Rev.R.Acad.Cienc.Exact.Fís.Nat. (Esp)
Vol. 100, Nº. 1, pp 1-12, 2006
VI Programa de Promoción de la Cultura Científica y Tecnológica

COMPUTACIÓN FÍSICA Y MATEMÁTICA EN JOHN VON NEUMANN (28-XII-1903, 8-II-1957)

MANUEL LÓPEZ PELLICER *

* E.T.S. Ingenieros Agrónomos. Apartado 22012. 46071 Valencia.

1. INTRODUCCIÓN

Va a ser difícil en unas páginas resumir la obra impresionante de von Neumann. En su libro *Memoirs* [8], Edward Teller, padre de la bomba de hidrógeno, escribió:

"*Creo que si una raza mentalmente superhumana se desarrolla un día, sus miembros serán semejantes a John von Neumann"*.

Darío Maravall en su artículo *Von Neumann y el ascenso científico de los Estados Unidos* [2, página 1409] afirmó:

"*Von Neumann fue matemático puro y aplicado, físico matemático, economista, ingeniero matemático y metereólogo, que trabajó en Teoría de conjuntos, formalización axiomática de la Mecánica Cuántica y, en paralelo, sobre la versión abstracta del espacio de Hilbert, teoría de operadores y álgebras de Banach (hoy son muy utilizadas un tipo particular de estas álgebras llamadas Álgebras de von Neumann), teoría ergódica y teoría de la medida, juegos de estrategia y economía matemática, autómatas, ordenadores, bomba atómica y bomba de hidrógeno y predicción del tiempo en meteorología.*

2. LAS MATEMÁTICAS EN HUNGRÍA ALREDEDOR DEL NACIMIENTO DE VON NEUMANN: EL MILAGRO HÚNGARO

El nacimiento de Von Neumann coincide con un fenómeno, llamado el milagro húngaro, porque en unos pocos años nacieron de la reducida población húngara varios niños que llegaron a grandes científicos. La rareza de este hecho está en que la población húngara es pequeña. Entre estos relevantes científicos, además de von Neumann, están Gabor, Wigner, Szilard y Teller. Los cinco fueron amigos, compañeros desde estudiantes y todos emigraron: Gabor a Inglaterra y los otros cuatro a Estados Unidos, donde continuó su amistad y colaboración en muchos trabajos, contribuyendo en gran medida al ascenso científico de su nuevo país.

Gabor (1900-1979) fue profesor en Londres y obtuvo el premio Nobel de Física en 1971 por sus trabajos en holografía y en física del plasma. Wigner (1902-1995) obtuvo el premio Nobel de Física en 1963 por sus aportaciones en Física Nuclear, particularmente el estudio de fuerzas entre partículas nucleares, sus reacciones y simetrías. El premio de este año se podría calificar del premio de la reconciliación, porque lo compartió con María Goeppert-Mayer (1906-1972), judía alemana exiliada en los Estados Unidos como él, y con Jensen (1907-1973), alemán que siguió en Alemania durante la guerra.

Szilard, Wigner y Teller fueron decisivos en que Estados Unidos fabricase la bomba atómica por sus gestiones y presiones en 1939 sobre Einstein para que escribiera una carta al presidente Roosevelt advirtiéndole del peligro de que el arma nuclear fuese fabricada por los alemanes, así como de la necesidad de que Estados Unidos dispusiese cuanto antes de la bomba atómica.

El milagro húngaro parece que está relacionado con dos hechos: Una serie de excelentes matemáticos húngaros anteriores a von Neumann y el trabajo de Lászlo Rátz, profesor de Matemáticas en el Gymnasium y editor de una Revista Matemática para estudiantes de secundaria que hizo mucho bien en la formación científica de la juventud húngara. Buena prueba de ello es que Wigner tenía un retrato de Rátz en su oficina de Princetown. Más tarde hablaremos de la influencia de Rátz en la vocación matemática de von Neumann.

Entre los insignes matemáticos húngaros anteriores a von Neumann están Bolyai, Fejer, los hermanos Riesz, Polya y Haar.

Bolyai (1802-1860) fue uno de los creadores de la geometría no euclídea hiperbólica. Hungría, para honrar su nombre, creó un premio mundial de Matemáticas. El primer Premio Bolyai fue concedido a Poincaré en 1905, y el segundo a Hilbert en 1910. No se concedieron más, porque la guerra entre Austria y Hungría provocó el hundimiento económico de Hungría.

A Fejer (1880-1959) se le deben las sumas y el núcleo que llevan su nombre. Se trata de la media en el sentido de Cesàro de las sumas parciales de las series de Fourier y de ciertos núcleos de Dirichlet.

El más conocido de los hermanos Riesz, Marcelo y Federico, es el segundo. Marcelo (1880-1969) tomó la nacionalidad suiza en tanto que Federico (1880-1956), siempre vivió en Hungría. Le debemos la introducción en 1910 los espacios L^p en los que estableció las convergencias débil y fuerte y el operador adjunto. En colaboración con Nagy publicó un magnífico libro en francés, editado por la Academia de Ciencias de Budapest y por la editorial Gauthier-Villars de París en 1952, titulado "*Lecciones de Análisis Funcional*", que ha tenido numerosas ediciones. Contiene una exposición muy completa de la integral de Lebesgue, de las ecuaciones integrales, del espacio de Hilbert y de la teoría de los operadores. En este libro, además de considerar el espacio de Hilbert como el límite de un espacio euclídeo complejo de n dimensiones cuando n tiende a infinito y la suma de los cuadrados de los módulos de las coordenadas es finita, se da su definición axiomática con funciones de cuadrado sumable, que von Neumann utilizó más adelante para obtener una axiomática de la Mecánica Cuántica.

Polya (1887-1985) fue profesor de Von Neumann en Zurich y se exilió a los Estados Unidos. Son muy buenos sus libros de problemas.

A Haar (1885-1933) le debemos la medida que lleva su nombre. Tampoco abandonó Hungría y murió en Budapest.

En ese período anterior a von Neumann, la Universidad de Budapest tenía mucho prestigio, y, además, existían otras universidades como la de Zagreb en Croacia, y la de Koloszvar (en alemán Klausenburgo) en Transilvania, que fue trasladada a Szeged después de la Primera Guerra Mundial, al pasar Koloszvar a Rumanía,. En la segunda mitad del siglo XIX se fundó en Budapest una Universidad Politécnica.

3. LA ÉPOCA HISTÓRICA HÚNGARA EN LA JUVENTUD DE VON NEUMANN

En 1866 Austria perdió la guerra con Prusia y el Imperio Austríaco se transformó en la Monarquía dual Austria-Hungría. Su soberano tenía un doble título: Emperador de Austria y Rey de Hungría, con dos gobiernos y dos parlamentos con sedes en Viena y Budapest. Hungría tenía una gran autonomía y sólo la política exterior, el ejército y la hacienda eran comunes a Austria y Hungría.

En 1903, año del nacimiento de von Neumann, Budapest era una ciudad lujosa y alegre como Viena.

En Hungría comenzaba la industrialización y florecían los Bancos.

El padre de von Neumann era un rico banquero que en 1913 adquirió un título nobiliario, otorgado por Francisco José, emperador de Austria y rey de Hungría, equivalente al von alemán. Por este motivo el nombre húngaro que figura en la Tesis doctoral de von Neumann es *margittai Neumann János*, donde la palabra margittai significa *de Margitta*. La traducción de su nombre al alemán es *Johann Neumann von Margitta*, que lo abrevió a *Johann von Neumann*, en Alemania, y *John von Neumann* en EEUU. Aunque el padre de von Neumann era fiel a la religión mosaica, denominación oficial de la religión judía en Austria-Hungría, envió a su hijo a cursar estudios secundarios al "Gymnasium", colegio luterano de élite donde fue condiscípulo de Wigner, que, como hemos indicado, llegó a Premio Nobel de Física.

En el Gymnasium fue un buen estudiante dotado de gran inteligencia. Al terminar sus estudios secundarios ganó el premio nacional Eötvös, para lo que hacía falta ser un auténtico fuera de serie. Lóránd Baron von Eötvös (1848-1919) fue un gran físico experimental que en 1895 ideó una balanza de torsión para medir pequeñas variaciones de la gravedad, consiguiendo medidas de gran precisión.

En el Gymnasium le dio clase de Matemáticas, Lászlo Rátz, que se dio cuenta del talento de von Neumann y lo comunicó a su familia, que buscó de inmediato quien pudiese potenciar la formación matemática de von Neumann. Con ello la familia de von Neumann continuaba con su preocupación por dar a su hijo la mejor formación, pues debido a su alta posición social tenían relaciones estrechas con la élite artística y científica de Hungría y desde la niñez habían procurado a von Neumann buenos tutores.

Los padres de von Neumann, siguiendo el consejo de Rátz, le pusieron en contacto con József Kürschâk, profesor de la Escuela Politécnica de Budapest a quien se debe el concepto algebraico de valuación de un cuerpo; luego fue Gábor Szegó quien habló con John sobre matemáticas, pero su verdadero tutor matemático fue Mihály Fekete, quien necesitaba el dinero que le proporcionaba el tutelar a John von Neumann, pues por razones políticas había perdido su empleo de profesor de secundaria. Con Fekete publicó von Neumann su primer trabajo de investigación a los 19 años [4]. Es un excelente trabajo que mejora un artículo de Leopoldo Fejer, escrito en honor de David Hilbert, donde introduce una propiedad métrica sobre conjuntos convexos que le permite localizar raíces de polinomios en ciertas envolventes convexas. Como consecuencia del trabajo de Fejer se deduce que las raíces de los polinomios ortogonales clásicos de Lagrange o de Chebyshev están en el intervalo $[-1,1]$. Con los resultados de Fejer no se puede demostrar el clásico teorema de Gauss de que las raíces de la derivada de un polinomio están situadas en la envolvente convexa de las raíces del mismo polinomio ni el resultado de Jensen de acotación de las raíces de la derivada de un polinomio con coeficientes reales. Fekete y von Neumann encontraron otros principios geométricos, semejantes al de Fejer, de los que se deducen inmediatamente los mencionados teoremas de Gauss y Jensen.

Otros ilustres amigos de la familia Neumann eran los hermanos Federico y Marcelo Riesz. Federico contaba que John entre los trece y catorce años ya hablaba como un matemático profesional, utilizando expresiones impropias de su edad. Marcelo cuenta que la familia Neumann y los dos hermanos Riesz se fueron a veranear juntos a Suiza en 1919, cuando John tenía quince años. Viajaron en coche cama y para combatir el calor los adultos fueron al vagón restaurante a tomar una cerveza, probablemente varias en el caso de Marcel Riesz. Cuando a medianoche Riesz llegó a su compartimento, John estaba en la cama superior leyendo el libro "*Reelle Funktionen*" de Constantin Carathéodoty.

Meses después vino la rotura Austro-Hungara, la guerra y el humillante tratado de paz de Trianon de 1920 en el que Hungría, además de humillada, quedó maltrecha, pues tuvo que reconocerse responsable de la guerra, ceder el 67,8% de su territorio y perder el 59% de su población. Así fue como Croacia y la parte de Eslovenia pasaron a Yugoslavia, Eslovaquia a Checoeslovaquia, Transilvania a Rumania y el Banato, una parte a Rumania y otra a Yugoslavia. Después del tratado de Trianon llegó el establecimiento por Béla Kun de una república soviética acompañada de un gran terror, derrocada seis meses después por los contrarrevolucionarios húngaros, que ayudados por tropas francesas y rumanas entraron en Budapest y establecieron un reino sin rey, bajo la regencia del almirante Horthy, quien instaló un régimen dictatorial, apoyado también en el terror y en una reacción antisemita, que más tarde se moderó y suavizó.

Estos acontecimientos afectaron a la familia von Neumann que, como otras muchas gentes, huyeron a Austria o Italia durante el período de Béla Kun y, tras ser derrocado, volvieron a Budapest y recuperaron algunos bienes y negocios.

Estos hechos marcaron la vida de von Neumann, en quien se hizo visible la afirmación de Ortega: "*Yo soy yo y mis circunstancias*". En su posterior época americana fue anticomunista y antiruso, partidario de las armas nucleares e incluso de la guerra preventiva, seguramente condicionado por vivencias de su adolescencia.

4. LOS ESTUDIOS UNIVERSITARIOS DE VON NEUMANN

Los éxitos matemáticos iniciales de von Neumann no impidieron que la familia se opusiese a que John estudiara matemáticas en la Universidad de Budapest. La oposición mayor venía de tía riquísima que no podía entender que su sobrino John prefiriese ser profesor en vez de industrial o director de banco. Le explicaron que John tenía un inmenso talento y que iría muy lejos en su carrera, a lo que contestó: *¿Entonces será un Einstein*?

La decisión familiar fue ecléctica y amplia, pues acordaron que John estudiaría Química en Berlín, Ingeniería Química en Zurich y que, en los veranos, complementaría su formación y se examinaría en la Universidad de Budapest de Matemáticas y Física.

En 1921 von Neumann fue a la Universidad de Berlín a estudiar Química con Fritz Haber, premiado con el Nobel en 1918 y considerado uno de los químicos más importantes de todos los tiempos, que simultaneaba ser judío y ser un gran patriota alemán. Allí fue compañero de Szilard, Wigner y Gabor, futuros premios Nobel.

De Berlín pasó a Zurich en 1923, donde se hizo ingeniero químico en 1925 y recibió clases de Weyl y Polya.

En 1926 obtuvo el doctorado en Budapest con una Tesis sobre Teoría de Conjuntos, calificada con *summa cum laude*.

5. LA ÉPOCA POSTDOCTORAL DE VON NEUMANN

En 1927 fue nombrado Privatdocent en la Universidad de Berlín y continuó el trabajo comenzado en su Tesis Doctoral con Ackermann y Bernays, discípulos de Hilbert. Trabajó en Teoría de Conjuntos, Lógica y Metamatemática entendida al estilo de Hilbert. Con Ackermann publicó un trabajo sobre la no contradicción en Matemáticas. Von Neumann, Bernays y Gödel son los creadores de la Axiomática NBG de Teoría de Conjuntos, que distingue entre clase y conjunto, de modo que un conjunto pertenece al menos a una clase y una clase no es un conjunto. Zermelo en 1908 propuso un sistema de axiomas para la Teoría de Conjuntos, mejorado por Fraenkel entre 1921 y 1922 con la Axiomática ZF. Ambas axiomáticas nacieron para eliminar las paradojas de la Teoría de Conjuntos, la primera de las cuales apareció en 1897 cuando Burali-Forti (1861-1933) enunció que "*la colección de los ordinales no es un conjunto*". Después vinieron otras paradojas, como la famosa de Russell (1872-1970) en 1903. Las dos axiomáticas consideradas restringen la noción de conjunto y evitan la aparición de paradojas.

En 1928 publicó von Neumann su primer trabajo sobre *Teoría de Juegos*, donde aparece el teorema del minimax, germen del libro "*Teoría de Juegos y comportamiento económico*", que fue publicado en 1944 con Morgestern y revolucionó la Economía. En 1953 Fréchet (1878-1973) escribió una nota en inglés, donde daba cuenta de los trabajos de Borel, anteriores a los de Von Neumann, sobre la Teoría de Juegos, con una valoración muy positiva, considerando a Borel como el iniciador de la Teoría de los Juegos. Esa nota y una réplica de Von Neumann fueron publicadas ese mismo año en *Econometrica*.

Hilbert, en su conferencia del Congreso Mundial de Matemáticos de 1900, enunció sus famosos 23 problemas que guiaron gran parte de la investigación matemática del pasado siglo. El sexto problema preguntaba por la posibilidad de la construcción de un sistema axiomático para la Física. Von Neumann, muy influido por Hilbert, se apasionó por este problema y, en 1927, en colaboración con Hilbert y Nardheim, publicó un artículo "*Sobre los fundamentos de la Mecánica Cuántica*". Luego produjo otros artículos de Mecánica Cuántica y en 1932 publicó el libro "*Los fundamentos matemáticos de la Mecánica Cuántica*", texto muy abstracto y elegante, pero difícil y sin aplicaciones a problemas prácticos. Utiliza el espacio abstracto de Hilbert, cuya axiomática formula. Hace una construcción deductiva de la teoría de espacios de Hilbert y utiliza la teoría espectral de los operadores en el espacio de Hilbert. Trata el problema de la medida y su interpretación estadística. Hace un estudio crítico de los formalismos usados por Heisenberg y Schrödinger, y con un isomorfismo entre dos espacios de Hilbert prueba la equivalencia entre la Mecánica de Matrices del primero y la Mecánica Ondulatoria del segundo, lo que había sido obtenido por Schrödinger por método distinto. Señala los inconvenientes del uso de la delta de Dirac, que considera poco rigurosa y cree que puede llevar a contradicciones, por lo que no incluye las ecuaciones de Dirac.

6. LA ÉPOCA AMÉRICANA DE VON NEUMANN

Desde 1930 comienza von Neumann a tener largas estancias en la Universidad de Princetown. En 1933 se funda el Instituto de Estudios Avanzados de Princeton. Von Neumann es nombrado Profesor y se instala definitivamente en Norteamérica. Más tarde se nacionalizará. En 1936, en inglés y en colaboración con Birkhoff, publica la "*La lógica de la Mecánica Cuántica*".

Entre 1936 y 1937 el Instituto de Estudios Avanzados de Princeton publicó sus "*Lecciones sobre geometría continua*", que se reeditaron en 1960 y que han tenido una gran influencia entre los especialistas de la Teoría de Retículos. En 1937 recibió el premio Bôchner de la Sociedad Matemática Americana y pronunció las conferencias Gibbs, que se encargaban cada vez a un gran científico; las dedicó a la Mecánica Estadística.

En Norteamérica emprendió nuevas actividades en las que llegó a ser una figura sobresaliente. Recibió honores, premios y fue miembro de Comités impor-

tantes (Comisión de Energía Atómica, presidente del subcomité de armas, asesor científico de la Fuerza Aérea de los EEUU, presidente del Comité para la evaluación de los misiles estratégicos, responsable del proyecto Atlas de misiles estratégicos intercontinentales, presidente del Comité de Computación de Alta Velocidad del Consejo Nacional de Investigación de los EEUU y consultor de IBM para evaluar proyectos de tecnología avanzada.).

Desde 1943 participó en el desarrollo de la bomba atómica en Los Álamos bajo la dirección de Oppenheimer, lo que, como veremos en el próximo apartado, influyó en su trabajo en el desarrollo de los ordenadores y de la computación.

Se ha indicado que en 1944 publicó con Morgestern el libro *Teoría de Juegos y comportamiento económico*. En un apéndice de la segunda edición de 1948 introdujo el concepto de utilidad marginal. De este libro se han obtenido muchas aplicaciones prácticas a la Teoría Económica y contiene los fundamentos de la Teoría de la Decisión.

En 1945 fue nombrado Director del proyecto de construcción de un ordenador para el Instituto de Estudios Avanzados de Princeton.

En 1951 John von Neumann estaba trabajando en la teoría de los autómatas celulares y consideró el problema de construir una máquina capaz de reproducirse a sí misma. Consideró una máquina B capaz de fabricar cualquier máquina M de cierto tipo a partir de una descripción m de la máquina M. En particular, si la máquina B pertenece al tipo considerado se tiene que B podría construir su propia copia a partir de una descripción b de ella misma. La copia no tendría la descripción b, por lo que necesitaríamos otra máquina P (una especie de fotocopiadora) capaz de reproducir una descripción m. La combinación (B, m, P) nos da un sistema autoreproductivo[1].

Entre 1951 y 1953 fue presidente de la American Mathematical Society. En 1952 publicó "*La teoría general y lógica de los autómatas*".

En 1954 la Ley de Energía Nuclear creó el premio Fermi, uno de los premios más importantes, cuya primera edición se concedió al propio Fermi, y la segunda a von Neumann en 1956. Posteriormente lo recibirían Wigner, Bethe, Teller, Oppenheimer y Seaborg. Los cuatro primeros fueron premios Nobel.

7. LA SEGUNDA GUERRA MUNDIAL Y EL TRABAJO COMPUTACIONAL Y DE DESARROLLO DE ORDENADORES DE VON NEUMANN

Durante la Segunda Guerra Mundial, von Neumann formó parte del equipo interdisiciplinar que, bajo la coordinación científica del físico Robert Oppenheimer y la dirección administrativa del general Leslie Groves, trabajaba en el Laboratorio de Los Álamos (Nuevo México) —en colaboración con diversos centros de las universidades de Columbia, California y Chicago— en el *Proyecto Manhatan*, que contó con la participació de unas 125.000 personas para diseñar y

[1] En cierta forma se anticipó al modelo molecular de reproducción biológica descubierto en 1953 por Francis Crack y James Watson, premiados con el Nobel de Medicina de 1963, y que, simplificándolo nos permite suponer que B es un conjunto de ribosomas capaz de construir proteínas, según la información m contenida en un segmento de DNA. La fotocopiadora P sería el encima polimerasa RNA capaz de duplicar el material genético contenido en un segmento de DNA.

fabricar la primera bomba atómica basada en el mecanismo de fisión nuclear. Algunos científicos de renombre que colaboraron en este proyecto fueron Hans Bethe, Richard Feynman, Edward Teller, Enrico Fermi, Richard Wilkins, Stanislaw Ulam, Richard Hamming, Louis Slotkin y el "espía" Klaus Fuchs.

El Proyecto Manhatan dio grandes aportaciones científicas y técnicas, teñidas por el luto del holocausto atómico de Hiroshima (6 de agosto de 1945) y Nagasaki (9 de agosto de 1945). En pocos segundos, ambas ciudades quedaron devastadas. Se calcula que pocos instantes, en Hiroshima, la bomba mató a más de 120.000 personas de una población de 450.000 habitantes, causando otros 70.000 heridos y destruyendo la ciudad casi en su totalidad. En Nagasaki, el número de víctimas mortales causadas directamente por la explosión se estima en 50.000, a las que se deben añadir otros 30.000 heridos de una población de 195.000 habitantes. A estas víctimas hay que sumar las causadas por los efectos de la radiación nuclear. De una población de 645.000 habitantes, el número de afectados pudo sobrepasar los 450.000, de los que algo más de 200.000 fueron mortales (los datos difieren según diversas fuentes).

La génesis de este proyecto fue una carta de Albert Einstein y Leo Szilard de 2 de agosto de 1939 dirigida al Presidente Roosevelt en la que advertían del riesgo del uso militar de los descubrimientos de la fisión nuclear en manos de Adolf Hitler. La carta desencadenó el comienzo del Programa de Energía Atómica americano que llevó a la construcción en Chicago en 1942 del primer reactor nuclear— la famosa "pila atómica" de Fermi en cuya puesta en funcionamiento participó Eugene Wigner— y a la fabricación en el laboratorio de Los Álamos de la bomba atómica de Plutonio 239, que estalló en Alamogordo, en el desierto de Nuevo México, el 6 de junio de 1945.

La ignición de la bomba se llevó a cabo mediante el mecanismo de implosión, cuya configuración se debió casi completamente a von Neumann, que participó en el proyecto como experto en hidrodinámica. El mecanismo consistió en reducir homogéneamente el volumen del núcleo de Plutonio mediante una onda de choque esférica provocada por una detonación, consiguiendo que el núcleo de Plutonio, de masa ligeramente inferior a la crítica, pasase, por reducción de volumen, a tener una masa supercrítica.

Este mecanismo de ignición fue concebido inicialmente por Neddermayer y llevó a von Neumann, como miembro del equipo del *Proyecto Manhatan*, a enfrentarse con un problema de Mecánica de Fluidos en el que se trataba de modelizar el flujo de un gas comprensible en un tubo con una única coordenada generalizada. Las leyes de conservación del momento lineal y de la masa le llevaron a un sistema de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales que no tenía solución por métodos analíticos. Discretizó el tubo y aproximó el sistema de ecuaciones diferenciales por un sistema de ecuaciones en diferencias finitas cuya resolución exigía:

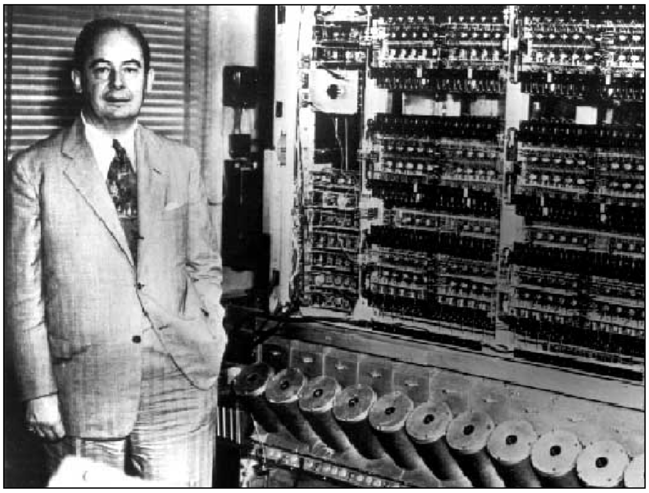
- Elaborar la teoría de estabilidad de la discretización.
- Desarrollar algoritmos eficientes de resolución.
- Crear un lenguaje de programación para implementar esos algoritmos.
- Utilizar un ordenador capaz de ejecutar los algoritmos en el menor tiempo posible.

Von Neumann dedicó sus energías al desarrollo de este programa de trabajo. Partiendo de un artículo de Courant, Friedrichs y Lewy obtuvo contribuciones notables en la investigación de la estabilidad numérica de los métodos de diferencias finitas, tras lo que concentró su interés en la obtención de aplicaciones de los ordenadores a la resolución de problemas de análisis numérico. Por ello von Neumann se mostró interesado en el Calculador ASCC de Howard Airen, en los computadores de relés electromecánicos de George Stibitz y en los trabajos de Jan Schilt del Watson Scientific Computing Laboratory de la Universidad de Columbia. Pero su problema de ecuaciones en diferencias finitas lo resolvió con una máquina IBM de tarjetas perforadas y el ordenador ENIAC (Electronic Numerical Integrator and Calculador) que había sido construido en secreto en 1943 en la Escuela Moore de Ingeniería Eléctrica de la Universidad de Pensilvania por Presper Eckertt y John W. Mauchly a instancias del Departamento de Armamento del Ejército. El cableado del ENIAC debía ser adaptado a cada problema, por lo que debía ser modificado cada vez que se cambiaba de problema. Tenía 18000 válvulas, era capaz de realizar 5000 cálculos por segundo y permanecía más tiempo averiado que en funcionamiento.

No es justo considerar el ENIAC como el primer ordenador propiamente dicho. Esta primogenitura debe reservarse para el COLOSSUS, diseñado por el matemático Max Newman y construido por Tom Flowes en diciembre de 1943 en el centro de investigación de la Oficina de Correos de Dollis Hill de Londres, para obtener la cifra Lorentz, utilizada por los alemanes para encriptar las comunicaciones entre Hitler y sus generales. Max Newman se había inspirado en las máquinas diseñadas por Alan Turing para averiguar el código numérico generado por la máquina alemana ENIGMA, que encriptaba las comunicaciones alemanas durante la primera Guerra Mundial.

Von Neumann cambió el diseño lógico del ENIAC y estableció un cableado capaz de abordar muchos problemas diferentes. En 1944 obtuvo por computación la descripción del comportamiento oscilatorio de la solución del problema hidrodinámico que estaba estudiando para el *Proyecto Manhatan*. Este comportamiento oscilatorio ha sido confirmado posteriormente por Holian y Straub (1972) y, más recientemente, por Hou y Laz (1991).

Después de la guerra Von Neumann colaboró en el proyecto de diseño y fabricación del EDVAC (Electronic Discrete Variable Automatic Computer), sobre el que terminó su informe técnico en primavera de 1945, proponiendo un sistema de computación digital de alta velocidad totalmente automatizado. Con este ordenador sentó las bases de la arquitectura de ordenadores que hoy lleva su nombre y corrigió los fallos estructurales del ENIAC.



En el proyecto inicial del EDVAC participaron Eckert y Mauchly, que luego lo abandonaron por una controversia con von Neumann sobre derechos de patentes, quedando von Neumann al frente de un equipo de matemáticos e ingenieros que completaron la fabricación del nuevo ordenador en el Instituto de Estudios Avanzados de Princeton. El EDVAC se inauguró oficialmente el 10 de junio de 1952 y se realizaron varias copias, como el JOHNIAC, construido por la RAND Corporation, fundada por la Army Air Force en 1946, con la que Von Neumann colaboró activamente desde 1948 como asesor científico de la Fuerza Aérea, llegando a presidir el denominado *comité von Neumann*, encargado de la evaluación de misiles estratégicos y aprobando el *proyecto Atlas* para el desarrollo de un misil balístico intercontinental.

Durante los años de fabricación del EDVAC recibió otros nombramientos. En 1946 fue nombrado presidente del Comité de Computación de Alta Velocidad del Consejo de Investigación Nacional de EEUU al tiempo que seguía colaborando con la Comisión de Energía Atómica. En 1950 la compañía IBM lo empleó como consultor para evaluar proyectos de tecnología avanzada. En 1952 pasó a formar parte del Comité General de Expertos de la Comisión de Energía Atómica, presidiendo el Subcomité de Armas desde 1953. Con posterioridad, en 1955, von Neumann fue nombrado por el Congreso de los EEUU uno de los cinco miembros de la Comisión de Energía Atómica, cargo que ocupó hasta su muerte el 8 de febrero de 1957 y que le obligó a trasladarse a Wasinghton.

Además del desarrollo de los ordenadores, von Neumann observó que los métodos de análisis numérico desarrollados hasta entonces no siempre eran los más adecuados para implementarlos en un ordenador programable, lo que le llevó a modificar algunos métodos clásicos, a desarrollar otros nuevos y a escribir rutinas que desarrollaban algoritmos para resolver ecuaciones, encontrar valores propios, invertir matrices, hallar extremos de funciones de varias variables, etc.

8. EL DISCURSO DE VON NEUMANN EN EL CONGRESO INTERNACIONAL DE MATEMÁTICOS DE 1954

En 1954 se celebró en Amsterdam en el Congreso Internacional de Matemáticos. La apertura solemne del Congreso tuvo lugar en la famosa sala de conciertos Concertgebouw en la mañana del jueves 2 de septiembre y, por la tarde y en la misma sala, pronunció von Neumann la primera conferencia títulada "*On unsolved problems in mathematics*". Hubo una enorme expectación entre los casi 1600 participantes, pues todos pensaban en una charla semejante a la famosa conferencia de David Hilbert del 8 de Agosto de 1900 en el Congreso Mundial de Matemáticos de 1900 en París, que tituló "***Problemas Matemáticos***" y que guió gran parte de la investigación matemática hecha hasta entonces, 1954, en el siglo veinte[2]. Existía el sentimiento de que la conferencia de von Neumann tendría una influencia en la segunda mitad del siglo XX similar a la que la conferencia de Hilbert había tenido en la primera mitad de ese siglo. Von Neumann habló fundamentalmente de operadores no acotados en un espacio de Hilbert y sus aplicaciones en mecánica cuántica y en lógica cuántica. La conferencia sólo fue sumamente interesante para los especialistas[3], pero no tanto para el público en general, cuya reacción se puede resumir con las palabras que Laurent Schwartz le dijo a John Horváth al salir del Concertgebouw: "*Est-ce que von Neumann est tombé sur la tête*?".

En un artículo muy interesante Miklós Rédei [6], profesor de filosofía e historia de la ciencia de la Universidad de Budapest, relata los antecedentes de la conferencia de von Neumann. Rédei hizo investigaciones en los archivos de la Biblioteca del Congreso en Washington, donde encontró la correspondencia entre von Neumann y los organizadores del Congreso de 1954 y dos textos de la conferencia, una escrita a mano y la otra a máquina (el texto nunca fue publicado). En noviembre de 1953 H.D. Kloosterman informó a John von Neumann que el comité organizador decidió programar una conferencia semejante a la de Hilbert de 1900 y le ofreció tres posibilidades:

- Una conferencia preparada y dada por un solo matemático;
- Un pequeño grupo prepara la conferencia y uno de ellos la da;
- Un grupo prepara conferencias, expuestas luego por cada uno entre ellos.

[2] La versión original fue publicada en alemán en 1990 en Göttinger Nachrichten en 1900. Apareció una versión en francés en L'Enseignement mathématique, vol. 2 (1900). Un año más tarde se publicó en Archiv der Mathematik und Physik, 3d ser., vol 1 (1901). En 1902 se publicó una traducción en inglés en el Bulletin of the American Mathematical Society, vol 8 (1902). Los problemas propuestos por Hilbert han guiado también parte de la investigación matemática de la segunda mitad del siglo XX. Algunos de los 23 problemas aún continúan en todo o en parte abiertos, como el problema octavo sobre la distribución de números primos.

[3] Jacques Dixmier la consideró extraordinariamente interesante.

Después de unas semanas de reflexión von Neumann contestó que ningún matemático abarca ya toda la ciencia matemática, como lo había hecho Hilbert cincuenta años antes, pero si el comité quería, él estaría dispuesto a dar una conferencia sobre los temas en que se ocupaba: *Análisis y áreas cercanas, como lógica y aplicaciones de las matemáticas*. En el referido artículo, Rédei da un bosquejo bastante detallado y muy claro de la conferencia.

9. LA MUERTE DE VON NEUMANN. RESUMEN DE SU PRODUCCIÓN CIENTÍFICA

En el verano de l956 John von Neumann se estaba muriendo de cáncer en el Hospital Naval de Bethesda en los alrededores de Washington. Fue visitado dos veces por el presidente Eisenhower y se refugió en la lectura de libros de espiritualidad. El 8 de febrero de 1957, a la edad de apenas cincuenta y tres años, se extinguió una de las mentes más brillantes que la humanidad haya jamás producido. En 1958 apareció su obra póstuma: "*El computador y el cerebro*".

Von Neumann se casó en 1930 con Mariette Kövesi. La proposición de matrimonio que le hizo von Neumann fue muy sucinta y accedió a convertirse al catolicismo para satisfacer a la familia de Mariette. Tuvieron una hija, Marina von Neumann Whitman que fue una distinguida profesora de negocios internacionales y orden público en la Universidad de Michigan. Tras el divorcio en 1937, von Neumann contrajo un segundo matrimonio con Klara Dan en 1938.

Von Neumann contrajo cáncer de hueso, posiblemente, por de exposición a radioactividad en pruebas de la bomba atómica en el Pacífico y en trabajos con armas atómicas en Los Álamos. Enrico Fermi, otro pionero de la Física Nuclear también murió de cáncer de hueso en 1954. Von Neumann murió meses después del diagnóstico inicial, en medio de un dolor atroz, pues el cáncer le afectó con rapidez al páncreas y al cerebro, recortando drásticamente su capacidad para pensar, su herramienta más aguda y apreciada. Cuando estaba a punto de morir en Walter Reed Hospital, en Washington D.C., sorprendió a sus amigos y allegados cuando pidió hablar con un sacerdote católico romano.

Hemos de señalar que dentro de su enorme producción científica, por lo que él sentía más afecto, y consideraba su aportación más importante, eran sus contribuciones a la teoría ergódica, concretamente su muy técnico teorema ergódico (1932).

Hay toda una leyenda sobre Von Neumann, por su extraordinaria inteligencia, su rapidez de pensamiento y de cálculo, de cómo se enteraba enseguida del contenido de un problema nuevo y de cómo resolverlo. Todo lo que decía y escribía era considerado por todos que era correcto, pues tenía la fama de que nunca se equivocaba.

Nos ha dejado más de 150 artículos, de los que 60 son de matemática pura (lógica, teoría de conjuntos, grupos topológicos, teoría de la medida, teoría ergódica, análisis funcional y anillos de operadores), 20 son de física, preferentemente mecánica cuántica, 60 de matemática aplicada (ecuaciones en derivadas parciales, mecánica de fluidos, estadística, teoría de juegos, teoría de la computación y meteorología, en donde le debemos los primeros modelos matemáticos de predicción del tiempo) y unos pocos artículos tratan temas especiales o temas ajenos a las matemáticas. Sólo dirigió una única tesis doctoral.

10. ALGUNAS APORTACIONES ABSTRACTAS DE VON NEUMANN: TEORÍA DE CONJUNTOS Y GRUPOS AMENABLES

La imposibilidad de hablar de todas la aportaciones de von Neumann, dentro de un artículo de extensión razonable, motiva el que vayamos a considerar ahora sólo dos de carácter abstracto, que hacen referencia a Teoría de Conjuntos y a Grupos amenables. Con un tipo de medidas que construyó en los grupos amenables aclaró totalmente la razón profunda de la paradoja de Banach – Tarski de duplicación de la esfera.

Esta elección está motivada para dar un cierto contrapunto al apartado anterior, pero también por nuestra convicción que von Neumann sin su sólida base teórica no hubiese desarrollado las aplicaciones antes consideradas. También para mostrar la sencillez que siempre daba von Neumann a sus soluciones, obtenidas con el uso del binomio intuición-formalización, lo que ha hecho se le califique como *el matemático más intuicionista de los matemáticos formalistas*. La inspiración de von Neumann formulando los axiomas de la estructura de espacio de Hilbert separable tal como los conocemos hoy, simplificando las pruebas de teoremas de teoría de la medida y desarrollando la estructura de los ordenadores y la teoría de autómatas, recuerda una mezcla del genio de Arquímedes, Leibnitz y Hilbert.

Desde el final de la primera guerra mundial hasta el inicio de la década de 1930 la lógica dominante era la lógica de orden superior de la teoría de tipos de Russell, que tenía por objeto eliminar las paradojas de la Teoría de Conjuntos. La teoría de tipos *simple* está desarrollada en la obra *Principia Matematica* [7] de Betrand Russell y Alfred Whitehead, y no es propiamente un sistema formal bajo el punto de vista formalista de David Hilbert, quien requería que el sistema fuese independiente de cualquier representación. La versión formal del sistema de tipos simple se debe a Kart Gödel y Alfred Tarski, quienes reformularon los axiomas lógicos de Russell y Whitehead.

Un sistema formal alternativo al de la teoría de tipos fue introducido por Ernst Zermelo en 1908, pero no fue hasta 1920 —año en que Abraham Fraenkel publicó una versión modificada del sistema de Zermelo— cuando empezó a tenerse en cuenta.

Desde 1923 hasta 1929 von Neumann publicó diversos artículos sobre la teoría de conjuntos. En un artículo de 1927 titulado *Zur Hilbertschen Beweistheorie* von Neumann señalaba que:

"*El edificio de la matemática clásica es inseguro y está expuesto al asalto de los escépticos en dos puntos: en el concepto de* ***todo*** *y en la noción de* ***conjunto*** *y, aunque las objeciones a* ***todo*** *hayan sido en cierto sentido refutadas —en la década de los veinte— no puede decirse lo mismo del concepto de* ***conjunto***".

Para superar estas deficiencias von Neumann desarrolló en este trabajo un sistema formal en seis grupos de axiomas. En los grupos I, II y III presenta un sistema lógico que incluye la aritmética de Peano, sin el principio de inducción, que aparece en el grupo IV de axiomas, dando lugar a las construcciones transfinitas de la matemática clásica.

Al final de la década de los treinta, Paul Bernays y Kurt Gödel desarrollaron una versión simplificada del sistema de von Neumann, llamado sistema de Neumann, Bernays y Gödel, que evita las paradojas lógicas distinguiendo entre *conjuntos* y *clases*. Se tiene que todo conjunto es una clase, pero no todas las clases son conjuntos. La noción de conjunto queda reservada para aquellas clases que son miembros de otras clases. Introducen el conjunto Ω de ordinales propios, donde por inducción transfinita prueban la existencia de una única función $\psi:\Omega\rightarrow\Omega$ definida por:

1. $\psi(0)=0$.
2. $\psi(\gamma+1)=2^{\psi(\gamma)}$ para cada ordinal γ.
3. $\psi(\varsigma)=\bigcup\{\psi(\gamma):0\leq\gamma\leq\varsigma\}$ para cada ordinal límite ζ.

La función ψ se denomina *función de von Neumann*. La clase $\{\psi(\alpha):\alpha\in\Omega\}$ define el universo conjuntista, estructurado jerárquicamente de modo que:

1. $\psi(\alpha)<\psi(\beta)$ siempre que $\alpha<\beta$.
2. Cada conjunto es un elemento de algún universo $\psi(\alpha)$ y, por consiguiente, de todos los universos superiores $\psi(\beta)$ con $\alpha<\beta$.

En estrecha relación con la teoría de conjuntos, von Neumann se propuso entender profundamente la paradoja de Banach-Tarski de 1924, que afirma que una esfera tridimensional se puede descomponer en un número finito de partes que por aplicación de ciertas isometrías se recomponen en dos esferas del mismo radio. A este tipo de descomposiciones se las llama paradójicas. Por tanto no existe en R^3 una extensión de la medida de Lebesgue a todos los subconjuntos de R^3 que sea invariante frente a las isometrías.

Para entender esta paradoja von Neumann consideró el concepto de grupo amenable, que es un grupo G en el que se puede definir una probabilidad aditiva ν invariante por la izquierda en la que todos los subconjuntos de G son medibles. Ejemplos de grupos amenables son los grupos finitos, los abelianos y los resolubles. Además, siguiendo a Banach, si $\mathcal{B}_n$ es la familia de todos los subconjuntos acotados de R^n, se dice que μ es una medida en sentido amplio sobre $\mathcal{B}_n$ si μ es una medida aditiva no trivial en $\mathcal{B}_n$ invariante para las isometrías[4].

Hausdorff en 1914 demostró que si n>2 no existe en $\mathcal{B}_n$ una medida en sentido amplio. En 1923 Banach demostró que para n<3 existe en $\mathcal{B}_n$ una medida aditiva invariante para las isometrías, que extiende la medida de Lebesgue, para la que todos los subconjuntos son medibles. En la prueba utiliza su famoso teorema de extensión, llamado hoy teorema de Hahn – Banach.

En 1930, von Neumann consideró un subgrupo G del conjunto de las isometrías G_n de R^n y probó que existe en R^n una extensión λ de la medida de Lesgue, G–invariante, para la que todos los subconjuntos de R^n son medibles si, y sólo si, G es amenable. En la prueba utiliza una extensión μ a $\mathcal{B}_n$ de la medida de Lebesgue obtenida con el teorema de Hahn-Banach. La no invariancia[5], en general, de esta medida μ respecto a las isometrías del grupo G la resolvió "*promediando*" los valores $\mu(gA)$, cuando $g \in G$, respecto a la medida ν que define la amenabilidad de G. Definió la medida buscada λ por

$$\lambda(A) = \int_G \mu(gA)\,d\nu,$$

que resultó ser una extensión G–invariante de la medida de Lebesgue a $\mathcal{B}_n$. La existencia de este tipo de medida λ impide que se puedan obtener descomposiciones paradójicas del tipo Banach – Tarski, recomponiendo los elementos en que se ha dividido la esfera con las isometrías del subgrupo G.

BIBLIOGRAFÍA

1. Bulletin de la American Mathematical Society, Vol 64, No 4, Pt 2, mayo, 1958. Dedicado completamente a von Neumann. Contiene un artículo biográfico de 50 páginas escrito por su amigo S. Ulam.
2. Centenario de John von Neumann (1903 – 1957). Arbor, Tomo CLXXV, número 692, agosto 2003.
3. Leopold Fejer. *Ubre die Lage der Nullstellen von Polynomen, die aus Minimum forderungen gewisser Art entspringen. Hilbert-Festchrift.* Math. Annalen **85** (1922), 41-48; Gesammelte Arbeiten, vol. II, pp. 121-128; Akadémiai Kiadó, Budapest, Birkhäuser Verlag, Basel-Stuttgart, 1970.
4. Mihály Fekete, John von Neumann. *Über die Lage der Nullstellen gewisser Minimumpolynome*. Jber. Deutsche Math. Verein. **31** (1922), 125 – 138. *John von Neumann. Collected Works.* MacMillan, New York, Vol I (1961), 10-23.
5. Norman Macrae. *John von Neumann, the scientific genios who pioneered the modern computer, game theory, nuclear deterrence and much more.* Pantheon Books, 1992 and American Math. Soc. 1999
6. Millós Rédei. *Unsolved Problems in Mathematics.* J. von Neumann's Address to the International Congress of Mathematics, Amsterdam, September 2-9, 1954. Math. Intelligencer **21,** No. 4 (1999), 7-12.
7. Bertrand Russell and Alfred North Whitehead, *Principia Mathematica*. Cambridge University Press (tres tomos, priera edición 1910, 1912 y 1913).
8. Edward Teller. *Memoirs, a twentieth-century journey in science and politics.* Perseus Publishing, Cambridge, MA, 2001.
9. *John von Neumann. Collected Works.* MacMillan, New York, 1961. Recoge todas las publicaciones de von Neumann.
10. Nicholas von Neumann, *John von Neumann, 1903 – 1957*. American Mathematical Society (1988).

[4] Lo que significa que $\mu(gB) = \mu(B)$, para cada isometría g de R^n y cada B de $\mathcal{B}_n$.
[5] Dado un subconjunto *A* de R^n y una isometría g de G puede suceder que $\mu(gA) \neq \mu(A)$.