor profesional es —para nosotros, los académicos— su labor de matemático y casi debía decir de filósofo, porque aunque siempre se mues-

tra matemático excelente, le interesa, más que exponer o discutir teorías concretas, determinar el valor e importancia de estas teorías, el grado de confianza que debemos concederles o estudiar su historia y sus probables desarrollos. Buena muestra de estas aficiones dan la forma en que ha expuesto su tema y la elección del mismo: Azar y Determinismo.

Contiene su discurso una historia completa, aunque muy compendiada, del desarrollo científico; historia que empieza: «Mucho antes que el hombre se ocupase de la Ciencia de un modo reflexivo...», y cuenta mientras dura su breve lectura, en una síntesis brillante, todas las conquistas de las ciencias físicas y matemáticas realizadas hasta nuestros días.

En todo su trabajo, y muy principalmente al exponer la diferencia entre los conceptos de la antigua ciencia *determinista* y los de la ciencia *estadística*, que tanto desarrollo va alcanzando, indica los fundamentos de las verdades que una y otra proclaman, y termina afirmando, como conclusión última del discurso, que una y otra derivan de la «experiencia, eterna maestra, única y perenne fuente del conocimiento positivo».

Cuando recibí el encargo de contestarle, deseando—por seguir la costumbre establecida—decir algunas palabras relacionadas con su discurso, pensé que podría dedicarlas a exponer algunas breves consideraciones acerca de la necesaria contingencia teórica de las verdades experimentales, que en ningún modo se opone, según veremos más adelante, a las palabras que acabo de citar.

Vulgarmente, decir que una afirmación es necesariamente cierta equivale a decir que es muy probable. Esto es de evidencia inmediata para las verdades fundadas en el cálculo de probabilidades; así, consideramos absolutamente imposible que un jugador gane, sin hacer trampas, cien plenos se-

guidos en la ruleta, a pesar de que, según sabemos, no es imposible y aun tenemos manera de calcular la probabilidad de que los gane. Pero es igualmente cierta, a mi juicio, la contingencia de todas las leyes naturales. Esta ha sido negada frecuentemente por los hombres de ciencia y muy especialmente al final del siglo pasado y al principio del presente.

La Humanidad, deslumbrada—y es muy natural—por los constantes y maravillosos éxitos del método experimental, cuya triunfante carrera, iniciada el siglo XVI, ha sido y es, cada vez con mayor fundamento, motivo de admiración y orgullo para ella, llegó a creer un día que pronto habrían de traducirse, en forma exacta y definitiva, por la teoría, todos nuestros conocimientos experimentales.

Marchaba a la cabeza del progreso científico la Astronomía, que servía de modelo para la constitución de las otras ciencias y cuyo prestigio servía para mantener la esperanza de que pronto conseguiríamos aquel resultado.

La Mecánica celeste ha servido y sirve a menudo para deducir, por medio de razonamientos matemáticos, todos los datos relativos a la explicación y predicción de los fenómenos astronómicos. Se llegó a este resultado esquematizando los fenómenos de la realidad. Para estudiar nuestro sistema solar se sustituyó a cada astro una abstracción, un ente de razón, que se reduce a un punto dotado de una cierta masa; se postuló que entre dos masas cualquiera existe una atracción proporcional al producto de las mismas e inversamente proporcional al cuadrado de su distancia, o que las cosas pasan como si esa atracción existiera, es igual; y se admitió también, como postulado, el principio de la inercia ya conocido. Se determinaron luego con la posible exactitud las constantes del sistema (las masas de los diferentes astros) y tam-

bién su situación (la posición, dirección y velocidad de cada astro) en un momento dado.

Este esquema ideal se ha estudiado por un procedimiento deductivo, matemático, y, en general, sus resultados han coincidido siempre con los datos experimentales.

Han permitido explicar casi todos los fenómenos conocidos y predecir otros nuevos. Han permitido, y este es a mi ver el triunfo más brillante de la hipótesis, descubrir el planeta Neptuno (situado a 4.500 millones de kilómetros de la Tierra, desde donde se ve como una estrella de octava magnitud), cuya existencia dedujo Leverrier de las irregularidades observadas en la marcha de Urano, que le permitieron calcular también su masa, velocidad y la posición que en la época del descubrimiento ocupaba.

Ante tales éxitos no es de extrañar que se tomaran las leyes de la Mecánica celeste por verdades absolutamente ciertas.

Sin embargo, ni lo son ni pueden serlo. Las verdades de la Mecánica celeste pueden considerarse como leyes matemáticas con relación al esquema de que fueron derivadas: cuando se aplican a *puntos dotados de masa*. Y una cosa análoga ocurre con todas las matemáticas. Son verdades abstractas que no pueden aplicarse, con todo su valor de afirmaciones exactas y necesarias, a ningún fenómeno del mundo real.

Si llamamos a la Geometría ciencia matemática, es porque entendemos que se aplica a las abstracciones: punto, línea, superficie..., etc., que nosotros imaginamos, y no a los objetos reales que reciben, sin embargo, esos mismos nombres.

Pero todo esto que vengo diciendo era sobradamente conocido por los eminentes fundadores de la Mecánica celeste y por todos sus continuadores.

No se explica cómo creyeron muchos de ellos que las leyes

deducidas del esquema abstracto pudieran aplicarse sin reserva ni limitación alguna al mundo real. ¿Se hallará, acaso, la causa de ese error en la opinión—más o menos explícitamente manifestada con frecuencia—de que la ley que rige la marcha de los astros, lo mismo que otra cualquiera del mundo físico, ha de ser necesariamente una ley muy sencilla para nuestra inteligencia?

No sabría yo decirlo, y en realidad poco nos importa ahora la causa de este error que, por otra parte, no tuvo consecuencia ninguna, porque no trajo la menor variación a la Mecánica terrestre. Todos siguieron y seguimos afirmando, cuando de esta ciencia se trata, que el peso de un cuerpo es una constante, proporcional a su masa e independiente por completo de su situación; sin perjuicio de proclamar, cuando se trata de un cuerpo más distante de la tierra, que su peso es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que le separa del centro de gravedad de nuestro planeta.

¿Podrá, sin embargo, creerse que la ley de la gravitación universal, vencedora de la ley de la gravedad, estudiada y definida por Galileo, es absolutamente cierta y ha de regir eternamente en todo el espacio infinito? De ninguna manera. Desde que ha aparecido la teoría de la relatividad, aunque no todos la aceptan con entusiasmo, nadie sostiene que debemos desecharla sin examen, porque está en contradicción con la ley de Newton; pero antes de que esta teoría apareciese, todos sabíamos que ninguna ley es la única capaz de explicar un fenómeno determinado.

Esta ley de Newton, base firmísima de la Mecánica celeste, formula la atracción entre dos cuerpos en función de la distancia que los separa, por medio de esta ecuación  $A = \frac{C}{D^2}$



que ha sido comprobada experimentalmente para todos los astros de nuestro sistema planetario y para algunas estrellas dobles. Estas comprobaciones se han verificado siempre para valores de  $D$ , inferiores a un cierto límite, que llamaré  $\Delta$ .

Si añadimos al segundo miembro de la ecuación anterior un segundo término,  $F(D)$  que sea despreciable con relación a  $\frac{C}{D^2}$ , para todos los valores de  $D$ , menores que  $\Delta$ , tendremos una segunda ecuación  $A = \frac{C}{D^2} + F(D)$ , que podría aplicarse a la Mecánica celeste, en lugar de la primera, para todos los cálculos usuales, obteniendo siempre, por definición, los mismos resultados. Prácticamente la ley representada por la primera ecuación y todas las infinitas leyes representadas por la segunda son igualmente aplicables a la Mecánica actual.

Todas ellas—aunque prolongadas sin límite ninguno en el espacio infinito sean de formas totalmente diferentes—se aproximan indefinidamente unas a otras; se confunden sensiblemente en una sola cuando consideramos valores de la distancia menores que  $\Delta$ , y por eso podemos elegir—para representarla en los cálculos, mientras se trata de la Mecánica celeste actual—la de expresión analítica más sencilla, la más cómoda, como decía Poincaré.

Y esto mismo había de ocurrir con cualquier ley que haya de sustituir a la de Newton—como sucede con la que proponen los relativistas—porque si las leyes experimentales son reglas fijas que no varían con el tiempo; si los fenómenos que un día se verificaron y fueron utilizados para formular una cierta ley han de repetirse siempre de la misma manera, en las mismas condiciones, es indudable que la nueva ley deberá explicarlos lo mismo que la ley anterior. Se irá ésta modificando al generalizarse, por medio de más o menos correcciones sucesivas; pero con relación a su actual dominio

será siempre indestructible. Podemos, pues, afirmar, proclamando siempre la *contingencia teórica* de las verdades experimentales, que éstas son al mismo tiempo *prácticamente necesarias*.

Alguna duda me queda, si he de decir verdad, acerca de la invariabilidad necesaria de las leyes actuales. ¿Podrían variar éstas en función del tiempo? No os asustéis. No he querido tratar hace un momento de este punto ni tampoco he de tratarlo ahora. No me parece propio de la Academia y no tengo yo ni preparación ni tiempo bastante para emprender discusiones metafísicas.

Sirva lo dicho para manifestar mi conformidad con estas palabras que inserta el Sr. Quijano ya al final de su discurso, al poner término a una disquisición filosófica:

«Ni es preciso esto para que el hombre de ciencia sepa a qué atenerse. Absoluto o limitado bástele el determinismo que a diario comprueba en el campo, en el laboratorio y en el gabinete. El progreso de sus cálculos y de sus observaciones, poniendo de relieve nuevos fenómenos y agregando nuevos términos, hacen este determinismo cada vez más preciso. La cosecha es cada año más abundante y valiosa. ¿Por qué ha de vacilar en el cultivo de su campo? ¿Es que la experiencia del pasado le haga temer que el fracaso ha de venir precisamente al pasar de la cuarta a la quinta decimal?»

Estas palabras constituyen, a mis ojos, una promesa de que él, a lo menos, no abandonará el *cultivo de su campo*, que tan sazonados frutos le produce; yo, por eso, doy con verdadera satisfacción la bienvenida a quien con tales méritos y propósitos llega a la Academia.