

MATHEMATIQUES APPLIQUEES ET CALCUL SCIENTIFIQUE:

LA VISION DE JACQUES-LOUIS LIONS

Roland Glowinski

Même en nous limitant aux contributions aux *Mathématiques Appliquées* et au *Calcul Scientifique* de Jacques-Louis Lions, il y a beaucoup à dire sur ce que ce grand savant, trop tôt disparu, a apporté aux deux domaines ci-dessus. Une preuve en est fournie par le fait que la partie de ses *Oeuvres Choisies*, consacrée à ces deux thèmes, comprend plus de 700 pages. Puisque j'en suis à vous parler des *Oeuvres Choisies* de Jacques-Louis Lions, j'irai jusqu'au bout de mon propos en vous informant qu'il s'agit là d'un ouvrage en trois volumes. Outre le volume consacré aux *Mathématiques Appliquées* et au *Calcul Scientifique*, on y trouve un volume consistant d'articles choisis dans le domaine des *Equations aux Dérivées Partielles Linéaires et Non-Linéaires*, et un volume consacré à *Contrôle et Homogénéisation*. Les initiateurs de cet ouvrage sont Madame Andrée Lions et nos collègues François Murat et Jean-Pierre Puel, les coordinateurs scientifiques en étant Alain Bensoussan, Philippe Ciarlet, Roger Temam, et moi même. Cette longue, mais importante, digression étant close, nous allons tenter d'analyser les contributions de Jacques-Louis Lions aux *Mathématiques Appliquées* et au *Calcul Scientifique* et essayer de comprendre les raisons de l'impact qu'il a eu sur des générations entières de chercheurs, et autres scientifiques, tant en France qu'à l'étranger. Soulignons dès à présent que l'oeuvre scientifique de Jacques-Louis Lions et son impact lui ont valu de très nombreuses récompenses et distinctions parmi lesquelles nous distinguerons:

?Le *Prix du Japon* obtenu en 1990 pour ses contributions aux *Mathématiques Appliquées* et au *Calcul Scientifique*; il faut noter que c'était la première fois que le Prix du Japon était décerné sur ces thèmes.

?La *Von Neuman Medal* de SIAM qui lui fut décernée à Boston en 1986 (SIAM: Society for Industrial and Applied Mathematics); John Von Neuman étant l'un des deux mathématiciens ayant le plus influencé Jacques-Louis Lions (l'autre étant Jean Leray), il est clair qu'une telle distinction ne pouvait que lui faire extrêmement plaisir.

?Le *Prix Joseph-Louis Lagrange* qui lui fut décerné à Edimbourg lors de ICIAM 1999 (ICIAM:International Congress for Industrial and Applied Mathematics); c'était la première fois que ce prix était décerné et, dans la mesure où il est appelé à jouer vis à vis des *Mathématiques Appliquées* le rôle de la *Medaille Fields* pour les *Mathématiques Pures*, il était parfaitement justifié et hautement symbolique que le premier lauréat de ce Prix Lagrange fut Jacques-Louis Lions: *personne ne méritait ce prix plus que lui*.

Nous y ajouterons sa vingtaine de *Doctorats Honoris Causa* et son appartenance à 22 académies dont: l'Académie Nationale des Sciences des Etats-Unis d'Amérique, l'Académie des Sciences de la Russie, l'Academia Sinica, la Royal Society de Grande-Bretagne, l'Académie Pontificale, l'Academia Europaea, et, en France, l'Académie des Sciences (qu'il présida durant les années 1996 et 1997), et l'Académie des Technologies dont il était membre fondateur.

Comme on le voit Jacques-Louis Lions était un personnage immense; conformément au souhait des organisateurs de ce colloque, nous allons tenter d'expliquer cette immensité, prenant avantage d'une collaboration permanente allant de 1968 à 2001.

Jacques-Louis Lions était avant tout un Mathématicien, et en tant que Mathématicien était un Analyste exceptionnel qui avait trouvé sa voie dans les *Equations aux Dérivées Partielles* de la Mécanique et de la Physique, suivant en cela l'exemple de Jean Leray. Soyons honnêtes, le monde a connu d'autres analystes exceptionnels, mais il faut remonter à John Von Neuman pour trouver un mathématicien dont l'impact sur les aspects fondamentaux et appliqués de sa science, sur sa communauté scientifique, et sur les mondes industriel et politique, ait été comparable. En fait, outre ses talents d'Analyste, Jacques-Louis Lions possédait au niveau le plus élevé beaucoup d'autres qualités, ainsi qu'une *Philosophie* et une *Méthodologie*.

Concernant les qualités:

- ?Jacques-Louis Lions était un travailleur infatigable et remarquablement organisé, au pouvoir de concentration phénoménal. Il avait l'art de tirer profit de la plus petite plage de temps disponible pour, par exemple, faire progresser la démonstration d'un théorème, la rédaction (ou la lecture) d'un article, d'un livre, d'une lettre, ou d'un rapport. Il remettait rarement les "choses" au lendemain, qu'elles fussent importantes ou non. A titre personnel, ayant souvent effectué de longs voyages avec lui, j'avais été très impressionné par sa façon de tirer parti des insomnies dues au décalage horaire; plutôt que de lutter pour essayer de trouver un sommeil qui refusait de venir, il utilisait le temps ainsi "libéré" pour travailler; à vrai dire, il avait besoin de peu de sommeil.
- ?Jacques-Louis Lions était un enseignant, non seulement remarquable, mais aussi charismatique, capable de rendre clairs et concrets les points les plus techniques d'une démonstration difficile. C'était un maître du tableau noir qui savait captiver son audience en établissant avec elle une sorte de complicité, basée sur une très profonde connaissance du sujet traité, une personnalité chaleureuse et pleine d'humour, un très grand respect de son auditoire (je ne l'ai jamais vu bâcler un cours ou une conférence), et il faut bien le dire un sens inné du théâtre. On ne s'étonnera pas, dans ces conditions, qu'il ait su attirer à lui, et garder, des étudiants et collaborateurs de grande valeur, qui ne pouvaient que s'améliorer à son contact. Ces mêmes personnes ont propagé et transmis à leurs propres élèves et collaborateurs les connaissances, méthodes de travail et philosophie de Jacques-Louis Lions, et ce aussi bien en France qu'à l'étranger (Espagne, en particulier). Compte tenu de ce qui vient d'être dit on ne s'étonnera pas d'apprendre que Jacques-Louis était un directeur de thèse exceptionnel, tout à la fois patient et exigeant, laissant chacun et chacune progresser à son propre rythme et avec son propre style; ses étudiants appréciaient tout particulièrement le fait que toute partie de la thèse, qu'on lui envoyait pour avis, faisait l'objet d'une lecture approfondie et revenait au bout de quelques jours (une semaine tout au plus) avec corrections détaillées, avis, suggestions et, si nécessaires, encouragements, le tout dans un style plein d'humour et de courtoisie.
- ?De même que son enseignement oral, les écrits (articles et livres) de Jacques-Louis Lions étaient tout à fait remarquables par leur clarté, leur style, leur concision et leur organisation. Sa façon de rédiger a été adoptée et imitée, avec plus ou moins de succès il faut bien le dire, non seulement par ses étudiants et collaborateurs, mais aussi par de nombreux scientifiques, en France et ailleurs. Il faut souligner que Jacques-Louis Lions rédigeait très rapidement et que l'extrême lisibilité de son écriture faisait le bonheur des personnes ayant la charge de dactylographier (plus tard de "processer") ses articles et livres. Concernant, par exemple, la rédaction d'un livre il aimait dire qu'à partir du moment où le plan était finalisé le plus dur était fait, le reste n'étant que du remplissage (pour la plupart d'entre nous les choses ne sont pas aussi simples et c'est évidemment la situation inverse qui prévaut).
- ?Jacques-Louis Lions était un homme de caractère, mais de *bon* caractère, et très tolérant; admettre qu'il pouvait s'être trompé (ce qui lui arrivait rarement) ne lui posait pas de problème, ce qui est une qualité assez rare chez les scientifiques. En fait, il aimait beaucoup apprendre des autres, en particulier de ses proches collaborateurs et étudiants; d'une façon générale, il était très ouvert aux suggestions des autres.
- ?Jacques-Louis Lions se mettait rarement en colère. Il avait sans doute une conscience aigüe, qu'à de rares exceptions près, il ne pouvait exiger des autres ce qu'il exigeait de lui-même.
- ?Jacques-Louis Lions était un grand optimiste qui avait l'art de dédramatiser les situations difficiles par: son sang-froid, sa bonne humeur et l'intelligence pleine d'humour avec laquelle il analysait ces situations et trouvaient des solutions aux problèmes qu'elles posaient. Ses "*la situation est sous contrôle*" faisaient nos délices et nous inspiraient confiance, même lorsqu'elle ne l'était pas tout à fait.
- ?Le rayonnement, la cordialité et la compétence qui se dégageaient de Jacques-Louis Lions étaient tels qu'on cherchait tout à la fois à l'imiter, à lui faire plaisir, à ne pas le décevoir, à être digne de sa confiance, et (secrètement) à l'impressionner.
- ?Jacques-Louis avait une très grande intuition et un choix très sûr concernant les bons sujets et méthodes.

II

avait par exemple pressenti dès la fin des années 1960 l'importance que prendrait les Mathématiques, l'Informatique et le Calcul Scientifique pour les *Sciences du Vivant*. De la même façon, il avait pressenti l'importance des méthodes dites d'*Homogénéisation*, utilisées par exemple dans la modélisation du comportement des *matériaux composites* et des *milieux poreux*.

Jacques-Louis Lions avait bien d'autres qualités que celles recensées ci-dessus; à chacun de compléter notre liste et d'y rajouter ses commentaires.

En ce qui concerne ses *Philosophie* et *Méthodologie*, là encore il y a beaucoup à dire. Vu l'ampleur du sujet, nous procéderons par "snap-shots"(Jacques-Lions avait un faible pour les termes anglo-saxons et n'hésitait pas en inclure, dans un texte pour l'essentiel en français, s'il estimait qu'ils sonnaient mieux - ou exprimaient plus fortement un concept donné - que leurs analogues français; ainsi *splitting* au lieu de *décomposition* et, bien entendu, *contrôle* au lieu de *commande*). On trouvera donc ci-dessous une liste de tels snap-shots :

?Jacques-Louis Lions pensait qu'il fallait s'intéresser autant que possible aux problèmes difficiles (non résolus ou mal résolus) provenant d'applications importantes ; disons par là que leur résolution apporterait un "plus" à la Société, voir à l'Humanité. Ces applications englobaient les problèmes provenant de l'Industrie, ceux liés à l'Energie sous toutes ses formes, aux Sciences de la Terre et de l'Univers, et aux Sciences de la Vie. Il estimait qu'étant payés, en général, par l'argent des citoyens et autres contribuables, les scientifiques avaient une dette envers la Société, et une responsabilité morale vis à vis des moins nantis de la Planète (d'où, en particulier, son intérêt permanent pour les problèmes d'Education et de Développement dans les pays dits du tiers monde). Pour continuer sur les problèmes appliqués, Jacques-Louis Lions pensait, à juste titre, que souvent ils contiennent des difficultés mathématiques d'un type nouveau qui une fois surmontées font avancer la Science (l'exemple type étant les méthodes mises au point, dans les années 1930, par Jean Leray, pour la résolution des équations de Navier-Stokes de la Mécanique des Fluides; les méthodes de Leray-encore utilisées aujourd'hui-ont permis la résolution de bien d'autres problèmes difficiles).

On notera, avec intérêt, que le premier article de Jacques-Louis Lions que l'on peut qualifier de *vraiment appliqué* date de 1960. Il concerne la résolution de problèmes d'équations aux dérivées partielles intervenant en *Physique des Réacteurs Nucleaires*, et relève donc du domaine de l'Energie.

?Jacques-Louis Lions était un adepte, un théoricien et un praticien de la *Mondialisation*, bien avant que le terme et le concept qu'il recouvre soient à la mode. Il croyait fermement aux vertus de la Coopération Internationale et se rendait fréquemment à l'étranger tout autant pour y enseigner que pour y apprendre, et y mettre en place des actions de coopération portant sur l'Enseignement, la Recherche, et les collaborations industrielles. Ainsi, il sut mettre en place de fructueuses collaborations avec l'URSS puis la Russie, la Chine, l'Inde, le Japon, l'Italie, la Péninsule Ibérique, le Chili, Singapour, et plus récemment la Finlande, la liste ci-dessus étant non limitative. Ces collaborations incluaient des échanges d'étudiants, de chercheurs, d'enseignants, contribuant ainsi à l'essor des méthodologie et philosophie scientifiques de Jacques-Louis Lions.

?Jacques-Louis Lions allait-et aimait aller-directement à l'essentiel, ce qui explique la concision de ses écrits, le vaste terrain qu'il balayait en peu de temps dans ses cours magistraux, et aussi, il faut bien le dire, la certaine impatience (toujours contrôlée) qu'il manifestait lorsque son interlocuteur, ou un conférencier, passait trop de temps sur un point que lui-même jugeait évident. Son "sens de l'essentiel" se manifestait de très nombreuses façons et à ce sujet son premier thésard, notre collègue Jean Céa (ceci se passait à l'Université de Nancy, au début des années 1960), avait été très agréablement surpris lorsqu'ayant demandé à Jacques-Louis Lions ce qu'il devait lire avant de commencer ses recherches c'était vu répondre "vous me lirez ce livre entre les pages tant et tant, lire le reste n'est pas nécessaire". Comme il s'agissait d'une centaine de pages tout au plus, on comprendra la satisfaction de Jean Céa; il faut savoir qu'il n'est pas rare qu'un directeur de thèse exige de ses élèves la connaissance de tout ce qui est connu sur un sujet donné en préalable à leurs propres travaux de recherche. Cette approche n'était pas du tout celle de Jacques-Louis Lions; il pensait qu'en vue de favoriser la créativité on devait Apprendre en Recherchant, quitte à réinventer pendant quelques temps des choses connues. Pour la petite histoire la thèse d'Etat de J.Céa portait sur *l'Approximation Variationnelle des Problèmes aux Limites*; on y trouve en particulier le classique *Lemme de Céa*, bien connu de nombreuses générations d'analystes numériques.

? Nous l'avons déjà dit, Jacques-Louis Lions était un pragmatique qui savait identifier l'essentiel dans un

problème donné et y aller le plus directement possible. Ce qui ne l'empêchait pas, une fois l'objectif

atteint, de voir ce qui se passait "autour", en recherchant par exemple si une méthode, mise au point pour un problème particulier, ne permettait pas d'en résoudre d'autres. En fait, Jacques-Louis Lions était un maître des allers et retours entre cas particuliers et problèmes généraux, les uns aidant à la résolution des autres. Une fois un problème résolu, il savait identifier ce qui avait une portée générale et partait immédiatement à la recherche d'autres applications.

? Jacques-Louis Lions avait le souci de résoudre les problèmes compliqués par des méthodes, sinon simples, mais du moins aussi simples que possibles. Cela vous paraît naturel, mais sachez qu'afin de faire preuve d'originalité, ou peut-être de s'impressionner eux-mêmes, certains chercheurs ont une prédilection pour l'attitude inverse, i.e., recherche et mise en œuvre de méthodes sophistiquées pour résoudre des problèmes relativement simples et déjà résolus par ailleurs. Cette attitude irritait Jacques-Louis Lions.

? Jacques-Louis faisait confiance aux débutants et n'hésitait pas à leur confier des problèmes difficiles.

Son point de vue était que certains débutants ont parfois une originalité d'approche et un enthousiasme qui

compensent leur manque relatif de connaissances et d'expérience. Les mettre d'emblée en face d'un problème difficile est une façon de savoir si ces chercheurs ont les qualités mentionnées ci-dessus.

? Jacques-Louis Lions n'aimait pas trop la géométrie (différentielle en particulier, peut-être à cause du trop grand recours à l'analyse tensorielle). Cela étant il s'aidait beaucoup de dessins et de figures pour visualiser des phénomènes mathématiques, pour se faire une idée de la régularité d'une solution, d'un comportement asymptotique, pour comprendre ce qui se passait dans un espace de dimension infinie(!). Ce besoin de visualisation se retrouve dans toute son œuvre. Il avait compris que le couplage méthodes numériques / visualisation pouvait mettre en évidence certaines propriétés des solutions d'un problème, ceci incluant des problèmes importants, dont la résolution pouvait être à l'origine d'un vrai progrès scientifique.

? Pour Jacques-Louis Lions, un problème n'était complètement résolu que si à côté d'un théorème d'existence, voir d'unicité ou de non-unicité, existait une méthode numérique permettant de résoudre le problème à un coût raisonnable. La méthode numérique devait être justifiée mathématiquement, mais pour les problèmes "très" difficiles il était prêt à faire quelques concessions sur ce dernier point.

? Jacques-Louis Lions était un adepte des *méthodes de décomposition* en tous genres (d'espaces, d'opérateurs, de domaines, ...), le but étant de vaincre le "*dimensionality curse*" des problèmes multidimensionnels et/ou multi-échelles. Ceci explique son intérêt, dès le milieu des années 60, pour les *méthodes de pas fractionnaires* (inspirées de l'école russe de Marchuk et Yanenko) et de *directions alternées* (inspirées de l'école de Houston de Douglas, Peaceman et Rachford); les thèses de R. Temam et J. Lieutaud, préparées sous la direction de Jacques-Louis Lions, sont des exemples concrets de l'intérêt qu'il portait à ces méthodes. Ce même souci de simplification l'avait conduit à étudier, très tôt, tant du point de vue pratique que théorique, les *méthodes de décomposition de domaines*, et les *méthodes de domaines fictifs* (qu'il appelait alors méthodes du *domaine auxiliaire*; cf. thèse de A. Mignot dans les années 60) pour la résolution des équations aux dérivées partielles. Ces méthodes ont connu depuis des développements spectaculaires et occupent des places importantes dans le Panthéon des méthodes du Calcul Scientifique. Il faut souligner que les derniers travaux de Jacques-Louis Lions portaient, pour l'essentiel, sur ces méthodes de décomposition.

? Jacques-Louis Lions avait le souci permanent de l'identification, dans un problème donné, de structures simplifiantes, permettant d'en mieux comprendre les propriétés mathématiques et d'en faciliter la résolution numérique. A ce sujet, j'aimerais vous entretenir de ses contributions à la modélisation des *Ecoulements des Fluides de Bingham*, en collaboration en particulier avec notre collègue G. Duvaut. Ces fluides (en fait ces matériaux), étudiés, par exemple, dans les traités de Mécanique de W. Prager et P. Germain, se comportent localement comme des solides rigides en dessous d'un certain seuil de contraintes internes, et comme des fluides visqueux incompressibles au dessus de ce seuil; leur modèle mathématique (un des grands succès de la *théorie des Inéquations Variationnelles*) avait toujours fasciné Jacques-Louis Lions. On rencontre les fluides de Bingham dans des applications et situations aussi diverses que:

-Boues utilisées comme lubrifiants en forages pétroliers.

-Industrie Alimentaire (mayonnaise, fruits en sirop, pâte à tortilla, etc..)

- Pâte dentifrice.
- Béton frais.
- Sang dans les vaisseaux capillaires.
- Fluides électro-rhéologiques utilisés dans l'Industrie Automobile (systèmes de freinage et de changement de vitesse).

Le modèle mathématique met en jeu des opérateurs compliqués. Heureusement, ces opérateurs peuvent être rendus quasi-lineaires par un tour de passe-passe lié à une caractérisation des solutions impliquant un *multiplicateur de Lagrange généralisé*, mis en évidence par G.Duvaut et J.L. Lions au début des années 70. Cette caractérisation -qui facilite considérablement la simulation numérique des écoulements de Bingham -a été utilisée récemment par des collègues de l'Université d' Augsburg, travaillant sous contrat de l'industrie allemande des équipements automobiles.

Il reste encore beaucoup à dire sur Jacques-Louis Lions; nous terminerons par quelques remarques:

- ?Il était l'héritier de *Lagrange* en ce sens que, toute sa vie, il a privilégié l'approche et les méthodes *variationnelles*. Ceci explique que ses élèves et lui même n'ont eu aucun problème à se familiariser, puis à contribuer de façon essentielle à la théorie et à la pratique des *méthodes d'éléments finis*.
- ? Il éprouvait un mélange (intéressant à observer) de méfiance et de fascination pour les méthodes heuristiques qui marchent bien sans que l'on sache trop pourquoi, l'idée étant que découvrir le pourquoi de leur bon fonctionnement ferait avancer la Science.
- ?Il avait compris très rapidement que les *ordinateurs* allaient révolutionner la Science, d'où son rôle prépondérant dans la création de l'IRIA et dans la direction de l'INRIA. Cela l'avait conduit également à s'intéresser à des problèmes complexes liés au *climat* et à *l'environnement*, une partie de ses recherches sur ces thèmes étant décrite dans un ouvrage publié en Espagne sous le titre (traduit de l'espagnol) "*La Planète Terre*".
- ? Jacques-Louis Lions était un très grand professionnel. Il répondait immédiatement et de façon approfondie à tout document que de nombreux collaborateurs et non-collaborateurs lui envoyait pour information, demande d'avis ou de conseils.
- ? Dans ses écrits ou présentations orales il mettait toujours un point d'honneur à donner des références très complètes aux travaux des autres.

Le rayonnement de Jacques-Louis Lions et ses compétences étaient tels que l'on avait (que nous avons) simultanément le besoin de lui faire plaisir, de ne pas le décevoir, d'être digne de la confiance qu'il vous donnait, et secrètement de l'impressionner pour lui montrer qu'il avait fait un bon choix en vous prenant comme collaborateur ou étudiant. Pour ses nombreux collaborateurs, Jacques-Louis Lions était tout à la fois le guide, le conseiller, la référence, le modèle, celui dont on recherchait tout à la fois la caution, l'approbation, l'aval. Ce qui est remarquable, c'est qu'il a tenu ce rôle jusqu'à quelques semaines avant son départ.

Pour conclure, je citerai à nouveau Michel Serres, son collègue au Collège de France: *Jacques-Louis Lions nous manque*, et j'y ajouterai qu'il a laissé derrière lui beaucoup d'orphelins.