

DISCURSOS

LEIDOS ANTE

LA REAL ACADEMIA DE CIENCIAS

EXACTAS,

FÍSICAS Y NATURALES,

EN LA RECEPCION PÚBLICA DEL

SEÑOR DON MIGUEL MERINO.



MADRID:

POR AGUADO. IMPRESOR DE CÁMARA DE S. M.—PONTEJOS, 8.

—
1868.

DISCURSO

DEL

SR. DON MIGUEL MERINO.

Señores:

No há largo tiempo todavía que, en ocasion análoga á la presente, os reunísteis para recibir entre vosotros, y premiar de este modo su laboriosidad infatigable, su profundo saber y su modestia, á un militar pundonoroso, tan bien probado en los revueltos campos de batalla, como en el apacible retiro y ocupacion solícita y penosa, de profesor y guía de parte muy importante de la juventud española. El día de su ingreso en esta Academia, en que sus lábios, trémulos de natural emocion y justo orgullo, pronunciaron el notable discurso sobre la *Filosofía de las Matemáticas*, que oyentes y lectores recordarán siempre con placer, lo fué de satisfaccion general para todos vosotros; para el Cuerpo facultativo del Ejército de donde el nuevo académico procedia; y para cuantos en España se dedican al cultivo de las ciencias, se interesan por su esplendor, celebran sus triunfos y progresos, y lamentan las contrariedades y obstáculos que á su difusion y prosperidad indefinida pudieran oponerse.

Pero, ¡ah, señores!: ¡cuán pronto pasó aquel día de júbilo, y cuán lamentable, triste y eterna noche le sucedió! El valiente soldado á quien por muchos años respetaron las balas en el campo del honor; el sábio modesto, afiliado con vosotros so las banderas de la ciencia, y que en premio de su juventud, en ambos conceptos consagrada á la defensa y servicio de la pátria, parecia destinado á disfrutar una prolongada y honrosa vejez; el que en muy contadas, pero elocuentes páginas os presentó en la mañana del 10 de junio de 1866 una señalada muestra de lo que intelectualmente valia y de él podia esperarse; D. José Balanzat, en fin, pereció inopinada y miseramente, breves dias despues, víctima de sus relevantes prendas como militar, y de sus nobles sentimientos de hombre.

Infortunadamente he dicho que pereció vuestro inolvidable compañero; y, sin embargo, yo no sé si compadecerle ó envidiarle; pues si digno de lástima es siempre por muchos motivos quien, honrado de los extraños é idolatrado de sus amigos y deudos, sucumbe de repente, cuando más la vida le sonrie y le halagan más lisonjeras esperanzas, envidia, y muy grande, inspira tambien el varon recto y de ánimo esforzado, que prescinde sin titubear del peligro, cuando de cumplir con su deber sonó la hora; el mártir que con la frente erguida, descubierto el pecho, y la palabra de persuasion en los lábios, muere sin oponer resistencia alguna, por asegurar con su sangre el triunfo de una idea, de un principio fundamental é incontrovertible, que no puede desconocerse ú olvidarse nunca, sin que la sociedad se desquicie y tiemble.

Por un singular contraste de las cosas de este mundo, para colmar el vacío que la muerte del Sr. Balanzat produjo entre vosotros, me designásteis á mí, sin yo ambicio-

narlo, ni, mucho ménos, merecerlo; á mí, que deberé el ser desde hoy conocido en la república de las ciencias, exclusivamente á un acto tal de pura bondad vuestra; á mí, Señores, que no solo me encuentro ahora como deslumbrado y aturdido por la honrosa distincion que de mí habeis hecho, sino que, al considerar los múltiples y penosos deberes que ese mismo señalado honor impone, lejos de experimentar un noble orgullo, un vivísimo anhelo de perfeccion y adelanto, ó el fuego sacro y entusiasmo divino que el amor de la ciencia inspira en sus adeptos, siento decaer el ánimo y confundirse mis pobres facultades mentales, como ceja y flaquea el cuerpo bajo de un peso abrumador. ¿A qué extraña fascinación, á qué misterioso móvil de simpatías cedisteis al llamarme á vuestro lado? ¿O cómo pudisteis confundir con el oro puro y acrisolado por la inteligencia y un asídúo trabajo, el oropel deleznable que constituye á lo sumo mi caudal científico?

El favor que me habeis dispensado al franquearme las puertas de este codiciado recinto, es, sin embargo, de aquellos que no cabe buenamente rehusar; ya porque fuera el hacerlo, sin mediar una causa poderosa, acto de inexcusable descortesía; ya porque á su aceptacion acompaña un compromiso de honra, que á nadie, que en algo aprecie su nombre y su decoro, le es permitido rehuir: el de disertar, siquiera sea por breve rato, delante de vosotros sobre algun punto científico, con los trabajos y funciones de esta sábia Corporacion directamente relacionado. Por este doble motivo, y tambien, ¿cómo negarlo?, por lo que halagaba mi vanidad de hombre y podia servirme de eficaz estímulo en el porvenir, acepté, Señores, con gratitud profunda y hasta con júbilo, únicamente moderado por la conciencia de mi pequeñez y la triste seguridad de que nunca acertaré á pa-

gárosle como mi alma quisiera, aquel favor que tan inesperada como generosamente me otorgásteis, atrayéndome hácia vosotros, y admitiéndome en vuestro honrosa compañía; y, persuadido de que en el respetable tribunal aquí congregado ha de ser la indulgencia la cualidad que á todas las demás domine, y no la severa é inflexible justicia, procuraré desembarazarme del grave compromiso en que me encuentro, de la mejor manera y en el tiempo más breve que acertare.

No creais que en la eleccion de materia sobre que discutir anduve muchos dias vacilante é indeciso; pues, aunque todos los temas sean buenos para quien posee regular erudicion y claro ingenio, y áridos y á cual más espinosos todos, para quien, como yo, de ambas envidiables y muy necesarias dotes carece, en el caso actual, sin embargo, y por efecto de una poderosa y deplorable causa determinante, apenas hallé motivo de perplejidad ó duda. Profundamente me habia conmovido la muerte del Sr. Balanzat en aquellas extrañas circunstancias que poco antes referí; y no ménos, aunque de distinto modo, me sorprendió que, para reemplazar en esta Academia á tan insigne varon, me designáseis. Mis reflexiones tomaron con este doble motivo un sesgo particular, y cierto carácter de melancolía inevitable. ¿Quién hubiera podido prever el primer doloroso suceso? me preguntaba. ¿Y quién, mucho ménos, y como consecuencia inmediata del primero, el segundo? Nadie, en verdad; y, sin embargo, «¿qué fuera del mundo si la molécula de vapor que voltea por el aire no obedeciese en sus giros y ondulaciones á las mismas leyes á que en sus magestuosos movimientos se hallan sometidos los grandes globos planetarios?» ¿Qué, si el azar falto de juicio, la fortuna aturdida y ciega, ó una fatalidad antojadiza y despia-

dada le gobernasen, en vez de regirle amorosa la Providencia?

Dominado por ideas tales, fijé mi pensamiento en aquel cuerpo de doctrina conocido con el nombre de *Cálculo de las Probabilidades*, consagrado en su esencia á definir y precisar las leyes de los sucesos humanos y de los actos tan variados y múltiples de la naturaleza física; á distinguir lo que llamamos contingente y eventual, de lo constante y necesario; á descubrir el orden y la regularidad, donde parece al pronto que el desorden y la confusión imperan en absoluto; á prever en conjunto, habido conocimiento de las causas, los sucesos que de ellas deben desprenderse; y á suministrar en principio ó por término medio la regla de buen criterio, basada en la observación y experiencia de lo pasado, que al través de las sombras del porvenir puede sin grave tropiezo conducirnos: y, al reflexionar en lo ingenioso de su teoría y procedimientos, y en la extensión y trascendencia de sus aplicaciones, me pareció que sería objeto digno de vuestra sábia atención el análisis, aunque imperfecta y somera, de esta rama fecunda del árbol frondosísimo de las Matemáticas, como espontáneamente ó sin esfuerzo nacida, cultivada con admirable constancia y cariñoso empeño por algunos hombres entusiastas de todo lo útil, y aún de todo lo bello, sea ó nó inmediata ó directamente provechoso, y con indiferencia, agresiva casi, considerada hasta hoy por la generalidad. En este trabajo de exposición seguiré en cuanto me sea posible, y el encadenamiento natural de las ideas lo permita, el orden cronológico, como el más racional y sencillo, y mejor acomodado, sobre todo, á la naturaleza del acto que ahora nos tiene reunidos.

No hay que buscar en la antigüedad el gérmen ó los

primeros vestigios del moderno *Cálculo de las Probabilidades*, cuya historia, por el contrario, comienza poco antes de mediar el siglo XVII; en aquella época bajo distintos aspectos tan animada y magistralmente descrita en este lugar por algunos de vosotros; de pleno renacimiento, de fructuosa inquietud y actividad infatigable del espíritu, de dudas y conjeturas, y de invenciones y descubrimientos portentosos y de los más extraños géneros. Las dos definiciones de la palabra *probable*, dadas por Aristóteles y por Ciceron, y que Lacroix transcribe muy al principio de su excelente *Tratado* de la materia que nos ocupa, corroboran, en efecto, la primera especie; pues ninguna persona sensata y medianamente reflexiva titubearia hoy en calificarlas desde luego de vagas, de muy aventuradas y expuestas á interpretaciones violentas y peligrosas, y de oscuras, hasta rayar en incomprensibles casi. Las ideas sobre el particular de aquellos dos hombres, por tantos otros conceptos grandes y dignos del mayor respeto, ideas que debemos suponer de mérito no menor, sino ya superiores, á las de sus más distinguidos contemporáneos, eran las mismas del vulgo de nuestros dias, que confunde ó está de continuo propenso á confundir lo meramente posible ó hacedero con lo probable; lo que muchas veces toca en el absurdo, si se halla artificiosamente expuesto ó anunciado, con lo que á punto ya de verificarse se encuentra, y brilla en próxima lontananza con los resplandores irresistibles de la certidumbre; las ridículas profecías del agorero desvergonzado, explotador de la ignorancia y de la credulidad del público, con las predicciones astronómicas, en siglos y siglos de observacion, de estudio, de investigaciones y sacrificios sin cuento, y en cálculos laboriosísimos apoyadas; las sugerencias irreflexivas de la codicia, con los consejos de la pru-

dencia y de una sana razon; y las promesas vanas del charlatan atrevido, con el pronóstico sensato y tímido del verdadero hombre de ciencia, que, junto al lecho del dolor, expia afanoso los indicios y caracteres del mal, y los clasifica, medita y pesa, antes de aventurarse á enunciar su juicio sobre lo que está por venir.

Al ilustre Galileo, cuyo peregrino y sutilísimo ingénio bien puede decirse que no hubo asunto científico en que, las más veces con pasmoso acierto, no se ejercitara, débese el análisis matemática de la primera cuestion, referente al *Cálculo de las Probabilidades*. Húbole alguien de preguntar por qué en el juego ó sorteo simultáneo de *tres dados*, segun experiencia antigua de los jugadores, ascendia la suma de *puntos* á 10 ú 11 unidades con alguna mayor frecuencia que á 9 ó 12; ó por qué, apostando á favor de la aparicion de cualquiera de las dos primeras sumas, era *más probable* ganar que inclinándose al partido contrario, siendo así que las cuatro provenian igualmente de seis combinaciones distintas de los números ó puntos inscritos en las caras de los mencionados pequeños cubos; y el sábio florentino, como atleta que halla liviana y muy fácil de remover la carga que vanamente intentaria levantar el comun de las gentes, no solo resuelve la dificultad sin esfuerzo y de una plumada, sino que se recrea y entretiene, como quien de más árduas y penosas ocupaciones aparta por breve término el fatigado espíritu, en describir muy al pormenor los detalles y suertes tan variadas de aquel curioso juego.

Cierto es, dice, que los números 10 ú 11 resultan de seis combinaciones únicas, y esencialmente distintas, de los puntos inscritos en las caras de los dados, lo mismo que los 9 y 12, y que, por este solo motivo, parece que en la

práctica indefinida del juego, cualquiera de aquellos números debiera reproducirse ó salir con igual frecuencia que los demás; pero no lo es que todas las combinaciones mencionadas se formen con la misma facilidad ó por el propio concurso de eventualidades y contingencias; y de aquí el misterio ó la razon del hecho, incomprensible á primera vista, observado por los jugadores. Una de las combinaciones que producen el número 10 es, por ejemplo, la de los números 5, 3 y 2, exclusiva, si no se distinguen los dados unos de otro; séxtupla, por el contrario, desde el momento en que se considere su orden de colocacion ó salida; y una de las que forman el número 9 es la de los puntos 3, 3 y 3, por ningun concepto variable ó descomponible. Analizando las suertes del juego de esta manera, resulta que las 18 combinaciones, únicas ó distintas por el valor de alguno de los sumandos componentes, ascienden á 216 en realidad, si á la nocion del valor se agrega la idea del orden; y que, de estas 216, corresponden á los riesgos señalados con los números 10 y 11, 27, y á los marcados con los 9 ó 12, 25 tan sólo.

Tal fué, en suma, la respuesta de Galileo á la dificultad que algun curioso observador de las leyes ó efectos del juego de dados le propuso: respuesta notable, no tanto por lo que de exacta y precisa tiene en el caso particular que la motivó, cuanto por comprender los primeros principios y el espíritu verdadero del Cálculo de las Probabilidades; por la distincion tan importante y clara que en ella encontramos hecha de las dos ideas ó *categorías* fundamentales en las ciencias matemáticas, de la *cantidad* y del *orden*, ó del valor y de la forma, distribucion y dependencia de las cosas; y porque á la vez que el origen de la oscuridad ó complicacion de todo un nuevo género de cuestiones, nos

revela el método que en la solución de estos problemas puede y debe con frecuencia seguirse. Después de dos siglos de continua meditación sobre el propio asunto, la regla general propuesta y adoptada para valuar la probabilidad, grande ó pequeña, de un acontecimiento incierto, se reduce: á verificar el recuento completo de las causas, móviles ó contingencias, que favorecen ó contrarían su producción; á examinar si estas causas son ó nó eficientes en grado igual, y á reducirlas á la misma unidad, ó á estimarlas numéricamente, habida consideración de su valor, importancia ó *peso*; y á dividir por el total de las causas agentes en cualquier sentido, el de las favorables al suceso esperado: y esto fué precisamente lo que, sin darse apenas razón de su lógico proceder, hizo en efecto Galileo, comenzando por determinar el total de combinaciones á que las caras de los tres dados se prestaban; distinguiendo luego las que producen el mismo resultado numérico de aquellas otras por tal concepto diversas; estudiando más detenidamente aún las primeras, hasta precisar su importancia, ó los grados variables, al pasar de unas á otras, de facilidad ó dificultad con que en el curso del juego pueden formarse y surgir; y asignando á todas las suertes, no tan sólo á las dos que le habían sido consultadas, su orden ó probabilidad de producción ú ocurrencia relativa, proporcionado á los números de combinaciones á cada cual favorables, ó de producción absoluta, adoptada como símbolo de la certidumbre la *unidad*, igual á las fracciones que resultarían de dividir aquellos números parciales por el total de combinaciones, 216. Tan general y riguroso es el razonamiento del célebre profesor paduano, que sin variante esencial podría referirse, lo mismo que al juego ó sorteo azaroso de tres dados, al de otro análogo de un número mucho mayor;

pues si bien con la multiplicidad de los dados el problema se complicaría, las nuevas dificultades serían de cálculo y análisis combinatoria únicamente, y no de otro orden más elevado y fundamental; dificultades de solución, superables con algún ingenio, paciencia y tiempo, como tantas otras de álgebra pura, y no de planteo, ó desde un principio ineludibles, por falta de pauta á qué atenerse ó ejemplo antecedente que imitar.

Y en verdad que al mismo Galileo hubiera convenido que aquel primer problema, que sin malicia alguna ni objeto científico verdadero le fué propuesto, hubiese sido mucho más complicado de lo que en el fondo era; que, por el solo natural discernimiento y de memoria casi, no hubiera conseguido resolverle; y que, ante la dificultad de su análisis, se hubiese visto forzado á detenerse y meditar, y á concentrar asiduamente en el asunto las facultades excepcionales de su privilegiada y creadora inteligencia. ¿No hubiera insistido entonces sobre el particular más de lo que insistió? Donde solo parece que vió materia de agradable pasatiempo ó de ejercicio intelectual recreativo, ¿no hubiera en aquel supuesto columbrado el gérmen de una nueva ciencia y el principio de una série de verdades, además de bellas en abstracto, como es siempre bella la verdad, á cualquier género ú orden de conocimientos pertenecan, útiles y de grande é inmediata aplicación social? Y el fundador de la dinámica racional y experimental; el descubridor del telescopio, nuevo y poderoso sentido, con cuyo auxilio tanto se han estrechado las relaciones de la Tierra con el Cielo, del Hombre con su Creador divino; el sostenedor del sistema astronómico copernicano, y, en tal concepto, defensor de la verdad y de la inteligencia humana, durante multitud de siglos oscurecida la una, y

lastimosamente alucinada la otra por engañosas apariencias; y el maestro de tantos discípulos célebres, ¿no hubiera entonces conquistado otro, y no ménos que los indicados, merecido y lejítimo título de gloria?

Pero lo que á la perspicacia de Galileo, por circunstancias ignoradas é incomprensibles, se escapó, adivinólo, poco antes de fallecer aquel grande hombre, otro de génio no inferior, y cuya justa fama así envidian el matemático, como el físico, como el que á reflexionar sobre las más árduas y trascendentales cuestiones que al espíritu humano asaltan y atormentan de contínuo, experimenta propension irresistible: el célebre Pascal.

Extraña coincidencia: lo mismo que el filósofo florentino, fué consultado el francés por un atento observador de las leyes y condiciones, ya del juego de dados, ya de cualquier otro juego de puro azar, en general, acerca de varias dificultades y combinaciones de la suerte, que por el solo buen sentido, y es fama que el consultante le poseia clarísimo, no era factible resolver sin sombra de ambigüedad ó duda; y Pascal, no solo satisfizó por de pronto la curiosidad de su amigo el caballero de Méré, cuyo nombre ha pasado á la posteridad por este único motivo, sino que argüido más tarde por el mismo, con razon, impertinente caballero; contrariado tambien por los reparos que á sus conclusiones opuso el ingenioso matemático Roberval; estimulado por Fermat, sábio jurisconsulto y probo consejero del parlamento de Tolosa, y hombre al propio tiempo «tan grande y admirable, que en todas las investigaciones de la más sublime geometría alcanzó grado sumo de excelencia;» y sostenido por su habitual perseverancia, é inducido por su propio génio, por ese misterioso instinto de ciertas almas privilegiadas, que presente desde lejos, y por el me-

nor indicio descubre la verdad, consiguió asentar los cimientos de aquella ciencia, «que con derecho se apropia el estupendo título de *Geometría del azar (aleæ geometría)*», ó de Cálculo de las Probabilidades.

Dos fueron los problemas que el caballero de Méré propuso á Pascal, y que más tarde, á fuerza de variar y generalizar las condiciones de los enunciados, multiplicaron poco á poco aquel filósofo y los demás matemáticos, que por la vía por él descubierta y trazada le siguieron; pero de ambos problemas, el más interesante y difícil á juicio de Pascal, y el que solo este geómetra, y á instancia suya y por muy distinto procedimiento, Fermat también, resolvieron por de pronto, era el de distribuir entre dos ó mas jugadores el bien social ó comun, antes de que el juego terminase, y, por lo tanto, proporcionalmente á las probabilidades de ganar que cada uno de los interesados tuviese, en el momento de efectuarse la distribución de fondos indicada.

Ingenioso es, á más de exacto, y al parecer muy sencillo, el razonamiento empleado por Pascal para resolver el problema, en el supuesto de ser dos los jugadores y de haber ya ganado dos *bazas* ó *manos* el primero y tan solo una su adversario, tratándose de una partida que debe concluir á la tercera baza ganada por cualquiera de los dos contendientes; y no es menos sutil y plausible el arte con que reduce al caso precedente estos dos, algo más complicados: de haber ya ganado uno de los jugadores dos bazas, y ninguna el otro, ó una el primero y ninguna el segundo todavía. Su método, como Laplace muy oportunamente observa, consiste en resolver, por tanteos y sustituciones sucesivas, una ecuación que, antes de ser conocidos los preceptos y reglas generales de los Cálculos diferencial é

integral, y de las diferencias finitas, no era posible resolver de otra manera. Mas por lo mismo que á la dificultad, muy considerable á veces y en cualquier tiempo, de hallar la ecuacion que al problema propuesto corresponde, habia que agregar la de resolver esta ecuacion, de forma y condiciones muy poco comunes entonces, despues de encontrada, entre la solucion de Pascal y la de Fermat, bien puede concederse que mediaba análoga diferencia á la que, tratándose de ciertos problemas de geometría, se descubre entre una de aquellas soluciones particulares y sintéticas, que todo el mundo admira, pero que á nadie que carezca del talento de su inventor es dable imitar ó repetir en otro caso, y la solucion que del método analítico y general de Descartes, aunque tampoco sin esfuerzo y trabajo, se desprende.

Fermat, en efecto, no se limitó á resolver un solo problema, sino que desde luego prescribió la regla que en multitud de casos parecidos, y mucho más difíciles y complicados, debia observarse con igual objeto; y con tanta sencillez y naturalidad la aplicó al ejemplo de que entonces se trataba, que el mismo Pascal quedó deslumbrado, y la interpretó torcidamente, y la estimó por algun tiempo defectuosa ó poco general, y hubo necesidad de que Fermat se la explicase y demostrara minuciosamente, y hasta le probara, que, si no el error, la falta de generalidad cuando ménos, estaba en quien le argüia, y ante la luz de la evidencia, como ciego que recobra la vista de improviso, se ofuscaba. ¿Y recordais, señores, cuál era este método de Fermat para resolver las primeras cuestiones del Cálculo de las Probabilidades, con razon celebrado, y que á su autor, en union de Pascal, que concluyó tambien por adoptarle, valió el título, tan envidiable y nada comun, de in-

ventor de una nueva ciencia ó parte de las Matemáticas? El mismo que Galileo empleara, aunque ya mejor formulado y desenvuelto; el más sencillo en teoría, y el primero que debiera haberse ocurrido á cualquier hombre familiarizado con la ciencia de los números, si no fuera una triste realidad que lo más sencillo suele ser lo que más tarde y tras mayores esfuerzos del ingenio ocurre: el método de las combinaciones de todos los azares del juego, y de la comparacion con este total de las solas combinaciones favorables, para valuar la probabilidad buscada, y que á tal ó cual jugador corresponde.

Aun despues de persuadido de su exactitud y generalidad, no se conformaba Pascal con el método de su ilustre competidor y partícipe de gloria, porque decia, y razon le sobraba para esto, que el trabajo de formar las combinaciones de los diversos azares de un juego era largo y enojoso, ó desconocido todavía el arte de valuar las combinaciones ó cambios de orden, tan múltiples y distintos, á que varias cosas se prestan, sin necesidad de efectuarlos previamente, y de contarlos uno por uno y de un modo material. ¿Mas qué resultó de la conviccion adquirida en la excelencia del método y del conocimiento del obstáculo que á su frecuente y cómoda aplicacion se oponia? Lo que en todos los negocios de la vida sucede, una vez dado el primer paso ó recibido el primer impulso: que el mismo Pascal procuró remover aquel obstáculo, é inventó su famoso *Triángulo aritmético*, el cual, segun frase de Montucla, es á la teoría de las combinaciones lo que la *tabla* de Pitágoras á la operacion de multiplicar; que Leibnitz, más tarde, estimulado por el deseo que en él se despertó de resolver una cuestion, de Cálculo de las Probabilidades tambien, formulada por Santiago Bernouilli, y que

ningun otro geómetra, salvo el proponente, se preciaba de haber resuelto, se propuso igualmente perfeccionar, como preliminar indispensable, aquella teoría: y no era hombre Leibnitz que concibiera propósitos semejantes en vano; y que el mismo Bernouilli en su *Ars conjectandi*, Montmort, en su *Essai d'analyse sur les jeux d'hasard*, y Moivre en su *Doctrine of chances*, insistieron cada vez más en el propio asunto, hasta dilucidarle casi por completo.

Y lo que entonces sucedió con esta primera y, al parecer, muy grave dificultad de análisis matemática, tan pronto conocida como por todas partes atacada y en breve plazo desvanecida, se repitió más adelante con otras del mismo género, que al progreso y aplicaciones provechosas del Cálculo de las Probabilidades se resistian: la importancia y extension de la obra exigieron que el instrumento necesario para realizarla se perfeccionase, y el instrumento se perfeccionó. ¿Qué fue, si no, lo que al mismo Moivre indujo á crear la teoría de las *séries recurrentes*, y á procurar, por cuantos medios se hallaban bajo el dominio de su poderosa inteligencia, la integracion de las ecuaciones diferenciales parciales? ¿Ni para cuál otro uso, por de pronto, se dedicó Laplace con mayor empeño al estudio de las *funciones generatrices*, reproducido á la letra casi por Lacroix en el tercer volumen de su extenso *Tratado de los Cálculos diferencial é integral*, y compendiosamente, en el primero del suyo, por Bertrand, uno y otro persuadidos de la importancia científica y trascendencia de aquella ingeniosa teoría, que constituye un eslabon más en la cadena interminable de abstracciones y generalidades sublimes que el espíritu humano va poco á poco labrando? Y el admirable teorema de Stirling, para valuar aproximadamente el producto de un gran número de factores consecutivos, y ciertas

integrales definidas, con gran trabajo tabuladas, ¿dónde han encontrado aplicación más frecuente y natural, tan natural que se diría inventadas y estudiadas por los matemáticos con este objeto exclusivo, fuera del anchuroso espacio que ha llegado á comprender la Teoría de las Probabilidades?

Para quien algo acerca de esto meditare, y en la balanza de un recto y desapasionado juicio pese la influencia que tan peregrina teoría ha ejercido en los progresos de las demás partes de las Matemáticas, con ella á primera vista más incoherentes, lo que de fútil en el fondo, y al parecer tan sólo, presenta en sus albores, inmediatamente se desvanece. Por seguro tengo que así lo estimais vosotros, sin necesidad de más pruebas y argumentos; mas, como no abrigo la inmodestia de escribir para enseñaros cosa alguna en particular, preciso me es, si he de llevar la propia convicción al ánimo de quien en muy distinta situación intelectual de la vuestra se encontrare, examinar desde otro punto de vista la materia, y anudar para ello el hilo de su historia, por incidencia bien excusable interrumpido.

Data la correspondencia recíproca y amistosa de Pascal y de Fermat, donde se dilucidan las cuestiones que, muy en compendio y poco más atrás, dejamos reseñadas, de muy adelantado ya el año de 1654; y aún no se habia hecho pública, aunque ningun geómetra de aquel tiempo ignorase de lo que en ella se trataba, cuando el holandés Huyghens ordenó una obrita referente al mismo asunto, que en 1658 salió á luz con el título *De ratiociniis in ludo aleæ*. Por corresponder el libro estrictamente á lo que su título prometia, hase supuesto que el autor, lo mismo que sus otros dos ilustres coetáneos, únicamente aspiraron á formular las leyes ó á precisar las suertes de los

varios juegos de azar, ya por complacer é ilustrar á los jugadores, que sabe Dios en la práctica hasta qué punto hubieran podido dar lecciones á sus improvisados maestros, ya por via de pasajero solaz, y sin abrigar presentimiento alguno de la importancia, en porvenir muy inmediato, de sus difíciles investigaciones matemáticas. A mí, sin embargo, mucho se me resiste creer que semejante especie sea cierta; pues ni el que á los 14 años de edad manifestó energía de espíritu suficiente para resucitar la *Geometría de Euclides*, si libro tan celebrado hubiese llegado á perecer; ni el que en la época moderna puede titularse fundador de la *Teoría de los Números*, y disputa á Newton y á Leibnitz la invencion del Cálculo diferencial; ni el que por intuicion ó adivinacion sobrehumana casi, y eso que filósofos materialistas, ó de gerarquía inferior y más despreciable aún, niegan que á cierto impulso y como revelacion súbita del alma sea debido descubrimiento alguno en las ciencias matemáticas y físicas, definió el origen, naturaleza y modo de propagarse de la *luz*, eran hombres que necesitasen aguzar su ingénio con ejercicios preparatorios y estériles en cualquier otro género de resultados, ni que se resigasen, sin objeto preconcebido y claro, á malgastar el tiempo, ni que tuviesen tampoco mucho tiempo de sobra que perder. Si Huyghens, por ejemplo, no hubiese estado persuadido de la importancia de aquella obra, con tanta ligereza ó indiferencia considerada despues, ¿cómo se habria dedicado á redactarla, naturalmente entre los años de 1654 y 1658, cuando por esta misma época tan preocupado y afanoso le traian los dos proyectos, que al fin consiguió ver realizados, de estudiar y descubrir las propiedades principales del péndulo y su aplicacion á la relojería, y de perfeccionar el telescopio hasta poder descifrar aquel enig-

ma, durante cuarenta años inexplicable, que el planeta Saturno habia presentado por vez primera ante los ojos atónitos de Galileo?

Y hubiera sido bien extraña cosa que Huyghens, tan sagaz en otras materias más embrolladas y confusas, no presintiera lo que un autor anónimo, que por el año de 1692 tradujo al inglés su libro y le completó con ejemplos y comentarios, claramente especificó en el prólogo de esta nueva obra referente á la teoría de las probabilidades ó efectos del azar.

¿Qué es el azar, se pregunta, y cómo puede hallarse sometido á ninguna ley?

Y responde á renglon seguido: como es, por una parte, imposible que un dado, que con determinada fuerza y en direcciones definidas se agita, no caiga tambien sobre una cara determinada, y como, por otra, lo es asimismo el conocer ó calcular *à priori* sobre cuál de las caras reposará al fin, agitándole en cierta aunque arbitraria direccion y con grado de fuerza variable, «azar se llama lo que en suma no es más sino falta de arte ó de conocimiento en la materia que se considera.» Definicion notable, y clave del misterio que se trataba de penetrar, un siglo despues reproducida, aunque en distintos y más generales términos, por el eminente matemático Laplace, al ocuparse del propio asunto. «El estado presente del Universo, escribia el último autor, debe considerarse como efecto de su estado anterior y causa del venidero, hasta el punto de que una inteligencia superior, conocedora, por hipótesis, de todas las fuerzas que animan á la naturaleza y de la situacion respectiva de los séres que la componen, y bastante poderosa además para someter tales datos al análisis, concluiria por comprender en la misma fórmula los movimientos de los

mayores cuerpos que pueblan el espacio y los del átomo más ténue: para ella, pues, nada habría *incierto* ni *probable*, porque el pasado y el porvenir estarían presentes y al descubierto ante sus ojos.»

El azar, la suerte ó la casualidad, en el sentido que de ordinario se denominan y consideran, ninguna realidad objetiva poseen, á juicio de los dos pensadores citados, y solo dependen de un estado particular, de ignorancia ó lucidez incompleta de nuestro espíritu. Y si esto es cierto, como la historia de las ciencias de observacion y experimentales con numerosos ejemplos lo demuestra, llamando incomprendible, inesperado, fortuito ayer, lo que hoy la mente más ejercitada y poseedora de mejores datos denomina regular y predecible; si todo en realidad procede de algun principio necesario, y todo en el curso del tiempo y en el seno del espacio se encadena y complica, convirtiéndose de efecto en causa y origen de otra multitud de efectos; y si los resultados del azar ó casuales lo son de causas desconocidas ó mal estudiadas, que nadie podia antes prever, y que por lo mismo acaecen de improviso y nos admiran é impresionan de un modo particular y en grado muy profundo, digna de encomio y de muy meditado estudio debiera ser la ciencia que se propusiese dictarnos los preceptos y reglas fundamentales y más necesarias para descubrir lo que en laberinto tal de irregularidades, excepciones, accidentes, causas y efectos secundarios y superpuestos se halla oculto, y pudiera ser, sin embargo, desde conveniente punto de vista examinado, tan claro como la luz y tan sencillo y comprensible como la verdad; y como muy natural y plausible debiera tambien considerarse que los fundadores de aquella ciencia, para realizar su objeto y no fracasar desde un principio al

emprender tamaña obra, hubiesen planteado la cuestión en el terreno más desembarazado y fácil de explorar, y en los términos más breves y acomodados al lenguaje y combinaciones algebraicas. Las cuestiones previas, concernientes á los juegos de azar más vulgares y merecedores del desprecio público, que Pascal y Fermat y Huyghens resolvieron, ¿qué son, ni qué podrian ser, sin grave desdoro de aquellos insignes geómetras, sino otros tantos lemas indispensables para emprender la demostracion de los teoremas, ó de las leyes matemáticas, á que los sucesos del mundo físico, del mundo social, y, no sé si diga, moral tambien, deben hallarse sometidos, y deducir más tarde los corolarios de las mismas leyes que en multitud de casos particulares pueden presentarse?

No extrañaria que algunos de los conceptos en las últimas frases comprendidos pareciesen exajerados, y aún erróneos y peligrosos por sus consecuencias, á quien con el estudio de las Matemáticas, y de las ciencias de observacion, que en las Matemáticas, como en base indispensable y solidísima, descansan, no estuviese algun tanto familiarizado. Mas lejos de creer necesario modificar su sentido ó debilitar su trascendencia con salvedades importunas, con nuevos argumentos, tomados de autores respetables, me apresuro á corroborarlos.

A su definicion de lo que impropia ó aturdidamente denominamos azar, el traductor anónimo del libro de Huyghens (se conjetura fue Motte, secretario de la Sociedad Real de Lóndres), añadia estas palabras, si vulgares hoy, significativas de prodigiosa perspicacia en la época en que se escribieron: «Son muy pocas las cosas de que poseemos conocimiento ó noticia, á que el razonamiento matemático no pueda aplicarse; y cuando no se puede, por demostrado

debemos tener que aquel conocimiento nuestro de la materia de que se trata es todavía muy limitado y confuso.»

Siglo y medio despues, otro autor, tambien británico, aunque no de Matemáticas ni de Física, ni de cosa que á tales ciencias se parezca, y, por lo tanto, exento de la grave objecion de parcialidad en pró de la causa que defiende, que fuera de este recinto podria de lo contrario dirijírsele, el historiador Buckle, ha prohijado la misma idea, y espresádola en términos mucho más explícitos, como sigue: «La tendencia manifiesta de la civilizacion progresiva se encamina á robustecer nuestra conviccion en la universalidad del órden, del método y de la ley; por manera que si algunos hechos, ó una clase completa de efectos y resultados no hubiesen sido todavía reducidos á un principio de órden, ó á una ley de comun derivacion, en vez de considerarlos por este solo motivo como irreducibles, deberíamos, dejándonos guiar por la experiencia de lo pasado, admitir que lo serán en tiempos venideros. Entre los hombres consagrados al estudio de las ciencias físicas, es tan familiar ó instintiva esta esperanza de verdadero progreso intelectual, que para los más eminentes constituye un verdadero artículo de fé; y si todos los historiadores de las cosas en general no abrigan análoga y tan profunda creencia, atribúyase, en parte, á su inferioridad intelectual con respecto á los investigadores más sagaces de la naturaleza, y, en parte tambien, á la mayor complicacion de los fenómenos sociales á que sus estudios se refieren.»

Y por si la opinion de un autor apenas conocido, y de otro que no siempre, á nuestro entender, piensa con el mismo acierto que en el caso acabado de citar, os parecieren insuficientes en apoyo de la tésis que sustentamos, os recordaré la que sobre el mismo asunto abrigaba el célebre

Agustin Cauchy, tan grande por su saber como por la rectitud de su juicio, y lo profundo y sincero de sus convicciones religiosas y católicas. Hé aquí sus palabras: «La ciencia de los números, aplicada al orden físico, sirve para discutir los hechos y relacionarlos mutuamente, y es en muchos casos poderoso auxiliar ó medio de descubrimiento; y aún en el órden intelectual y en el moral, pueden los números emplearse algunas veces con provecho. Porque las causas que contribuyen á perfeccionar la inteligencia humana y á mejorarla, se revelan por sus efectos; y la feliz influencia que por necesidad ejercen en los individuos y en la sociedad las doctrinas verdaderas, las buenas leyes y las instituciones acertadas, no solamente consiguen demostrarse por el raciocinio y la lógica, sino tambien por la experiencia.»

Y bien, señores, ¿qué ciencia de los números es esta á que las palabras de Cauchy y de otros autores aluden? La ciencia que sirve para discutir los datos reunidos por la observacion, é indagar y distinguir lo que en ellos y en sus resultados haya de regular y periódico, y pronosticable, por lo tanto, de lo que tengan de anómalos y como fortuitos, verdadera lógica trascendente, más severa, sencilla y eficaz que la aristotélica, ¿cuál otra es sino el Cálculo de las Probabilidades, tan pueril en un principio, y que en breve término, sin embargo, como menudo copo de nieve que se desprende de la montaña, y que, aumentando de volúmen y peso sin cesar, llega rodando hasta los valles convertido en enorme bola, atraído por la necesidad nunca satisfecha de rodar y de caer, ha crecido y abarcado en su esfera propia multitud de preceptos y de resultados científicos, y de conocimientos variados y sin otra conexion preliminar?

Yo bien sé que muchos de los resultados con gran trabajo obtenidos mediante el Cálculo de las Probabilidades, parecen tan sencillos ahora, que no como hijos del estudio y de muy prolongada y fatigosa reflexión, sino como fruto casi espontáneo de las sugerencias del buen sentido, ó de lo que, por generosa y no muy agradecida concesión, sentido común se denomina, corre peligro de considerarlos la soberbia presunción humana. Y así, en efecto, los considera, sin molestarse en alegar razón alguna en pró de su parecer, el que unos llaman gran filósofo de los tiempos modernos, y otros el filósofo más enemigo de la verdadera filosofía que los siglos han producido: Augusto Comte. Y lo propio que de las palabras terminantes de este autor, ha querido deducirse de las siguientes de Laplace, aisladamente citadas, y que, por lo mismo, expresan cuanto haya decidido empeño que digan y signifiquen: «El Cálculo de las Probabilidades no es más que el sentido común formulado en reglas matemáticas.» Y como si los demás Cálculos fuesen, en suma, ni pudieran ser otra cosa, los que, á cuanto á negocio de números trasciende, profesan un horror instintivo, y se precian, sin embargo, de hombres de talento, como si las Matemáticas hubiesen sido inventadas por alguna serie de insensatos y para uso exclusivo de otros tales, se apoyan en la autoridad de aquel pensador insigne para negar la utilidad del cuerpo de doctrina citado, y hasta para borrarle de la lista de las ciencias que á la inteligencia racional más enaltecen.

Pero á interpretaciones y usos tan extravagantes de su magnífica síntesis, responde el mismo Laplace en otro lugar de su obra, cuando, despues de analizar la solución de diferentes problemas, exclama: «Apóyase la teoría de las probabilidades en consideraciones tan sutiles, que nada de particular tiene que con los mismos datos encuen-

tren dos personas resultados distintos, en particular si las cuestiones son muy complicadas.» Y un autor español, y por solo serlo le cito, que no es pequeña fortuna la de tropezar de vez en cuando con algun nombre que sin esfuerzo pueda pronunciarse, ni desgracia poco verdadera y aflictiva la de haber de pronunciar tantos otros, rebeldes á nuestros lábios y ásperos al oido, D. Tadeo Lope y Aguilár, dice tambien en el tratadito que, tomando por guia el libro mucho más extenso é importante de Moivre, escribió sobre la materia que nos ocupa, lo siguiente: «Asimismo es la *doctrina de la suerte* un asunto propio para ejercitar la razon, porque muchas cuestiones de su dominio, aunque al parecer son muy sencillas, vienen acompañadas de una larga série de consecuencias, antes de que se llegue á la conclusion, la cual es las más veces *absolutamente distinta* de lo que se podia esperar. Y así corrige semejantes descuidos, que estamos expuestos á cometer en nuestros juicios.» Pero á los que sostienen que el sentido comun ó lógica natural bastan para resolver las cuestiones fundamentales y más importantes de que el Cálculo de las Probabilidades se ocupa, nadie ha respondido en términos más breves y vigorosos que el modestísimo sábio Motte, aquel que sin duda ocultó su nombre para que ciertos principios de verdad eterna, que debieran ser patrimonio no heredado de la especie, no pareciesen en este caso vinculados en un individuo y debidos á su generosidad en revelarlos. «Cuando en el análisis de una dificultad, dejó escrito, puede emplearse el razonamiento matemático, el usar cualquiera otro para resolverla es tan desatinada locura, como empeñarse en buscar en la oscuridad y á tientas un objeto perdido, cuando hay á mano una luz.»

Ni es solo con argumentos de esta especie, ó adu-

ciendo uno tras otro los pareceres acordes, y á cual más enérgicos y terminantes, de respetabilísimos sábios, como se puede responder al inoportuno reparo de que el Cálculo de las Probabilidades sobra mientras el sentido comun no falte. Prescindiendo de que si la objecion fuese aceptable y buena en el caso á que se refiere, con igual ó mayor motivo lo sería en otros muchos; y de que, exajerándola poco á poco, habria que declarar, al fin, fútiles é impertinentes las tres cuartas partes siquiera de las ciencias y estudios humanos; prescindiendo, repito, de tan grave dificultad y de aberracion mental tan monstruosa y soberbia, prácticamente ó con algunos sencillos ejemplos puede demostrarse que la mencionada objecion carece de fundamento por completo. Y si no, á vosotros, encanecidos ó en via de encanecer en el fatigoso, y no muy bien remunerado, y no mucho mejor considerado, ejercicio de la enseñanza pública, y á vuestra imparcialidad y conocimiento de las facultades, limitadisimas por lo general, del entendimiento humano, apelo: aunque sea verdad que cualquiera persona, en edad y estado de razon, pueda responder á esta pregunta: ¿cuál es la probabilidad de que una moneda, sin propósito malicioso, lanzada al aire, caerá sobre una ú otra de sus caras?; decidme, ¿son muchas las que podrian contestar á esta otra, sin previos y bastante extensos conocimientos matemáticos?: ¿cuál es la probabilidad de que repitiendo aquel sorteo diez, ciento ó mil veces seguidas, caerá la moneda cinco, cincuenta ó quinientas veces sobre una cara y otras tantas sobre la opuesta? Y ya no digo muchas, ¿pero conoceis alguna capaz de responder á esta nueva pregunta, consecuencia natural é inmediata de la anterior?: ¿cuántos sorteos deben practicarse para que la diferencia entre la probabilidad elemental ó simple de uno cual-

quiera de los acontecimientos posibles y la producción relativa y real del mismo acontecimiento, no exceda de un cierto límite pequeñísimo, y *à priori* determinado? Aunque no conociérais ninguna, nada de particular tendría, puesto que el famoso Santiago Bernoulli, á quien sin manifiesta exajeración pudiera llamarse inventor del Cálculo integral, y de quien hasta Newton y Leibnitz, y no se hable de los demás grandes matemáticos de aquel tiempo, tuvieron algo que aprender, confiesa sin rubor ni asomo de vergüenza, y antes bien como si celebrara uno de los más señalados triunfos de su ingenio, que durante veinte años anduvo meditando la respuesta, é ideando el modo de hacerla comprensible y clara, como teorema de geometría que al más rudo entendimiento penetra é ilumina.

Y al fin lo consiguió, y con fundado motivo pudo preciarse de la excelencia de su obra. Porque en la Teoría de las Probabilidades es aquella respuesta lo que el teorema de Taylor en el Cálculo diferencial, ó el principio generalizado de la palanca, ó de las velocidades virtuales en la Mecánica analítica, ó el de la atracción universal de la materia en el Sistema del mundo: fundamento de los demás teoremas y resultados, y compendio ó síntesis muy abreviada de la ciencia á que se refiere.

En efecto: si matemáticamente puede demostrarse que en la repetición muy prolongada ó indefinida de sorteos, pruebas ó ensayos de cualquier género, los sucesos contradictorios deben verificarse en proporción casi de sus probabilidades simples ó elementales, dos consecuencias, á cual más importantes, se deducen desde luego: una, que la noción de probabilidad no es meramente subjetiva, ó variable de un individuo á otro, ó para el mismo individuo, según las condiciones y estado de su espíritu. y sí objetiva, determi-

nada y mensurable, en los términos y del modo que ya Pascal y Fermat la estimaron y midieron; y, segunda, que por la comparacion ó estudio de los resultados, en multitud de pruebas obtenidos, podremos siempre aproximarnos sin límite al conocimiento de las causas ó circunstancias productoras, por más que en un principio nos fueren tales causas por completo desconocidas. Y en la primera de estas conclusiones, ¿quién no columbra la razon de ser, y del valor efectivo, como teoría matemática, del Cálculo de las Probabilidades? ¿Y quién, penetrado de la importancia práctica de la segunda, no presiente en seguida la indole y extension de las aplicaciones de la misma teoría? Algo más que columbrarlas ó presentirlas vagamente hizo Santiago Bernouilli; pues, no contento con haberlas cimentado sobre profunda é imperecedera base, las bosquejó y se propuso desenvolverlas por extenso en la cuarta y última parte de su *Ars conjectandi*, tan notable por la novedad como por la riqueza y variedad de la doctrina que comprende. Pero la muerte le sorprendió, en edad poco avanzada todavía, por el año de 1705, antes de que á obra tan meditada y querida hubiese podido dar la postrer mano; y gracias únicamente al solícito cuidado de su sobrino Nicolas, miembro tambien ilustre de la familia más fecunda en talentos matemáticos que mencione la historia, el libro citado vió la luz, para enseñanza y asombro y provecho de los hombres, en 1715.

Por el mismo tiempo, ó sea entre los dos años mencionados, y para subsanar de alguna manera la falta de aquel libro que Santiago Bernouilli habia dejado sin concluir, y que se consideraba ya como perdido, el matemático francés Pedro de Montmort publicó su *Essai d'analyse sur les jeux d'hasard*, como muy ingenioso y de mérito indis-

putable reputado, aunque ni por el fondo, ni por la intencion poco elevada y filosófica que á su redaccion parece que presidió, pudiese parangonarse sin desventaja con el *Ars conjectandi* del insigne profesor de Basilea, ni careciese tampoco de inexactitudes ó descuidos de apreciacion y de cálculo, que en parte le deslucian.

Descubrieron estos lunares y los señalaron á la atencion del autor, quien se apresuró á destruirlos y cuidó mucho de evitar otros nuevos en la segunda edicion del mismo libro, Juan Bernouilli, digno hermano por el talento y profundo saber matemático, aunque no siempre hermano respetuoso, discípulo agradecido, ni fiel adepto de Santiago, y el mencionado Nicolás, sobrino de ambos; habiendo sido las relaciones amistosas que con tal motivo nacieron, y el frecuente trato y correspondencia entablada entre el último de aquellos Bernouilli y Montmort, causa directa y muy eficaz de que el Cálculo de las Probabilidades progresase más y más cada dia, é inesperada y ocasional tambien de que en este mismo Cálculo se descubriese como un punto flaco y vulnerable, por donde sus adversarios han procurado atacarle siempre, é intentado demostrar el vicio de sus principios fundamentales, y lo que de ilusorio y erróneo tienen sus consecuencias y aplicaciones. Las cosas pasaron de este modo.

Entre los problemas que recíprocamente se proponian, y en cuya solucion procuraban rivalizar en sutileza de ingenio, dictóle á Montmort su adversario Nicolás Bernouilli el siguiente: si dos jugadores, A y B , juegan con un solo dado, y A se compromete á pagar á B un escudo, si en el primer sorteo reposare el dado sobre una cierta cara, y por añadidura, nunca interrumpida mientras el hecho contrario no se verifique, 2, 3, 4,... ó 2, 4, 8,... ó 3, 9, 27,...

ó 4, 9, 16, etc., etc., escudos, si en el segundo, tercero y demás sorteos sucesivos tambien cayere el dado sobre la cara desde un principio convenida, ¿qué suma ó cantidad de escudos debe arriesgar *B*, antes de comenzar las pruebas, para que el partido entre ambos sea equitativo? A esta pregunta respondió Montmort sin titubear, ni tomarse más tiempo que el necesario para hallar los límites hácia los cuales se aproximan ó *converjen* las sumas ó series de fracciones, cuyos denominadores son las potencias sucesivas del número 6, en el supuesto más comun de ser el dado de figura cúbica, y los numeradores la série de números naturales, ó de sus cuadrados ó cubos, ó de números en progresion aritmética ó geométrica, ó que unos de otros se deriven, conforme á una ley matemática cualquiera, aunque definida. Y, en efecto, propuesta la cuestion en los términos referidos, aunque ofreciese sumo interés como problema de análisis algebraica, y en este concepto mereciese cautivar por algun tiempo la atencion de los dos matemáticos citados, ningun otro género de dificultad presentaba, ó, por lo ménos, no le presentaba en grado tan manifesto y perceptible como sucedió poco más tarde, simplificado que fué el enunciado del mismo problema por Daniel Bernouilli, hijo de Juan y heredero de la habilidad y ciencia matemática de su padre, y de la cariñosa aficion que al Cálculo de las Probabilidades profesó su, más que ningun otro miembro de la familia, célebre tio, el autor del *Ars conjectandi*.

En el caso propuesto por Daniel Bernouilli, ya no se trata de jugar con un dado de seis caras, sobre cada una de las cuales puede caer con la misma probabilidad, igual á un sexto de la certidumbre de que necesariamente caerá sobre una ú otra; ni de sumar series de fracciones más ó ménos complicadas, y tambien más ó ménos convergentes,

pero convergentes, al fin, y cuyos límites, además de finitos, son muy poco elevados; sino de jugar con una moneda, á cara ó cruz, y de sumar una série de construcción sencillísima, pero divergente, y que por lo mismo no parece tener sentido alguno, ó poder representar la solución aceptable de ningún problema racional. A lo que ahora se compromete *A* es á pagar á *B* un escudo si en el primer sorteo cae la moneda de cara, dos más si en el segundo sorteo sucediese también lo propio, y 4, 8, 16, ... escudos en cada uno de los sorteos sucesivos, mientras los resultados del azar no varien de signo; y lo que se desea saber es qué fondo ó capital debe arriesgar *B* desde un principio, en justa compensación de las ventajas ó esperanzas de lucro que su adversario le concede. Y como, por una parte, resulta, ya que no sea evidente desde luego, que la *esperanza matemática* de ganar, que *B* posee, (entendiéndose por esta expresión, desde los tiempos de Pascal y de Huyghens, el producto de la suma codiciada por la probabilidad de obtenerla), asciende á medio escudo en el primer tanteo de la suerte, y á otro medio en el segundo, y á medio siempre en todos los demás; y como, por otra, ni es factible predecir cuándo la fortuna favorecerá al jugador *A*, ni *metafísicamente* imposible que indefinidamente continúe favoreciendo á *B*, dedúcese en último extremo, que éste tiene desde un principio la esperanza de ganar un número infinito de medios escudos, y que, por lo tanto, debe arriesgar un capital infinito también, ó superior á cuanto la imaginación puede concebir, que *A* se apropiaría cuando la suerte le hubiese favorecido una sola vez, muy á los comienzos del juego, ó pasado largo tiempo de ensayos. Y ¿es racional ó sensato esto? ¿ni justo? ¿ni digno de examinarse y discutirse siquiera? Y el Cálculo que á tan extra-

vagantes consecuencias conduce, ¿no merecerá ser estigmatizado, y sepultado para siempre en las sombras del olvido?

Así lo juzgaba, prescindiendo de otros autores de nombradía inferior, por este y algun otro motivo análogo, el célebre enciclopedista y profundo matemático D'Alembert; y tal copia de argumentos y capciosas sutilezas alegaba en apoyo de su opinion, y con tal arte y tanta fé en su legitimidad y fuerza los exponia, que, por de pronto, debió parecer á los que en sentido contrario pensaban, más fácil despreciarlas ó rehuirlas, que demostrar directamente su ineficacia. Lo absurdo del resultado obtenido, ateniéndose estrictamente á los principios del Cálculo de las Probabilidades en la solucion del problema propuesto por Daniel Bernouilli, era, á juicio de D'Alembert, de todo punto incuestionable, y provenia de suponer equivalentes estas dos cosas: la certidumbre de poseer un escudo, con la esperanza matemática de ganar 1000, 100 ó 10, cuando la probabilidad de ganarlos es solo de una milésima, una centésima ó una décima parte de la misma certidumbre. Así, por ejemplo: en el primer sorteo el jugador tiene la esperanza de ganar medio escudo, producto del entero que *A* le promete, por la probabilidad, $\frac{1}{2}$, de que la moneda caerá de cara aquella vez; pero esta esperanza es superior, racional é instintivamente pensando, é indique el cálculo lo que quiera, á la de ganar otro medio escudo en el décimo sorteo, por más que para entonces el compromiso de *A* se eleve á 2^9 ó 512 escudos, y la probabilidad de que haya precision de cumplirle se halle representada por la fraccion $\frac{1}{2^{10}}$ de la certidumbre. Y, explanando cada vez más y más su idea, no solo sostiene que en una lotería de 128 cédulas y de 10.000.000 de premio único, no vale, antes del sorteo,

cada cédula 78.125 escudos, cociente del valor del premio por el número de billetes, sino que niega que valga un escudo la cédula, aún suponiendo de 128 el premio. En suma: D'Alembert opinaba que las probabilidades representadas por fracciones *muy pequeñas* de la certidumbre son absolutamente despreciables ó nulas, y lo mismo, por consecuencia no muy legítima, las *esperanzas matemáticas* en cuya composición entran como factores necesarios; y no siendo racional, ni conforme con la verdadera doctrina de la ciencia, pasar, de un valor finito al límite *cero*, de un salto ó modo discontinuo, preciso es que la disminución de la esperanza matemática se efectúe desde luego, en observancia de una ley mucho más rápida de lo que los principios comunmente admitidos del Cálculo de las Probabilidades enseñan. Pero ¿y qué debe entenderse por probabilidad muy pequeña, y cómo asignar la ley de su disminución sucesiva, sin ambigüedad de ningún género? Y como ni á una ni á otra pregunta cabe responder satisfactoriamente, ofuscado por su propia argumentación y por las cavilidades sin cuento que había ido poco á poco acumulando, natural era que, llegado á este punto, dedujese el filósofo francés la siguiente deplorable y exagerada consecuencia: los principios del Cálculo de las Probabilidades, á más de ser erróneos, no admiten corrección ó enmienda; y el Cálculo, vicioso y desatinado por necesidad ineludible, debe sin otra discusión abandonarse.

¿Qué respondieron á tales objeciones los matemáticos adictos á la opinión contraria? Nada categórico y convincente, por de pronto; pero, más tarde, ya repuestos de la sorpresa y aturdimiento que la sofisticada argumentación que dejamos referida les produjera, dos cosas, algo distintas en la apariencia, aunque idénticas en realidad: unos procura-

ron demostrar que D'Alembert, el sábio que con tanto acierto discurrió sobre los puntos más difíciles del Algebra, del Cálculo integral y de la Mecánica racional, aplicada y celeste, desconoció, sin embargo, los principios y trascendencia práctica del Cálculo de las Probabilidades; y otros, más francos en su lenguaje ó más irrespetuosos con quien, por los servicios prestados á la ciencia de la cantidad, tan merecedor de consideracion y disculpa en sus errores ó falsas apreciaciones se hizo, han dicho, como Montferrier, que si algo prueban ó revelan aquellos reparos contra los antecedentes y consecuencias de la teoría cuestionada, es solamente la precipitacion y lijereza habituales de quien los opuso. Prescindamos de tan pobre género de réplica, y veamos en qué se fundan los que en mejores y más elevados términos discuten y procuran defender la doctrina atacada, y hasta robustecerla, aduciendo en su apoyo los mismos argumentos que, para destruirla, con tanto y tan poco loable afán se discurrieron.

La certidumbre de poseer un escudo, decia D'Alembert, vale mucho más que la esperanza de obtener 10, mediante la probabilidad, $\frac{1}{10}$, de que la suerte se pronunciará en favor de quien semejante esperanza abriga. Lo cual fue menester concederle como cierto por dos motivos: uno moral, extraño por completo á las propiedades del cálculo, y derivado de la tranquilidad del ánimo que la certidumbre de la posesion incuestionable é indisputada inspira; y otro, conforme ya con las previsiones de la teoría, si las contingencias tan variables é inseguras de la suerte hubiesen de experimentarse una vez sólo. Pero siendo preciso agregar á la nocion de la esperanza matemática la idea no ménos fundamental de repetición muy considerable, y hasta cierto punto indefinida, de las pruebas ó sorteos, combinadas

ambas nociones intelectuales, la conclusion que D'Alembert calificaba de absurda é incomprensible, ni lo es en tan alto grado como aquel matemático sostenia, ni sin injusticia notoria podria en lo sucesivo continuar designándose del propio modo. Para que de absurda pudiera notarse en realidad, menester sería ciertamente que alguien hubiese sostenido, apoyándose en los principios científicos atacados, que, por el simple hecho de poseer dos jugadores iguales esperanzas matemáticas, á nada se exponen ensayando uno contra otro los favores ó adversidades de la fortuna, por dos, tres ó pocas más veces; y esto nadie ha pensado en defenderlo; pero lo que tampoco ha intentado nadie contradecir, y lo mismo sería que lo intentara, como que se propusiese demostrar que los diversos rádios de un círculo no son iguales, es que, repitiendo largo rato las pruebas ó tanteos de la suerte, no sea el acontecimiento más probable el de la compensacion final de las ganancias y pérdidas; y seguro que la pérdida ó ganancia de cualquiera de los jugadores no excederá de una fraccion pequeñísima del fondo total ó conjunto de sumas pecuniarias poco á poco aventuradas. Si, en el ejemplo propuesto por D. Bernouilli, parece que el cálculo asigna á los dos jugadores eventualidades de ganancia muy distintas, inmensamente grande y segura casi á favor de *A*, y mucho más limitada é incierta á favor de *B*, y esto se califica de injusto y por consecuencia de inexacto, atribúyase principalmente á la simple circunstancia de tratarse de un juego ó combinacion azarosa, que no puede repetirse, por dos motivos: porque ni el término de la primera prueba cabe predecir; y porque las sumas ó capitales que desde un principio deben aventurarse son tambien infinitos. Pero el mal está en el ejemplo ó caso particular indicado, no en la solucion

ni en la teoría empleadas para resolverle; y pronunciarse contra esta teoría, y condenarla á perpétuo olvido y á universal desprecio, por el hecho exclusivo de revelarnos que existe un juego, demasiado arriesgado y temible, como dice Lubbock, hasta para el tahir de profesion ménos escrupuloso y asustadizo, equivaldria á suprimir de raiz el Algebra, y á tronar contra la exactitud y rigor incomparable de sus métodos, porque en algunos casos nos suministre soluciones infinitas, negativas ó imaginarias, cuando lo absurdo fuera que soluciones de distinto género nos proporcionase.

Yo no quisiera, emitiendo una simple sospecha, desprovista tal vez de fundamento real, inferir una grave ofensa á D'Alembert, á quien como filósofo y pensador en asuntos morales, políticos y religiosos, ni me toca en este sitio ensalzar ni vituperar, y á quien como analista y geómetra de primer orden me considero en el deber de rendir franco y pleno homenaje; pero, reflexionando un poco sobre los tiempos en que vivió, de reaccion tremenda, de duda universal y descreimiento muy comun, y en la transicion violenta que en su manera de ver y de apreciar las cosas se operó, de la niñez y la juventud, más que católicas, á la edad viril, que me abstengo de calificar, páreceme que su horror hácia el Cálculo de las Probabilidades muy bien pudo provenir, más que de aturdimiento ó de una apreciacion irreflexiva, como Montferrier opina, ó de falta de sentido comun, como habria que sostener, y sería donoso empeño, adoptando al pié de la letra la definicion de Laplace, en otro lugar de este escrito referida, de una cierta ofuscacion del espíritu, nacida del instintivo temor y persuasion profunda, aunque inconsciente, de que la simple existencia del Cálculo de las Probabilidades, ó la sola

idea de que un Cálculo de índole semejante pudiera llegar á existir, significa, como en términos de inimitable elocuencia ha sostenido Cauchy, que cualquiera obra procede de un obrero; de Homero, que no del azar, la Iliada; y las maravillas sin cuento de la naturaleza, de un Sér, de inteligencia, poder y sabiduría infinitas, al cual deben los demás séres la existencia y la vida, y del cual emana, por trasmision más ó ménos directa é inmediata, toda fuerza ó potencia, así física como intelectual ó moral.

Por lo demás, justo es decir que en la interpretacion de aquel problema, en sucintas frases poco antes referido y analizado, no fue D'Alembert el único matemático que se ofuscara; pues el mismo Daniel Bernouilli apeló, para darse cuenta á sí propio y explicar á los demás lo extraño de la solucion desde un principio hallada, á cierto género de consideraciones, muy ingeniosas sí, y dignas de meditarse con frecuencia, pero vagas ó mal definidas, y, por lo tanto, difíciles en sumo grado de someter á los preceptos y naturales exigencias del cálculo aritmético. Como D'Alembert, tambien Bernouilli y otros matemáticos partidarios suyos convinieron en que la esperanza del jugador B , de ganar medio escudo en el primer tanteo de la suerte, vale más que la de adquirir 512 por resultado del décimo; y esto, no porque numéricamente se diferencien ambas esperanzas, sino porque á medida que B gana, y poco á poco se enriquece, los incrementos sucesivos que su capital puede experimentar son *relativamente* cada vez más pequeños, y para el afortunado jugador cada vez ménos importantes. Y de aquí nació, por contraposicion á la desde muy antiguo llamada *esperanza matemática*, de valor inmutable, cualesquiera que sean el estado de prosperidad ó de pobreza del individuo y las cualidades de su carácter, generoso y

desprendido ó avariento y ruin, la *esperanza moral*, que se confunde casi con la precedente cuando lo que se espera es muy poco, comparado con lo que ya se posee, y que disminuye, tratándose de ganancias, cuando el capital poseído es muy considerable, ó aumenta con pavorosa rapidez en el supuesto contrario y caso de pérdida; y de aquí tambien la distincion establecida entre la fortuna material ó *física* y la *contingente moral*, tan por extenso expuesta y apurada por algunos autores, secuaces en esto siempre de Daniel Bernouilli, y entre otros por el ilustre Laplace.

Apelando, segun há poco dijimos, á género tal de consideraciones, y sin limitar, como otros analistas por entonces y mucho despues lo juzgaron necesario, ni el número de sorteos, ni el valor de las probabilidades de ganar ó de perder, por muy pequeñas que fuesen, D. Bernouilli estudió el problema que él mismo habia propuesto, y á tantas cavilidades y controversias acaloradas dió motivo, y encontró una solucion finita, y, al parecer, racional y muy aceptable; pero nada más que al parecer, puesto que dependia de una hipótesis preliminar, de exactitud cuestionable, y que hubiera sido preciso y permitido modificar, tan pronto como en la práctica se hubiere hallado cualquiera otra dificultad, análoga á la primera, y que tanto trabajo habia costado vencer. Y por esta razon, el edificio tan ingeniosamente combinado por aquel célebre matemático, acto continuo se consideró como erigido sobre move-diza arena; y, aunque de bellissimo aspecto, y suficiente para demostrar el talento y asegurar la reputacion del arquitecto, como expuesto á inminente ruina, y digno solo de ser visto y admirado desde lejos.

De la discusion empeñada, y con laudable entusiasmo sostenida, para ilustrar este y algun otro punto oscuro ó en

un principio mal comprendido, algo importante é imperecedero resultó, sin embargo; y, precisamente, algo contrario á lo que el vulgo, enemigo de la ciencia que defendemos, opina. La más inmediata é interesante aplicacion del Cálculo de las Probabilidades, suele en efecto decirse, concierne á la legislacion, análisis y conocimiento minucioso de los juegos de azar; y el único provecho que del estudio de tan ociosa teoría puede sacarse, es una afición desmedida, que la costumbre convierte pronto en incorregible, hácia la más vituperable, perjudicial é indigna de las prácticas.

¿Pero qué fundamento de verdad reconoce esta consecuencia, cuando la teoría, en tan rigurosos términos calificada, con irresistible claridad demuestra, que lejos de ser ciega la *Fortuna*, y de complacerse en destruir y burlar las más legítimas y mayores esperanzas de lucro, y en realizar las más absurdas y quiméricas ilusiones, procede, en fin de cuentas, como la fatalidad, é irremisiblemente favorece al jugador, cuya esperanza matemática, valuable *à priori*, es superior, aunque en grado mínimo, á la que de ganar posee su adversario; cuando, áun dado caso que las esperanzas de ambos contendientes fueren iguales, tambien nos enseña que el ménos acaudalado corre gravísimo riesgo de completa ruina, si la experiencia del azar se repite y prolonga sin tregua ni cautela; y cuando, sin abandonar el último supuesto, y por mucho que el número de los sorteos y el valor de las apuestas se limiten, nos revela asimismo que la importancia *moral* de las pérdidas eventuales excede á las ventajas de una ganancia parecidamente incierta? ¿Cómo el conocimiento prévio de un peligro puede convertirse en estímulo ó incentivo que á buscar el mismo peligro nos induzca?

Y por otra parte, ¿va unida siempre á la idea de

juego, la de inmoralidad y felonía, y comercio artero y punible, entre gentes de conciencia depravada y licenciosa vida? ¿Pues acaso los Gobiernos no juegan muchas veces, ó por triste necesidad ó por simple conveniencia? Y los súbditos más honrados, los más incautos y necesitados de enseñanza y consejo, aquellos que hasta la sábia máxima del indómito araucano Tucapel ignoran,

«Pensar que haya fortuna es gran simpleza;
La fortuna es la fuerza de los brazos,»

¿no se apresuran tambien á *tentar la suerte*, tentados ellos tal vez por el demonio de la codicia, y á sacrificar en aras de la diosa *Casualidad* los últimos restos y pobres migajas de su menguado peculio? ¿Y en mejores y más loables condiciones, muchas sociedades mercantiles, y aún simples particulares, no especulan tambien á la luz del sol, adoptando por instrumentos y símbolos de la suerte los sucesos que están por venir, el fuego del cielo, la furia de las olas, la saña mucho más espantosa é irresistible de los hombres, unos contra otros enconados, y las mil y mil eventualidades y miserias de la existencia humana? ¿A qué, pues, escandalizarse de que se haya inventado un Cálculo, en su origen consagrado á discernir, valuar y prever las varias combinaciones de la suerte ó de la fortuna, cuando, siquiera sea con grande y poco piadosa impropiedad, á lo que así llamamos ha sido menester convenir que se halla sometido todo en este mundo?

En sus relaciones con los juegos ilícitos, hijos del fraude y de la mentira, no verdaderamente del azar, y fomentadores de la pereza y de la vagancia, que no del santo amor al trabajo, en todos los tiempos con indis-

putable justicia condenados, por lo mismo, aunque nunca perseguidos con la actividad y rigor que merecen y la sociedad bien ordenada reclama, lo que hace el Cálculo de las Probabilidades es legitimar y razonar aquella condena y esta persecucion, y no otra cosa; y en los juegos permitidos por la ley, públicos y de conveniencia general, que no viven como los anteriores de la ruina y desmoralizacion indefectibles de cuantos en ellos toman parte, sino que parecen inventados y planteados con objeto de resolver, hasta donde el humano poderío alcanza, uno de los más árduos problemas, el de la nivelacion y seguridad de las fortunas, ya interesando á un gran número de individuos en la desventura inesperada é insoportable que sobre uno solo, de lo contrario, recaeria, ya buscando remedio á la desgracia presunta de mañana en el sacrificio cierto de una pequeña fraccion del bienestar material de hoy, tiene aquel Cálculo una importancia inmensa é incuestionable, desde los tiempos de Santiago Bernouilli, ó sea desde los albores del siglo XVIII, manifestamente reconocida y sin cesar encomiada, segun va á presentárenos ahora ocasion oportuna de recordar.

Compite en novedad y en importancia teórica con el *Ars conjectandi* del último autor citado, y le supera en utilidad práctica, el libro que el emigrado francés De Moivre publicó en Londres, por el año 1711, con el título: *De Mensura Sortis*, y, muy ampliado y mejorado, reimprimió en 1716 con este otro epígrafe equivalente: *The Doctrine of Chances*. Moivre, que se preciaba de discípulo de Newton, y á quien Newton se complacia en elevar á la categoría de un igual suyo, no solo perfeccionó los métodos de cálculo, antes de su época conocidos y practicados, corroboró la certidumbre del teorema de Bernouilli, y, como ya en otro lu-

gar dijimos, estimulado por la necesidad y el deseo de progresar en este ramo de la ciencia, estudió de nuevo y á fondo la teoría de las combinaciones y permutaciones, creó la de las séries recurrentes, y procuró la integracion de las ecuaciones diferenciales parciales, sino que ideó, ó cuando ménos definió claramente, un nuevo y muy interesante principio, el de las *probabilidades compuestas*, vulgarísimo desde entonces, y del cual hizo aplicacion continúa y sistemática en el análisis de los problemas más embrollados y difíciles de resolver por el procedimiento primitivo de Fermat, ó por los más ingeniosos, aunque ménos generales en cambio, de Pascal y de Huyghens.

Pero aquel célebre matemático, no contento, como los demás autores que le habian en esta materia precedido, con ampliar y perfeccionar la teoría, y deseoso sin duda de que nadie en lo sucesivo pudiera con algun viso de razon oponerse á su desenvolvimiento indefinido, so pretesto de ineficacia, puerilidad ó esterilidad en la práctica, resueltamente penetró en el terreno de las aplicaciones, y con el modesto título de *Annuities on Lives*, publicó en 1724 un segundo libro, complemento indispensable y glorioso del anterior, y como éste, tan pronto como fué conocido y apreciado en lo mucho que valia, varias veces y en diversos idiomas reproducido ó imitado.

Lo que en su nueva obra se propuso realizar De Moivre fué, muy en compendio referido, lo siguiente: reducir á preceptos generales y á reglas sencillas y constantes, derivadas de la oportuna y muy natural aplicacion de la doctrina del azar á la prevision de un cierto género de sucesos, fortuitos al parecer, y aún en realidad, si uno por uno se observaren, pero subordinados en principio y conjunto á una ley que, si algo varía con el trascurso de los

siglos y el cambio de países, puede sin embargo, en un mismo país y durante una época limitada, considerarse como inmutable, sin grave error ó trascendencia á la práctica, los procedimientos de cálculo, por el burgomaestre de Amsterdam, Van Hudden, el célebre estadista Juan de Witt, y por el inglés Halley, famoso entre los primeros astrónomos é investigadores científicos de su tiempo, años antes ya entrevistados y aconsejados para la valuacion de las *rentas vitaticias, inmediatas ó diferidas*, y pagaderas hasta su fallecimiento á una ó más personas, y de los *capitales de supervivencia* y reversibles á los herederos, cualesquiera que sean, de un individuo, cuando éste hubiere asimismo fallecido, ó á un heredero, préviamente designado, en el caso de existir todavía á la muerte de su favorecedor. O, de otra manera dicho: lo que De Moivre se propuso fué fundar la doctrina matemática de las rentas y seguros sobre la vida humana, y de cuantas transacciones mercantiles en la duracion individual, fortuita, y colectiva, regular y casi constante, de la existencia humana se apoyaren, deduciéndola, como natural corolario, de los principios, á juicio suyo y de cuantas personas sensatas y desapasionadas detenidamente los examinen, incontrovertibles del Cálculo de las Probabilidades; y, al propio tiempo que aplicar estos principios á la satisfaccion de una necesidad social, hasta entonces por completo y en todas partes desatendida, y todavía en algunos países, como el nuestro, de irremediable calificada por la mayoría de las gentes, contrastar su certidumbre en la piedra de toque de la experiencia, á la cual, aunque desprovista de virtud efectiva en materias de razon é inteligencia pura, atribuyen, cuantos á la rutina pagan exajerado tributo, mérito de orden superior é incomparable con otro alguno.

¿Consiguió, ó nó, De Moivre el fin que se habia propuesto?

Lo consiguió como un individuo aislado, que emprende la realizacion de una obra penosa, y sin precedente conocido, consigue de ordinario realizarla: si logró asentar los fundamentos, vencer las primeras dificultades y trazar el camino que, para la prosecucion y buen término de la empresa, debia seguirse más tarde, injusto fuera negarle que alcanzó cuanto se habia propuesto, y privarle de la honra con tanto trabajo y tantas penalidades, como en las lides y conflictos de la inteligencia se experimentan, conquistada. No porque le costeara en toda su longitud inmensa, de Norte á Sur, por un lado, y en sentido opuesto, por el otro, sino por haber con heróica temeridad cruzado por vez primera el Atlántico y visitado poco más de algunas Antillas y Lucayas, calificase, por acuerdo unánime, á Colon, de descubridor de un nuevo mundo, que de polo á polo se extiende, y que muchos años de fatigas y sacrificios sin ejemplo demandó en lo sucesivo el llegar á conocer con grado de aproximacion aceptable y suficiente. Pues bien: del propio modo que, sin deslustrar en nada la gloria del genovés ilustre, y antes contribuyendo á realzarla más y más cada dia, iluminados por los destellos de su génio y guiados por la estela mal borrada todavía de la nave que de las costas de España á las de América le habia conducido, otros muchos exploradores intrépidos le siguieron en breve, y poco á poco completaron la obra por él, con ánimo tan varonil y fortuna tan grande comenzada, así, aunque en escala menor y en otro género de contienda, sin negarle el mérito de la iniciativa, en cualquier ramo del humano saber, nunca bastante encomiado, compitieron en realizar los buenos propósitos y difíciles planes de Moivre, y con loable empeño

se disputaron la palma del triunfo, el célebre Tomas Simpson, Dodson, el Dr. Price (uno de los que con mayor energía y eficacia contribuyeron al pronto y feliz éxito de la empresa), Morgan, Milne, Baily, y otros sábios, ingleses casi todos, y autores de libros análogos al escrito por el primero, aunque naturalmente cada vez más extensos, exactos en los detalles, y completos bajo el doble aspecto de la teoría y de la práctica.

Y al propio tiempo que tales libros se multiplicaban y difundían, y como prueba irrefutable de que los preceptos en ellos consignados y aplicaciones de la teoría que enseñaban, nada de insensato y de trivial tenían, creábase también en Inglaterra, país por excelencia calculador y positivo, y que menos se cuida y paga de vanas fantasías y quiméricos pensamientos, numerosas sociedades de *seguros sobre la vida humana*, *mútuas* en un principio, de las llamadas *á prima fija* más tarde, y de carácter *mixto* y un poco bastardo, por último; muchas de las cuales, cuantas adoptaron la buena fé por base, por guía los principios luminosos é invariables de la ciencia, por medio el orden en la contabilidad de los fondos y en la gerencia de los negocios, y por término preferente, é indispensable para no sucumbir anonadadas por el desprecio y anatema merecido del público, el deseo vivísimo y constante de cumplir, sin maliciosa excusa ni subterfugio de ningún género, los compromisos contraídos, subsisten todavía, y sirven de modelo para la organización de otras análogas en países hasta hoy ménos previsores é ilustrados.

Estas instituciones tan útiles y tan necesarias á la clase media social, rica y aún opulenta en tiempos de bonanza, mientras en cualquier sentido y sin obstáculo alguno

puede desplegar la actividad creadora del espíritu y la energía del cuerpo, pobre é indigente, por el contrario, desde el momento en que, por una causa imprevista, queda reducida á lamentable y prolongada inaccion, y, por lo tanto, de continuo sometida á lo que llamamos caprichos de la suerte voluble, peligros é incertidumbres funestas del porvenir; tan profundamente sábias que al egoismo, pasion poderosa y universal, y, mal dirigida, de las más viles que afean el alma, apelan y convierten de hecho en verdadera virtud; y tan eficazmente moralizadoras, que donde logran arraigar y extenderse, el amor desordenado á los juegos y aventuras del azar, la esperanza desatinada en los favores gratuitos de la fortuna, y la aversion al trabajo, como único medio de lucro seguro y de bienestar asequible, aunque modesto siempre, en el acto se amortiguan y en breve plazo sucumben por completo, fruto legítimo é inmediato son del Cálculo de las Probabilidades, y jamás hubieran llegado á organizarse sin auxilio del mismo, ni, prescindiendo de la exactitud de sus principios y del valor matemático de sus consecuencias, reconocerian el menor fundamento de estabilidad, ni merecerian, por ningun concepto, la consideracion, el respeto y el aplauso que los hombres más reflexivos, como los más entusiastas, de todos los paises, á porfía las dispensan y tributan.

Y como en la série de los conocimientos humanos todo se encadena y confunde, y el término antecedente es consiguiente de otro principio ó de otra verdad preliminar, y el consiguiente último se convierte en motivo inesperado de duda, que obliga á dirigir la atencion hácia los peldaños superiores de la escala ya recorrida, y á explorar lo que por allá quedó en el primer exámen oculto, nada de extraño tiene, pero sí mucho de celebrar, que las primitivas é in-

mediatas aplicaciones del Cálculo de las Probabilidades á la satisfaccion de aquel género de necesidades del comercio, y de la industria, y de la sociedad activa y trabajadora, en general, que dejamos mencionadas, favorablemente reaccionasen sobre la teoría, y estimulasen á nuevas investigaciones y á diligentes estudios, y condujesen á descubrimientos importantes, que, sin mediar estas circunstancias, no se concibe cómo hubieran podido verificarse nunca.

Los preceptos de cálculo, enunciados por los autores que el ejemplo de Moivre siguieron, y la buena práctica y acertado régimen de las Compañías de Seguros, exigen, en efecto, como elemento indispensable y preliminar, el conocimiento de las leyes á que en su evolucion periódica se halla sometida la existencia humana; porque así como, ignorando de cuántas caras consta un dado, ó cuántas bolas y de qué colores existen dentro de una urna, no es posible definir la probabilidad de salida de tal cara ó de tal bola, así, sin la prévia posesion de una *tabla de mortalidad* ó de *supervivencia*, no hay medio de plantear y resolver problema alguno, con la materia de las rentas y seguros sobre la vida de cualquier modo relacionada.

Y esta necesidad ineludible, poco á poco remediada, merced á las investigaciones y primeros trabajos de Graunt, Witt, Halley y Moivre, y á los más detenidos y exactos de Struyck, Smart y Kersseboom, de Wargentín y de Süsmilch, de Price y de Milne, de los franceses Deparcieux y Duvillard, y de otros sábios, que en el trascurso de poco más de un siglo florecieron, desde fines del XVII á principios del actual, y cuya completa enumeracion á nada conduciría ahora, fue causa muy poderosa de que la esfera de los conocimientos humanos se ensanchase, y de que los métodos

de observacion y de cálculo, exclusivamente consagrados por de pronto al estudio de los fenómenos y caracteres del mundo físico y relativamente inerte, se aplicasen más tarde al de las vicisitudes y revoluciones del mundo social, que en tumultuoso hervidero se agita, y trasforma, y renueva de continuo y con rapidez asombrosa. Porque luego que se vió ó comenzó á notarse cómo la ley de mortalidad variaba de un país y de un tiempo á otros, y de uno á otro sexo, y de una profesion á otra distinta, y en las diversas edades de la vida; y cuando, al través de aquellas pequeñas y lentas fluctuaciones, se columbró lo que en las más opuestas circunstancias habia de constante en la misma ley, y hasta de regular y bien definido en sus accidentes, de mutable por la voluntad del hombre y de inherente á su propia endeble naturaleza; lejos de calmarse la curiosidad humana, despertóse un insaciable deseo de investigar y conocer lo que el horizonte que se acababa de entreabrir, por tanto tiempo habia conservado oculto.

Y tras las diligencias efectuadas para descubrir y precisar las leyes ó modos del decremento y desaparicion de las generaciones sucesivas, se emprendieron otras para llegar á definir las que á su renovacion incesante se refieren; y luego las concernientes al desarrollo físico con la edad, en volúmen, en peso y en fuerza considerado; y más tarde, ó á la vez casi, las relativas al desenvolvimiento moral, á la concepcion y ejecucion de todos los actos, virtuosos ó criminales, individuales é independientes unos de otros al parecer, ó calificados de solidarios y comunes á la colectividad; y, apurado cuanto al hombre inmediatamente se referia, se continuó el mismo género de estudios con respecto á cuantos seres y producciones extrañas le rodean: y así nació aquella ciencia de que los actuales tiempos con justo motivo se glorian, por

el sábio y modesto Quetelet denominada *Física social*, *Demografía* por Guillard, y en toda su extension y en sus varias ramificaciones considerada, á ejemplo de Achinwal, que á mediados del pasado siglo escribía, *Estadística*, por otros muchos autores. ¿Y se negará que la Estadística, como elemento, si no necesario muy conveniente, de buen gobierno y administracion equitativa y acertada, haya prestado importantísimos servicios á la sociedad, ni que deba prestarlos mayores todavía á otras ciencias colaterales, y, por algun concepto, natural y estrechamente afines, como la Medicina, la Jurisprudencia, la Economía política y la Historia de la humanidad en general? ¿Y cabe sostener que sin la prévia creacion y constante estudio del Cálculo de las Probabilidades, hubiera tambien nacido la Estadística, y ocupado desde luego el rango y lugar que ya tiene entre las verdaderas ciencias positivas? Paréceme que si esto fuera posible, habia de serlo tambien el demostrar que, áun prescindiendo del Algebra y de la Geometría, subsistiria por completo la Física ordinaria, ó en pié, sin flaquear inmediatamente, derrumbarse, y convertirse en hacinamiento confuso de materiales inconexos, el edificio tan asombroso y admirablemente concertado de la Astronomía.

Entre los diversos ramos de la Estadística, que más natural é inmediatamente caen bajo el dominio del Cálculo de las Probabilidades, cuando se trata de discutir é interpretar los resultados por la simple observacion obtenidos, con objeto de elevarse al conocimiento de las causas ó circunstancias de donde proceden, merece, por su importancia inmensa, mencion muy señalada la Estadística Judicial, y cuanto á la estadística de los tribunales de un modo ú otro se refiere. Porque el mero registro de los atentados contra el órden social y la moral pública y privada, en el

trascuro de los años cometidos, y de los castigos impuestos como pena del daño que la consumacion de todo delito produce, y doloroso remedio de otros males mayores en el porvenir, no sólo sirve desde luego para apreciar *experimentalmente*, como queria Cauchy, la bondad y eficacia de las leyes, ó sus defectos é insuficiencia, el desarreglo y profundo malestar de los pueblos, ó su grado, cada dia mayor, de probidad y de ventura, sino, imparcial y escrupulosamente examinado y discutido, para valuar tambien, *à posteriori*, la rectitud y esmero de los tribunales en el desempeño de su difícil y honroso encargo, y para definir, en último extremo, la organizacion de estas corporaciones mejor adecuada á la buena administracion de justicia.

Que tan delicada y compleja cuestion, por mucho que clamen en contrario, y se escandalicen ó aparenten escandalizarse algunas personas, extrañas á las ciencias matemáticas, es en último extremo cuestion de números, pruébalo aquel sencillo argumento, propuesto por Cournot, uno de los autores más prudentes, y hasta timoratos, que sobre la materia han escrito. «¿A quién, dice, le sería indiferente ser juzgado por tres ó por seis jueces, aunque la sentencia absolutoria dependiese del parecer de dos ó de cuatro, esto es, en ambos casos de las dos terceras partes del total?» ¿Y quién ha puesto en duda nunca que la opinion unánime de cierto número de individuos, tiene muy distinta fuerza ó peso que la emitida por otra colectividad análoga, mayor ó menor que la primera? ¿Ni por qué en muchos casos no basta la simple mayoría de votos, y como signo ó prueba de la equidad ó justicia de una decision, se considera necesario que la diferencia de pareceres opuestos, comparada con el total de los emitidos, sea igual ó superior á una relacion numérica, preliminarmente definida?

Preguntas son estas á que el sentimiento público y como instintivo de los hombres, y el Cálculo de las Probabilidades responden en el fondo de comun acuerdo, y con una sola, aunque muy importante, diferencia en la forma: la respuesta del primero es, en efecto, aunque exacta, siempre vaga y un poco cuestionable; y explícita la del segundo, y cada dia mejor razonada, y en todos sus conceptos y extremos terminante.

Para comprender, en principio siquiera, cómo ha podido llegarse á este resultado, ó cabe la esperanza de llegar, al fin, supongamos, y no se calificará de muy desatinada la hipótesis, en atencion á la ignorancia inevitable y debilidad propia tambien de la humana naturaleza, que en cada decena de juicios emitidos por un hombre, de los que con mayor fundamento pasan por rectos é ilustrados, nueve sean conformes á la verdad y á la justicia, y uno tan sólo erróneo: ¿cuál sería entonces la dificultad de precisar la probabilidad de acierto, en asunto de gravedad é importancia sumas, del juicio colectivo, unánime ó adoptado por mayoría variable de votos, de tres, cinco, siete ó más personas? Y, por la inversa, la armonía accidental y discrepancia más frecuente de opiniones diversas, en número muy considerable de sentencias ó dictámenes, ¿no servirá para deducir, ó rastrear siquiera, la probabilidad *media* de acierto en sus juicios parciales, y, por lo tanto, el signo ó medida aproximada de la probidad, inteligencia y celo, que á cada uno de los jueces corresponde? En teoría, cuando ménos, y yo no concibo cómo puede crearse una teoría sin objeto inmediato ó aspiracion urgente que realizar, no admite duda; y en la práctica, algo muy curioso y de suma trascendencia se deduciria tambien en el sentido indicado, si los hechos sobre que ha de apoyarse y explicar, por último,

el Cálculo, fuesen conocidos, y para ello se recopilasen con inteligencia y esmero, y puntualmente se publicasen en los países civilizados, conforme á la misma ó parecida páuta.

Si esto no se hace, ó se efectúa de cualquier modo, sin orden ni sistema, y, sobre todo, sin la necesaria constancia, contra el parecer de Nicolás Bernouilli y de Condorcet, de Laplace, Poisson, Cournot y otros autores, que, en la creación de esta parte de la ciencia matemática, apuraron los inmensos recursos de su ingenio, se elevará el de otros hombres prácticos y rutinarios, y como utópia y desvarío será considerado el generoso intento, por aquellos célebres analistas concebido, de aplicar los principios y métodos del Cálculo de las Probabilidades á la definicion de las fuerzas morales y descubrimiento de los resortes ocultos, que provocan y regulan los actos más frecuentes, como los más extraños y complejos del hombre, en sociedad y comercio, indefinidamente perfectibles, con sus semejantes constituido. Para que opinión tan contraria á esta misma ley de perfectibilidad indefinida por largo tiempo subsistiese, menester sería, sin embargo, que todo estuviese, en la materia de que tratamos, por hacer; que los pasos ya andados por el camino que á un nuevo orden de verdades ha de conducirnos, hubieran sido hasta hoy completamente infructuosos; y que el astrónomo ilustre, fisico distinguido y profundo matemático Quetelet, cuyas opiniones forman autoridad en el asunto, sin el menor fundamento ni motivo plausible, se hubiera determinado á proclamar este principio, que la razon dicta y confirma la experiencia, á juicio suyo: «Cuando los hombres actúan libremente, sin plan preconcebido, y sin ceder á su interés particular ni doblegarse ante exigencias de ninguna especie, cuantos fenómenos

les conciernen se efectúan *con mayor regularidad y constancia* que los fenómenos puramente físicos.»

Las múltiples aplicaciones sociales á que el Cálculo de las Probabilidades se presta, y será susceptible de prestarse todavía, se apoyan todas en esta constancia de fenómenos de ambos mundos, físico y moral, enemiga irreconciliable del azar, y signo revelador del concierto que en el universo reina, y sabiduría infinita que á su creacion y organizacion presidió; en el uso del teorema fundamental de Santiago Bernouilli, que establece la relacion matemática y necesaria que entre las causas y sus efectos debe de existir; ó de la regla, no ménos famosa, y hasta cierto punto inversa, que el inglés Bayes formuló por el año 1760, con objeto de inferir, del simple conocimiento de los hechos, la probabilidad y valor de las causas de donde inmediatamente proceden. Y si he insistido bastante más de lo que en un principio me habia propuesto, y acaso tambien más de lo en esta ocasion y este lugar conveniente, en señalar aquellas aplicaciones, atribúyase sólo á mi deseo de combatir y desterrar un error ó preocupacion infundada, que multitud de personas, versadísimas en otras materias, y por muchos motivos respetables, abrigan en nuestro pais con respecto al espíritu ó tendencia, extension é importancia de las Matemáticas, y, en especial, de las teorías de este nombre que se elevan un poco sobre los rudimentos de la Aritmética, ó de la Geometría, á lo sumo.

Créese, en efecto, muy comunmente, y con el propio, irreflexivo fundamento pudiera opinarse lo contrario, que son las Matemáticas ciencias abstractas, como la misma Metafísica que las enjendrara, de estudio complicadísimo y difícil, y muy á propósito para ejercitar el entendimiento en la investigacion de la verdad; pero extrañas, en cambio, á las

demás ciencias, como enemigas de otros ramos del saber humano, y sin influencia ni uso directo en la práctica de la vida, y en la realización de los grandes proyectos y aspiraciones incesantes y más trascendentales de la sociedad. Y si esto se piensa de las Matemáticas, no hay que decir el ventajoso y envidiable concepto que disfrutarán los que á su estudio y cultivo se dedican: séres extravagantes, consagrados á un trabajo tan penoso como estéril, y poseídos para siempre de la singular manía de formar combinaciones y figuras cabalísticas, y desembrollar geroglíficos, que ningun misterio importante ocultan, como de milagro y por lástima viven los matemáticos, á semejanza de ciertas plantas raras, que de nada parece que sirven, y que no obstante se conservan y cuidan, sin duda para que haya de todo un poco, como muestra siquiera de las producciones infinitas de la naturaleza, y ejemplar curioso del poderío indefinido y variedad inagotable de las obras de Dios.

Mas hay que ser justos y confesar que, si tal es la situación de los matemáticos, éstos, al verse como aislados en medio del mundo, que los mira y considera con desesperadora indiferencia, y perdidos en el bullicioso laberinto de la sociedad, á sus quehaceres y negocios positivos y del momento dedicada, en vez de humillarse y procurar afanosos recoger el vuelo hasta ponerse al nivel del comun de las gentes, engriense y rebosan de soberbia ó de vanidad pueril, y llegan á considerarse como los únicos sábios, y á sostener, ó sospechar cuando menos, que la verdad, alimento esencial de todos los hombres inteligentes y trabajadores, planta que nunca perece y que en todos los terrenos, á muy poco que se cultiven, germina, crece y prospera, es propiedad exclusiva suya, y joya de inapreciable estima, que ellos tan sólo poseen.

Por ambas partes la impremeditacion y exclusivismo son análogos; mas no la pena. Porque hallándose los matemáticos en minoría reconocida, y por la índole de sus estudios, y del carácter que estos mismos estudios comunican por último á los individuos, alejados además de los negocios públicos, y de los más elevados é influyentes puestos del Estado, de su propio error y del desvío irreflexivo ó despreciativo concepto en que el numeroso bando contrario los tiene, ellos son naturalmente las víctimas; ó, mejor dicho, no ellos, sino su ciencia predilecta, y las que de ésta inmediatamente dependen, y las que de lejos siquiera experimentarían también la saludable influencia de sus progresos, viven en desgracia, casi nunca interrumpida, y languidecen, y casi no se comprende cómo del todo y en breve término no sucumben.

Y bien, ¿se quiere, (y cómo no desearlo muy de veras), que tan doloroso y violento estado de cosas concluya? ¿que la reconciliacion entre los hombres estudiosos se efectúe? ¿y que la conviccion en la hermandad de todas las ciencias, en su derivacion de un mismo tronco, en su convergencia al propio fin, y en la necesidad imprescindible de su recíproco apoyo, para la comun prosperidad, sea más y más profunda cada dia? Pues sin descuidar por ningun pretexto el cultivo de aquellas partes características y fundamentales de cada una, procúrese fomentar también el estudio de las otras, que son como el eslabon que las enlaza y refiere á los demás ramos de la humana sabiduría, y el puente más natural y fácilmente accesible para pasar del dominio propio de una ciencia, al que otras consideran como de su pertenencia propia y más legítima. Y entre estas ciencias intermediarias y de carácter mixto, que se apoyan en los principios abstractos é inmutables de las

Matemáticas, pero que no tendrían materia en que demostrar la fecundidad y extensión de su doctrina, ni medio de progresar eficazmente, si las demás, que con los preceptos de la razón combinan los datos, de muy variada especie, en el curso de los siglos suministrados por la experiencia, no las acogiesen en su seno, y las protegiesen á cambio de los servicios que de ellas podrán algo más tarde recibir, y las facilitasen cuantos elementos de vida las primeras necesitan y poseen las segundas, ociosos, y sin saber cómo utilizarlos, conjeturo que ninguna es tan digna de aprecio y recomendación, por los motivos expuestos y por otros muchos que á vuestra perspicacia no se habrán ocultado, aunque yo, en obsequio de la brevedad, haya omitido referirlos, como el Cálculo de las Probabilidades; instrumento precioso de investigación y análisis, creado sí por los matemáticos, pero, mucho más que á éstos, al jurisconsulto, al médico, al anticuario, al historiador, al político y al estadista necesario.

Mas si la utilidad de aquel Cálculo se limitase á solo lo dicho; á rectificar con mucha frecuencia nuestros juicios y primeras apreciaciones, y á robustecer, por la observancia prolongada de sus preceptos, las facultades del entendimiento; á la demostración de lo que algunas instituciones y costumbres sociales tienen de ruinoso é inútil, y otras de equitativo y provechoso; y á remediar, por su frecuente intervención en el dominio propio de cada una, el aislamiento en que muchas ciencias viven, y pugnan por conservar indefinidamente; y si el astrónomo, el físico, el naturalista, y, en general, cuantos con un nombre ú otro se hallan consagrados al estudio de los movimientos tan variados é incesantes, y maravillosas transformaciones y fenómenos de la materia, por abstracción y sublime esfuerzo de

la mente, llamada *inerte*, no hubiesen menester tambien de su ayuda, acaso yo hubiera llegado á titubear alguna vez en seguir hablándoos de este asunto, temeroso de que os pareciese, ya que no insignificante y despreciable, extraño á vuestras ordinarias tareas é inclinaciones científicas adquiridas, é impropio para que con agrado fijáseis en él vuestra atencion, por breve rato siquiera. Pero como sucede precisamente lo contrario, y en las ciencias que esta Academia con preferencia señalada cultiva, y, por cuantos medios dispone, procura fomentar en España, hácese del Cálculo de las Probabilidades uso muy natural y provechoso, y cada dia más frecuente y extenso, lejos de abrigar semejante temor, en la persuasion opuesta procuré cobrar aliento para no desistir de mi primer propósito. El cómo en las ciencias de observacion y experimentales, ó en las que así por antonomasia se denominan, pues yo no sé que de la observacion y de la experiencia, entre razonables y prudentes límites comprendidas, haya prescindido ciencia alguna, ni pueda prescindir, sin riesgo inminente de extraviarse y desvanecerse en abstracciones infecundas y cavilidades incomprensibles, se aplica ó interviene el Cálculo de las Probabilidades, es lo que ahora procuraré exponer en compendiosos términos.

Quien observa ó experimenta no se limita, como es opinion muy extendida, á mirar aturdidamente los objetos ó fenómenos, ó á palpar á ciegas casi los cuerpos sometidos á la observacion ó prueba de la experiencia; sino que, aguzando los sentidos, y enderezándolos en aquella direccion que el entendimiento, ejercitado en este género de trabajos, sugiere como más acertada, procura percibir hasta los más insignificantes detalles de la materia ó asunto de observacion y experimento, y, sobre todo, apreciar, va-

luar ó medir, con la mayor delicadeza posible, y aquel grado de aproximacion á la verdad que los medios auxiliares de que dispone y circunstancias de lugar y de tiempo en que se halla le permiten, la forma y tamaño de los objetos, y la duracion, amplitud, accidentes y faces de los fenómenos. Y quien tal hace, y no procede, excepcionalmente, al azar, á venga lo que viniere, fiado en su buena estrella y animado por la esperanza de lo imprevisto y maravilloso, por seguro puede tenerse que uno de estos dos objetos se propone: ó busca datos, si no completamente exactos, que la esperanza de hallarlos de esta especie fuera ilusoria, muy aproximados á la realidad de las cosas, para cimentar en ellos alguna teoría, formularla despues en lenguaje matemático, y desenvolverla en todos sus extremos, abstracion hecha ya de lo que pasa en el mundo fenomenal y externo; ó aspira á comprobar los resultados ó últimas consecuencias de un principio teórico, las más veces hipotético, por de pronto, y cuya certidumbre ó inexactitud es menester al cabo demostrar.

Ahora bien: que el estímulo y objeto sean uno ú otro, y la observacion ó la experiencia sugeridas y demandadas por el empleo en las ciencias de cualquiera de los dos métodos de investigacion y perfeccionamiento, inductivo ó deductivo, hijo de la razon y de la reflexion contemplativa y fria el primero, y de la imaginacion, del númen, y como de un arrebató instintivo y divino, el segundo, el resultado para nuestro objeto es igual; porque siempre habrá algo que medir, ó que pesar, ó que apreciar, directa ó indirectamente, con auxilio de la vista, del oído, del tacto, de uno ó más sentidos, ó de todos ellos combinados. Y como por más que unos con otros se concierten y se presten recíproco auxilio, y la razon los aconseje y guíe, y en su

ayuda concurra la experiencia ó práctica humana, en tantos siglos de ensayos y tanteos adquirida, los sentidos obran siempre como instrumentos imperfectos de investigacion y de medida; y como por mil causas externas, é independientes de la voluntad del observador ó experimentador, las condiciones de la operacion varian por momentos, ni el resultado de la primera prueba será plenamente satisfactorio, ni el de la segunda tampoco, ni el de ninguna otra, por muchas que se repitan; lo cual no tardará en manifestarse por la divergencia de los mismos resultados que se fueren obteniendo, incompatible con aquella armonía y unidad de caractéres, símbolo casi nunca engañoso de la verdad.

Y obtenidos estos varios resultados parciales, que unos á otros parece que se contradicen y rechazan, ¿cómo elejir de entre ellos el mejor, ó más aproximado al término final y desconocido que se busca, y es necesario encontrar? ¿O de qué manera combinarlos y refundirlos en uno solo, que ofrezca mayores garantías ó caractéres de certidumbre que cualquiera de los componentes? ¿En virtud de qué regla ó principio sería permitido desechar unos por erróneos y desatinados, sin ningun género de duda, y cualquiera que fuese la causa del error ó equivocacion, y conservar otros, en el concepto de elementos propios y legítimamente aplicables á la investigacion del resultado definitivo? y, por último: adoptado ya como bueno uno cualquiera de los resultados parciales, ó el producto de una combinacion racional de varios ó de todos ellos, ¿cómo inferir el *error* de que todavía puede hallarse afectado, y, por lo tanto, la necesidad, grande ó pequeña, de repetir las pruebas ó experimentos, hasta obtener un grado de aproximacion mucho mayor, ó limitar aún más el estrecho campo donde la in-

certidumbre, contra la decidida voluntad del hombre, continúa imperando siempre?

A esta série de dificultades y preguntas, que lo mismo tiene que resolver y se dirige el astrónomo, meses enteros ocupado en determinar la paralaje de alguna estrella, allá perdida en los confines del universo; que el geógrafo, consagrado á determinar las desigualdades de figura y densidad del globo terráqueo; que el físico, empeñado en decidir por la via experimental si la definicion de la luz, dada por Newton, es ó no preferible, atendidas sus consecuencias, á la enunciada por Huyghens; que el químico, que por la determinacion escrupulosa de los *equivalentes* y leyes de la combinacion de los cuerpos, aspira á comprender si la materia es múltiple ó *única*, y si los cuerpos llamados *simples*, indescomponibles hasta hoy por la accion del fuego, podrán ser al cabo descompuestos por el calor mucho más enérgico y eficaz de la inteligencia; que el mineralogista, poseedor de un miserable fragmento cristalino, cuyos ángulos necesita medir repetidas veces para recomponer el cristal y deducir la inclinacion y relacion de los ejes, ó el sistema y patron primitivo á que el fragmento corresponde; y que el zoólogo y antropologista, que compara las formas y dimensiones, volúmenes y pesos de los cráneos, huesos y miembros de las diversas razas humanas, con el noble y elevado propósito de confirmar matemáticamente aquella verdad, de excelso y venerando origen, y que por el estrechamiento instintivo que la suposicion ó conjetura contraria nos produce, de continuo corrobora la conciencia, de que tales razas no son sino variedades de un mismo tipo, ramas derivadas de un solo tronco, y arroyos que en el mismo piélago se confunden por último,—ni la razon natural ó presuntuoso sentido comun contesta, ni responden

tampoco el Algebra, ni la Geometría, ni ninguna de las ciencias exactas y racionales, antes de la invencion del Cálculo de las Probabilidades conocidas, ó, mejor dicho, antes de que en los albores del corriente siglo hubiese adquirido el último Cálculo aquel grado de generalidad y perfeccion que el génio de Laplace logró comunicarle.

Cierto que cuando se mide ó valúa una sola cantidad, directamente, como el espacio, en el sentido vertical ó inclinado, más ó ménos, con respecto al horizonte, recorrido por un cuerpo, para deducir las leyes de su descenso y la índole ó naturaleza de la fuerza que le obliga á descender; ó indirectamente, como la longitud del péndulo simple, considerada como funcion de la longitud de otro péndulo, necesariamente compuesto, y del número de oscilaciones que éste efectúa en un intervalo de tiempo conocido, para completar el estudio primero, es costumbre universal, antigua y hasta irreflexiva, la de adoptar para resultado definitivo de la operacion el *promedio* de los resultados parciales, sucesivamente y uno por uno obtenidos; mas, si se prescinde de las consideraciones y argumentos que, en apoyo de su rectitud y conveniencia, pueden deducirse del Cálculo de las Probabilidades, ¿quién responderia de que el procedimiento indicado fuese, no solo aceptable y bueno, sino preferible á cualquier otro, por el grado de aproximacion á la verdad, de los resultados finales que mediante su aplicacion ó práctica constante se deducen? Por ejemplo: si alguien nos dijese que en vez de sumar los resultados parciales, en el curso de las observaciones ó experimentos encontrados, y de dividir esta suma por el número de sumandos, deberíamos, para hallar el valor final apetecido y preferible á cualquiera otro, elevar al cuadrado los valores primeros, tomar el promedio de la suma de cuadrados, y del promedio ex-

traer la raíz del mismo nombre, ¿qué argumento en contrario le opondríamos, de los que ninguna réplica admiten, é irresistiblemente obligan á callar y asentir á la fuerza de su verdad?

Que la práctica primera es más sencilla que la segunda y cuenta en su abono la aquiescencia y aprobacion de sábios é ignorantes, de las personas instruidas como de las simplemente dotadas de buen discernimiento y recto juicio, me parece que sería lo único ó lo mejor que podríamos decir.

Pero ¡cuántas cosas calificadas de muy naturales y sencillas no lo son más que en la apariencia, ó bajo de cierto aspecto, y cuántas muy abonadas por la costumbre y el uso, resultan con el tiempo, y apurándolas mucho, erróneas ó defectuosas al final! Por parecerles muy sencillo y conforme con la economía en los medios de que la naturaleza se vale en la produccion y conservacion de sus obras, los sábios más perspicaces de la antigüedad supusieron circulares y uniformes los movimientos planetarios, y colocado en el centro comun de todas las órbitas el Sol; y esto mismo supondria hoy cualquiera que someramente examinase los fenómenos celestes: y, sin embargo, andando el tiempo, y estudiado el asunto más despacio, echóse poco á poco de ver que ninguno de aquellos extremos debia de ser cierto; y el círculo fué reemplazado por la elipse; y la uniformidad del movimiento lineal ó angular por la variacion uniforme de las áreas descritas; y el asiento del Sol, en el centro comun é imaginario de las órbitas en un principio colocado, se trasladó á uno de los focos. ¿Y no podria suceder, en el caso que ahora examinamos, algo parecido? Creo que no; pero lo creo porque abrigo confianza en la certidumbre de los principios fundamentales del

Cálculo de las Probabilidades, que el ilustre Arago calificaba hasta de evidentes, y mayor todavía en la legitimidad ó rigor matemático de las consecuencias de aquellos principios desprendidas: negada la exactitud del Cálculo, y suprimido éste del número de las ciencias donde figura, ya no sabría con seguridad á qué atenerme, y seguiria vacilante el parecer y ejemplo de la mayoría, adoptando el principio de autoridad, que, dicho sea de paso, hacen, los que tan poco valen como yo, muy mal en desdeñar, cómo única regla de criterio y acierto.

Dos grandes matemáticos, el francés Cauchy y el alemán Encke, cada cual por distinto medio, y prescindiendo al parecer del Cálculo de las Probabilidades, se propusieron probar la rectitud ó legitimidad de la *regla de los promedios*; y digo que lo procuraron, sin osar añadir que lo consiguieran, porque ni el talento prodigioso y flexible del primero, ni el profundo saber y extraordinaria capacidad del segundo, último director del Observatorio de Berlin, y uno de los hombres que mayores servicios han prestado en los tiempos modernos á la Astronomía, y á quien esta Academia contaba en el número de sus más distinguidos asociados en el extranjero, bastan para demostrar lo que, como el postulado de Euclides, muy al principio de la Geometría elemental, y la regla del paralelógramo de las fuerzas, en el umbral mismo de la Estática, considerábase ayer como perfectamente cimentado, y vuelve á ser hoy objeto de cavilosas y de una nueva demostracion. Aquellos dos eminentes sábios explicaron sí la regla; precisaron su sentido y alcance; apoyáronla en consideraciones ingeniosas; y legitimaron con su parecer razonado, y por tantos motivos respetable, el uso que de ella se viene haciendo desde muy antiguo; pero de esto á una verdadera demostracion mate-

mática, basada en algun principio de universal evidencia, breve y más fácil de comprender y penetrar que la oscuridad y el misterio que mediante su luz se intenta desvanecer, hay todavía bastante distancia. Y aún cuando admitiésemos que la demostracion de Encke, la más conocida y satisfactoria, fuese de todo punto irreprochable, y en algun concepto superior á la que de la simple consideracion del teorema de Bernouilli, en el acto y sin el menor esfuerzo, se deduce, siempre resultaria debida á un hombre, partidario y defensor del Cálculo de las Probabilidades, y que la ideó con el objeto de exponer, con sencillez y holgura, la más importante aplicacion de los principios y consecuencias de esta ingeniosa teoria: su aplicacion á las ciencias de observacion y experimentales, ó á la compensacion de los errores, fortuitos é inevitables, es decir, sin ningun carácter conocido y presumible de fijeza ó constancia, ni en magnitud ni en signo, é independientes de la voluntad y saber del observador ó experimentador, que en la práctica y cultivo de las ciencias mencionadas se cometen.

Pero admitamos ya como cosa corriente que la regla de los promedios, ó está demostrada, ó no demanda, por efecto de su misma claridad, prueba de ninguna especie; que pertenece á la categoria de los axiomas, á cuya sola enunciacion parece que la verdad penetra é inunda todo nuestro sér; ó, siquiera, de los postulados, que con tanta facilidad y cariño acoje y retiene el entendimiento como ciertos. Con esto, la dificultad de combinar los distintos resultados obtenidos en el curso de una larga série de observaciones ó experiencias, para deducir el valor definitivo, más verosimil, probable y aproximado á la verdad, que de tales antecedentes podria desprenderse, queda superada; pero si este valor de la cantidad, que se intenta

conocer ó determinar prácticamente, es solo aproximado á la verdad ó á la realidad, réstanos todavía saber á cuánto, por término medio, se eleva la discrepancia, ó cuál es el *error probable* ó el *peso* de aquel resultado definitivo. Y esta nueva dificultad, de no menor trascendencia que la primera, ¿se resolverá del propio modo, dejándose guiar por lo que el sentido comun dictare? Inmediatamente sabremos á qué atenernos, aduciendo, para ilustrar la materia, un solo ejemplo.

El autor de un libro elemental de Cálculo de las Probabilidades, Liagre, refiere que en Bélgica, país que se cita y campea al frente de los más civilizados, se aprecia, en los ejercicios y ensayos de las armas de fuego, la habilidad de los tiradores de este modo: midiendo las distancias que separan el centro del *blanco* de los puntos donde las balas, disparadas desde lejos, pegan; sumando las distancias que á los disparos de cada tirador corresponden; y dividiendo la suma por el número de sumandos: el promedio menor de esta especie indica cuál es el tirador de más habilidad, y que debe obtener el premio que en ejercicios tales se disputa. Y bien, pregunta el mismo Liagre: ¿es práctica semejante, razonable y equitativa? De ningún modo. Sencilla sí que lo es, añadimos nosotros, aludiendo á una especie poco antes explanada; demasiado sencilla; pero falsa ó equivocada, de no ser el Cálculo de las Probabilidades un enjendro monstruoso y vano, y cuantos á la creación y sucesivo perfeccionamiento del mismo contribuyeron, pobres visionarios, incapaces de distinguir la verdad del error, con el deslumbrante traje de la verdad torpemente disfrazado. Lo exacto y legítimo, y demostrado como racional en este caso, que una engañosa analogía induce á confundir con otro, poco antes discutido, es aquello mismo

que entonces calificamos de complicado, y que por este solo motivo deseamos como inconveniente, y, si se quiere, como extravagante: hallar el promedio de los cuadrados de las distancias, ó de los *errores* de puntería, y extraer del promedio la raíz cuadrada. La distinta habilidad de los tiradores resultará expresada por los números de esta especie, incomparablemente mejor que por los obtenidos del otro modo, al parecer más natural y sencillo; y mejor siempre, y esto es lo notable, que por cualquiera otro que en lo sucesivo pudiera encontrarse y proponerse.

Y si tantas dificultades se presentan, y á equivocaciones tan graves estamos expuestos en el cálculo del valor *más probable* de una cantidad desconocida, que mediata ó inmediatamente se pretende determinar por la observacion ó la experiencia, y en la estima del *error medio*, del *módulo de precision* ó del *peso*, así de los valores ó resultados parciales como de aquel que por su más acertada combinación se obtuviere por último; cuando las incógnitas son muchas y se hallan enlazadas por un número superior de ecuaciones, que simultáneamente y en conjunto han de quedar satisfechas de la mejor manera posible, (y se presenta este caso con la misma ó mayor frecuencia que el primero), considerablemente aumentan la oscuridad y complicacion del asunto; y más todavía cuando, entre las ecuaciones mencionadas, como muy en particular sucede en la práctica de la topografía y geodesia, las hay rigurosas de *condicion*, ó que deben verificarse exactamente.

Las reglas ideadas para el análisis y solucion de este problema, ora considerado en general, ya en los diversos casos particulares que comprende, y en que muchas veces puede descomponerse, son muchas y muy ingeniosas, aunque todas se derivan de un solo principio, en íntima con-

xion, como las verdades matemáticas unas con otras lo están siempre, con las primeras definiciones y teoremas mejor demostrados del Cálculo de las Probabilidades. Mas la exposicion de tan vasta teoría, ó del método más racional y directo que en la combinacion de los resultados inmediatos de la observacion y la experiencia conviene seguir, para que aquellos errores, fortuitos y muy pequeños, que se burlan por de pronto de la perspicacia del sábio, de la habilidad del artista, y de la sensibilidad, sobreexcitada por el deseo de no equivocarse, y desde muy antiguo ejercitada, del organismo humano, se compensen unos con otros, y de esta manera se destruyan al fin, método que, por la índole del principio en que se apoya, se denomina de los *mínimos cuadrados*, no me parece asunto propio de un discurso; ni, si hubiera de hacerse con la necesaria claridad y acierto, me creeria designado para ello, habiendo en esta Academia quienes, muy á fondo y en sus múltiples detalles, conocen aquel procedimiento, y con honra suya y del país, le han adoptado y continúan practicándole en una de las más importantes y complejas operaciones á que sea permitido, y se halle, por muy grandes y respetables autoridades científicas, recomendado el aplicarle. Lo único que ahora me permitiré, para que en este lugar de mi trabajo no resulte una laguna manifiesta, es indicar en cuatro palabras el origen ó historia de la invencion del método de cálculo aludido; á cuyo uso, cada dia mas frecuente, afirma con justo motivo un autor contemporáneo, se debe en mucha parte el pasmoso adelantamiento que la Astronomía y la Geodesia, las dos ciencias prácticas que mejor realizan las concepciones de las simplemente teóricas, han alcanzado en el siglo XIX.

La necesidad de un método para compensar ó eliminar,

por medio del cálculo, los errores fortuitos en el curso de las observaciones cometidos, ó los efectos de aquellas pequeñas inexactitudes y anomalías, de que poco há tratamos, comenzó á experimentarse desde el momento en que, adelantadas ya las artes mecánicas de construcción de los instrumentos de análisis y de medida, y elevadas á un grado tal de perfeccionamiento, que como límite superior de su especie pudiera sin notable presunción considerarse, se comprendió que la obra inmediata de los sentidos tocaba á su término, y que si las exigencias siempre crecientes de la teoría habían de quedar en lo sucesivo satisfechas, era menester que, hasta en la recolección y preparación de los datos y primeros elementos de trabajo, interviniesen desde luego la razón y el discernimiento, auxiliados de aquellas luces que de la misma teoría brotan. Buscóse, pues, un nuevo instrumento ó medio, exento de las imperfecciones que en todos los demás se notaban, y cuyo mérito, como el del famoso *círculo repetidor* de Mayer y Borda, tan idealmente perfecto en principio, y tan defectuoso y anómalo en la práctica, no dependiese principalmente de la habilidad excepcional del artífice constructor, sino de la más vulgar, y fácil de adquirir en breve tiempo, del investigador que hubiere de emplearle; y el instrumento, pues no le define mejor ningún otro nombre, que más adecuado pareció al objeto que se trataba de realizar, y en cuya sencilla y bien concertada fábrica, no la vista, ni el oído, ni la mano, sino exclusivamente la inteligencia tuvo parte, fué el que desde su invención se llamó *método de los mínimos cuadrados*.

Mas como todos los instrumentos, artificios, reglas y descubrimientos, de cualquier especie y de reconocida importancia, ni se creó, formuló ó efectuó de repente, y sin

pasar por el estado rudimentario, ni mucho ménos fué resultado, como espontáneo é imprevisto de la casualidad.

Cuando en la segunda mitad del pasado siglo, principalmente con el objeto de rectificar las *tablas astronómicas*, ó de precisar, cada dia con mayores probabilidades de certidumbre, y por el concurso simultáneo de grandísimo número de resultados de la observacion, también efectuada cada dia con aparatos y medios auxiliares más completos y perfectos, los elementos del movimiento del Sol, de los planetas y sus satélites, ó las correcciones que á los elementos ya conocidos ó en otro tiempo determinados, debian aplicarse todavía, era preciso hallar los valores de varias incógnitas, enlazadas por un número mayor y muy considerable de ecuaciones, distintas en realidad, ó por los valores muy diversos que los coeficientes de una sola adquiririan, segun los casos y condiciones variables en que de propósito las observaciones se habian hecho, procedíase por tanteos, de alguna de estas maneras: ó sucesivamente se sumaban unas con otras aquellas ecuaciones, prévio el cuidado de conservar ó cambiar los signos de todos los términos, para que hubiese siempre una incógnita, afectada del propio signo, en los varios miembros ó partes del sistema, y así se reducía este sistema primitivo á otro, de tantas ecuaciones como incógnitas, y, por lo tanto, soluble ya por las reglas elementales del Algebra; ó por una série de artificios particulares, distintos de un caso á otro, y dependientes del talento, perspicacia y experiencia matemática del calculador, el sistema propuesto se trasformaba en otro, dotado de la propiedad de que cada incógnita se hallase en alguna de sus ecuaciones multiplicada por un fuerte coeficiente numérico, y por coeficientes muy pequeños y despreciables las demás, y, por esta circunstancia,

susceptible de simplificarse y resolverse sin tropiezo ni fatiga; ó el mencionado sistema ó conjunto primitivo de ecuaciones, y era lo más exacto, aunque también lo más enojoso y largo que podía hacerse, se descomponía en cuantos sistemas parciales y distintos, de tantas ecuaciones como incógnitas, era factible descomponerle, y, hallados los valores de las incógnitas por el análisis sucesivo de cada sistema, se concluía la operación tomando el promedio de los valores á cada una de ellas correspondientes, y por recurso tan pobre determinados. Todo lo cual equivale á decir que en la época y caso citados, ni para resolver siquiera la primera y más sencilla parte del problema en cuestión había una regla fija, ó admitida por la generalidad de los calculadores, y, por lo tanto, ó en cierto sentido al ménos, satisfactoria. Cada cual procedía á su manera; y mientras unos anteponían á las demás condiciones, la sencillez del cálculo y brevedad del trabajo, otros, idólatras de una exactitud muchas veces y por gran desgracia ficticia, preferían seguir el camino más largo y penoso para aproximarse á ella. La incertidumbre en los métodos era completa; la vaguedad de los resultados consiguiente; y la necesidad de hallar una regla, común para todos los calculadores, y de saber sobre este importante asunto á qué atenerse, francamente proclamada.

En tal estado de cosas, por el año de 1793, el célebre matemático, físico y astrónomo, Cárlos Federico Gauss, autor desde muy joven de algunos libros verdaderamente originales, clásicos é inimitables, tuvo como un presentimiento de que la práctica más comunmente y hasta entonces seguida no era buena, y la modificó de este modo: en vez de sumar las ecuaciones propuestas, conservando ó invirtiendo, con el objeto poco antes referido, los signos de

todos sus términos, lo cual equivalía á suponer nula la *suma algebraica* de los errores de observacion, ó de las pequeñas inexactitudes de que podian adolecer aquellas ecuaciones, de diversas maneras alteradas por el cambio parcial ó completo de signos, juzgó preferible y más acertado, aunque no fuese tan breve, elevar al cuadrado todas las ecuaciones, reunir las luego en una suma ó polinomio único, y deducir los valores de las incógnitas de aquellas otras ecuaciones de condicion, en número igual al de cantidades desconocidas, que sirven para expresar que la mencionada suma, necesariamente *aritmética*, de los cuadrados de los errores, era *mínima*, ó menor que cualquiera otra, correspondiente á distintos valores de las incógnitas que en su composicion analítica figuran.

Aunque, guiado por el presentimiento intuitivo de la verdad, peculiar á los hombres de génio, hubiese resuelto el nudo de la dificultad tan perfectamente apretado hasta su época, Gauss, sin embargo, no se daba razon clara de la exactitud del procedimiento que acababa de inventar, ó no veía, como él mismo confiesa, por qué, expresando que la suma de los cuadrados de los errores era mínima, se desprendía la solucion legitima del problema, ó una solucion, sin el menor género de duda, preferible á la que tambien se hubiera deducido, sometiendo á las condiciones análogas de un valor mínimo las sumas de las cuartas potencias, ó, en general, de las potencias de grado par, de aquellos mismos errores; y, en la imposibilidad de demostrar por de pronto lo que, despues de probado, tanto tiempo, trabajo y como repugnancia ha costado considerar y difundir como cierto, prefirió, á publicarle desprovisto de todo argumento fehaciente en su apoyo, reservarle para sí, y comprobar el mérito y la utilidad é importancia de aquel

método de cálculo, aplicándole á sus investigaciones propias. Pero el francés ilustre Legendre, digno rival en esta y otras materias del célebre director del Observatorio de Gotinga, acertó tambien por el mismo tiempo casi con la verdadera solucion del problema; y en 1806, y como parte integrante de su obra, *Nouvelles méthodes pour la détermination des orbites des comètes*, publicó la regla de los *mínimos cuadrados*, aunque proponiéndola todavía nada más que como un procedimiento de cálculo, *empírico* y *muy sencillo*, apropiado á la resolucion de un sistema ó conjunto de ecuaciones lineales, en número muy superior al de incógnitas.

A poco que Legendre se hubiere descuidado, ni el mérito de la simple enunciacion de aquella regla, primero que otro autor alguno, le habria correspondido; pues, en 1809, Gauss publicó su *Theoria motus corporum caelestium*, y al final del libro, y como por via de apéndice indispensable, apoyándose en principios tan racionales y sencillos como estos: que en una larga série de observaciones, los errores fortuitos *positivos* deben ser tan frecuentes ó considerarse tan probables como los *negativos*; que los errores muy pequeños son, por el contrario, mucho más probables que los grandes; y que, salvado cierto límite de magnitud, la probabilidad de un error igual ó superior á este límite debe ser nula ó tratarse como tal; principios infecundos antes en la mente de geómetras de primer orden; no sólo halló la expresion analítica que enlaza la magnitud del error con la probabilidad de cometerle, dedujo, como inmediata consecuencia, el teorema fundamental del método de los mínimos cuadrados, y expuso en sus principales detalles la aplicacion de este método para determinar por el camino más breve los valores de las varias incógnitas bus-

cadras, creando hasta una notacion compendiosa y muy adecuada al objeto, sino que, sin ambigüedad de ningun género, formuló tambien las reglas necesarias para obtener los *índices* ó *módulos* de precision de aquellas incógnitas, y de los elementos ó datos preliminares de donde sus valores definitivos se desprenden: en una palabra, fundó sobre base firme y duradera, como, años hacia, alimentaba el deseo y abrigaba la esperanza de conseguirlo, por último, «una de las aplicaciones más generales y fecundas del cálculo matemático á la filosofía natural, ó estudio del mundo físico.» Y por si todavía quedaba algun punto oscuro ó mal explicado en la materia, en 1811 aplicó su método á la correccion de los seis elementos elípticos de la órbita del planeta *Palas*, por la resolucion de once distintas ecuaciones; y en 1816, 1823 y 1826, con la misma idea, tenazmente arraigada en su espíritu, volvió de nuevo á ocuparse del propio asunto, aduciendo cada vez mayor número de argumentos comprobatorios, y de adiciones importantes á los resultados de sus trabajos primeros.

Pero así como Gauss eclipsó, por completo casi en este punto, la gloria de Legendre, así Laplace, el inmortal autor de la *Théorie analytique des probabilités*, grandiosa síntesis y complemento necesario además de cuantas obras análogas le habian precedido, aminoró tambien algun tanto la importancia y mérito de las investigaciones de aquel primer geómetra, contraponiéndolas otras, tan admirables por los antecedentes en que se apoyan, como por la sutileza de ingénio y profunda ciencia matemática que revelan. Evitando toda consideracion ó concepto empírico como fundamento de su doctrina, remóntase Laplace al exámen de las causas que pueden originar los errores finales de observacion, y suponiéndolas en número indefinido y agentes con-

forme á leyes diversas, aunque derivadas de una expresion analítica general, plantea la cuestion, ateniéndose estrictamente á los principios elementales de la Teoria del azar, y la resuelve, en variedad de casos, por artificios de cálculo infinitesimal y algebraico, de aquellos que sólo á un hombre de su penetracion y práctica extraordinarias podian ocurrirle. Mas ¡coincidencia sorprendente!: aunque los medios de investigacion y análisis del problema, empleados por Laplace y por Gauss, fuesen distintos, y á ninguno de estos geómetras pueda con visos de razon tildarse de plagario ó imitador del otro, el resultado final que obtuvieron fue idénticamente el mismo; y la exactitud del principio en que se apoya el método de los mínimos cuadrados adquirió con esto un grado de fuerza y esplendor que no era dable esperar, y que á nadie debiera serle permitido desconocer.

Y si, en efecto, rarísimo será el hombre, de verdadero mérito y autoridad científica bien adquirida, que le desconozca, y si ninguna objecion seria y duradera se ha elevado contra la exactitud de aquel método y la conveniencia de sus frecuentes aplicaciones en multitud de casos, poco antes con suma rapidez enumerados, ¿cómo se explica el abandono en que yace su estudio, y la indiferencia con que distinguidos matemáticos, es de presumir que más aficionados á la teoría y al culto de las sublimidades de la que pomposamente suele denominarse ciencia pura, que á la rutinaria, y modesta, pero muy difícil y muy provechosa práctica, le consideran?

Yo no sabré decíroslo, Señores; pero sí sé que en Alemania, cuya bibliografía matemática es verdaderamente prodigiosa y va en aumento sin cesar; donde se escribe mucho y bien, hasta sobre los temas más extraños y de

más remota aplicacion y utilidad, lo cual supone un número prodigioso de lectores dotados de capacidad nada comun; donde, después de Gauss, Encke trató del método de los mínimos cuadrados, con la amplitud y detenimiento necesarios para ilustrar hasta en sus menores detalles la materia; y donde el mismo Encke, y Bessel, y Hansen, y otros ilustres astrónomos y geómetras, no satisfechos con exponer y recomendar aquel procedimiento de cálculo y compensacion de los errores fortuitos de la observacion y la experiencia, le han practicado constantemente en sus investigaciones, y contribuido con el ejemplo á su crédito y difusion,—hoy es el dia en que autores de Geodesia, como Fischer, y de Astronomía, como Brunnow, y de Física, como Muller, se creen obligados, para evitar el calificativo de ininteligibles, á intercalar en sus obras una digresion, y á enunciar y demostrar los principios y reglas de aquel método, ni más ni ménos que Gauss há sesenta años, como si se tratara de un asunto todavía desconocido; sé que en Bélgica han sido necesarios los reiterados esfuerzos y la constancia ejemplar con que el Sr. Quetelet ha trabajado en este sentido, para conseguir que el Cálculo de las Probabilidades adquiriera muy poco á poco el lugar distinguido que en la gerarquía de las ciencias matemáticas le corresponde; y que con solo traducir, ó extractar y ordenar, lo dicho por algunos autores alemanes respecto al método de los mínimos cuadrados, ha prestado Liagre á su pais, y á otras naciones ménos adelantadas que la suya, un verdadero y muy importante servicio; sé que, mucho despues de esto, el sábio astrónomo Airy, director del Observatorio de Greenwich, ha tenido que prescindir, siquiera por breve tiempo, de las graves y múltiples atenciones de su elevado cargo oficial, para redactar y publicar una ex-

posicion ó análisis del mismo método, como si pensara en remediar una falta que en la literatura científica de Inglaterra se notase; sé que, con el propio objeto, en Francia, patria de tantos ingénios matemáticos originales, y de tantos otros, felices imitadores de lo que en luengas ó inmediatas tierras se hace, inventa ó proyecta, ha creído Bertrand útil y bueno recopilar las diversas *Memorias* de Gauss, y darlas á luz fielmente traducidas, y sin aditamento de ninguna especie; y recuerdo que otro autor de Astronomía, francés asimismo, se lamenta, al verse precisado á suspender ó diferir el exámen de los fenómenos celestes, para tratar, por incidencia inexcusable, de la materia auxiliar que nos ocupa, de que el Cálculo de las Probabilidades, que debiera estudiarse antes del bachillerato en ciencias, ni antes de la licenciatura se enseñase, en la época bien poco remota en que escribía: y de tales antecedentes, y de otros muchos análogos que podría continuar aduciendo, infiero que el mencionado Cálculo cuenta mayor número de panegiristas que de adoradores, de maestros entusiastas que proclamen sus excelencias, que de celosos discípulos y adeptos, consagrados á su estudio y dispuestos á practicar su doctrina.

¿Y á qué atribuir este incomprensible contrasentido? ¿O cómo explicar que un Cálculo, merecedor como ningun otro, á juicio de Laplace, de ser meditado y cultivado como parte integrante de la enseñanza pública, ora se atienda á la sencillez y certidumbre de sus principios, á lo ingenioso y sutil de sus procedimientos, á la fecundidad y trascendencia social de sus conclusiones, ó simplemente á su conexión con los demás ramos de las Matemáticas y á la influencia que en sus progresos ha ejercido, y servicios que en este sentido les ha prestado y puede pres-

tarles todavía; que Arago, biógrafo elocuente de Fermat, del mismo Laplace, de Condorcet y de Poisson, es decir, de cuatro ilustres personajes, que á la creacion y perfeccionamiento de tan bella teoría no titubearon en consagrar sus vigili-
 as y sus esfuerzos intelectuales, califica de tan útil al mero matemático, como al observador y al estadista, y considera como uno de los grandes inventos de que el resto del mundo es acreedor á su país; y que otro sábio, varias veces y por necesidad ineludible en este mal zurcido discurso mencionado, el Sr. Quetelet, llama *centro* hácia el cual convergen todas las ciencias verdaderamente dignas de este nombre, que procuran apreciar *numéricamente* el orden de fenómenos á que se refieren; cómo, repito, explicar, ó concebir siquiera, que Cálculo semejante háya menester todavía de abogados que le defiendan, y continúe siendo patrimonio exclusivo de unos pocos hombres, y motivo de burla casi y de escándalo para la generalidad?

A esta pregunta, Señores, ingénuamente he ya confesado que no me ocurre respuesta satisfactoria y categórica que oponer; mas si me fuese permitido emitir una simple opinion, una conjetura, tal vez desacertada, diria que de aquel contrasentido hay que buscar el origen ó causa en el aislamiento forzado en que los hombres que se dedican al cultivo de las ciencias, y muy en particular de las Matemáticas, viven, y de que antes os hablé; en la hostilidad, si no manifiesta de continuo y á la luz del dia, latente y viva, y pronta á mostrarse siempre, en cuanto las circunstancias de lugar y tiempo lo permiten y toleran, que á los sábios consagrados á diferentes órdenes de estudios, y apegados cada cual al que le es propio, y más familiar y querido, y le parece, por lo mismo, superior por todos conceptos á cualquiera otro, divide por desgracia; en la aver-

sion ó menosprecio que muchos *políticos*, muchos *filósofos* y muchos *literatos*, y ellos son de ordinario los que á su antojo arreglan ó desconciertan el mundo, profesan á las ciencias exactas, ó porque nunca han podido comprenderlas, ó porque nunca han querido, ni aun pensado, profundizarlas, ó porque el conjunto de verdades indiscutibles de que constan se aviene muy mal con las opiniones fugaces de los unos, los sistemas deleznable de los otros, y las fantásticas concepciones de los últimos; y, concretándome más y formulando en una sola frase todo mi pensamiento, diría que la anomalía aquella, que os he revelado, y que sin la menor duda extrañareis y lamentareis como yo, procede de la menguada ó ninguna intervencion concedida hasta hoy á las Academias, semejantes á esta, en la organizacion, planteamiento y gobierno facultativo de la enseñanza pública.

Puesto que así lo creo, deber mio es proclamarlo en alta voz: mientras las Academias sean simplemente museos de hombres célebres, ó distinguidos, ó respetables, por uno ú otro motivo, corporaciones pasivas, encargadas á lo sumo de contestar á cuantas consultas, las más veces insulsas, y no pocas desatinadas, alguien tenga la ocurrencia de dirijirlas, y de las cuales, cuando se trate de reformar la enseñanza de las ciencias, y de resolver *qué* es lo que debe estudiarse, *cómo* y en *dónde*, puedan prescindir los Gobiernos, sin escándalo del público, ¿qué digo sin escándalo?, sin que el público que se precia de sensato, extrañe que de ellas se haya prescindido y vuelva á prescindirse á cualquier hora, ó no se estudiará el Cálculo de las Probabilidades, ó se estudiará defectuosamente, fuera de tiempo, y por personas incapaces todavía, por falta de edad y de instruccion preliminar, de comprender sus principios y de

apreciar en su justo valor las consecuencias; y cuantos esfuerzos individuales se hicieren para perfeccionarle, ampliar más y más cada día sus aplicaciones, y difundir su conocimiento, serán esfuerzos perdidos. ¿Y sólo á propósito del Cálculo de las Probabilidades fuera oportuno emitir estas ó análogas reflexiones? Sin querer se os escapa de los lábios la respuesta, y es inútil que yo la traslade á este lugar. Bastante he dicho: vosotros suplireis lo que aún pudiera añadir.

Concluyo, Señores, y me parece que ya es tiempo: ¡cuánto he abusado de vuestra paciencia y acreditada bondad! Por lo mismo que nunca se os ha pedido consejo, algún día se os consultará acerca del modo mejor de organizar en España el estudio de aquellas ciencias, á que todos vosotros, como individuos aislados y en colectividad constituidos, prestais fervoroso y entusiasta culto. Y en aquel día, que para honra y prosperidad de nuestra patria querida, deseo luzca muy pronto, ¡feliz yo, si, prescindiendo del desaliño de la frase y de la pobreza y vulgaridad de mis ideas, no dais por completo al olvido la recomendacion que os dejo hecha del Cálculo de las Probabilidades!

CONTESTACION

AL DISCURSO ANTERIOR

POR EL

SEÑOR DON ANTONIO AGUILAR,

ACADEMICO NUMERARIO.

Señores:

DECISION, y no pequeña, se necesita para tomar ahora la palabra, cuando las elocuentes frases y bellísimos conceptos del discurso que nuestro nuevo compañero, el Sr. Don Miguel Merino, acaba de leer, resuenan todavía en los oídos de cuantos aquí nos hallamos congregados. Yo, sin embargo, la tengo, no porque abrigue la confianza de poder cautivar, ni por breves momentos siquiera, vuestra atención, natural y necesariamente muy preocupada ahora, sino, porque á tenerla me obligan y me animan dos consideraciones muy distintas: el deseo de complacer á nuestro dignísimo Presidente, de quien he recibido el honroso encargo de saludar, á nombre de la Academia, al Sr. Merino; y la satisfacción que en este día, y por el motivo que en este lugar nos tiene hoy reunidos, experimento. Es, en efecto, tan acendrado el cariño que profeso al nuevo académico, y júbilo tan grande me ha cabido siempre por los repetidos triunfos, que en su ya larga y laboriosa carrera científica ha sabido conseguir, que, en ocasión tan solemne como la

actual, no ha de aminorarse mi alegría, ni mi alma es capaz de abrigar menguados sentimientos de amor propio ofendido, porque no alcance, ó no acierte, á remontarme á la altura á que, con maestría suma, ha sabido elevarse mi apadrinado, en su correcto, bien meditado y oportuno escrito.

Modesto como el que más, atribuye el Sr. Merino su eleccion para el cargo de Académico, á una extraña fascinacion, ó á un oculto móvil de simpatía; pero esta explicacion de un resultado naturalísimo de otras causas, carece de fundamento por completo. En primer lugar, pocas personalidades habrá más desconocidas en el mundo, y que ménos se cuiden de fascinar ni alucinar á nadie, que la del Sr. Merino: estrecho círculo de buenos amigos le conocen; y jamás de sus lábios, por escalar puesto alguno, ni obtener nombradía de ningun género, habrá salido frase que tildarse pueda de aduladora. Y, en segundo, la Academia, siempre imparcial, y mucho más cuando se trata de elejir á los que han de ser celosos guardadores de su honra, nunca obedece, al pronunciar sus fallos, á móviles que no sean elevados y dignos, y, sobre todo, incuestionablemente justos. No: el que á la edad de 20 años se dió ya á conocer como profesor de Matemáticas en uno de los Establecimientos públicos mejor reputados en nuestro pais; el que en la Direccion general de Telégrafos del reino desempeñó dificiles comisiones científicas, con aplauso siempre de sus jefes; y el que en el Observatorio de Madrid consiguió desde el primer dia granjearse el aprecio de sus superiores, y captarse el respeto y el cariño de sus compañeros; el modesto astrónomo, en fin, que con sus escritos, notables por la claridad y sencillez que en ellos resplandecen, ha dado á conocer su nombre

dentro y fuera de España, mérito nada comun debe poseer; y porque en efecto le posee, y no por otro motivo, la Academia le ha recibido en su seno, y premiado de la manera única que podia galardonarle por sus numerosos y útiles trabajos.

A la satisfaccion que la Academia experimenta con este motivo, únese, por desgracia irreparable, un doloroso recuerdo, agudamente sobrescitado por las entusiastas frases que el Sr. Merino, en justo tributo de respeto y consideracion, ha dedicado á la memoria imperecedera de nuestro malogrado compañero, que fué, el Sr. D. José Balanzat. Si la muerte de aquel varon de ánimo esforzado, de aquel mártir, como el Sr. Merino con mucha razon le nombra, hasta en las personas que no le conocian produjo honda pena, por las circunstancias terribles y dolorosas en que aconteció, ¿qué sería en los individuos de esta Corporacion, que *doce* dias antes habian celebrado con júbilo sincero la dicha de contarle en su número!

Tan efimera fué la permanencia del coronel Balanzat entre nosotros, que una sola vez se halla consignado su preclaro nombre en las actas de las sesiones de la Academia; pero en cambio lo está ya tambien en las páginas de la historia, y cuando se trate de probar que el estudio y cultivo de las Ciencias exactas, físicas y naturales en nada amenguan la energía de carácter, la rectitud y nobleza del alma, y los generosos impulsos y sublimes arrebatos del corazon, juntamente con los de Lavoisier y Bailly y de otros sábios, el nombre de Balanzat merecerá pronunciarse con orgullo.

Pagado este pobre y estéril tributo de admiracion al que fué nuestro compañero, paso, conformándome con una costumbre que en casos análogos á este en ley parece con-

vertida, á ocuparme del discurso del que desde hoy comienza á serlo, bajo los más lisonjeros y envidiables auspicios. Mas no creais que al examinar el trabajo, á la par científico y literario, del Sr. Merino, pretendo desmenuzarle primero, y reconstruirle despues, en son de competencia; con esto dos cosas únicamente conseguiria: perder el tiempo lastimosamente, pues por mucho que en la empresa me afanase, de seguro no lograria concluir obra alguna que en mérito y belleza á la del nuevo académico se pareciese; y molestaros, sin objeto, con repeticiones enfadosas, y, para vosotros en particular, de todo punto escusadas. Por cortesía únicamente, y por no contravenir á una costumbre que no sé yo bien hasta dónde, ó entre qué limites, debe ser observada, para que su práctica no degenera en abuso, voy, pues, á contestar al discurso del Sr. Merino, exponiéndoos algunas reflexiones y consecuencias que de su lectura inmediatamente se desprenden.

Casi todas las ciencias á que esta Academia rinde culto, las Matemáticas puras, la Astronomía, la Física, la Química en el concepto de Alquimia, y la Historia natural en sus múltiples ramos, casi todas, repito, son tan antiguas como el mundo, ó comenzaron á ser conocidas y estudiadas desde las primeras edades históricas. El Cálculo de las Probabilidades, ora se considere como teoría abstracta, ya como cuerpo de doctrina, susceptible de multitud de importantes aplicaciones, acaso es la excepcion única de aquella regla general, la obra más acabada y perfecta, verdaderamente original y propia, de los matemáticos y geómetras modernos. De los Cálculos diferencial é integral, y de la Geometría superior, entrevense los rudimentos imperfectos, ó primeros vestigios, en los trabajos y más difíciles investigaciones mate-

máticas de Euclides, Apolonio, Pappus, y Arquímedes; mas, concerniente al Cálculo de las Probabilidades, no sé yo que en época tan remota floreciese teoría alguna, salva la de los centros de gravedad del último geómetra, que comprende en sí ciertamente la regla de los promedios. Y hé aquí, para cuantos creen y sostienen que la humanidad de ayer no era más sábia que la de hoy, el primer carácter recomendable del Cálculo de las Probabilidades: lo reciente ó poco añejo de su alcurnia.

Mas ¿cómo este Cálculo, en la época moderna y más esplendorosa de la historia de las ciencias nacido, y con tan cariñoso empeño comenzado á cultivar por hombres del ingénio y saber que Pascal, Fermat y Huyghens poseían, durante su primer siglo de existencia, vivió miserable y despreciado, y, durante el segundo, apénas halla tampoco quien le aprecie en lo mucho que vale y pudiera valer, si á su perfeccionamiento y difusion con mayor ahinco se atendiese? De dos distintas maneras creo que puede explicarse esto.

El Cálculo en cuestion nació precisamente cuando las demás ciencias afines, comprimidas y amortiguadas en el largo período de la Edad media, comenzaban, como por impulso simultáneo é irresistible, á revivir; y como al pronto no respondia á una necesidad apremiante, la atencion de los geómetras se apartó de su exámen, y se concentró presurosa y solícita en el de otros cálculos y teorías de no menor interés, susceptibles de aplicacion más inmediata y ámplia, y, sobre todo, mejor ó más directa y perceptiblemente adheridas al robusto tronco del árbol frondosísimo de las Matemáticas. Los Cálculos diferencial é integral absorbieron la atencion de los grandes geómetras de los siglos XVII y XVIII, y por excepcion únicamente, y

como por incidencia al parecer, se ocuparon algunos, en verdad muy distinguidos, en estudiar y perfeccionar con suma lentitud el, en su origen muy humilde, de las Probabilidades.

El otro motivo que poderosamente contribuyó al mismo poco satisfactorio resultado, muy por extenso lo ha expuesto y desenvuelto el Sr. Merino; y fué desde un principio, como lo es hoy, el alejamiento recíproco en que viven los que diversas ciencias y ramos del humano saber cultivan; los que al ensanche y progreso indefinido de la teoría consagran las facultades de su ingénio, de aquellos á quienes sólo las aplicaciones agradan, pero que no pueden, sin embargo, realizarlas, por desconocer la base primera y fundamental en que deberían descansar. Ciertamente que sin prever la utilidad, que, andando el tiempo, podrían reportar al mundo, ni preocuparse poco ni mucho de si al fin reportarán alguna, se efectuaron, y continúan realizándose en el dominio de las Matemáticas, penosos trabajos é investigaciones teóricas, que asombran por el grado de su complicación y dificultad; pero también lo es que cuando la teoría y las aplicaciones caminan aunadas, debe el progreso en las ciencias verificarse con mayor rapidez y más atinadamente que en el supuesto contrario. Dígalo, si no, entre otros muchos, el descubrimiento de la regla de los *mínimos cuadrados*, que, como del discurso del Sr. Merino se desprende, nunca se hubiera hecho, si la práctica y la necesidad no le hubiesen reclamado y exigido á la teoría que le hiciese.

La circunstancia singular, con acierto explanada también por el Sr. Merino, de que sábios de la importancia y sagacidad de Pascal y Fermat, se entretuviesen, como niños desocupados, en resolver algunos problemas concernientes

á los juegos de azar, sin objeto ni utilidad inmediata, además de revelarnos el espíritu previsor de aquellos hombres, y la confianza ilimitada que abrigaban en el orden y concierto de la naturaleza, en la que todo está hecho y dispuesto con *número, peso y medida*, demuestran otra cosa muy distinta y muy sabida: ¡cuán ineludible es la ley del trabajo, hasta para las inteligencias más privilegiadas! ¡cuán lentos y costosos los progresos de la humanidad! Un abismo media desde la época en que aquellos ilustres matemáticos florecieron, hasta la presente. Dentro de otros dos siglos ¿qué se pensará y se dirá de lo que hoy día se sabe, y con natural orgullo se alega, como signo y prueba de maravilloso adelantamiento? Nada mas propio, á mi pobre entender, que semejante género de consideraciones, para que nadie, alegando ridículos reparos, ose negar la utilidad del estudio y cultivo incesante de las ciencias exactas y naturales; ni incurra tampoco nadie en la fatuidad de creer, que ya hemos llegado, ó estamos próximos á llegar, al término infinitamente lejano de la perfeccion y sabiduría.

Por lo demás, el que arrastrara el Cálculo de las Probabilidades una infancia penosa, y no haya llegado todavía á plena y satisfactoria madurez, de ningun modo prueba que semejante cuerpo de doctrina adolezca de vicio alguno capital, y merezca el despreciativo concepto en que muchos hombres le tienen, ó pudieran tenerle, ya guiados y alucinados por el nombre un poco equívoco y expuesto á malas interpretaciones que le distingue, ya por otros motivos igualmente fútiles. El Sr. Merino ha consagrado buena parte de su discurso á demostrar aquella verdad, y á prevenir ó desvanecer este error, y tengo por excusado reproducir sus argumentos. Mas como pudiera haber todavía

personas extrañas al estudio de las Matemáticas, aunque de recto sentido é intencion sana, incapaces de comprender la argumentacion y razonamiento científicos y demasiado severos del nuevo académico, no considero inoportuno sustentarlos con una prueba más, de índole muy distinta, que para vosotros, si existiera sola, nada probaria, por regla general, pero que en el caso presente, sola ó acompañada, supongo la estimareis de buena ley.

El principio de autoridad, que por la exagerada aplicacion que de él se hizo en tiempos pasados, fué indudablemente la rémora mayor que al progreso de las ciencias se opuso, pero que, no obstante, siempre constituirá, con prudencia y discernimiento empleado, un medio de distinguir la verdad del error, y lo útil de lo frívolo y despreciable, es el que me atrevo á invocar ahora en apoyo de mi tésis. Cuando, á mediados del siglo XVII, hombres como Pascal, Fermat y Huyghens no titubean en consagrar su talento y el tiempo, para ellos tan precioso, de que podian disponer, á la creacion y perfeccionamiento de la nueva doctrina; cuando, á principios y hasta mediar asimismo el siglo XVIII, los Bernouilli, por un lado, y Moivre, por otro, toman á su cargo la prosecucion de la misma empresa, y por realizarla trabajan con grande ahinco y entusiasmo, durante muchos años; y cuando en los primeros del XIX, y como término digno y honrosa coronacion de su inmortal carrera, tampoco Laplace vacila en dedicar al propio objeto prolongadas vigiliias y esfuerzos sobrehumanos casi, no sé yo, con qué derecho, ni cómo ahora podria negarse la exactitud y carácter matemático del Cálculo de las Probabilidades, ni ménos la trascendencia y multiplicidad de sus aplicaciones. Pues qué: ¿la opinion imparcial é hija de la reflexion y del estudio, del profundo conocimiento de la materia de

que se trata, abrigada por cualquiera de aquellos grandes hombres, nada vale, ó vale lo mismo que el parecer contrario, ya de la multitud ignorante, ya del artificioso sofista, que por alarde de talento, tal vez, en oponerse y debilitar la fuerza de la verdad emplea todo su conato? Yo no lo creo así, ni puedo admitir tampoco que los sábios cuyos nombres acabo de citar, y los demás consignados en lugar oportuno del discurso del Sr. Merino, y que en el trascurso de doscientos años estuvieron unos con otros acordes en el mismo sistema de ideas, viviesen todos ofuscados, y persiguiesen afanosos é infatigables un fantasma, sin cuerpo ni realidad alguna. Si tal hubiera sucedido, ni el nombre de sábios merecerían, ni en el progreso de la humanidad podría tenerse mucha confianza. Por respeto á ellos, y por honor de la naturaleza y facultades intelectuales del hombre, es preciso que convengamos en el extremo contrario.

Al género de prueba que acabo de alegar en apoyo de la exactitud y excelencia del Cálculo de las Probabilidades, tal vez se replique que nada de particular tiene que este Cálculo haya encontrado en diversos tiempos apasionados defensores, por cuanto las virtudes, imaginarias ó reales, de una ciencia, inmediatamente redundan en honra y fama de los que á crearla, más inmediata y eficazmente contribuyeron. Mas ni esta observacion tendria fuerza alguna, alegada en el asunto de que tratamos. En efecto: supóngase por un momento, no que el Cálculo de las Probabilidades sea bueno ó malo, sino que todavía no existe, ni se presente la época de su creacion, ni se experimenta la necesidad de que nazca y adquiera en breve plazo vigorosa vida: ¿serian por este motivo desconocidos los nombres de sus verdaderos fundadores, ni su justa é inmensa fama se amenguaría sensiblemente? De ningun modo. Pascal y

Fermat, no son célebres tan solo por haber resuelto los primeros problemas, y determinado la índole y condiciones del Cálculo de las Probabilidades; ni Huyghens por haber reunido en cuerpo de doctrina los primeros, y un poco dispersos elementos del mismo Cálculo; ni Santiago Bernouilli por haberle muy considerablemente perfeccionado; ni Moivre por haber señalado y trazado uno de los mas anchurosos caminos de sus aplicaciones; ni Laplace por haberle elevado á la categoría de una ciencia, admirable en sus fundamentos, y de trascendencia universal; ni Gauss y Legendre, Poisson, Quetelet, Morgan, Cournot y tantos otros matemáticos del corriente siglo, por haber completado la obra de sus antecesores, defendidola de injustos cargos, y dado á conocer en multitud de luminosos escritos; no: el Cálculo de las Probabilidades no ha contribuido exclusivamente á la fama de ningun geómetra; antes bien, de geómetras de primer orden y célebres ya por otros descubrimientos y trabajos importantísimos, recibió él la vida, la fuerza, y el justo renombre que en la actualidad posee. A mi juicio no es, como un autor inglés le llama, un *buen hijo de malos padres*; sino un hijo que honra á los padres que le dieron el sér, y que paga con usura los afanes y cuidados que en educarle emplearon.

Los *malos padres*, á que el autor aludido indudablemente se refiere, son los jugadores y desocupados, que á Galileo y Pascal propusieron los primeros problemas del Cálculo en cuestion, al principio de su discurso expuestos y analizados por el Sr. Merino. Que tan extraño origen, ó causa ocasional tan singular de la creacion del Cálculo, haya contribuido durante largo tiempo á su descrédito, y á una falsa apreciacion de su importancia, no debemos negarlo; mas, para que todavía sea motivo de recelo y desprecio en aná-

logo sentido, ningun fundamento existe. De la práctica, no muy recomendable, del juego de dados, provino, en efecto, la creacion de la nueva doctrina; y aún se encontraba ésta en la infancia, cuando, ingrata y olvidadiza, demostró que *de los dados lo mejor y más prudente es no jugarlos*. Mas si condenó los juegos de azar, hijos del vicio y de la holganza, en los cuales la pérdida del dinero es lo de ménos, cuando la salud y la honra, la vida del cuerpo y la del alma, pueden perderse por añadidura, no condenó aquellos otros juegos ó combinaciones, fortuitas hasta cierto punto, y tan sólo, dictadas por la prudencia, y que la sana razon no puede ménos de recomendar como loables y provechosas.

A jugar se dedican las Compañías ó Sociedades de Seguros, de cualquier especie que estos sean; y en los países mas civilizados hay que convenir en que se juega fuerte. ¿Sabeis á cuánto ascienden los capitales impuestos en las 200 Compañías de seguros sobre la vida establecidas en Inglaterra? Espanta el número; pero un hombre que en asuntos mercantiles y de dinero es buena autoridad, Eugène Pereire, valúa aquella suma en 1.500 millones de nuestros actuales escudos. Y la cosa, extravagante é incomprendible al pronto, es, sin embargo, muy natural, si despacio se considera. Como se juega á *cartas vistas*, todo el mundo sabe á qué atenerse, y ni se forja ilusiones disparatadas, ni desespera, cuando le llegue la vez, de recuperar lo que en derecho y equidad le corresponde: por eso todo el mundo acude á depositar sus ahorros en las cajas de aquellas, al propio tiempo, afortunadas y benéficas instituciones de prevision y seguridad. ¡Mas que no se olvide! Los 1.500 millones de escudos, como el Sr. Merino ha tenido buen cuidado de insinuar, estarían mucho mejor en los bolsillos de sus respectivos millares ó millones de dueños, que en ma-

nos de los 200 banqueros, si el Cálculo de las Probabilidades fuese una teoría ilusoria y engañosa; y si precisamente no fuese lo contrario, hasta el punto de no haber podido resistir á la luz de su evidencia, gobiernos, corporaciones é individuos, aquellos 1.500 millones de escudos, que reunidos y bien empleados constituyen un tremendo ariete, una inmensa palanca, perfectamente adecuados para trastornar y remover cuantos obstáculos, en el curso del tiempo se opusieren al progreso y bienestar material de la humanidad, dispersos estarían, como átomos que arrastra el viento, y que á ningun objeto pueden en semejante estado consagrarse.

En España, Señores, algo se ha hecho, y mucho más se ha intentado, para aclimatar género tan útil de instituciones mercantiles; pero no todo lo que podia hacerse, ni aún ensayarse, con probabilidades de acierto y buen éxito. A ello se han opuesto muchas causas, y sería por lo tanto injusto achacar el mal á una sola. Durante el presente siglo, por ejemplo, la nacion ha experimentado frecuentes y lamentables convulsiones y trastornos políticos; y, cuando esto sucede, no hay que pensar en instituciones y sociedades por el estilo de las inglesas, que solo arraigan y prosperan en épocas de tranquilidad, orden, é ilimitada confianza en el porvenir. Entre nosotros además, y presumo que por efecto de la misma causa general que dejo consignada, escasea el dinero, y, para obtenerle, hay que abonar un rédito ó premio enorme, relativamente al que disfruta en otros paises; y esta tampoco es favorable circunstancia para emprender especulaciones mercantiles, que deben ser á la vez fructuosas y seguras, ó de riesgo insignificante y muy problemático. Ni el carácter de los españoles, confiado y resuelto, que con facilidad asombrosa

olvida los malos días que pasaron, y para nada se preocupa de los que están por venir, se aviene tampoco con el sistema inglés, de ahorros incesantes y prudentes economías, hasta formar de multitud de partecillas, y á fuerza de tiempo, de paciencia y de trabajo perseverante, un respetable capital: nuestra ambicion no se satisface con poco, y ó no jugamos, ó jugamos para perderlo todo de una vez, ó para ganar, arriesgando un duro, un millon. Generalmente sucede lo primero.

Pero aunque estas y otras causas análogas expliquen la diferencia que, en lo referente á las Sociedades de seguros, se nota entre lo que pasa en España y sucede en Inglaterra, Francia y Alemania, alguna otra hay, que actúa para producir el mismo resultado, juntamente con las primeras; y esta otra causa de nuestro atraso, no ya intelectual sino material, es la falta de instruccion científica, y el desconocimiento, casi completo, de los principios y del objeto, de la tendencia y de los medios de realizarla, del Cálculo de las Probabilidades. Para que una Compañía de seguros sobre la vida prospere, no basta, en efecto, que los fundadores y gerentes sepan lo que traen entre manos, y sean hombres de moralidad á toda prueba: si la generalidad del público no lo sabe, si es incapaz de comprender la formacion de las tarifas, y hasta los fundamentos equitativos en que descansan, ó no suscribirá á las condiciones que se le proponen, ó suscribirá en un momento de alucinacion, para desconfiar acto continuo de aquellas mismas personas á quienes entregó su dinero, y de quienes ningun motivo racional y preciso tiene ahora para recelar nada malo, como no le tuvo antes para otorgarles á ciegas su confianza.

Y si no fuera por esta carencia general de conocimien-

tos teóricos, ¿cómo se explicaría que las Compañías de seguros marítimos, ó sólo de incendios, sometidas en sus operaciones y cálculos á mayores y más frecuentes vicisitudes y eventualidades, que las análogas sobre la vida humana, en las cuales hasta las mas desfavorables contingencias se hallan previstas y desde un principio remediadas, hayan logrado en nuestro país mejor suerte que las otras, y en absoluto, suerte bastante lisonjera? ¿Ni cómo entre las últimas, las llamadas *tontíneras*, no por otro motivo sino por haberse nombrado Tontí el primero que las ideó ú organizó, hayan prosperado mucho más, siquiera, por motivos que desconozco, no haya sido nunca su prosperidad muy grande, que las denominadas á *prima fija*, las más generalizadas y favorecidas en Inglaterra y en Francia?

He insistido, acaso demasiado, en este punto, que mereció ocupar la atención de sábios como Moivre, Mac-Laurin, del mismo Euler, y de tantos otros no menos respetables, como el Sr. Merino ha citado, y hubiera podido seguir citando en su discurso, si en abreviarlo no hubiese puesto decidido empeño, no sólo por su importancia universal, sino por la que particularmente tiene con relación á nuestro país.

Es, en efecto, España una nación donde ni la clase aristocrática y poderosa, ni la proletaria, se sobreponen á la clase media: ésta, por el contrario, compuesta de pequeños propietarios, labradores, comerciantes, industriales y hombres de carrera, dedicados al ejercicio de las profesiones militares y civiles, constituye un grupo muy numeroso, y, sin la menor duda, el más importante de los tres en que los pobladores de un país se dividen. Y siendo esto verdad, ¿cómo dudar que en España prestarían incalculables servicios las Compañías de seguros, sabia y prudente-

mente organizadas, y administradas con el mismo desinterés y probidad ejemplar que la modesta Caja de Ahorros de Madrid? ¿Pues no habian de prestarlos en un pais como este, donde la imprevision y el abandono han imperado hasta la fecha? ¿Donde hay tanto lujo y tanta miseria? ¿Abundancia tan grande hoy, y tamaña y natural penuria mañana? Donde tantas Sociedades de crédito se han fundado, con descrédito en breve de sus gerentes y fundadores, y ruina de multitud de incautos que en promesas inverosímiles creyeron, ¿no seria factible organizar alguna otra verdaderamente nacional, prudente y equitativa, digna de la proteccion y apoyo del Gobierno, y de la confianza del público sensato? Medítese el discurso del Sr. Merino, y pésense las atinadas consideraciones acerca de este particular en el mismo contenidas, y se hallará, yo creo, respuesta satisfactoria á esta pregunta.

Lo que no encontrareis, porque con exquisito tacto y modestia que le honra, ha esquivado su autor la coyuntura favorable para hacerla, es una indicacion muy interesante, y que yo me considero en el deber de suplir ahora. La acertada gerencia de las Compañías de seguros exige la formacion preliminar de una *tabla de mortalidad*; tabla que, si en semejante especie de asuntos mercantiles recibe aplicacion inmediata y es de uso imprescindible, como término abreviado de comparacion no es ménos precioso, cuando se trata de resolver algunos problemas fundamentales de higiene pública, y de apreciar, ya la influencia del clima en la salud, ya la trascendencia en el bienestar material y moral de la nacion, de elevadas disposiciones gubernativas. Ahora bien, si no la primera, una de las primeras tablas de mortalidad conocidas, y durante largo tiempo con justicia más apreciadas, á la loable curiosidad y buen senti-

do práctico del astrónomo inglés Halley es debida; otra posterior al sueco Wargentín; y varias muy recientes al señor Quetelet, Director del Observatorio de Bruselas: como astrónomo, pues, el Sr. Merino tenía antecedentes dignos que imitar; é imitándolos, y publicando en 1866 la primera tabla de mortalidad apropiada á nuestro país, y basada en los datos y materiales con gran diligencia acopiados por la Junta general de Estadística, realizó una obra, al mismo tiempo que honrosa, meritoria, y por muchos conceptos digna de encomio.

Pero nuestro nuevo compañero no se ha limitado á referirnos cómo nació el Cálculo de las Probabilidades, por un extraño concurso de circunstancias, sí, pero sin que en ello interviniese, poco ni mucho, la casualidad; á demostrar la racionalidad de sus principios y trascendencia de sus conclusiones; á combatir los reparos que contra el rigor matemático de su doctrina y legitimidad de sus aplicaciones se han elevado alguna vez, y podrian suscitarse en lo sucesivo; á exponer la saludable influencia que el mismo Cálculo ha ejercido, no solo en los progresos de las demás partes de las Matemáticas, sino en la creacion inesperada y adelantamiento rápido de nuevos ramos del saber, como la Estadística; y á señalar y definir la índole y naturaleza, fundamento y modo de ser y de funcionar de las Compañías de seguros; sino que, penetrando en otro terreno muy distinto, en la esfera propia de esta Academia, ó campo de actividad más comunmente explorado por sus individuos, de mano maestra nos ha descrito el origen, historia y uso general del método de los *mínimos cuadrados*, corolario precioso del Cálculo de las Probabilidades, y compendio, restringiendo mucho el sentido de las palabras, de sus múltiples é importantísimas aplicaciones científicas.

Yo, Señores, siento en el alma no poder comentar esta última parte del discurso del Sr. Merino, ya por la índole abstracta y demasiado técnica de la materia á que se refiere, ya por falta de tiempo, y mi propósito decidido de no molestaros demasiado; pero la exposicion original está hecha con tanta claridad, que me consuela la idea de que mis reflexiones nada nuevo y verdaderamente esencial añadirían á lo mucho que de su lectura cualquiera de vosotros es capaz de deducir.

En un solo punto, ya tratado por el Sr. Merino, insistiré tambien breves momentos, por ser demasiado importante para darle al olvido, y no consignarle en muy explícitos términos; en el siguiente: en que si bien el método de los *mínimos cuadrados* no ha merecido nunca, por motivos que no es necesario recordar ahora, el honor de figurar en ninguno de nuestros programas de enseñanza pública, no obstante, se estudia y aplica, cuando el asunto lo requiere, y la importancia de cierto género de investigaciones así lo exige. La prueba de esta asercion la hallareis principalmente en la obra titulada, «Base central de la triangulacion geodésica de España,» que con honra del país y suya propia muy envidiable, han preparado y dado á la estampa en 1866 dos individuos dignísimos de esta misma Academia. Cuantos consideren el Cálculo de las Probabilidades como parto muy natural y sencillo del sentido comun, pueden consultar aquel libro, y examinar detenida, ó aunque sea someramente, los ingeniosos y sutiles medios de compensar los errores fortuitos de la observacion, efectuada con diligencia suma, y con instrumentos auxiliares de construccion pasmosa, mas, no obstante, de todo punto inevitables en la práctica, que en la obra á que me refiero se encuentran consignados y sistemáticamente seguidos; y si, he-

cho esto, todavía insisten en el propio tema, préciense, con fundado motivo, de hombres incorregibles y tenaces.

Por último, el Sr. Merino, que sabe dónde vive, y profesa á la historia, á las tradiciones y áun á las preocupaciones de su patria, profundo respeto y consideracion hasta instintiva y muy loable, no contento con haber examinado la materia sobre que ha versado su discurso, como matemático y explorador entusiasta de la naturaleza física, se ha elevado más todavía, y para destruir escrúpulos infundados y reparos inoportunos, ha demostrado cómo hasta los fenómenos del orden moral caen, sin violencia, bajo el dominio del Cálculo de las Probabilidades, y cómo este Cálculo, poco cultivado por los matemáticos, y desconocido por los que no lo son, pudiera servir para enlazar con nudo indisoluble las varias ciencias que constituyen el humano saber, y de puente, ó camino muy natural para pasar del estudio de unas, al de otras. A las citas con mucha sobriedad alegadas en apoyo de su tesis, yo no agregaré más que una, la cual, por hallarse tomada de un autor español, ornado de la triple aureola de católico, matemático y filósofo, ni ambigua ni infundada y sospechosa, creo que podrá parecerle á nadie. «El íntimo enlace, escribió Balmes, de las ciencias matemáticas con las naturales, es un hecho fuera de duda; ¿y quién sabe hasta qué punto se enlazan unas y otras con las *ontológicas, teológicas y morales?*»

Después de esto, breves palabras tengo que añadir. El deseo en último extremo manifestado por el Sr. Merino, como consecuencia muy natural de los antecedentes en su discurso consignados, espero que en breve se realizará. ¿Ni cómo dudarle, cuando el Gobierno de S. M., cada día más ilustrado y más amante de la pública instrucción, se complace en proteger á esta Academia, y la consulta, y aco-

je benévolo su dictámen, en asuntos, tambien cada dia, de mayor y más general importancia? De que las Ciencias exactas, físicas y naturales recibirán en lo sucesivo fervoroso culto en España y vivirán como hermanas, nunca como enemigas, en amable sociedad y concierto con las demás ciencias, de distinta denominacion, sí, pero igualmente consagradas al descubrimiento, difusion y triunfo de la verdad, hasta consideróse feliz augurio, el que bajo el mismo techo se alberguen ya con las Morales en este histórico edificio.