Rev.R.Acad.Cienc.Exact.Fís.Nat. (Esp)
Vol. 97, N.º 2, pp 397-424, 2003
IV Programa de Promoción de la Cultura Científica y Tecnológica

MATEMÁTICAS Y ORDENADORES EN EL CONOCIMIENTO DEL MUNDO

MANUEL LÓPEZ PELLICER*

* E.T.S. Ingenieros Agrónomos. Apartado 22012. 46071 Valencia

En el Congreso de París de 1900, David Hilbert habló con el mismo optimismo que, en sus respectivas épocas, lo hubiesen hecho Pitágoras, Arquímedes, Newton o Leibniz. Las matemáticas habían sido el motor de los descubrimientos físicos del siglo XIX; las ecuaciones obtenidas habían cambiado el mundo y ayudaban a su comprensión. Entonces entusiasmaba a los matemáticos haber descubierto técnicas que, años o décadas después, resultaron ser exactamente lo que necesitaban los físicos para resolver problemas del mundo real.

En 1900, Hilbert tal vez no pudo prever que la geometría no ecuclídea serviría de base para la teoría gravitatoria de Einstein, ni que su propia construcción de espacios abstractos, llamados hoy espacios de Hilbert, sería la base matemática de la Mecánica Cuántica. Esta situación contrasta con la del siglo XVII, en que Newton se vió obligado a desarrollar por sí mismo el cálculo diferencial para hacer convincentes las conclusiones de los *Principia*, en tanto que a Hilbert le parecía que esfuerzos de este tipo ya no iban a ser necesarios, pues las Matemáticas iban un poco por delante de la Física. Esto era debido a los trabajos de matemáticos, en su mayoría europeos, que desde la invención del cálculo diferencial por Newton y Leibniz, habían convertido el cálculo en un potente instrumento para la resolución de los problemas físicos. Otro gran avance fue la introducción de los números complejos, que ampliaron la aritmética tradicional al añadir las raíces cuadradas de números negativos, números no definidos hasta entonces. Destacan, entre muchos, Cauchy y Gauss como responsables del avance del cálculo.

Cauchy (1789-1857)

Gauss (1777-1855)

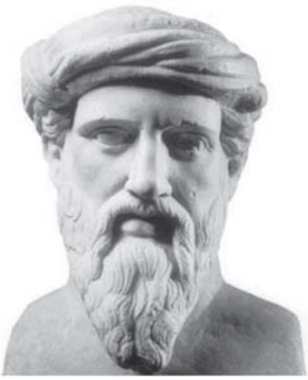
Tomamos 1900 como punto de referencia para describir algunos hitos científicos anteriores y, luego, adentrarnos un poco en el siglo pasado. Expondremos consideraciones físicas, pues Física y Matemáticas han caminado juntas. Tampoco renunciaremos a detalles históricos, siempre estimulantes y necesarios para situarnos en el contexto adecuado, intentando exponer como nacieron algunas teorías.

DEL UNIVERSO DE PLATÓN AL DE NEWTON

Platón pidió que se estimulase el conocimiento científico de los movimientos y períodos de los cuerpos celestes. Así comenzó una revolución científica, que no se abrió paso por completo hasta la obra de Newton en el siglo XVII, debido a que los astrónomos fueron muy lentos a la hora de interpretar correctamente lo que veían en el cielo nocturno.

Les parecía que el Sol, la Luna y las estrellas se comportaban impecablemente, aparentando movi-


Hilbert (1862-1943)


Pitágoras (569-475 a. de C.)


Arquímedes (287-212 a. de C.)

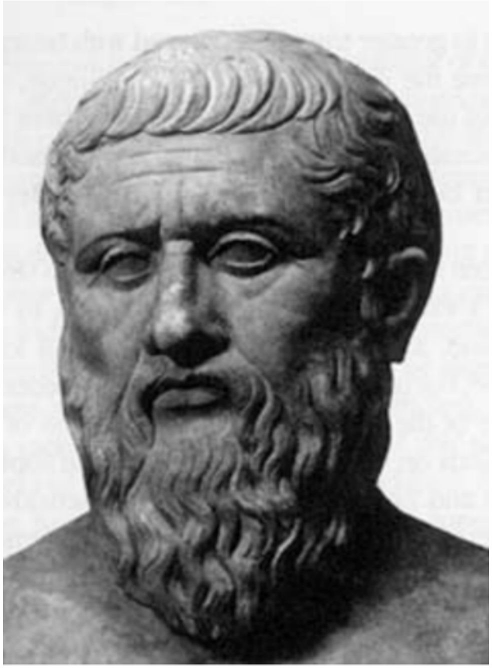

Newton (1647-1727)

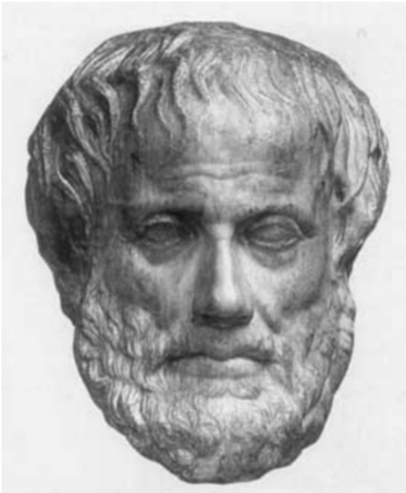

Leibniz (1646-1716)

mientos en círculos perfectos en torno a la Tierra. Las circunferencias eran consideradas divinas por su perfecta simetría, y eternas al no tener principio ni fin.

A los astrónomos les dejaban perplejos cinco puntos de luz que parecían ir errantes de un punto a otro del cielo nocturno. Platón se espantaba y los astrónomos empezaron a llamarles *planetas*, término griego que significa vagabundo. Tras dos décadas de esfuerzos para comprender sus movimientos explicaron que los planetas giraban con mayor libertad sobre esferas imaginarias. Dado que las esferas eran tan simétricas y tan carentes de principio y fin como las circunferencias dedujeron que el movimiento planetario era tan divino como el movimiento de la Luna, el Sol y las estrellas.

Aristóteles siguió manteniendo que los cuerpos celestes giraban sobre esferas en torno a la Tierra y propuso que el Universo estaba dividido en dos regiones diferentes. La central o reino terrestre abarcaba la Tierra y su atmósfera. Más allá, desde la


Platón (427-347 a. de C.)



Aristóteles (384-322 a. de C.)

Luna en adelante, estaba lo que Aristóteles denominaba el reino celeste.

Pensaba que el reino terrestre consistía en cuatro elementos (tierra, fuego, aire y agua) y en cuatro cualidades esenciales, base de la realidad física, y ocultas en cualquier cosa terrestre: lo húmedo, lo seco, lo caliente y lo frío.

Según Aristóteles el reino terrestre era corruptible y cambiante porque los cuatro elementos básicos y sus cuatro cualidades eran corruptibles y cambiantes. Por ejemplo, si se calentaba agua, fría y húmeda, se convertía en aire, caliente y seco.

Aristóteles explicaba que los cuatro elementos terrestres tendían a moverse en línea recta, que es la más terrestre de todas las curvas, pues tiene extremos que simbolizan el nacimiento y la muerte.

El reino celeste consistía en un quinto elemento incorruptible diferente denominado éter, y que en diferentes densidades formaba lo que había fuera del reino terrestre (el Sol, la Luna, las estrellas, así como el espacio entre los diferentes cuerpos extraterrestres).

El Universo de Aristóteles era hasta el último detalle un *cosmos*, palabra griega que significa ordenación, belleza y decencia. Su teoría también satisfacía el principio de razón suficiente, que sostiene que para cada efecto del Universo debe existir una causa racional. Según Aristóteles, los trozos de Tierra caían por su deseo de reunirse con su fuente primaria, la Tierra.

Aristóteles tenía explicación plausible para que giraran las esferas celestes, indicando que cada una se veía barrida por un viento etéreo producido por la esfera inmediatamente superior, mientras que la esfera más exterior la impelía el *primum mobile*, el movimiento primero.

Platón había relacionado la religión y la ciencia. Pensaba que *la disciplina que necesitamos para traernos la auténtica piedad es la astronomía*. Aristóteles había casado religión y ciencia, consiguiendo que la religión ampliase su dominio y que la ciencia elevase su reputación, ya que hasta entonces se la consideraba como una empresa excéntrica de dudoso valor, preocupada por lo esotérico del mundo terrenal y por las abstracciones matemáticas.

Como muchos pueblos de lo que hoy llamamos el mundo occidental hablaban latín y no griego, vivieron y murieron sin saber de la obra de Aristóteles y de su teoría del Universo. La admiración por la obra griega fue en aumento con la traducción de los textos griegos. El dominico San Alberto Magno escribió: “*La más sublime sabiduría de la que el mundo puede ufanarse floreció en Grecia. Así como los judíos sabían de Dios por las escrituras, los filósofos paganos Le conocían por la sabiduría natural de la razón y le rendían homenaje por ello*”.

El rabino Maimónides reconcilió la cosmología de Aristóteles con el judaismo, y lo propio hicieron el filósofo Avenrroes con la religión del Islam y el dominico Santo Tomás de Aquino dentro del cristianismo. El *primum movile* se identificó con Dios y no con una divinidad de carácter genérico. Lo que Aristóteles unió en primer lugar, y que el tiempo y las diferencias de lenguaje habían reducido a pedazos, lo habían vuelto a unir los judíos, los musulmanes y luego los cristianos. Ciencia y religión volvían a ir del brazo a lo largo del renacimiento de la civilización occidental.

Entre 1347 y 1350 la peste eliminó una tercera parte de la población europea. Muchos hombres que habían perdido a sus mujeres entraban en los monas-

Copérnico (1474-1543)

terios. Bastantes eran analfabetos, y, según la amarga opinión del Papa Clemente VI, eran arrogantes, dados al fasto y descuidaban los caminos del Señor. La situación de abandono y debilidad de la Iglesia católica propició la reforma de Martín Lutero (1517) y, un poco más tarde, en 1543, el teólogo polaco Nicolás Copérnico desencadenó una revolución científico-religiosa exhortando el abandono de Aristóteles al defender que el centro del Universo era el Sol y no la Tierra.

Copérnico era un astrónomo aficionado que no tenía pruebas para defender sus argumentos. Creía que la teoría geocéntrica era tan complicada con los errantes debido a que estamos sobre la Tierra que gira sobre su eje y alrededor del Sol. Decía que al tener en cuenta el movimiento de la Tierra, los demás planetas describirían órbitas circulares. Unos cuantos filósofos griegos ya habían defendido versiones de heliocentrismo dos mil años antes. Uno de ellos fue Phidias, padre de Arquímedes.

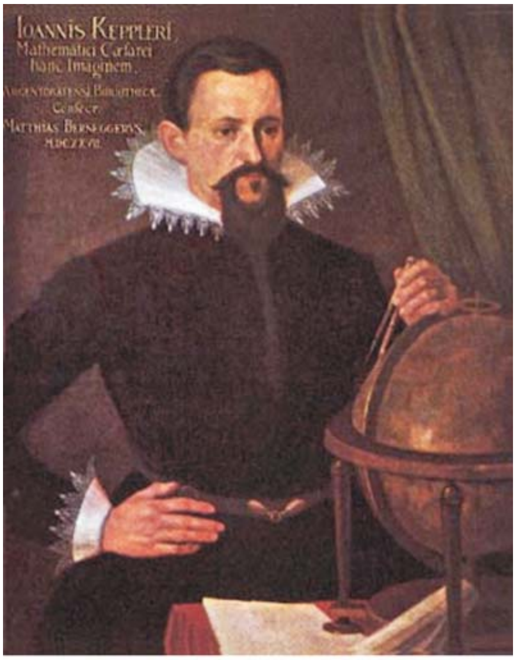
Los críticos a Copérnico indicaban que no se sentía que la Tierra se moviese. El prestigio de Aristóteles y la falta de evidencias físicas de la teoría copernicana fueron las causas de que los ámbitos religioso y científico siguiesen creyendo en los cielos de Aristóteles. El mismo Lutero ridiculizó a Copérnico por su heliocentrismo.

Pero en 1572 apareció una nueva estrella brillante, que astrónomos actuales piensan que pudo ser una supernova, y en 1577 nos visitó un cometa tan brillante que pudo verse en toda Europa a la luz del día. El astrónomo danés Tycho Brahe midió su paralaje[1], lo que le permitió deducir que estaba cuatro veces más lejos de nosotros que la Luna.

Esto contribuyó a que en los años siguientes la ciencia se fue haciendo más receptiva a la posibilidad de que Aristóteles estuviese equivocado y la religión se puso más a la defensiva frente a los disidentes. Alrededor de 1600 el astrónomo alemán de cuarenta y siete años Johannes Kepler, luterano y copernicano, estaba a punto de anunciar diversos descubrimientos que iban a rematar la tarea de Brahe en su descrédito

Brahe (1546-1601)

[1] Cuando se mira un objeto primero con el ojo derecho y luego con el izquierdo parece cambiar de posición. Ese desplazamiento o paralaje disminuye cuando aumenta la distancia del objeto.



Kepler (1571-1630)

de la teoría aristotélica del Universo. Kepler tenía dieciséis años cuando su padre abandonó a su familia, dejándola en pobreza total. Su madre estaba relacionada con la brujería, lo que puede explicar la afición de Kepler a la astrología, de la que afirmaba que "*si los astrólogos dicen a veces la verdad debería atribuirse a la suerte*". La afición astrológica de Kepler parecía motivada por la necesidad de ganarse la vida y cuidar de su madre.

Kepler había pasado veinte años descifrando las meticulosas observaciones de Tycho Brahe y había pasado cientos de horas observando los planetas e intentando discernir sus movimientos y posiciones, como en una ocasión animara Platón a hacer a sus compatriotas.

Dos milenios después se había completado esa misión, pero el resultado no se parecía nada al previsto por Platón y Aristóteles. Los tres descubrimientos de Kepler fueron:

- Los planetas describen órbitas elípticas con el Sol ocupando uno de sus focos.

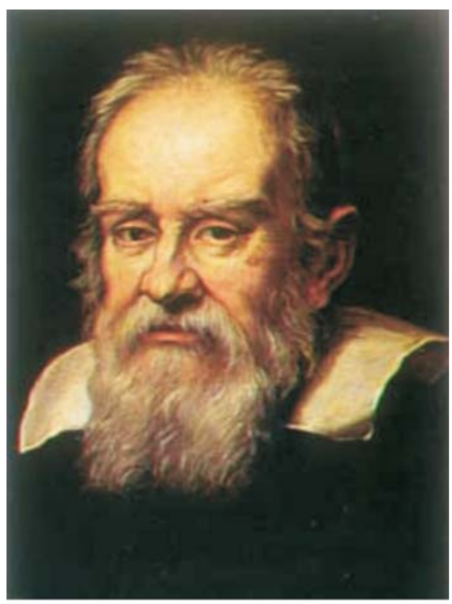
- Si T es la duración del año de un planeta y d el eje mayor de la elipse que describe en su movimiento, $T^2 = \text{constante} \times d^3$. Por eso Mercurio tiene un año que equivale a 88 días nuestros, en tanto que la duración de un año de Plutón es de 90410 días terrestres.

- Cada planeta no se mueve a velocidad constante, pues barre áreas iguales en tiempos iguales.

Kepler llegó a opinar que los planetas se mantienen en órbita gracias a una fuerza procedente del Sol.

Galileo, en Italia, comenzó su existencia como aristotélico declarado, pero en 1609 cambió de idea al mirar por un pequeño telescopio de fabricación propia con el que pudo ver lunas que giraban en torno a Júpiter, de la forma en que Copérnico había imaginado que la Luna giraba alrededor de la Tierra. También había observado que la Luna no era tan perfecta como Aristóteles la había imaginado, pues observó unas manchas que parecían cráteres y otras zonas que parecían mares llenos de agua. En una de ellas, llamada Mare Tranquilitatis, es donde el hombre puso por vez primera el pie en la Luna. Hoy sabemos que no hay mares en la Luna, si bien se han conservado los nombres inicialmente dados.

Galileo comprobó que las bolas pesadas no caen más deprisa que las ligeras al deslizarse por un plano



Galileo (1564-1642)

inclinado, refutando la célebre teoría de Aristóteles de que los trozos de Tierra caían por su natural deseo de reunirse con su fuente primaria y que los objetos pesados caían con más rapidez que los ligeros por ser su deseo mucho mayor.

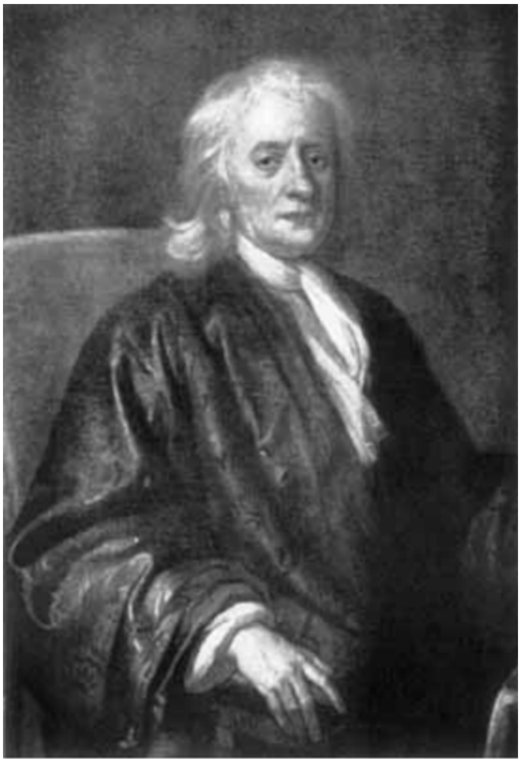
Galileo tuvo que enfrentarse en 1633 a la Inquisición. A lo largo de un juicio de meses manifestó que su creencia en el heliocentrismo siempre había sido académica, si bien no pudo negar que había desafiado la letra y el espíritu de una orden que se le había dado quince años atrás advirtiéndole que abandonase la opinión de Copérnico. Se le encontró culpable, exigiéndole que se retractara[2], a lo que cedió para evitar males mayores, y después del juicio se le mantuvo en arresto domiciliario los ocho años que le quedaron de vida, durante los cuales quedó ciego por unas cataratas. Murió en 1642, año en el que nació Isaac Newton.

En otoño de 1642 el Parlamento inglés exigía al rey Carlos I que abandonara su control sobre la Iglesia y el Estado. Los rebeldes parlamentarios no deseaban que el Rey les gobernase a su voluntad, y deseaban que fuese el pueblo quien se gobernase por medio de leyes dadas a sí mismo.

En respuesta a ese amotinamiento, Carlos había huido a Nottingham donde organizó un ejército bien equipado que avanzó hacia Londres y que en su primera batalla importante con las fuerzas parlamentarias terminó en retirada dejando 5000 soldados muertos, entre los que estaba el padre de Isaac Newton, de treinta y seis años, granjero que acababa de heredar la granja más grande de Woolsthorpe. En la primavera de 1642 se había casado con Hanna Ayscough y esperaba su primer hijo, que nació el 25 de diciembre con todos los síntomas de no ser capaz de sobrevivir.

Conforme pasaban los días el joven Issac se aferraba a la vida, si bien en sus primeros años tuvo necesidad de un collarín para mantener la cabeza en su sitio. Cuando Newton tenía dos años su madre se casó con el reverendo Barnabas Smith, viudo rico que vivía a unos dos kilómetros, en North Witham, dejando a Newton al cuidado de su abuela. En 1649 comenzó a ir a la escuela, siendo muy retraído. Además, su debilidad de nacimiento le impedía participar en juegos agresivos.

En esos años fue importante la compañía de su tío, el reverendo William Ayscough, que vivía a tres kilómetros de él. Viendo estudiar a su tío pacíficamente en la biblioteca y oyéndole hablar dulcemente a sus parroquianos, el joven Newton asoció la vida religiosa y de estudio a un ambiente de paz y seguridad. Por ello, Newton adquirió la costumbre de alejarse y entrar en sus propios pensamientos para sumergirse en el mundo natural. Así escapaba de su miserable existencia y descubría cosas interesantes en la naturaleza. Se dio cuenta de que el arco iris siempre tiene los mismos colores, de que Venus se mueve más aprisa que Júpiter y de que los niños al jugar al corro se echan un poco hacia atrás como si los empujase una fuerza invisible.



Newton (1643-1727)

[2] Puede consultarse el documento Memoria y reconciliación: La Iglesia y las culpas del pasado de Juan Pablo II de 31 de octubre de 1992.

Así descubrió Newton la felicidad por primera vez en su vida, lo que fue estropeado por el regreso de su madre en 1649 tras la muerte del reverendo Barnabas, con quien había tenido tres hijos. Su madre intentó explicarle que se había casado con Barnabas para asegurar el futuro económico, pero no consiguió quitar la amargura que el abandono le había producido.

Había llegado el momento de que Newton con sus doce años acudiera a la escuela de gramática de la ciudad de Grantham, a poco más de diez kilómetros de distancia, lo que hizo aconsejable que su madre consiguiese alojamiento y manutención en casa de los Clarke, amigos de los Newton desde hacía mucho. La familia estaba compuesta por el señor Clarke, la señora Storer-Clarke y sus cuatro hijos de un matrimonio anterior, entre los que estaban un hijo altanero llamado Arthur, que se burlaba de Newton por su mal rendimiento en el colegio, y una hija, Katherine, de quien se enamoró, pero jamás le dijo nada por miedo a verse rechazado.

Los Clarke recibían con frecuencia invitados instruidos, lo que junto a la enorme colección de libros que guardaba el señor Clarke en el ático contribuyó a que Newton comenzase el estudio de la filosofía natural.

Naturalmente se quedó atrás en sus estudios escolares hasta que un serio incidente con el pendenciero Arthur le hizo reaccionar y desear ser el mejor de la clase. Entonces, desgraciadamente, llegó su madre que se lo llevó para que ayudase en las tierras heredadas. Afortunadamente para la ciencia hizo tan mal el trabajo de granjero que su madre le devolvió a Grantham para continuar sus estudios. Ahora se mostró mucho más capaz en la escuela de gramática, terminándola en sólo nueve meses, y recibiendo al final una felicitación pública de su maestro, el señor Stokes, en el verano de 1661.

Con las recomendaciones del reverendo Ayscough y del señor Stokes se le aceptó en el Trinity College de Cambridge, fundado en 1546 por Enrique VIII.

En 1660 los ingleses, hastiados de las severas normas puritanas, habían devuelto al Corona a Carlos II, hijo mayor del rey decapitado. Newton llegó al Trinity College en plena celebración festiva por el nuevo Rey. En contraste tuvo que apretarse el cinturón, pues su madre, aunque rica, le retiró su apoyo económico, por lo que tuvo que matricularse como subsizar, nombre que se daba a los estudiantes pobres que hacían medio día de criados de estudiantes ricos para costearse sus estudios. Durante esa época, y por las noches, comenzó a experimentar. Llevaba un cuaderno de notas donde apuntaba sus experiencias y sus preguntas sobre un amplio espectro, “Sobre la luz y el color”, “Sobre Dios”, “Sobre la gravedad”, ... Mientras el cerebro de Newton se apresuraba en su camino hacia delante, bien nutrido y lleno de energía, su cuerpo comenzó a quedarse atrás y en 1664 se negó a seguir. La falta de sueño obligó a un Newton exhausto a guardar cama. Pudo hacer los exámenes finales y con pobres calificaciones obtuvo el título de bachiller en artes. Intervinieron algunos profesores que adivinaban su potencia intelectual y se le dio una beca para obtener el título de máster.

Apenas comenzó el nuevo curso llegó a Cambridge la noticia de que la peste había hecho presa en Londres. En los veinte años anteriores se había duplicado la población de la ciudad, excediendo la capacidad de las infraestructuras sanitarias medievales. Se hablaba de que semanalmente morían 13.000 personas.

Ante el temor de que sucediese como en el siglo XIV y que la peste se extendiese por toda Europa se decidió cerrar la universidad y Newton regresó a Woolsthorpe, con la intención de meditar lo aprendido. Así desentrañó los detalles de una nueva matemática, que algún día se llamaría *cálculo*, que sería la herramienta para describir con precisión el mundo natural. Empezó a preguntarse por qué caían los cuerpos hacia la superficie de la Tierra en línea recta, por qué no caía la Luna hacia la Tierra si también sentía la atracción de la gravedad. Conjeturaba que se debía a la fuerza centrífuga de Huygens que la *apartaba* de la Tierra y que el equilibrio entre esa fuerza y la atracción de la Tierra podría explicar que la Luna se quedara en su órbita sin caer hacia la Tierra.

Después describiría que esa fuerza centrífuga dependía de la masa que gira, de la distancia al centro de giro y de la velocidad mediante la expresión

$$\text{Fuerza centrífuga} = \frac{\text{constante} \times \text{m} \times \text{d}}{\text{T}^2}$$

por lo que corresponde una fuerza centrífuga grande a una persona u objeto pesado que girase en el extremo de una cuerda larga en un tiempo corto, lo que junto a la segunda ley de Kepler le llevó a que

$$\text{Fuerza gravitatoria de la Tierra} = \text{Fuerza centrífuga de la Luna} = \frac{\text{constante} \times \text{m}}{\text{d}^2}$$

En otras palabras: aquel año terrible de 1665, en medio de la peste, el joven Newton (23 años) llegó a un hermosísimo descubrimiento: La fuerza centrífuga que la Luna experimenta al girar en torno a la Tierra depende de dos cosas (dejando la constante aparte): la masa m de la Luna y la longitud de una cuerda imaginaria d que la conectara a la Tierra. En esa cuerda imaginaria se situaría el tirón de la fuerza gravitatoria de la Tierra que atrae a la Luna y la fuerza centrífuga de la Luna que tira en sentido contrario.

También Newton amplió y refinó el trabajo de Galileo con bolas metálicas observando como se movían los objetos en respuesta a cualquier fuerza y no únicamente a la fuerza de la gravedad. Resumió sus observaciones en tres leyes o axiomas: El principio de inercia, el principio de acción y reacción y el principio de independencia de fuerzas.

Tras la peste volvió a Cambridge, Universidad que excluía de su docencia a quien no hiciese el juramento de lealtad, dado que entonces se prohibía ocupar ningún puesto público a quien rehusase recibir la comunión según los principios de la Iglesia de Inglaterra. Barrow había sido profesor de Newton antes de la peste. Al comprobar los conocimientos de Newton tras la peste aceleró su retirada de la cátedra lucasiana, promoviendo que poco después le sustituyese Newton, cuyo prestigio fue aumentando recibiendo en 1672 el reconocimiento del rey Carlos II. A continuación fue elegido miembro de la Real Sociedad de Londres. A tono con la tradición, el nuevo miembro que aún no había cumplido los treinta años, presentó un informe a la Sociedad de sus últimas investigaciones que terminó en un enfrentamiento desastroso.

Hasta ese momento los científicos, llamados filósofos de la naturaleza, habían creído que la luz blanca era absolutamente pura y que los colores conocidos se producían cuando la luz pura pasaba por algún medio que la alteraba. Así explicaban por qué la luz blanca que pasaba por un prisma de vidrio producía todos los colores del arco iris. La parte que pasaba por la zona más estrecha del prisma con forma de cuña daba el rojo; la que pasaba por la parte más gruesa daba el azul.

Barrow (1630-1677)

Newton había llegado a una conclusión completamente diferente al darse cuenta de que la luz coloreada que pasaba por cualquier parte del prisma seguía siendo del mismo color, por lo que pensaba que la inmutable y pura era la luz coloreada y no la blanca, que parecía estar compuesta de los demás colores.

Newton presentó estos descubrimientos ante la Real Sociedad, creyendo, con poca modestia, que su afirmación era la más sorprendente y considerable hecha hasta entonces sobre los secretos de la Naturaleza. El diplomático secretario de la Sociedad, Henry Oldenburg, le dijo efusivamente que su informe había recibido una atención singular y una aprobación infrecuente.

Sin embargo, molestos por la importancia que se daba aquel joven desconocido y por la audacia de su teoría, un pequeño número de miembros de la Sociedad, dirigidos por Robert Hooke había saludado la publicación con escarnio singular. La crítica científica estaba al orden del día y no había que tomarla como algo personal. Los filósofos de la naturaleza pretendían crear una jungla intelectual en la que sólo sobreviviesen las ideas más aptas. Además, en este caso, Hooke se había mostrado ansioso en desacreditar a Newton dado que en 1665 había publicado su exitoso libro *Micrografía*, con una elocuente defensa de la teoría ortodoxa de los colores, por lo que no podía permitir que su libro quedase viciado por la hipótesis atolondrada de un principiante soberbio.

Los ataques de Hooke crisparon a Newton, que enfermó, se sintió acorralado y llegó a odiar a Hooke. Abandonó la Real Sociedad, argumentando la lejanía a Cambridge, y decidió no volver a publicar jamás ningún trabajo.

La dirección del pensamiento de Newton cambió al recibir una carta de su viejo enemigo Robert Hooke. Sin que Newton lo supiera, Hooke había llegado a admirar los avances de Newton, no exento de cierta envidia, y quería la opinión de Newton sobre una nueva idea.

La carta indicaba que había pensado mucho en las órbitas elípticas de Kepler y que había llegado a la conclusión de que las órbitas las originaba una fuerza gravitatoria que se debilitaba con el cuadrado de la distancia. Explicaba Hooke que había llegado a esa conclusión imaginando que la Tierra era una fuente de luz y que Kepler había descubierto hacía un siglo que el brillo disminuía con el cuadrado de la distancia a la fuente luminosa. Debió producirle cierta sonrisa a Newton que Hooke hubiese dado con la verdad, pero no le importaba pues él se encontraba mucho más lejos.

En los días siguientes, aunque había desechado la carta de Hooke, Newton comenzó a dar vueltas a los cabos sueltos que le quedaban en sus esfuerzos de 1665. Sobre todo le preocupaba la causa del campo gravitatorio de la Tierra. El principio de razón suficiente le exigía una respuesta. Desechó la teoría del torbellino de Descartes, pues de ser cierta una manzana no caería hacia la Tierra en línea recta. Lo que parecía es como si el centro de la manzana se sintiese atraído por el centro de la Tierra. Entonces comenzó a preguntarse lo que sucedería si la Tierra se redujese al tamaño de una partícula diminuta y lo mismo sucediese con la manzana. Se admitía que la manzana caía hacia la Tierra por ser mucho más pequeña, pero reduciendo la situación a dos partículas de igual tamaño era imposible seguir pensando que la partícula manzana cayese hacia la partícula Tierra sin que ésta se moviese lo más mínimo.

Era más razonable suponer que las dos partículas se atraían. Es decir, Newton había descubierto que la gravedad de la Tierra no pertenece exclusivamente a la Tierra y que la gravedad es la fuerza de atracción entre todas las partículas de la materia.

La ecuación original de la gravitación de Newton estaba formulada bajo la idea de que la gravedad de la Tierra era una fuerza unilateral, de manera que la ecuación sólo contenía una referencia a la masa del objeto que se veía atraído hacia la Tierra. Al reconocer que la gravedad es una fuerza mutua, la ecuación necesitaba una referencia explícita hacia la masa de la Tierra que el objeto también atrae hacia sí. Por ello, junto a m, que representa la masa del objeto, Newton añadió una M, que representa la masa de la Tierra obteniendo la ecuación

$$\text{Fuerza gravitatoría} = \frac{\text{constante} \times M \times m}{d^2}$$

En los años siguientes los experimentos científicos determinarían el valor de esa constante con enorme precisión, y en recuerdo a Newton pasó a llamarse constante gravitatoria G de Newton, quedando la fórmula:

$$\text{Fuerza gravitatoría} = \frac{G \times M \times m}{d^2}$$

Algunos años después, Newton volvió a recibir otra carta de Hooke, en esa época secretario de la Real Sociedad. Hooke había oído hablar de la ecuación gravitatoria de Newton y quería asegurar haber sido el primero en considerar el cuadrado de la distancia. Como prueba le recordaba a Newton la carta que le había enviado años atrás.

Entonces Newton se concentró en la redacción de sus aportaciones científicas, con el estímulo del astrónomo Edmunt Halley, quien había quedado sorprendido de que la ecuación gravitatoria de Newton hubiese probado que el cometa que había aparecido en 1682 era el mismo que Kepler vio en 1607, deduciendo que este cometa estaba en órbita en nuestro sistema planetario y que pasaba cerca de la Tierra cada 76 años, aproximadamente. Desde la época de Kepler se había creído erróneamente que los cometas viajan en línea recta, que pasaban por la Tierra una vez y que nunca reaparecían.

Gracias a Halley y a la bendición de la Real Sociedad, Newton llegó a comunicar todos sus conocimientos al mundo, del que había vivido tan alejado. En 1687 publicó la obra *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, que con la unión de matemáticas y experimentación transformó la filosofía natural en una ciencia de la naturaleza. Dejó fuera del *Principia* sus ideas sobre la luz, que no las publicó hasta la muerte de Hooke, para evitar así discusiones y reservarse el derecho de decir la última palabra.

Después de veinte siglos la teoría de la gravedad de Newton había pulverizado la teoría de los cielos de Aristóteles. Según la nueva visión, el Universo no estaba segregado en dos reinos separados, sino que sólo había un Universo regido por la **ecuación de la gravedad**. Newton desveló que buena parte de lo que el Universo había sido, es y será, es el resultado de una infinidad de partículas materiales que tiran unas de otras simultáneamente.

En 1634 se publicó *Somnium (Sueño)*, obra póstuma de Johannes Kepler, tal vez la primera obra de ciencia ficción de la historia. Describe a un muchacho que viaja a la Luna con la ayuda sobrenatural de un demonio amistoso, conjurado por una bruja, la madre del chico. Tal vez esta historia inspirase al francés Julio Verne quien, en 1865 y en su novela *De la tierra a la Luna*, describió un viaje a la Luna con detalles proféticos. Tres hombres hacían el largo viaje dentro de una enorme bala de aluminio disparada por un cañón de hierro de 275 metros de longitud situado en Trampa (Florida).

Un siglo después, la NASA planeaba enviar tres hombres a la Luna en el interior de lo que equivaldría a una enorme bala de titanio, disparada desde una rampa de lanzamiento en Cabo Cañaveral (Florida) a ciento sesenta kilómetros al este de Trampa. Los astronautas no saldrían disparados de un cañón sino que irían en lo alto del Saturno V, un cohete de 110 metros de longitud alimentado por combustible líquido.

Halley (1656-1742)

Como preparación al viaje la NASA envió un grupo de astronautas, entre los que se encontraba Neil Armstrong, al observatorio Lowell de Flagstaff (Arizona) para que vieran la Luna de cerca.

Este observatorio lo había fundado en 1894 el excéntrico rico Percival Lowell, que deseaba tener un telescopio para buscar vida en Marte. No encontró ningún marciano, pero su observatorio se convirtió en uno de los más prestigiosos del país para estudiar el sistema solar.

Cuando se inauguró el observatorio Lowell se creía que el sistema solar estaba formado por la Tierra, los cinco planetas que conoció Copérnico, más Urano y Neptuno, descubiertos después.

Los astrónomos habían observado que la órbita de Urano no era perfectamente elíptica y que violaba una de las leyes de Kepler. Ello llevó a muchos, entre ellos a Lowell a atribuir esas aberraciones a un planeta cercano aún sin descubrir.

Con la ecuación gravitatoria de Newton y su telescopio, Lowell predijo la localización del hipotético nuevo planeta. Tras su muerte, su ayudante Clyde Tombaugh lo encontró en 1930, muy cerca del sitio predicho. Los astrónomos lo bautizaron como Plutón.

En 1969 la ecuación de Newton representó un papel crucial en el envío de astronautas a la Luna. Podemos decir que Newton nos proporcionó el medio matemático para descubrir el camino a la Luna.

Durante años los astrónomos habían calculado con tanta precisión la órbita lunar que los científicos de la NASA podían saber en qué lugar estaría en cada momento su blanco lunar. El cálculo de la disminución de la gravedad de la Tierra en todos los puntos de su camino hacia la Luna permitió determinar el tamaño del cohete. Se eligió Cabo Cañaveral para proporcionar un 5% más de impulso a la nave, ya que los cuerpos reciben mayor fuerza centrífuga al acercarse al Ecuador, debiendo lanzarse a favor del giro de la Tierra, lo que se pudo hacer con seguridad ya que al este de cabo Cañaveral sólo estaban el océano Atlántico y unas islas poco pobladas.

Era necesario calcular la mejor ruta hacia la Luna, para lo que la NASA creo la División de Análisis y Planificación de la Misión con sede en Houston. Este centro disponía en 1969 de casi un millar de científicos e ingenieros. Este trabajo era complicado dado que exigía la aplicación de la ecuación de Newton a tres objetos, la Tierra, la Luna y la nave espacial. Este problema se llama el *problema de los tres cuerpos*. Al avanzar la nave cambian las distancias de la nave a la Tierra y a la Luna, variando las atracciones gravitatorias entre ella y los otros dos cuerpos. Al aplicar la ecuación de Newton a tres sólidos lo máximo que se podía hacer es dar una respuesta aproximada, que exigía la ayuda de ordenadores. Con ayuda de muchos ordenadores IBM de finales de los sesenta se pudo calcular la ruta de acceso a la Luna más segura y que necesitase menos combustible. Tenía forma de ocho para posibilitar el giro alrededor de la Luna y el regreso a la Tierra en caso de que hubiese que abortar la operación en el último momento. La ecuación de Newton predecía que en tal emergencia no se requería más combustible, pues el tirón gravitatorio de la Luna haría orbitar la nave lanzándola a la pista de retorno del ocho previsto.

El 16 de junio comenzó el viaje. Al pasar las nubes el cohete empezó a girar, para impedir que cabeceara y se saliera de su curso, utilizando la misma razón física que mantiene erguida una peonza que gira. En principio los astronautas avanzaron a 40.000 kilómetros por hora, luchando contra la gravedad de la Tierra, como si se viajase cuesta arriba. Sin embargo, a dos terceras partes del camino, a 350.000 kilómetros de la Tierra, la nave espacial empezó a acelerarse dado que se había llegado al punto en que la gravedad de la Luna superaba a la de la Tierra. El 20 julio a las 15,18, hora de Houston, terminó el viaje en el mar de la Tanquilidad. Poco después Neil Armstrong pasearía por la Luna diciendo: “*Esto es un pequeño paso para un hombre, pero un paso gigante para la humanidad*”.

LAS MATEMÁTICAS Y LA ECUACIÓN DE INDUCCIÓN ELECTROMAGNÉTICA

En 1791 el mundo pasaba por las angustias de la lucha de clases con una intensidad nunca vista. La gente deseaba mejorar su posición social revelándose contra el statu quo. En el Nuevo Mundo, los colonos norteamericanos habían redactado una Declaración de Independencia librándose de Gran Bretaña. En el Viejo Mundo, después de que los ciudadanos franceses de las clases bajas hubiesen tomado la prisión de la Bastilla en París, Luis XVI accedió a sus pretensiones firmando una Declaración de los Derechos del Hombre.

Además, y en esa misma época, las clases trabajadoras de Norteamérica y Europa tenían que adaptarse a las exigencias de la Revolución industrial, que afectaba incluso a quienes vivían lejos de los grandes centros industriales. James y Margaret Faraday vivían en el campo y James había trabajado arduamente desde su niñez para convertirse en un consumado herrero. En 1971, sus obras soberbiamente forjadas se habían devaluado sin parar por la mejora creciente de los productos hechos a máquina.

Para encontrar más trabajo James y Margaret se trasladaron a Newington, pueblo cercano a Londres, dada su necesidad desesperada de ganar más dinero. El 22 de septiembre les nació un nuevo hijo, Michael. Los Faraday eran devotos miembros de la secta cristiana de los sandemanianos, que hacían hincapié en la fe infantil y sencilla. Respecto a su educación, el mismo Michael dejaría escrito que fue de lo más corriente, consistiendo en rudimentos de lectura, escritura y aritmética.

Conforme la Revolución industrial aumentaba la automatización daba posibilidades de trabajo para obreros no especializados, personas pobres y carentes de formación como Michel Faraday, quien tomó una decisión que marcaría su vida: decidió convertirse en el nuevo chico de los recados de una librería regentada por George Riebau, lo que sólo le exigía deambular por la vecindad, a lo que estaba bien acostumbrado. Prefirió este trabajo al de los peligrosos talleres que explotaban al obrero y que surgían por la ciudad.

Ese empleo era deseable por otro motivo. La tasa de alfabetización estaba subiendo por la Europa industrializada por el abaratamiento en la producción y distribución de libros. La gente compraba más libros que nunca y el joven Faraday se mantenía ocupado e intrigado por el interés de la gente hacia la palabra impresa, lo que provocó su cambio de actitud hacia la lectura. Además, Faraday se sintió atraído al ver como se cosían los textos para formar libros en la trastienda de Riebau, por lo que decidió convertirse en aprendiz de encuadernador, dejando por primera vez las calles a sus catorce años. Así en los siete años siguientes llegó hasta él una completa biblioteca de libros de todo el mundo.

Faraday (1791-1867)

Mientras cosía la última edición de la Enciclopedia Británica leyó la entrada sobre la electricidad de la página 127 y se enteró de que aunque los filósofos de la naturaleza conocían aquel fenómeno desde hacía siglos, aún no habían logrado saber en qué consistía. El joven sandemaniano pensó que en tanto la electricidad siguiese siendo enigmática nadie tendría una comprensión adecuada de Dios. Faraday pensó que aquello era intolerable y decidió contribuir a remediar la situación. Educado en la creencia de la simplicidad fundamental de la relación humana con Dios, Faraday dudaba que la electricidad fuera tan complicada. El Londres de esa época ofrecía a aquel joven oportunidades para averiguarlo por sí sólo.

Los logros de la Revolución Industrial habían provocado tal interés por la ciencia y la tecnología que los filósofos de la naturaleza habían comenzado a escribir artículos en revistas populares y libros de divulgación, así como a dar lecciones dedicadas al público en general.

Faraday disfrutaba con los libros que tenía libremente, pero no tenía dinero para adquirir entradas para las conferencias públicas, y sobre todo para las que daba Humphry Davy, famoso químico y director de la Real Institución de Londres, que era un club aristocrático cuyos miembros nunca se hubiesen dignado codearse con gente de tan baja clase como Michael Faraday. Más elitista aún era la Real Sociedad. La ciencia entonces no era una profesión remunerada y los únicos que podían cultivarla eran los muy ricos. El deseo de Faraday de convertirse en un científico era parecido al del pobre que desea ser príncipe. No obstante, y con el permiso de Riebau, Faraday convirtió parte de la trastienda en un laboratorio improvisado donde, después de la jornada laboral realizaba sus experiencias, anotando cuidadosamente los resultados, lo que le hacía sentirse filósofo de la naturaleza.

En 1810 se unió a un grupo de trabajadores que aspiraban a mejorar su situación en la vida. Los miércoles, a las 8 de la tarde y con el permiso de Riebau abandonaba el trabajo y caminaba hasta la casa de un maestro de ciencia llamado John Tatum. Faraday nunca se había sentido tan realizado como en esa época, pero enfermó su padre y fueron inútiles los esfuerzos por salvarle. Sobre Michael Faraday recayó el peso de ayudar en la manutención de su madre y hermanos. En 1812 se desvanecían sus sueños de ser filósofo de la naturaleza. Cuando el invierno tocaba a su fin, Dance Junr entró en la librería vio el recargado libro que Faraday había confeccionado con sus notas sobre las conferencias de Tatum y se lo llevó prestado unas semanas, tras las cuales lo devolvió con unas entradas para la próxima serie de conferencias que iba a dar Humphry Davy en la Real Institución.

Fue el 28 de febrero de 1812 cuando, a las 8 de la tarde, Faraday, enardecido y entusiasmado, oyó la primera conferencia de Davy. Cuando terminó había llenado muchas páginas de notas e ilustraciones. Fue una velada memorable acrecentada por el rumor de que iba a ser la última tanda de conferencias de Davy. Camino hacia casa Faraday pensaba que le quedaban ocho meses de aprendiz y que se había comprometido a trabajar de oficial para el encuadernador francés Henri de la Roche. El sueldo sería suficiente para él y su madre viuda, pero ese trabajo no le hacía feliz y, además, Roche tenía carácter agrio y le había dicho que no iba a permitir los sueños científicos de Faraday como había hecho durante muchos años Riebau. Faraday deseaba llamar la atención de Davy. En los meses siguientes, mientras oyó las restantes conferencias se le ocurrió la idea de copiar de nuevo las conferencias, encuadernarlas exquisitamente y regalárselas a Davy de forma que necesariamente Davy tuviese que fijarse en el libro y en su autor. Farady pensaba que así como el cuaderno de apuntes de Tatum le había llevado a la Real Institución, tal vez el libro que iba a confeccionar le proporcionase allí un trabajo.

Sus planes se vieron truncados por el hecho de que la reina Victoria había nombrado caballero a Davy, que se había desposado con una viuda rica. La pareja estaba de viaje en Escocia y volvería hacia finales de año. Desesperado Faraday escribió a Joseph Banks, presidente de la Real Sociedad, pidiéndole ayuda, pero no recibió respuesta. En Diciembre Davy y su esposa volvieron a Londres y Farady le envió sus apuntes de conferencias. El 24 de diciembre un lacayo elegantemente vestido apareció en el 18 de Weymouth Street para entregar una carta de Davy en la ruinosa casa de los Faraday en la que le decía que tenía que ausentarse de la ciudad y que volvería a finales de enero, y que entonces podría ver a Faraday. El día del encuentro fue desolador para Faraday, pues Davy le aclaró que no tenía ningún trabajo que ofrecerle y que Faraday haría muy bien de conservar su puesto actual de encuadernador.

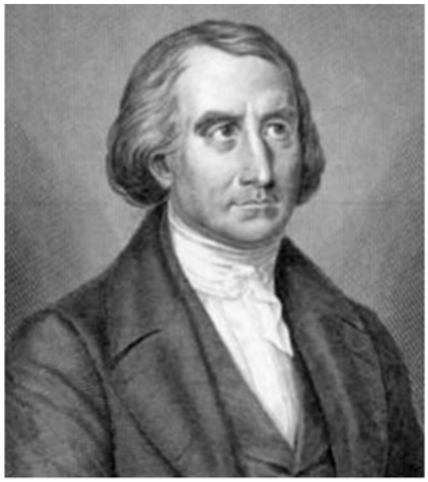
Pero a las pocas semanas de la visita de Faraday, el ayudante de Davy tuvo un intercambio de golpes con otro empleado de la Real Institución. Fue despedido y el 1 de marzo otra vez el lacayo llamó a la puerta de Faraday para ofrecerle el puesto de trabajo de ayudante de Davy, que aceptó aunque de la Roche le había prometido que al no tener hijos le iba a nombrar heredero universal de todo lo que tenía, si seguía trabajando con él.

Durante los años siguientes gozó al servicio de la ciencia. Se había convertido en aprendiz del gran libro de la Naturaleza, que se podía comprender con la ciencia y mejorar con la tecnología.

En 1814 Davy invitó a Faraday a acompañarle en un viaje como ayudante de laboratorio. Las guerras napoleónicas hacían peligroso el viaje y el ayuda de cámara de Davy se despidió en el último momento, por lo que Davy pidió a Faraday que hiciese también de ayuda de camara. Durante el viaje Faraday tuvo que soportar menosprecios y humillaciones de la esposa de Davy, y, como nota muy positiva, conoció a alguno de los mejores científicos de Europa, como Volta, inventor de la pila, y Ampère, prodigioso parisino que asombraba por sus habilidades matemáticas. Eran los científicos que llevaba años leyendo en la trastienda de Riebau. *"En el viaje,"* confesaría más tarde, *"he aprendido lo suficiente para darme cuenta de mi ignorancia"*. A la vuelta Davy le nombró superintendente de aparatos y ayudante del laboratorio y de la colección de minerales. En los años siguientes Faraday realizó muchos experimentos con la misma paciencia y precisión con que antes encuadernaba libros. Siempre se negaba a creer un fenómeno hasta que lo hubiese experimentado por sí mismo. "*El filósofo, decía, debe ser un hombre que atienda a todas las sugerencias, pero decidido a juzgar por sí mismo. La verdad debe ser su primer objetivo. Guardarse de los errores exige humildad mental, preparación e independencia*".

Practicando lo que predicaba el joven Faraday se ganó una buena posición en la Real Institución de manera que nunca más tuvo que volver a encuadernar. Se quiso concentrar en su sueño de desmitificar el

Ampère (1775-1836)



Arago (1786-1853)

Coulomb (1736-1806)

fenómeno de la electricidad, de lo que parecía estar cercar el físico danés Hans Orsted, quien en 1820 había descubierto que una corriente eléctrica hacía que la aguja de la brújula se moviera lentamente, como si la propia corriente se comportase como un imán. Pocos meses después, Ampère y Arago descubrieron que una corriente eléctrica en forma de sacacorchos se comportaba como un imán, atrayendo limaduras de hierro, por lo que le llamaron electroimán. En los dos siglos anteriores ya se habían descubierto similitudes entre electricidad y magnetismo: Coulomb había comprobado que ambos campos se debilitaban con la distancia de la misma manera y tenían dos caras repeliendo unos objetos y atrayendo otros.

Faraday pensaba que los descubrimientos de Orsted, Ampère y Arago revelaban que electricidad y magnetismo eran fuerzas intercambiables. Faraday conjeturó que al igual que una corriente de aire caliente se convertía a veces en torbellino, una corriente de electricidad podía ocasionar vientos espirales de magnetismo ocasionando una pequeña rotación de una brújula cercana. En septiembre de 1821 lastró uno de los polos de una barrita imantada que la colocó en un recipiente de mercurio en el que flotaba verticalmente, como si se tratase de una pequeña boya, puso un cable vertical en el centro del recipiente e hizo pasar una corriente eléctrica de abajo hacia arriba. La pequeña boya comenzó a girar en torno al alambre en sentido contrario a las agujas del reloj. Faraday acababa de crear el primer motor eléctrico del mundo, que refinarían los ingenieros en los años siguientes llegando a sobrepasar a las máquinas movidas por vapor, en cuanto fue posible disponer de abundante energía eléctrica.

Faraday sufrió los rumores, acompañados del silencio celoso de Davy, de que había copiado el motor eléctrico de Wollaston, uno de los administradores de la Real Institución, lo que quedó desmentido tras una conversación con el propio Wollaston, quien nada había tenido que ver con la infamia. Luego consiguió licuar el cloro y dejó el artículo a Davy para que hiciese las oportunas correcciones, que fueron de tal naturaleza que dejó la redacción en una forma que parecía que era Davis quien había dado todas las ideas. El 8 de julio de 1824, Faraday fue elegido miembro de la Real Sociedad. En la votación todas las bolas fueron blancas, salvo una negra de Davis.

El año siguiente, 1825, consiguió el máximo logro de su carrera. Sabía que la electricidad podía producir magnetismo, y se preguntaba *¿por qué no habría de ser cierta la inversa .... por qué el magnetismo no habría de producir electricidad?* El 29 de agosto de 1831 descubrió un filón. Comenzó por arrollar un trozo largo de alambre en torno a media rosquilla de hierro, haciendo luego lo mismo en torno a la otra media rosquilla, colocada justamente enfrente. Pensó que si pasaba corriente eléctrica por el primer arrollamiento de alambre se produciría un campo magnético a través de toda la rosquilla, que produciría corriente

Maxwell (1831-1879)

eléctrica en el otro arrollamiento de alambre. Sólo se produjo corriente eléctrica al conectar y desconectar la corriente eléctrica, lo que le llevó a concluir que sólo se induce corriente eléctrica cuando aumenta o disminuye el campo magnético. En 1831 sintetizó así su descubrimiento: “*Siempre que una fuerza magnética aumenta o disminuye, produce electricidad; a mayor rapidez de aumento o de disminución, mayor cantidad de electricidad se produce”*, sencilla ley que contribuyó a cambiar nuestro mundo, pues, por ejemplo, en 1812, después de firmar la paz en la guerra de la independencia de los Estados Unidos, soldados norteamericanos e ingleses siguieron luchando dos semanas por la lentitud en que se trasmitió el acuerdo de paz. En 1844 se inventó el telégrafo, y cuando un emisor apretaba una tecla viajaba por el cable una corriente eléctrica que ponía en marcha un pequeño electroimán en el receptor. Cuando el 9 de abril de 1865 Robert E. Lee se rindió a Ulysses S. Grant en la guerra entre el Norte y el Sur de Estados Unidos, el acuerdo de paz se pudo transmitir con gran rapidez.

Faraday, con poca formación matemática, no pudo dar la ecuación de su descubrimiento. Además pensaba que sólo importan los hechos de los experimentos bien realizados expresados en inglés simple y llano. Tres décadas después, en 1865, James Clerk Maxwell publicó su gran obra *A Dynamical Theory of the Electromagnetic Field* en la que tradujo el descubrimiento de Faraday a la ecuación matemática

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t}$$

Faraday con su visión poética, simple, del mundo había ayudado a unificar los campos eléctrico y magnético. Maxwell formalizó su relación y surgió el electromagnetismo. Además, su discernimiento de un gran secreto del mundo natural dio paso a la Era de la electricidad. La electricidad y las bombillas de Thomas Edison iluminarían las calles y los hogares de todo el mundo. El 25 de agosto de 1867 falleció Faraday, habiendo rehusado el honor que le ofreció la reina Victoria de ser enterrado junto a Newton en la abadía de Westminster, optando por un funeral sencillo y simple.

LAS MATEMÁTICAS Y LAS TRANSFORMACIONES ENERGÉTICAS

Los procesos irreversibles del Universo producen deterioro de manera indeleble. “*La vida sería infinitamente más feliz*, se lamentó Max Twain, *si pudiésemos nacer a los ochenta y acercarnos gradualmente a los dieciocho*”. Newton llegó a creer que el Universo tendría cierta reversibilidad al observar los giros de los planetas o los movimientos periódicos de los péndulos que van y vuelven. Parece que llegó a pensar que el Universo sería un perpetuum mobile destinado a existir para siempre. Esta idea se cuestionó a finales del siglo XVIII al descubrir la irreversibilidad de ciertos fenónemos, pues, por ejemplo, el calor siempre fluye de forma natural del foco caliente al frío y nunca al revés. La fricción transforma movimiento en calor y nunca al contrario. Estas cuestiones científicas pronto se vieron mezcladas con las más profundas conjeturas filosóficas, pues la irreversibilidad suponía un envejecimiento del Universo.

Ernst Carl Gottlieb Clausisus, devoto clérigo protestante, no confiaba en el éxito del hombre en desvelar misterios de la creación y de nuestra mortalidad. El 2 de enero de 1822 tuvo su catorceavo hijo, al que llamaron Rudolf Julius Emmanuel.

Ese mismo año en París el joven ingeniero Sadi Carnot publicaba su obra *Reflexiones sobre la potencia motriz del fuego* en la que observaba que las máquinas de vapor eran capaces de hacer lo que la naturaleza no


Clausius (1822-1888)


Carnot (1822-1888)

podía hacer, convertir el calor en movimiento. A Carnot le dolía que las máquinas de vapor inglesas fueran más eficientes que las francesas, pues a idénticas cantidades de combustible las inglesas producían más trabajo.

Clausius aprendió en el instituto de Stettin como la máquina de vapor transformaba el calor en trabajo y que en el centro de la Tierra había una máquina lo suficientemente poderosa para haber esculpido el mundo natural. En 1840 entró en la Universidad de Berlín. Tras oír contar a su profesor de Física, Gustav Magnus, que había descubierto que el calor corporal se produce en unas reacciones químicas complejas y no en los pulmones, como hasta entonces se había pensado, le pareció que sería fascinante dedicarse al estudio del calor. En 1843 Clausius se había ganado el respeto de sus profesores y compañeros, pero la muerte de su madre en el parto del décimooctavo hijo cambio sus planes.

Decidió que no deseaba que sus gastos recayesen sobre la familia, por lo que aceptó un empleo de tutor a tiempo parcial y se ofreció voluntariamente para educar a sus hermanos más pequeños, pensando que así sufrirían menos la pérdida de su madre. Con todo este trabajo consiguió terminar sus estudios de primer ciclo en la Universidad de Berlín, completando luego en la Universidad de Halle el ciclo superior, donde había llegado a un acuerdo con sus profesores para asistir sólo a las clases más importantes, y así poder estar más tiempo en Berlín al cuidado de sus hermanos.

Al joven Clausius le cautivaban los comportamientos antinaturales. Le entusiasmaba, por ejemplo, que los chinos hubiesen descubierto un dispositivo que obligaba al calor a pasar del foco frío al caliente. Se sentía atraído por la vida de Carnot, quién había observado que las máquinas de vapor eran la antítesis de la fricción, y estaba ansioso por leer el libro *Reflexiones sobre la potencia motriz del fuego*, principal obra de Carnot. No pudo completar su deseo debido a que Carnot murió en 1823 por el cólera, ordenando el inspector de salud la quema de todas sus pertenencias personales, incluyendo los papeles. Sí pudo conocer de segunda mano resultados de Carnot. Particularmente le sorprendió el que una máquina para funcionar necesitase dos focos de calor a diferente temperatura, siendo el trabajo producido proporcional a la diferencia de temperaturas, y que el trabajo producido era una pequeña parte de la energía consumida. En 1848, además de preocuparse de las cuestiones anteriores empezaba a pensar sobre el destino del Universo. Conoció la entonces controvertida teoría de Mayer que, en cierta forma, venía a decir que la energía total del Universo permanece constante, así como los experimentos de Joule, quien impresionado por los descubrimientos de Faraday había comprobado que el paso de la corriente eléctrica por un alambre lo calentaba. Clausius vio en los experimentos de Joule la base fáctica y en las ideas de Mayer la base filosófica para elaborar una nueva teoría del calor. Lo único que faltaba era tejerlas en el **telar de las matemáticas**, lo que le llevó dieciocho años y daría el mejor fruto de su actividad intelectual.

En 1850 publicó un artículo largo titulado "*Sobre la fuerza motriz del calor y sobre las leyes que pueden deducirse de ella para una teoría del calor*", donde planteaba que calor y trabajo son formas de la energía, de la que había diferentes manifestaciones (energía solar, eléctrica, acústica,…). Formuló en términos matemáticos que la energía del Universo, si bien se transforma de unos en otros tipos, se mantiene constante, con la ecuación

$$\Delta E_{Universo} = 0$$

que nos dice que la variación de la energía del Universo es cero.

Clausius había terminado con la teoría del calórico, que consideraba al calor como un fluido. Claramente había puesto de manifiesto que el calor era una forma

Mayer (1723-1762)

de energía, que podía transformarse en otras formas de energía, como el trabajo. En el proceso de transformación una parte se malgastaba no produciendo trabajo. El mundo científico se rindió ante Clausius, quien, según Thomson, **mediante razonamiento matemático había llegado a conclusiones muy notables.**

Clausius se propuso avanzar más y nos hizo ver que vivimos en un Universo que conserva la energía, pero no la aprovecha con eficiencia. Para ello probó que las transformaciones están gobernadas por una misteriosa ley de aumento de la entropía. Cuando se llegue al máximo de entropía se producirá la muerte térmica del Universo, consistente en un Universo uniformemente tibio, producido por el paso de la energía de las zonas calientes a las zonas frías. Sin zonas calientes o frías el calor cesaría de fluir, lo que significaría que ninguna máquina podría funcionar.

En 1877 Boltzman demostró **matemáticamente** que la entropía era una medida del desorden, lo que suponía que el Universo debía haber empezado con una tensión máxima y como algo muy bien organizado. Como si alguien hace millones de años hubiese construido un reloj de cuerda soberbiamente diseñado y le hubiese dado toda la cuerda posible. Con el paso del tiempo el reloj irá cada vez más despacio, perdiendo cuerda, relajándose lentamente, descomponiéndose cada vez más.

LAS MATEMÁTICAS Y LA RELATIVIDAD RESTRINGIDA

Para Newton la luz consistía en diminutas partículas. Las grandes se asociaban con los colores más fuertes, rojos y amarillos, y las pequeñas con los más débiles, azules y violetas. Thomas Young, médico y científico aficionado nacido en Londres en 1773, se atrevió a sugerir que la luz consistía en ondas y no en partículas. El ojo veía rojas las ondas de menor frecuencia y violetas las de mayor frecuencia. En 1799 y después de algunos experimentos, que parecían confirmar su teoría, decidió llevar su propuesta a la Real Sociedad de Londres, uno de cuyos miembros, Henry Brougham, expuso que carecía de mérito y por ello se desechaba. No obstante, cada vez había más pruebas a favor de la teoría ondulatoria de la luz, por lo que cuando murió en 1829 eran muchos los científicos que creían en dicha teoría.

Además, Maxwell había descubierto que sus ecuaciones sobre electricidad y magnetismo predecían la existencia de ondas electromagnéticas que viajaban a 300.000 kilómetros por segundo. Esa era la velocidad de la luz y Maxwell dio el salto a la conclusión, confirmada luego por Heinrich Hertz, de que sus ondas electromagnéticas y las ondas luminosas de Young eran la misma cosa.

Boltzman (1844-1906)

Maxwell (1831-1879)

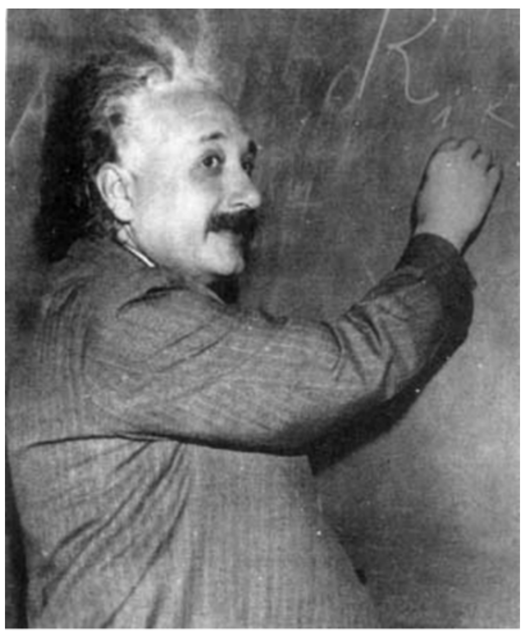
A lo largo del siglo XIX se impuso la teoría ondulatoria electromagnética de la luz de Young y Maxwell, con el inexplicable problema de aclarar como viajaban las ondas electromagnéticas por el vacío, lo que nos haría saber como nos llega la luz de las estrellas. Dado que las ondas sonoras no son capaces de viajar por el vacío, pues no oímos un reloj dentro de una campana en la que se haya hecho el vacío, se llegó a la conclusión de que las ondas luminosas viajaban por un medio material que lo llenaba todo, que no era fácilmente detectable y que denominaron éter.

En 1881 Michelson y Morley pensaron que dado que la Tierra gira alrededor del Sol a 30.000 metros por segundo era de esperar que causara una estela medible de éter si el éter existiese. Se propusieron pues medir la velocidad de la luz en los dos sentidos opuestos que corresponden al desplazamiento de la Tierra en su giro alrededor del Sol. Existiría el éter si un rayo se moviese más deprisa que el otro. Los resultados, repetidos durante veinte años, siempre revelaron que la velocidad de la luz era la misma en las dos direcciones. La conclusión era obvia: Las leyes de la física tenían algún fallo o había que prescindir de la teoría ondulatoria de la luz.

Por otra parte, hemos indicado que en 1831 Faraday había probado que un imán en movimiento era capaz de originar una corriente eléctrica a través de un cable cercano. Innumerables experimentos posteriores probaron que también se producía electricidad si se mueve el cable y el imán está quieto. Es decir, se produce electricidad cuando el cable se mueve respecto al imán o viceversa. En otras palabras, el movimiento es relativo y no absoluto.

Einstein fue quien prescindió de la noción de espacio y tiempo absoluto, cualidades que en su Universo son relativas, pues cuanto más deprisa se viaje menores serán las percepciones de un centímetro y de un segundo. El factor de disminución sería $\{1-v^2/c^2\}^{1/2}$ Sin embargo, lo único que no se modifica es la velocidad de la luz, en la que están de acuerdo los diferentes observadores. Es una noción absoluta para Einstein.

Esa aparente distinción de la Naturaleza respecto a las ondas electromagnéticas habría que buscarla, según Einstein en el repetido fracaso de Michelson y Morley en encontrar el hipotético éter. Con pragmatismo afirmó que el éter no existía y que las ondas electromagnéticas eran capaces de abrirse paso por enormes trechos de espacio vacío, debido a que eran ondas con energía pura y sin masa.



Einstein (1879-1955)

Dando vueltas a su teoría encontró que el factor de disminución afectaba en forma inversa a otras dos magnitudes muy relacionadas: la masa y la energía, Cuando aumenta la velocidad de una persona, su masa y su energía no disminuyen sino que aumentan en una cantidad inversa al factor de disminución. Por ello la masa y la energía de una persona que viajara a velocidad cercana a la de la luz aumentarían muchísimo, superando a cualquier cantidad imaginable a medida que la velocidad se acercase a la de la luz. Por tanto, ningún objeto material puede viajar a la velocidad de la luz.

Finalmente concluyó Einstein que masa y energía eran indistinguibles e intercambiables, como dos manifestaciones de un mismo ente, lo que recordaba la estrecha relación entre electricidad y magnetismo. Si la masa m aumenta en v su velocidad se tiene que la nueva masa será

$$\frac{m}{\left(1-v^2/c^2\right)^{1/2}}$$

Para pequeños valores de v/c la expresión anterior se puede aproximar por

$$m+\frac{(1/2)mv^2}{c^2}$$

de lo que concluyó que la variación de masa es el cociente entre la energía cinética perdida y c^2, gracias a la utilización de la aproximación del desarrollo de MacLaurin de $\left(1-v^2/c^2\right)^{-1/2}$ Por tanto, si una masa m se transformase totalmente en energía se tendría la relación:

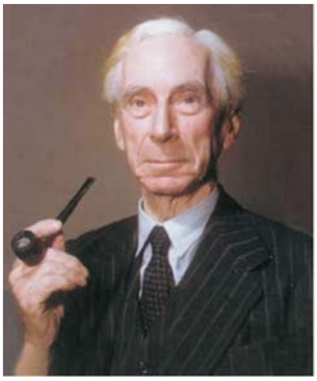
$$\text{Energía} = mc^2$$

La comprobación de esta ecuación se pudo hacer después de muchas horas de trabajo, estando la clave del éxito en el descubrimiento de la radioactividad por Becquerel muy a principios del siglo XX, pero sólo a principios de la década de los años treinta se pudo echar una mirada al mundo subátómico y observar que cuando un núcleo radioactivo perdía una partícula siempre su disminución de masa era superior a la masa de la partícula emitida. Era evidente que una partícula al escapar robaba una parte de la masa del núcleo que se transformaba en energía, en acuerdo con la ecuación de Einstein.

En 1934 hubo otra comprobación espectacular de la ecuación de Einstein, obtenida al romper el inestable núcleo del uranio bombardeándolo con un neutrón. La energía obtenida por transformación de parte de masa del núcleo en energía fue enorme, incomparablemente mayor que la obtenida en la combustión. Pero ni el italiano Fermi, ni la pareja francesa de los Curie, ni los alemanes Hahn y Strassmann se dieron cuenta de lo que habían conseguido. Hasta 1939 los físicos no comprendieron su alcance, pero entonces el mundo estaba centrado en otras tensiones provocadas por las intenciones expansionistas de Alemania, Italia y Japón. Lo no previsible era que la nueva fuente de energía se iba a utilizar como elemento de destrucción, que tal vez evitó una guerra más larga, pero que, en cualquier caso, sólo se debería utilizar en provecho del desarrollo de la humanidad.

MATEMÁTICAS, ORDENADORES Y RAZONAMIENTO FORMAL

Otro de los problemas planteados por Hilbert en 1900 era el obtener un sistema de razonamiento que permitiese deducir automáticamente la verdad o falsedad de cualquier proposición. Recordaba el sueño medieval y de Leibniz, conocido como encontrar la Combinatoria Universal. Hacía poco que Russell y Whitehead habían publicado *Principia Mathematica*, pretendiendo probar que la matemática se deduce de un conjunto finito de axiomas. Hilbert quiso dar un paso más invitando a buscar un procedimiento formal, que se podría automatizar con una máquina, y que aplicado a una proposición matemática discerniría su verdad o falsedad.



Russell (1872-1970) Whitehead (1861-1947)

Gödel (1906-1978)

Después de tres décadas llegó lo que nadie imaginaba: el sueño de Hilbert era lógicamente inalcanzable. En efecto, Gödel probó que ningún sistema axiomático formal que contenga a la aritmética elemental puede ser consistente y completo. Consistente significa que el sistema formal no debe dar resultados contradictorios. Completo indica que el sistema formal debe poder aplicarse a todas las proposiciones posibles.

El hallazgo de Gödel, conocido como teorema de Gödel, obligó a los matemáticos a aceptar que siempre existirán cuestiones irresolubles, ya que si se elaborase un sistema lógico que abarcase toda la matemática se podría demostrar que algunas proposiciones serían a la vez verdaderas y falsas, es decir indecidibles en el lenguaje ordinario. Por otra parte, un sistema libre de contradicciones no se puede aplicar a todas las proposiciones matemáticas.

La conclusión de Gödel, calificada por Penrose, como uno de los mayores logros del siglo XX, era impensable cuando se obtuvo, ya que parecía incompatible que durante varios siglos se hubiese dado un prodigioso paralelismo entre el avance de las matemáticas y el conocimiento del mundo físico y que, de pronto, pareciesen existir limitaciones para elaborar un sistema formal que contuviese toda la matemática, lo que limita la capacidad de las matemáticas para representar la realidad. La causa que impide hallar un sistema formal de las matemáticas que sea consistente y completo (abarcándolo todo sin contradicción) sigue sin resolverse. Penrose, sin argumentar razones, ha sugerido que esta incapacidad de decisión matemática se puede deber a una intervención, hasta ahora inadvertida, de la mecánica cuántica, con todas sus incertidumbres, en el funcionamiento del cerebro al nivel de las neuronas.

En cualquier caso, Gödel ha establecido unas limitaciones, de las que tal tampoco nos pueden liberar los ordenadores, pues alrededor 1930, y diez años antes de la aparición de los primeros ordenadores electrónicos, un pequeño grupo de matemáticos empezó a predecir como funcionarían. Uno de ellos era Alan Turing, matemático que trabajaba en la Universidad de Cambridge y que se hizo famoso descifrando mensajes del mando alemán durante la segunda guerra mundial. En 1936 Turing desarrolló muchos de los conceptos que más tarde se aplicaron a los ordenadores actuales. Menos clara es la naturaleza del ordenador que tenemos en nuestra cabeza, del que se está empezando a descifrar los algoritmos empleados en los circuitos neuronales más simples.

En los años treinta ya estaba claro que los ordenadores sólo resultarían útiles si se les incorporaban conjuntos de instrucciones, llamados *programas*, con los que se pudieran procesar datos. Un programa es un conjunto de procedimientos para realizar operaciones con los datos que se suministran (la entrada o input) para obtener un resultado (salida u output). Un programa puede ser grande, pero debe ser finito, pues de lo contrario nunca se terminaría el proceso y el aparato nunca daría resultados.

También estaba claro en 1936 que los mejores programas serían los recursivos, que indicarían a la máquina que repitiese un conjunto de instrucciones. Así es como aprendimos a sumar: Primero las unidades, luego las decenas, y así sucesivamente, teniendo en cuenta que en alguna de esas sumas puede aparecer una unidad de orden superior que se debe incorporar en la representación final de la suma. Otro proceso recursivo es dividir restando sucesivamente el divisor.

Turing (1912-1954)

La forma en que aprendimos a sumar tiene un problema grave cuando se suman números grandes: Empezamos sumando las unidades, luego las decenas y así sucesivamente, con lo cual empezamos por las cifras menos importantes. Sería más racional empezar al revés, es decir de izquierda a derecha, así las primeras cifras obtenidas serían las más importantes. Se tendría que rectificar cuando la suma de dos unidades de un orden diese una unidad del orden siguiente. En algunas ocasiones tendríamos que hacer muchas rectificaciones. Por ejemplo, en el último paso de la suma de 899.999.999 y 100.000.001 tendríamos que rectificar todas las cifras ya halladas.

Turing llegó a la conclusión de que una máquina de cálculo (lo que hoy llamamos ordenador) debe tener un medio de absorber datos, corregir los resultados provisionales obtenidos en las sucesivas etapas de cálculo y poder representar los resultados, siendo imprescindible que el número de etapas del proceso sea finito. La máquina no podría dividir por cero, pues las restas sucesivas de 0 dejan invariable el dividendo.

Turing llamó *máquina universal* a su máquina de cálculo. Hoy se la conoce como máquina de Turing, quien analizó sus potencialidades y sus limitaciones, prediciendo el *problema de la interrupción*, consistente en que su calculadora universal dejaría de imprimir números en alguna etapa de sus operaciones, bien por error en el diseño del algoritmo, o por dificultad en calcular el siguiente dígito, o por encontrarse con un problema insoluble. El problema de la interrupción está relacionado con el teorema de Gödel.

Las matemáticas son un medio para sacar conclusiones de suposiciones previamente formuladas, con la utilización de unas reglas de inferencia y la admisión de unos axiomas, que Euclides definía como lo evidente por sí mismo. Si se cambian los axiomas varían las conclusiones obtenidas. Por ejemplo, en la geometría euclidiana, que se ocupa de las figuras que solemos utilizar, la suma de los tres ángulos de un triángulo es 180 grados y se definen como paralelas las rectas de un plano que no se cortan. Hacia 1840 se suavizó este axioma permitiendo que dos líneas se considerasen paralelas si no eran idénticas y si ambas eran perpendiculares a otra línea, como sucede con los meridianos que son perpendiculares al Ecuador de la Tierra, dando lugar al nacimiento de una nueva geometría en la que los tres ángulos de un triángulo no suman 180 grados.

El éxito de las matemáticas al anticiparse a las necesidades de los físicos del siglo XIX se debió a que durante casi dos siglos los matemáticos basaron sus sistemas lógicos en axiomas sugeridos por los principios físicos, lo que motivó que uno de los mensajes de la conferencia de Hilbert de 1900 es que las matemáticas se habían convertido en un instrumento fundamental para comprender como es el mundo.

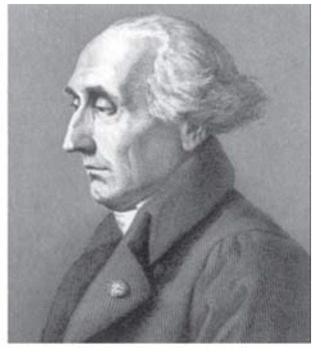
MATEMÁTICAS, ORDENADORES Y EL PROBLEMA DE FERMAT

Los problemas enumerados por Hilbert en 1900 han marcado parte de la investigación del siglo XX. Uno no resuelto era el último teorema de Fermat, quien en el siglo XVII había asegurado que "*con números enteros* a, b, *y* c *no es posible encontrar potencias enteras* a^n *y* b^n *cuya suma sea* c^n, *para* $n>2$". Los ordenadores permitieron comprobar que no existen enteros no nulos a, b y c tales que $a^n + b^n = c^n$, cuando $2 < n < 100.000$.

Pierre de Fermat fue un Consejero del Parlamento de Toulouse, que vivió en la primera mitad del siglo

Fermat (1601-1665)

Euler (1707-1783)



Lagrange (1736-1813)

Lamé (1795-1813)

Dirichlet (1805-1859)

XVII y era muy conocido por sus investigaciones matemáticas en teoría de números. Fermat, en el margen de un ejemplar del libro *Aritmética*, escrito por Diofanto de Alejandría en el siglo II d.C., escribió: "*No es posible encontrar dos cubos cuya suma sea un cubo, dos potencias cuartas cuya suma sea una potencia cuarta, más generalmente dos potencias cuya suma sea una potencia del mismo tipo. He encontrado una demostración maravillosa de este hecho que no cabe en el tamaño del margen*". La anotación aparece en la página en que Diofanto trata el problema de encontrar tripletas de Pitágoras, que son ternas de números que pueden ser las medidas de los lados de un triángulo rectángulo, de las que hay infinidad de soluciones, (3,4,5), ((5,12,13),....., ya descritas en los *Elementos* de Euclides. La nota de Fermat la publicó póstumamente su hijo.

Fermat era miembro de un grupo de científicos organizado alrededor del jesuita Mersenne y enviaba muchas cartas que contenían afirmaciones sobre propiedades de los números enteros, que la mayoría fueron demostradas por matemáticos del siglo XVIII (Euler, Lagrange, Lamé, Dirichlet).

A principios del siglo XX todas las afirmaciones de Fermat habían sido ya demostradas, salvo la que hemos descrito de que no existen enteros no nulos x, y y z tales que $x^n + y^n = z^n$ si n es un entero mayor que 2, conocida como "*el último teorema de Fermat*" y resuelta por Andrew Wiles en 1994. Los dos últimos siglos están llenos de intentos fallidos de resolver en Z la ecuación $x^n + y^n = z^n$, para n>2, muy ligados al desarrollo de las matemáticas en estos siglos. Wiles en su trabajo hizo uso de la mayoría de las herramientas desarrolladas en Teoría de Números, Álgebra y Geometría en los dos últimos siglos, y, en particular los resultados obtenidos en los últimos cuarenta años sobre curvas elípticas.

Consideremos la curva elíptica $y^2 + y = x^3 - x$. Si p es un número primo sabemos que Z/p, cociente de los números enteros Z respecto a la relación "dar el mismo resto al dividir por p", sólo tiene p elementos, que los podemos representar por 0, 1, 2, ... y p – 1. En Z/2 nuestra curva elíptica tiene 4 soluciones, (0,0), (1,0), (0,1) y (1,1), lo que resulta fácil de comprobar dado que Z/2 es un conjunto finito. En Z/3 tiene 6 soluciones la curva considerada. Si para cada número primo p = 2, 3, 5, ..., llamamos N(p) al número de soluciones de $y^2 + y = x^3 - x$ en Z/p se tiene que

$$2 – N(2) = - 2$$
$$3 – N(3) = - 3$$
$$5 – N(5) = - 2$$
$$7 – N(7) = - 1$$
....

y estos números son los coeficientes de los términos de índice primo de la serie

$$f(z) = w – 2w^2 – 3w^3 + 2w^4 – 2w^5 + 6w^6 – w^7 + ...$$

siendo $w = e^{2\pi iz}$. La función f(z) es muy conocida y verifica

$$f(z) = (cz + d)^{-2}f((az+b)/(cz+d))$$

donde c es un múltiplo de 37 y ad – bc = 1.

En general, las funciones

$$f(z) = (cz + d)^{-k}f((az+b)/(cz+d))$$

con c múltiplo de un número M y ad – bc = 1 se llaman funciones modulares de peso k y nivel M. El hecho curioso que liga los números p – N(p) de las curvas elípticas con coeficientes del desarrollo de las funciones modulares fue estudiado por Taniyama, Shimura, y luego por A. Weil y otros matemáticos, llegando a conjeturar que:

"*Dada una curva elíptica* E *y sus números* $c_p = p – N(p)$ *existe una función modular* f(z) *de peso* 2 *y nivel* M, *dependiente de la curva, tal que*

$$f(z) = w + c_2w^2 + c_3w^3 +$$

donde $w = e^{2\pi iz}$."

Wiles (1953-)

Es claro que $3^2 + 4^2 = 5^2$ equivale, por el teorema de Pitágoras, a la construcción de un triángulo rectángulo de lados 3, 4 y 5. Dado que no se puede construir un triángulo rectángulo de lados 3, 4 y 6 se deduce que es falsa la relación $3^2 + 4^2 = 6^2$. Frey intuyó que si existiesen números enteros no todos nulos a, b, c y n, con n primo mayor que 2, tales que $a^n + b^n = c^n$, entonces la curva elíptica $y^2 = x(x + a^n)(x – b^n)$ no cumpliría la conjetura de Taniyama – Shimura – Weil. La prueba de esta intuición la hizo Ribet en 1987, siguiendo el camino sugerido por Serre.

Por tanto, la solución del último problema de Fermat vendría de la demostración de la conjetura de Taniyama –Shimura– Weil, o, al menos, de la prueba de dicha conjetura para las curvas elípticas determinadas a partir de una hipotética solución del último problema de Fermat. Justamente esto es lo que probó Andrew Wiles en 1995, después de siete años de trabajo.

Hemos dicho antes que los ordenadores habían comprobado el último teorema de Fermat cuando $2<n<100.000$. Wiles hizo lo que ningún ordenador hubiese podido hacer: Comprobar el último teorema de Fermat para n mayor que 2, sin ninguna otra restricción.

PROBLEMAS COMPLEJOS

Gödel y Turing no han sido los únicos que han hecho dudar de la impresión generalmente compartida de que las matemáticas, por su elegancia y capacidad de explicación, son una de las elaboraciones humanas intelectualmente perfectas. En efecto, desde hace tiempo la matemática se enfrenta a problemas engorrosos, con sorpresas, casi siempre presentes cuando las ecuaciones no son lineales.

Si, por ejemplo, se considera la oscilación de un peso suspendido de un muelle vertical tal que la fuerza ejercida por el muelle es proporcional al desplazamiento relativo, no tendremos ninguna dificultad en encontrar como varía el desplazamiento con el tiempo. Si la longitud del muelle se multiplicase por k se tendría que la oscilación también quedaría multiplicada por k, por lo que se dice que estamos ante un problema *lineal*. Pero si el peso choca con algún obstáculo cuando se desplaza cierta distancia entonces el determinar el desplazamiento en función del tiempo es un problema que ha perdido la linealidad y es mucho más difícil.

Los matemáticos empezaron a encontrarse con dificultades de este tipo cuando intentaron aplicar la teoría gravitatoria de Newton para predecir con más exactitud la posición de la Luna en su órbita alrededor de la Tierra, teniendo en cuenta el efecto perturbador de la atracción del Sol. A principios del siglo XVIII los matemáticos no estaban seguros de si las dificultades que encontraban para resolver este problema se debían que sus técnicas de cálculo eran muy nuevas. A finales de siglo se habían convencido de que el problema no tenía soluciones exactas y que era preciso hacer aproximaciones numéricas. Las argumentaciones del siglo XVIII están recogidas en la obra *Mecánica Analítica* de Lagrange.

En realidad, casi todos los problemas prácticos que se plantean en el mundo real son no lineales. Encontramos otra vez el problema de los tres cuerpos en el *modelo* que describe el movimiento de un electrón en un átomo o en una molécula. Aunque tengamos un átomo de Helio el movimiento de un electrón está sometido a la atracción del núcleo y a la repulsión del otro electrón. También es un triunfo que se hayan encontrado varias soluciones exactas a las ecuaciones de la Teoría General de Relatividad de Einstein (Teoría de la gravitación) de carácter claramente no lineal, ya que las ecuaciones parecen simples, pero la cantidad de masa o de energía en cierto punto del espacio depende de complicadas derivaciones en otros puntos del espacio.

La no-linealidad ha atraído la atención de muchos de los mejores matemáticos del mundo. La dificultad más grave es que la falta de métodos generales de solución ha llevado al desarrollo de los métodos aproximados, que pueden dejarse soluciones importantes, dando sorpresas más o menos agradables.

Por ejemplo, las ecuaciones no lineales que representan las ondas que se pueden generar en la superficie de una masa líquida dan como solución las familiares ondas repetitivas y también el movimiento de una sola distorsión sobre la superficie de una masa líquida, consistente en un único abultamiento en la superficie que se propaga en una dirección, fenómeno llamado onda solitaria o solitón, que es algo más que una mera curiosidad matemática.

Poincaré (1854-1912) Kolgomorov (1903-1987)

Los físicos de partículas se dieron cuenta muy pronto que los solitones pueden servir como modelos del movimiento de partículas a través del espacio vacío. En 1962, Skyrme ideó un método para describir por medio de solitones las partículas de la materia nuclear. Ahora aparecen frecuentes referencias a partículas llamadas skyrmiones. De este modo se representan las ondas de choque generadas por explosiones. Se suele aceptar que la esfera expansiva de radiación energética y movimiento de partículas generada por la explosión de una supernova es un solitón. También se utilizan los solitones en la representación de los electrones atrapados cerca de las superficies sólidas, problema importante en la fabricación de semiconductores. No sería de extrañar que la señal eléctrica que recorre el axón de una neurona fuese también un solitón.

Los solitones aparecen a veces en desembocaduras de ríos durante las mareas muertas, cuando la gran cantidad de agua que penetra en el estuario puede generar un solitón que recorre varios kilómetros tierra adentro.

Desde los años setenta se han ido observando cada vez más fenómenos no lineales, que podrían tener mucha importancia para las matemáticas y para la ciencia en general. Se ha observado que ciertos sistemas de ecuaciones pueden dar soluciones que manifiestan un desorden absoluto. Así ha nacido la teoría del caos, que permite explicar muchos fenómenos del mundo real, como los movimientos irregulares de los

Mandelbrot (1924-)

asteroides y la capacidad que tienen ciertos grupos de células del corazón de comportarse de manera aberrante y desordenada.

Con estas ideas ya había trabajado Henri Poincaré en 1893. Antes de 1960 Kolmogorov, Liapunov y Landau demostraron algunas propiedades de ecuaciones no lineales que luego se manifestaron de gran interés. Desde la publicación de los Principia de Newton los físicos dedicaron muchos esfuerzos durante tres siglos al perfeccionamiento de las leyes del movimiento, mientras los matemáticos buscaban mejores maneras de calcular las trayectorias de objetos en movimiento. Los avances en este sentido son importantes para estudiar muchos fenómenos naturales. Por ejemplo, las órbitas de los asteroides se ven muy alteradas al pasar por el campo gravitatorio de Júpiter. La perturbación depende de varias posiciones relativas lo que imposibilita determinar la órbita para unos cuántos años. Tampoco se puede predecir el tiempo con mucha antelación debido a que perturbaciones atmosféricas inicialmente pequeñas pueden llegar a hacerse dominantes en pocos días. También son caóticos los cambios en los campos magnéticos de la Tierra, debido a los movimientos turbulentos de las rocas líquidas del núcleo terrestre. Con este espíritu, en 1963, E.N. Lorentz resolvió un conjunto de ecuaciones para describir la formación de flujos turbulentos en un líquido calentado por abajo. Poco después, Mandelbrot le dio la vuelta a la cuestión, como si se hubiese preguntado qué clases de movimientos existen y que podemos aprender de su variedad. Así obtuvo una serie de patrones de fascinante complejidad reproducibles en un ordenador.

El caos también está presente en la evolución, pues un pequeño aumento en la eficiencia reproductora de una especie provoca un enorme crecimiento de la población, que puede ir seguido de un rápido declive al agotarse los recursos alimenticios.

PROBLEMAS SIN RESOLVER

Hay campos de las ciencias básicas que necesitan ayuda de las matemáticas. Algunos son de naturaleza combinatoria cuya complejidad crece con el número de datos. El determinar la ruta más corta para un viajero que deba visitar doce ciudades se puede resolver calculando la suma de todos itinerarios posibles. Al aumentar el número de ciudades crece la magnitud del problema y lo sitúa fuera de la capacidad de los superordenadores. Este problema tiene análogos con gran interés práctico en el funcionamiento de los mercados bursátiles mundiales o en la cuestión del plegamiento de las moléculas de proteínas, formadas por miles de aminoácidos empalmados, para adoptar una forma funcional, que suele coincidir con la disposición de mínima energía. Más complejo aún puede resultar el funcionamiento de esas proteínas, pues en cada función se producen interacciones entre varias proteínas. Aunque la solución completa de algunos problemas actuales está fuera de las posibilidades de los ordenadores actuales, e incluso de los del futuro próximo, no quiere decir que esos mismos ordenadores, como sucedió con la ecuación de Fermat, no nos puedan sugerir ya algunas soluciones.

El segundo campo necesitado de la ayuda de las matemáticas es el desarrollo de sistemas informáticos adaptados a las nuevas necesidades de análisis de gran cantidad de datos. Una especialidad que está surgiendo es la de bioinformático. El menor ente conocido al que se atribuye cierto tipo de vida se llama viroide y almacena una información equivalente a cien mil datos. Hay viroides detectados que atacan a patatas y cítricos estimulando su capacidad de reacción. El menor virus almacena una información del orden de un millón de datos. En muchas funciones se manifiesta la

Descartes (1596-1650)

intervención de varios miles de genes. Parece pues que se van a necesitar modelos informáticos que sean capaces de dar sentido a la enorme masa de datos acumulados. La tarea de desentrañar las funciones de los 100.000 genes humanos exigirá un esfuerzo mucho mayor que el ya dedicado a su identificación, pues en cada función suelen intervenir varios miles de genes. Los megabytes (= 10^6 bytes) y gigabytes (= 10^9 bytes) dejarán paso a los Terabytes (= 10^{12} bytes). El convertir este conocimiento en medicinas útiles será una tarea adicional, que nos puede traer medicina a la carta con más eficacia y reducción de efectos secundarios, dado que los distintos genes responden de forma diferente a las drogas. Los mapas genéticos permitirán anticiparse a tipos de cáncer de difícil diagnóstico y atacar mejor a los resistentes a la quimioterapia. Ayudas inestimables serán las redes bayesianas y los procedimientos de clasificación basados en redes neuronales. También ciertas propiedades de la mecánica cuántica nos pueden ayudar a obtener ordenadores más rápidos.

El tercer campo donde se necesitan las matemáticas es aún más complejo y está estimulado por la idea de que la estructura del espacio-tiempo puede ser más complicada de lo que ahora suponemos. Hoy tenemos una explicación razonable de cómo se originó el universo y pensamos que la materia deriva sus propiedades del acontecimiento en el que el universo entero hizo su aparición. Esta explicación tiene muchos defectos, pues, por ejemplo, la cantidad de materia es mucho menor de la esperada. Como ocurrió con el éter, hay mucha gente seria dedicada a buscar los componentes de la "masa oculta", y tal vez lo que suceda es que nuestros conocimientos actuales del Universo sean incompletos, como lo era el electromagnetismo de Maxwell sin relatividad. Tampoco sabemos si el modelo estándar de la física es completo. Muchos trabajan en reconciliar la teoría de la gravedad de Einstein con la mecánica cuántica, dos de los logros intelectuales más sobresalientes del siglo XX y que muchos piensan que se conseguirá con el modelo que representa las partículas como minúsculas cuerdas o membranas vibratorias, lo que plantea la cuestión de si las cuerdas u otras estructuras deben considerarse partes de la estructura del espacio vacío. La tarea de tender un puente entre la mecánica cuántica y la gravitación parece destinada a dotar al espacio-tiempo de una estructura que cambiará el concepto de espacio aceptado en la ciencia desde Descartes.

La matemática es una parte esencial de la ciencia en la comprensión de nuestro mundo. Desde que Copérnico echó raíces el moderno idioma de la ciencia con la combinación de observación, experimentación e imaginación se ha ampliado nuestro conocimiento del mundo. No obstante, las cuestiones planteadas no han cambiado radicalmente. Aristóteles se preguntaba cómo está construido el universo. Copérnico respondió lo mejor que pudo situando al sol en el centro. En tiempos de Hubble (1929) parecía que la legítima curiosidad de Aristóteles acerca del mundo estaba ya satisfecha. Pero entonces se planteó la pregunta en términos más profundos que la hacían más difícil. Gamov se propuso explicar no sólo como era el universo, sino cómo se originó.

Por una parte la observación y experimentación se han situado en posiciones dominantes en el siglo XX, ya que la veracidad de las explicaciones nunca se ha puesto a prueba tan rigurosamente mediante experimentos, lo que hace prever que las aplicaciones de la ciencia se harán notar en los próximos siglos más aún que en el nuestro Como dice Popper, *una explicación carece de valor a menos que se pueda probar mediante observaciones o experimentos y sea posible demostrar la veracidad o falsedad de las predicciones basadas en ella*. Pero, por otra parte, los grandes hitos del siglo

Aristóteles (384-322 a. de C.)

XX han sido nuevas teorías, como la relatividad, la mecánica cuántica, el teorema de Gödel o la estructura del ADN. Por ello, junto al desarrollo de muchas aplicaciones no se ve el final al proceso de investigación, que seguro mantendrá ocupados a nuestros hijos durante siglos y, casi con seguridad, hasta el final de los tiempos, pues como Hamlet le dijo a Horacio ***hay muchas más cosas en el Cielo y en la Tierra, querido Horacio, de las que tu filosofía pueda soñar.***

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

1. V.I. Arnol'd and V.A. Vasil'ev, Newton's "Principia" read 300 years later, Notices Amer. Math. Soc. 36 (9) (1989), 1148 – 1154.

2. J. Dieudonné. *En honor del espíritu humano. Las matemáticas hoy*. Alianza Editorial, 1989.

3. P. García Barreno (dir.): *La Ciencia en tus Manos*. Espasa Fórum. Espasa Calpe, 2000.

4. M. Guillem. *Cinco ecuaciones que cambiaron el mundo.* Tema de Debate, 1999.

5. F. Le Lionnais. *Las grandes corrientes del pensamiento matemático*, (Eudeba., Buenos Aires, 1962).

6. J. Maddox. *Lo que queda por descubrir.* Debate pensamiento, 1999.

7. D. Maravall. *Filosofía de las matemáticas*. Dossat 1961.

8. D. Maravall. *Teoría de la Investigación Matemática*. Dossat 1966.

9. D. Maravall. *Didáctica y Dialéctica Matemáticas*. Dossat 1969.

10. D. Maravall. *Grandes problemas de la Filosofía Científica*. Editora Nacional, 1973.

11. D. Maravall. *Introducción a la investigación en Física y Matemáticas*. Empeño 14, 1981.

12. B. Russell, *Historia de la filosofía occidental* (Colección Austral, Madrid, segunda edición, 1997).

BIBLIOGRAFÍA ESPECIALIZADA

1. E.J. Aiton, The application of the infinitesimal calculus to some physical problems by Leibniz and his friends, 300 Jahre "Nova methodus" von G.W. Leibniz (1684 – 1984) (Wiesbaden, 1986), 133 – 143.

2. E.N. da C. Andrade, Newton and the science of his age, Proc. Roy. Soc. London Ser. A 181 (1943), 227 – 243.

3. I.H. Anellis, Russell's earliest interpretation of Cantorian set theory, 1896 – 1900, Philos. Math. (2) 2 (1) (1987), 1 – 31.

4. B. Artmann, Euclid's "Elements" and its prehistory, On Mathematics (Edmonton, AB, 1992), 1 – 47.

5. K. Bachowicz, On certain of Leibniz's observatioons concerning the substantiation of mathematical statements, Polish Acad. Sci. Inst. Philos. Bull. Sect. Logic 12 (4) (1983), 143 – 147.

6. A. Lo Bello, Descartes and the philosophy of mathematics, The Mathematical Intelligencer 13 (1991), 35 – 39.

7. D. Bertoloni Meli, Some aspects of the interaction between natural philosophy and mathematics in Leibniz, the Leibniz renaissance (Florence, 1989), 9 – 22.

8. J. Blaquier, Sir Isaac Newton: the man and the mathematician (Spanish), Anales Acad. Nac. Ci. Ex. Fis. Nat. Buenos Aires 12 (1947), 9 – 32.

9. W.J. Broad, Sir Isaac Newton: mad as a hatter, Science 213 (4514)(1981), 1341 – 1344.

10. R.W. Brumbaugh, The philosophers of Greece (Albany, New York, 1981).

11. C.B. Boyer, Fermat and Descartes, Scrpta Math. 18 (1952), 189 – 217.

12. C.B. Boyer, Descartes and the geometrization of algebra, Amer. Math. Monthly 66 (1959), 390 – 393.

13. H. Breger, Le continu chez Leibniz, Le labyrinthe du continu (París, 1992), 76 – 84.

14. N. Bourbaki. Elementos de la Historia de las Matemáticas. Alianza Universidad, 1976

15. C.C. Christian, Remarks concerning Kurt Gödel´s life and work, Mathematical logic and its applications (New York – London, 1987), 3 – 7.

16. J. Crossley, A note on Cantor's theorem and Russell's paradox, Austral. J. Philos. 51 (1973), 70 – 71.

17. J.W. Dawson, the papers of Kurt Gödel, Historia Mathematica 13 (3) (1986), 277.

18. R. Dimitri'c, Sir Isaac Newton, Math. Intelligencer 13 (1) (1991), 61 – 65.

19. P. Dugac, Georg Cantor and Henri Poincaré, Bulletino Storia delle Scienze Matematiche 4 (1984), 65 – 96.

20. H. Erlichson, How Newton went from a mathematical model to a physical model for the problem of a first resistive force, Centaurus 34 (3) (1991), 272 – 283.

21. S. Feferman, Kurt Gödel: conviction and caution, Philos. Natur. 21 (2 – 4) (1984).

22. D.H. Fowler, The mathematics of Plato's academy: a new reconstruction (Oxford U.P. 1987)

23. D.H. Fowler, An invitation to read Book X of Euclid's "Elements", Historia Math. 19 (3) (1992), 233 – 264.

24. A. Franklin and C. Howson, Newton and Kepler, a Bayesian approach, Stud. Hist. Philos. Sci. 16 (4) (1985), 379 – 385.

25. F. De Gant, the mathematical style of Newton's "Principia", Mathesis 6 (2) (1990), 163 – 189.

26. H. Gispert, La théory des ensembles en France avant la crise de 1905: Baire, Borel, Lebesgue ... et tous les autres, Rev. Histoire Math. 1 (1) (1995), 39 – 81.

27. T.L. Heath, A history of Greek mathematics II (Oxford U.P. 1931)

28. M.D. Hendy, Euclid and the fundamental theorem of arithmetic, Historia Math. 2 (1975), 189 – 192.

29. M. Horvath, The problem of the infinitely small in mathematics in the wwork of Leibniz, Mat. Lapok 30 (1 – 3) (1978/82), 191 – 209.

30. C.V. Jones, La influencia de Aristóteles en los fundamentos de los Elementos de Euclides. Mathesis 3 (4) (1987), 375 – 387.

31. A. Kertész, The significance of Cantor's ideas for the development of algebra, Scientia 105 (1976), 203 – 209.

32. S.C. Kleene, The work of Kurt Gödel, J. Symbolic Logic 41 (4) (1976), 761 – 778.

33. M. Kline. *El pensamiento matemático de la antigüedad a nuestros días*. Alianza Universidad 1992

34. F. Le Lionnais, Descartes et Einstein, Rev. Hist. Sci. Appl. 5 (1952), 139 – 154.

35. M. Nauenberg, Newton's early computational method, Archiv for the History of the exact Science 46 (3) (1994), 221 – 252.

36. C. Parsons, Platonism and mathematical intuition in Kurt Gödel's thought, Bull. Symbolic Logic 1 (1) (1995), 44 – 74.

37. S.Q. Tong, Descartes' way of thinking about mathematics, Qufu Shifan Daxue Xuebao Ziran Kexue Ban 20 (1) (1994), 89 – 95.

38. V.B. Vel'meshev, Physics and mathematics and their connection in Leibniz's work, Istor. Metodol. Estestv. Nauk 34 (1988), 97 – 101.

39. H. Wang, Some facts about Kurt Gödel, J. Symbolic Logic 46 (3)(1981), 653 – 659.

40. D.T. Whiteside, The mathematical principles underlying Newton's Principia, Journal for the history of Astronomy 1 (1970), 118 – 119.

41. D.T. Whiteside, Newton the mathematician, Contemporary Newtonian research (Dordrecht, Boston, 1982), 109 –127.