regida por la ley $d\frac{EE'}{4\pi r^2}$, siendo d la densidad del líquido. Si admitimos un observador que, siendo capaz de apreciar y medir estas acciones, no se aperciba del medio en que P y P' están colocados, este observador se encontraría en las circunstancias que nosotros respecto de los fenómenos eléctricos y la gravitación.

XXIII. — Nuevo método gráfico para la resolución de la ecuación de segundo grado.

Por Luis Catalá.

Teorema 1. — Si dos circunferencias y una recta son coplanarias, las circunferencias secantes, cuyos centros son los puntos de intersección de la recta con las tangentes á la circunferencia mayor, y que pasan por los de *intersección del radio del punto de contacto* con la circunferencia menor, tienen sus puntos de intersección sobre la perpendicular á la recta trazada por el centro de las circunferencias dadas.

Sea la recta LL' y las circunferencias $oE(o)$, $oB(o)$; BC, una tangente arbitraria á la circunferencia $oE(o)$, y β su punto de intersección con la recta LL'; (m,n), los puntos en que corta $EC(\beta)$ á la perpendicular á LL' trazada por el punto o, y se verificará $\overline{om} \cdot \overline{on} = \overline{oE} \cdot \overline{oD}$; cuando el punto de contacto de la tangente arbitraria recorre la circunferencia $oB(o)$, el punto β describe la recta $A\,C$ y de

$$\overline{DB} + \overline{Bo} + \overline{oD} = o$$

$$\overline{DB} + \overline{BE} + \overline{ED} = o$$

resulta que oD será constante: luego los puntos (m,n) serán comunes á todas las circunferencias $EC(\mathcal{C})$, que tendrán por eje radical la recta Ao.

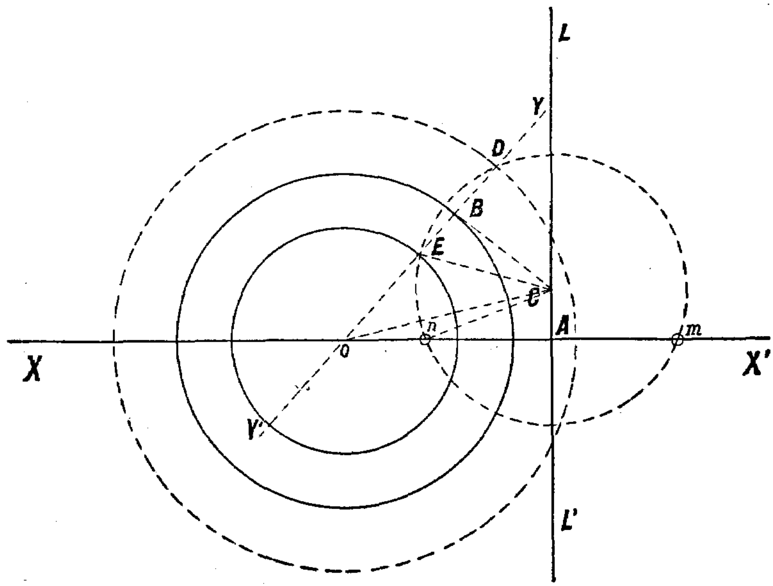

Figura 1.ª

Para que existan los puntos (m,n), es necesario y suficiente que

$$(\mathcal{C}n = CE) \gtreqless CA,$$

ó bien

$$(Cn^2 = CE^2) \gtreqless CA^2,$$

y haciendo

$$oE = b, \quad oD = a, \quad oB = \frac{a+b}{2},$$

$$CE^2 = CB^2 + \left(\frac{a-b}{2}\right)^2 \gtreqless Co^2 - Ao^2,$$

por ser

$$CA^2 = Co^2 - oA^2;$$

luego

$$oA^2 \overset{=}{>} (Co^2 - CB^2) - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2 = oB^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2 =$$

$$= \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2 = ab.$$

Teorema 2. — Si dos circunferencias concéntricas y una

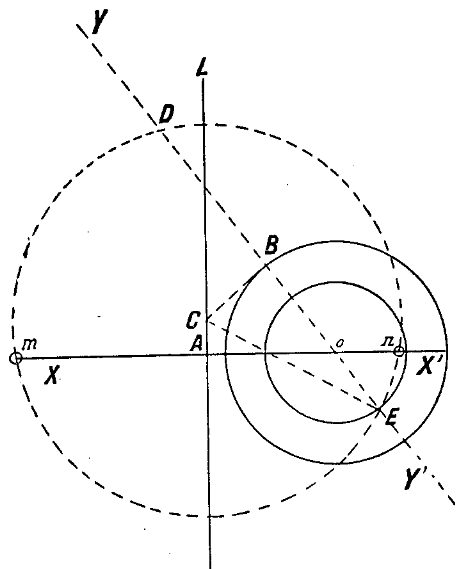

Figura 2.ª

recta son coplanarias, las circunferencias, cuyos centros son los puntos de intersección de la recta con las tangentes á una de ellas, y que pasan por los de intersección de la *prolongación del radio del punto de contacto* con la otra circunferencia, se cortan en dos puntos situados sobre la perpendicular á la recta dada, trazada por el centro de las circunferencias concéntricas.

La demostración es análoga á la del *teorema 1.*

Ahora bien: siendo (D, B, E) (n, A, m) dos ternos de puntos situados respectivamente sobre dos ejes YY', XX', que se cortan en el punto o, que tomaremos en ambos como origen, y definidos por las relaciones $\overline{oD}\,.\,\overline{oE} = \overline{on}\,.\,\overline{om}$, $\overline{oB} = \frac{1}{2}\,(\overline{oD} + \overline{oE})$, $oA = \frac{1}{2}\,(\overline{on} + \overline{om})$, los cuatro

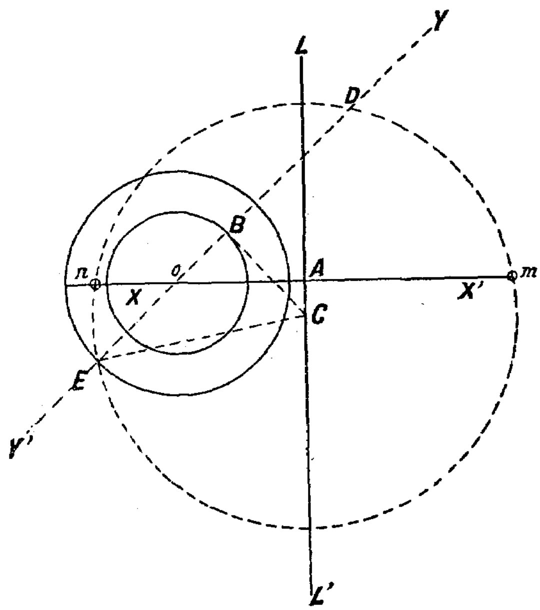

Figura 3.ª

puntos (D, E, n, m) son de una circunferencia cuyo centro 6 es el punto de intersección de las perpendiculares á los ejes trazados por los extremos de los segmentos oB, oA y $\overline{on}$, $\overline{om}$ las raíces de la ecuación

$$x^2 + \overline{Ao}\,.\,x + \overline{oD}\,.\,\overline{oE} = o.$$

Si el eje YY' gira alrededor del punto o, los puntos (B, E) describirán dos circunferencias concéntricas, y el punto 6 la recta LL' perpendicular al eje XX' en el extremo del segmento oA.

De todo lo cual resulta que, para resolver gráficamente una ecuación de segundo grado de la forma

$$x^2 + px + q = o, \qquad q = ab, \qquad a > b,$$

haremos centro en un punto o, situado á una distancia $\overline{oA} = -\frac{p}{2}$ de una recta arbitraria LL', trazando dos circunferencias de radios $\left(b, \frac{a+b}{2}\right), \left(b, \frac{a-b}{2}\right)$, según sea $ab = q \gtrless o$.

La circunferencia cuyo centro sea el punto de intersección 6 de una tangente arbitraria á la circunferencia $\frac{a+b}{2}$ (o), $\frac{a-b}{2}$ (o) con el eje oA, y cuyo radio sea la distancia, al punto de intersección del *radio de contacto ó su prolongación,* con la otra circunferencia dada, según sea $ab = q \gtrless o$, cortará al eje XX' en dos puntos, que determinan las raíces de la ecuación.

En la práctica trazaremos la tangente arbitraria por el punto del infinito del eje, quedando reducido el problema á construir un trapecio birrectángulo, cuya altura sea $\frac{p}{2}$ y sus bases $\left(\frac{a+b}{2}, b\right)$ ó $\left(\frac{a-b}{2}, b\right)$, tomándolas en igual ó contrario sentido, según sea $q \gtrless o$.

En el caso que $a = \pm b$, las circunferencias auxiliares se reducen á una ó á una de ellas y un punto, y la construcción á la determinación de un rectángulo ó un triángulo rectángulo cuyas dimensiones son $\left(\frac{p}{2}, a\right)$, según sea $q \gtrless o$.