## XXXV.—Las ecuaciones fundamentales y el amortiguamiento de los sismógrafos.

*(Continuación.)*

POR EDUARDO MIER Y MIURA.

De aquella ecuación de los péndulos que llamaremos *inclinados*, porque inclinado está su eje y su plano de oscilación, puede deducirse también la que conviene á los péndulos verdaderamente horizontales.

Para ello, así como para deducir de la ecuación de los péndulos inclinados la de los verticales, se hizo girar el eje $B'C'$, aumentando el ángulo $i$, y conservándole siempre en el plano $VB'C'$, que con la vertical formaba, hágase girar ahora ese eje en sentido contrario disminuyendo el ángulo $i$ y sin que salga del plano $VB'C'$.

La componente $-x''$ seguirá conservando todo su valor en el plano de oscilación; las

$$M'F = -z'' \text{ sen } i \text{ y } M'H = -g \text{ sen } i,$$
$$Y'_1 D = -y'' \text{ sen } i$$

irán disminuyendo, y las

$$FZ' = -z'' \cos i, \; Hg = -g \cos i \text{ y } M'D' = -y'' \cos i$$

irán creciendo.

Al quedar horizontal el plano $P'_1 P'$ de oscilación, $i = 0$ y las tres últimas componentes que se han citado adquieren sus valores máximos al resultar verticales $FZ' = -z''$ y $Hg = -g$, y al quedar contenida en aquel plano, será la $-y'' = -Y'_1 M'$.

Sobre la masa $M$, en esa posición límite, quedan actuando, en virtud de lo expuesto, dos aceleraciones $-x'$ y $-y''$, contenidas en el plano horizontal de oscilación, y otras dos verticales: $-g$ y $-z''$.

De estas dos últimas puede prescindirse al estudiar el movimiento del péndulo en su plano de oscilación, por destruirse su efecto por la resistencia del brazo del péndulo y actuar sólo sobre su eje, como normales que son a la trayectoria de $M$, para tener sólo en cuenta las $-x''$ y $-y''$ que actúan íntegramente sobre la masa pendular.

La ecuación diferencial del movimiento será la general de los péndulos inclinados cuando en ella se introduzca la hipótesis $i = 0$, que queda reducida a:

$$\theta'' + \frac{x''}{l} \cos\theta + \frac{y''}{l} \operatorname{sen}\theta = 0, \qquad [39]$$

por resultar ahora la masa $M$ sujeta sólo a los efectos de las dos aceleraciones $x''$ é $y''$.

Si no se oponen a esta solución teórica dificultades materiales, que sólo la experiencia puede poner de manifiesto, desaparecerá la gran preocupación de los sismólogos de emancipar la masa pendular de los efectos de la gravedad, y su ciencia habrá dado un gran paso, porque fácilmente se conocerán las dos componentes del movimiento sísmico y el azimut del epicentro en cada observación sismológica.

En efecto (figura 2.ª), $-X_1M = x''$ y $-Y_1M$, que ahora sería $-y''$, son las componentes de la proyección $MA$ sobre el plano horizontal, tomada con signo contrario, y el ángulo $\varepsilon$, que forma esa proyección con el eje de las $x$, puede introducirse en la anterior ecuación, puesto que:

$$y'' = x'' \operatorname{tang}\varepsilon,$$

resultando la

$$\theta'' + \frac{x''}{l} \cos\theta + \frac{x''}{l} \operatorname{tang}\varepsilon \operatorname{sen}\theta = 0, \qquad [40]$$

en la que para un movimiento de dirección persistente ($\varepsilon$ = constante) sólo hay en rigor las dos variables $\theta$ y $x''$, ambas funciones del tiempo y conocida siempre la primera por el sismograma.

Otra ecuación análoga, correspondiente al péndulo establecido a 90° con el anterior, que ha producido la [40], daría una nueva relación entre $x''$, $\theta$ y $\varepsilon$, que permitiría determinar las dos incógnitas $x$ y $\varepsilon$, después de efectuar las necesarias integraciones.

Dificultades, que la experiencia hará tocar, acaso se opongan, al menos en los comienzos de ella, a la utilización de estos péndulos horizontales que tan gran ventaja teórica ofrecen. Quizás la exigencia de que su eje de giro permanezca siempre vertical llegue a imposibilitar su aplicación, porque aunque se establezca, en un momento dado, según la vertical del lugar, ha de estar sujeto a las oscilaciones que le imprima el movimiento del terreno sobre el que insiste y a los cambios de dirección de la vertical; pero de todos modos, parece que debiera estudiarse si estas variaciones previstas del ángulo $i$ desde 0 a valores muy próximos a él y en distintas direcciones u otras dificultades, no sospechadas, permitían o no aprovechar las ventajas de los péndulos horizontales.

Claro es que si en una posición cualquiera de uno de estos péndulos horizontales, por ejemplo en la $OP$, $O'P_1'$, según el eje de las $Y$, se supone fijo el eje, al no poder girar permanecerá por completo en reposo por quedar anulado con su resistencia el efecto de todas las fuerzas que sobre él obren.

Pero si en esa posición se le permite moverse al péndulo en el plano de las $YZ$, suponiendo que su brazo sea elástico, actuarán con éxito nuevamente algunas de las fuerzas antes consideradas y aquel instrumento quedará convertido en uno de los que se usan para registrar la componente vertical $z''$.

Las ecuaciones que a este género de péndulos se aplican como fundamentales en la teoría corriente, según se considere que haya o no amortiguamiento, son:

$$\theta'' + n^2 \theta + \frac{z''}{l} = 0,$$

$$\theta'' + 2 \varepsilon \theta' + n^2 \theta + \frac{z''}{l} = 0,$$

en los que el término $n^2 \theta$ representa la aceleración angular, debida a la combinación de la gravedad con la elasticidad del péndulo.

Estas ecuaciones tampoco pueden admitirse como generales, porque en la posición supuesta de hallarse el plano de oscilación orientado según el de las $YZ$, la componente $x''$ no producirá efecto alguno por ser normal al referido plano; pero sí lo hará la $y''$, contenida en él.

Fácil es ver en la figura 3.ª, que ahora representará el plano vertical de oscilación, que como $i = 0$ é $y''$ es siempre paralela a la posición $OP$ de reposo, la aceleración angular correspondiente será $-\frac{y''}{l}$ sen $\theta$ y las ecuaciones anteriores habrían de contar con este término más.

Orientando el plano de oscilación según el de las $XZ$, es evidente que en lugar de $-\frac{y''}{l}$ sen $\theta$ habría de añadirse el término $-\frac{x''}{l}$ sen $\theta$, y para posiciones intermedias entre las dos consideradas habrían de agregarse dos términos:

el uno correspondiente a la proyección sobre ese plano de $x''$, y el otro a la de $y''$ (*).

La importancia de los términos que han de agregarse depende, como es natural, del mayor o menor ángulo que forme con el eje de las $Z$ la componente de la aceleración sobre el plano de oscilación del péndulo. Sólo en el caso de

---

(*) Obsérvese que el verdadero problema que trata de resolver la Sismología es conocer, en cada instante de un terremoto, la aceleración terrestre, en magnitud y sentido, o, en otros términos, determinar sus tres componentes $x''$, $y''$ $z''$, y que ese problema queda teóricamente resuelto en el presente trabajo.

Para llegar en la práctica a ese resultado bastaría con que los sismógrafos produjeran trazados de gran amplificación, y en los que además el tiempo no apareciera representado en la escala pequeñísima con que de ordinario se obtiene.

Las amplificaciones dadas ya por algunos sismógrafos son suficientes, y con aplicarles el sistema de registro ideado y ensayado, con buen éxito, por el eminente sismólogo Agamennone, de dos velocidades para el papel del sismograma: la una muy pequeña cuando no hay terremoto, para evitar cuantiosos e innecesarios gastos, y la otra muy grande cuando ha de funcionar el sismógrafo, se conseguiría obtener curvas sismográficas análogas a la de la figura 1.ª, pero de períodos mucho mayores, que fácilmente consentirían trazar, a partir de esas curvas de los espacios, las de las velocidades y las correspondientes a las aceleraciones.

Entonces, las medidas efectuadas sobre el sismograma harían conocer en cada instante los valores de $\theta$ y $\theta''$, que figuran en la ecuación [36], y como la longitud $l$ es conocida y $n = \frac{2\pi}{T}$ también, por ser ambas constantes del péndulo, así como el ángulo $i$, resultaría que en esa ecuación sólo eran incógnitas $x''$, $y''$ y $z''$.

Otro péndulo, orientado a 90° con el anterior, proporcionaría una ecuación análoga a la [36], en la que también existirían como incógnitas solamente $x''$, $y''$ y $z''$, y un tercer péndulo, de los destinados á registrar principalmente la componente vertical de los terremotos, suministraría una nueva ecuación, en la que siempre entraría $z''$ y además $x''$ o $y''$, o estas dos últimas a la vez, según la orientación que el péndulo tuviera.

En definitiva, las tres incógnitas $x''$, $y''$ y $z''$ resultarían ligadas por otras tantas ecuaciones distintas de primer grado, cuya resolución daría los valores de esas tres componentes de la aceleración terrestre.

ser 0 ese ángulo serían admisibles las ecuaciones aceptadas hasta ahora como buenas.

Si para simplificar suponemos el plano de oscilación orientado según el $XZ$, y que $p$ designa la proyección sobre él de la aceleración del terreno, con signo contrario, y $\alpha$ el ángulo que forme con el eje de las $X$,

$$z'' = p \operatorname{sen} \alpha, \qquad x'' = p \cos \alpha,$$

y las aceleraciones debidas a estas componentes serían:

$$\frac{p}{l} \operatorname{sen} \alpha \cos \theta \quad \text{y} \quad \frac{p}{l} \cos \alpha \operatorname{sen} \theta,$$

que dan la relación

$$\frac{\dfrac{x''}{l} \operatorname{sen} \theta}{\dfrac{z''}{l} \cos \theta} = \frac{\cos \alpha}{\operatorname{sen} \alpha} \times \frac{\operatorname{sen} \theta}{\cos \theta} = \frac{\operatorname{tang} \theta}{\operatorname{tang} \alpha}; \qquad [43]$$

de modo que, según el ángulo $\alpha$ sea mayor, igual o menor que $\theta$, el efecto de la componente $x''$, que no se tiene en cuenta en el movimiento del péndulo, será menor, *igual* o *mayor* que el de la $z''$, que se suponía registrado exclusivamente, y podría darse el caso, si el péndulo se hallaba ya en movimiento, que aun anulada, después, del todo la $z''$ siguiera el péndulo registrando tan sólo la $x''$.

En definitiva, ya se prescinda del término $2\varepsilon\theta'$ por considerar que en los péndulos desprovistos de amortiguadores es tan pequeño el amortiguamiento que puede despreciarse, o bien se tome en cuenta, por las facilidades que para la integración proporcione, las ecuaciones fundamentales de Sismología parece que deberán experimentar las importantes transformaciones que se han señalado.

La mayor dificultad de la Sismología, como ciencia de observación, es puramente de análisis y se reduce a establecer las ecuaciones que ligan las distintas cantidades que intervienen en el registro de los sismogramas. Estas ecuaciones, en general, pueden expresarse bajo la forma

$$\theta = f(l, g, \varepsilon, i, t, x, y, z, v) \qquad [44]$$

indicando por $v$ el coeficiente de rozamiento de las plumas inscriptoras, en la que desaparecen $g$, $i$, $z$, $\varepsilon$ y $v$ para un péndulo horizontal establecido en el vacío, o en aire muy enrarecido y de registro óptico, para quedar reducida a

$$\theta = f(l, t, x, y). \qquad [45]$$

No es justo el cargo que se hace a los trazados de los péndulos desprovistos de amortiguadores de no proporcionar elementos suficientes para la determinacion del movimiento sísmico, por la incongruencia entre éste y aquellos sismogramas, ni estos últimos deben ser rechazados por inútiles, para sustituirlos con los que dan los péndulos provistos de amortiguadores.

Podrá decirse que los sismólogos no hemos sabido aprovechar el estudio de los sismogramas sin amortiguar; pero no parece bien echar sobre ellos nuestras propias culpas en vez de hacerlas desaparecer.

Porque no puede negarse que un péndulo sismográfico, aunque llegara a admitirse que $\varepsilon = 0$ y que fuera de registro mecánico, deja en el sismograma gráficamente representada la función

$$\theta = f(l, g, i, t, x, y, z, v), \qquad [46]$$

y si hay tres péndulos, establecidos según costumbre, las tres ecuaciones $\theta_x$, $\theta_y$ y $\theta_z$, contendrían sólo otras tantas incógnitas $x, y$ y $z$, puesto que los sismogramas darían para cada valor de $t$ los que a $\theta_x$, $\theta_y$ y $\theta_z$ correspondían, y las otras cantidades $l, g, i$ y $v$ son constantes conocidas.

Especialmente la igualación a cero de $\theta$, cuando el sismograma corta al eje de los tiempos, y de $\theta'$, cuando en él la velocidad es nula, suministrarían ecuaciones menos difíciles de usar.

8. *Mecanismo de la inscripción de los sismogramas.*—Antes de decir algo acerca de los amortiguadores, recientemente tan preconizados, conviene formarse idea del modo de funcionar los sismógrafos al inscribir sus movimientos.

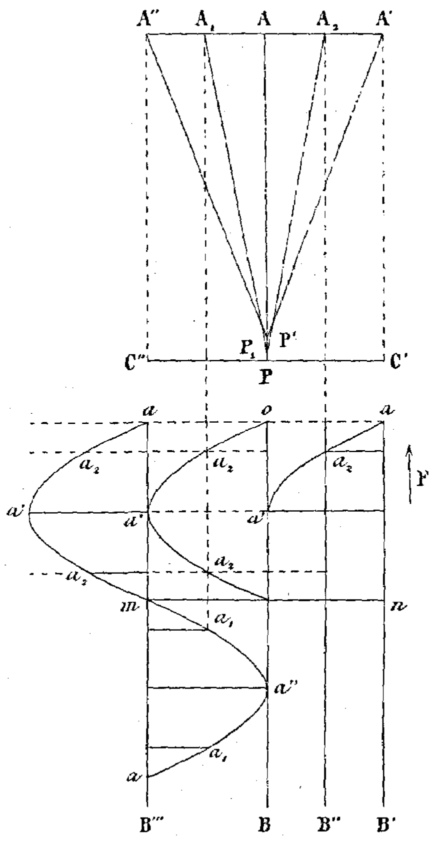


Figura 4.ª

El bello ideal de la Sismología es disponer de algo fijo en el espacio, en el sentido convencional que a esta fijeza puede dársele, a que puedan referirse los movimientos que toda la superficie terrestre adquiera, con los objetos sobre ella colocados, cuando la agite un terremoto.

Si una masa dada pudiera permanecer inmóvil, ocupando siempre el mismo punto de la vertical que, con diferencias, para nuestro objeto despreciables, pasa constantemente por su centro de gravedad, en condiciones normales, en ella se tendría la referencia necesaria para registrar los movimientos que cuanto la rodeara adquiriera.

Para esto, preciso sería que no tuvieran sobre esa masa influjo alguno los enlaces que con el terreno la unieran o que estuvieran de tal modo combinados que se consiguiera el fin apetecido. Esto último acaso pueda realizarse; pero hasta ahora no se ha hecho.

A lo que se ha recurrido, precisamente por la facilidad que tiene de oscilar, es a tomar por masa de referencia la de un péndulo, vertical, inclinado o invertido, cuyo enlace con el terreno es el menor posible y le permite, si no conservarse en su posición normal, cuando obra un terremoto, tratar al menos de no separarse demasiado de ella.

Puede convenirse en que se ha realizado en parte ese bello ideal, nada más que para ver lo que entonces ocurriría y que mientras al eje de oscilación de un péndulo vertical $AP$, figura 4.ª, le agita un terremoto, haciéndole recorrer la horizontal $A'' A'$, en uno y otro sentido, su masa $P$ no se aparta de la vertical primitiva $AP$.

En ese deseado caso, si se supone que de la masa $P$ forma parte un lápiz registrador o una pluma de las empleadas en Sismología, y, que por debajo de ese estilete y rozando suavemente con él pasa, moviéndose en sentido horizontal, una banda de papel, fácil es ver que en ella quedarían registradas fielmente las oscilaciones $A'' A'$ del terreno.

En efecto, si en la parte inferior de la figura se representa la banda en proyección horizontal y se la supone dotada, por un mecanismo de relojería, de movimiento uniforme en el sentido de la flecha $F$, mientras el péndulo esté en reposo, sobre ella quedaría trazada una línea recta $B$, que puede designarse por el nombre de línea central de la banda.

Esta línea central, cuando el eje oscila de $A''$ á $A'$ y viceversa seguirá esos movimientos, por formar, como aquél, parte del terreno. Se representan en la figura las dos posiciones extremas $B'''$ y $B'$, que la citada línea tomará, correspondientes a las $A''$ y $A'$ del eje de suspensión.

Al trasladarse la banda, sin dejar de avanzar en el sentido $F$, de $B$ hacia $B'$, el estilete, que en un principio se hallaba apoyado en el punto 0, irá trazando la curva $aa_2$, que aparece a la derecha de la figura, mientras la banda se mueve de $B$ á $B''$, y al continuar la oscilación hacia $A'$, seguirá completando la curva, dibujando la parte $a_2\,a'$ hasta que llegue $B$ a la posición extrema $B'$, en que el estilete, inmóvil en el espacio, se halle en el punto $a'$.

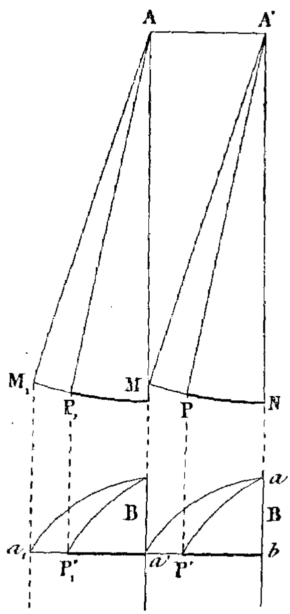

Figura 5.ª

Análogamente, al retroceder la banda de $B'$ a $B$, dejará dibujada en la curva $oa_2a'$ la otra rama que la completa $a'a'_2$, y al seguir el movimiento hacia $B'''$, el estilete, siempre fijo en el espacio, irá trazando la parte $ma''$, que completará, con el trozo $a''a_1a$, cuando haya regresado la línea central a su posición primitiva $B_1$, y así se continuaría obteniéndose los sucesivos períodos, iguales o análogos al $aa'ma''a$, cuyo conjunto constituye el sismograma, fiel expresión en este caso, salvo el signo de las ordenadas, del movimiento del eje $A$, y por lo tanto del terreno, en la dirección $A''A'$.

Claro es que, desdichadamente, no sucede lo supuesto y que al moverse el eje de $AA'$ (fig. 5), la gravedad deja sentir su influencia sobre la masa del péndulo, y mientras la banda y el eje recorrieron la distancia $AA'$, también la masa pendular fué pasando en esta misma dirección, de $M$ a $P$, y en lugar de obtenerse en el sismograma la rama *aa'*, fiel expresión del movimiento del terreno, se hallará la *aP'*, como resultado de la combinación de ese movimiento con el del péndulo.

Análogo razonamiento pudiera aplicarse en ambas figuras a un péndulo horizontal, cuyo eje estuviese proyectado en *A*.

El mismo trazado se obtendría, suponiendo la verdad: que el ejc y la banda se mueven al mismo tiempo por la acción del terremoto y el péndulo por la de la gravedad, que si se adoptara la ficción de que el eje *A* (fig. 5.ª) y la línea central *B* estuvieran inmóviles y que el péndulo fuera únicamente el que se moviera, con amplitudes $MM_1$ o $MP_1$ iguales a las $NM$ y $NP$, y como esta ficción es más cómoda, de ella se echa mano en los estudios sismológicos.

Tampoco hay inconveniente en adoptarla, sin olvidar nunca, por supuesto, que no es la verdad, en los registros sismográficos usuales, que, como es sabido, amplifican mucho los movimientos relativos $MP_1$ de las masas pendulares, porque si en la figura 6.ª representa la línea $BM$ la posición de la línea central de la banda cuando el péndulo está en reposo y *E* el eje de giro de la palanca amplificadora, en uno de cuyos extremos obre la masa *M*, mientras que el otro, *Q*, lleva la pluma inscriptora, se podrá representar sobre el plano horizontal, que contiene la banda, los dos movimientos: real el uno y ficticio el otro, que son equivalentes.

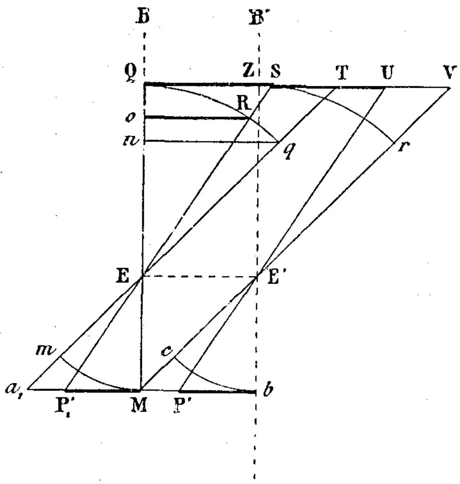

Figura 6.ª

Se suele pasar en sismología por el error, que en ciertos casos quizás conviniera rectificar, de que la amplificación es constante, es decir, que todo sucede como si al ocurrir los terremotos, mientras el punto $M$ de enlace de la masa pendular, con el brazo menor $EM$ de la palanca, recorre una recta $a_1 b$, la pluma va por otra recta $QV$, paralela a ella.

Dentro de esta hipótesis, el movimiento real, cuando la banda se traslada de $B$ a $B'$ y el eje de giro de la palanca de $E$ a $E'$, en el sismograma aparecería la ordenada $ZV$, si $M$ había permanecido estacionaria y la $ZU$ si el péndulo se había movido de $M$ a $P'$. En ambos casos la relación de semejanza daría

$$\frac{ZV}{Mb} = \frac{ZU}{P'b} = \frac{ZE'}{E'b} = A,$$

designando por $A$ la amplificación.

Y si el movimiento se considera sólo como relativo, quedando siempre inmóvil $E$ y constante la situación de la línea central $B$, se obtendría,

$$\frac{QT}{Ma_1} = \frac{QS}{P'_1 M} = \frac{QE}{EM} = \frac{ZE'}{E'b} = A,$$

y como los denominadores son iguales uno a uno a los de las anteriores relaciones, los numeradores también lo serán y, por ejemplo, $QS = ZU$.

Al mismo resultado podría haberse llegado teniendo en cuenta el paralelismo de los pares de rectas $a_1 T$ y $MV$, $P'_1 S$ y $UP'$, ya que ello implica la igualdad entre los triángulos $QES$ y $ZE'U$, así como las de los $QET$ y $ZE'V$.

Desde luego, la pluma, al girar en torno de $E$ o de $E'$, describirá círculos $Qq$ y $Zr$; no irá por la tangente, y las ordenadas serán los senos $0R$, $nq$, etc., de los arcos descriptos, y no sus tangentes.

La relación $A$ de amplificación variará según sea la clase de péndulos considerada y la disposición que en sus juegos de palancas haya. Si se supone que la figura en que nos ocupamos corresponde al esquema del péndulo de la figura 5.ª, y que éste sea vertical y su eje de giro esté proyectado en $A$, para que la masa recorra, en proyección horizontal, la recta $Ma_1$, hará falta que la palanca $EM$ vaya resbalando sobre ella y pasando de la longitud eficaz $Em$ a la $Ea_1$, y la amplificación vendrá dada por la relación $\frac{0R}{P'_1 M}$, es decir, será algo menor que la $\frac{QS}{P'_1 M}$.

Siempre que la disposición de las palancas y de los péndulos sea tal que, por la pequeñez de los ángulos $QES$, pueda, sin error sensible, admitirse la equivalencia entre senos, arcos y tangentes, correspondientes a los diversos radios $EQ$, que pueda haber, podrá suponerse constante la amplificación, aunque en rigor no lo sea.

Dejando aparte esta cuestión última y volviendo a la fig. 5.ª, en ella se observará que cada ordenada $bP'$, inscripta en el sismograma, puede considerarse como el resultado final de dos, debidas la una a la oscilación $NA'P$, y la otra a la $MA'P$, que produce la gravedad, y que si hubiera medio de anular o medir esta última el problema sismológico estaba resuelto, bien por dar los sismogramas directamente, aunque con signo contrario, el movimiento terrestre $AA'$ o ya por inscribir una ordenada ($P'b$, en el caso coniderado) cuya suma algebraica, con la correspondiente a la oscilación perjudicial $PA'M$, proporcionaría la incógnita buscada. Ambas cosas no se han realizado; pero acaso pudiera intentarse algo que condujera, en los dos casos, al fin apetecido.

9. *Amortiguadores.*

Los amortiguadores hasta ahora empleados en los sismógrafos pueden clasificarse en tres géneros distintos, caracterizados por la naturaleza de la resistencia opuesta al movimiento pendular: amortiguadores de líquidos, de aire y electro-magnéticos.

En los primeros de ellos, un apéndice del péndulo, que generalmente es una lámina, aunque pudiera tener formas muy distintas, queda sumergido en un recipiente lleno de un líquido y que está unido al terreno.

Los de aire podrían tener también formas diversas: una extensa lámina unida al péndulo constituye desde luego un amortiguador, y claro es que cabría, dentro de este género de amortiguadores, disminuír la superficie de esa lámina obteniendo el mismo efecto útil, sustiyéndola por apéndices que tuvieran doble concavidad, más ó menos pronunciada, para que hallara igual resistencia al moverse el péndulo en uno u otro sentido.

Dentro de este género de amortiguadores de aire, los que más se emplean son aquellos en que la resistencia al movimiento es la que ofrece una superficie plana al agitarse en el aire entre otras dos láminas o bien la que proporciona un émbolo al entrar en un cilindro o salir de él; disposíción que en otros casos se sustituye por un cilindro cerrado por su base que entra o sale en otro, también cerrado por la base opuesta a la que da entrada al que sirve de émbolo.

Se substituye, en estos amortiguadores, el trabajo debido a la resistencia del aire al movimiento, por el de compresión o succión de ese flúido, que determina el juego, en uno u otro sentido de los cilindros y émbolos de que acaba de hablarse:

En los electro-magnéticos la resistencia opuesta á las oscilaciones de la masa pendular se obtiene por el movimiento relativo de uno ó más electro-imanes o imanes naturales o artificiales y de una lámina metálica de cobre puro, aunque pudieran emplearse en esta última otros metales, como el aluminio, por ejemplo.

Las corrientes inducidas de Foucault, desarrolladas en esa lámina, que por su reacción se oponen al movimiento, son las que suministran la resistencia apetecida.

Se supone en todos los amortiguadores que la resistencia opuesta a las oscilaciones de los sismógrafos es proporcional a la velocidad de su masa pendular. Hay en esto, probablemente, algún error, del que procuraremos hablar más adelante, pero antes hace falta formarse idea del verdadero modo de funcionar los sismógrafos, porque acaso en no tenerlo muy presente estriba algún concepto muy equivocado que pudiera haber acerca de la acción de los amortiguadores, y precisamente para aclarar este concepto se expuso la parte anterior, que trata del mecanismo de la inscripción de los sismogramas.

Los amortiguadores de líquidos tienen los recipientes que los contienen unidos al terreno y la lámina va dentro de aquéllos, enlazada directamente con la masa pendular o con el brazo del péndulo; los de aire llevan también unida al péndulo la lámina, émbolo o cilindro, que de tal hace, y formando parte del terreno el resto del amortiguador; y en los electro-magnéticos la lámina en la que han de desarrollarse las corrientes inducidas de Foucault también forma parte del péndulo y los imanes o electro-imanes, entre cuyos polos ha de moverse aquélla, están enlazados invariablemente con el terreno.

Sea, por lo tanto, cualquiera el género de amortiguador que se emplee, una parte de él: recipiente de líquido, cilindro mayor lleno de aire o imanes o electro-imanes, sigue fielmente las oscilaciones del terreno y su movimiento efectivo pudiera representarse en la fig. 4.ª por la línea $C''C'$, según la cual oscilaría, de $P$ a $C'$ primeramente, para retroceder hasta $C''$, volver luego a $C'$, después a $C''$, y así sucesivamente.

Cuando no hay terremotos y a mano se impulsa el péndulo, la resistencia del líquido, del aire o electro-magnética se opone siempre al movimiento pendular, que por este hecho va continuamente disminuyendo de amplitud y resulta un movimiento constantemente amortiguado. En este caso el nombre de amortiguador está perfectamente aplicado.

Pero no sucede lo propio cuando el movimiento relativo entre las piezas de los amortiguadores se debe a un terremoto, porque unas veces acelera el movimiento real del péndulo, otras no le apresura ni disminuye y sólo algunas veces le amortigua.

Es fácil formarse idea del efecto de los amortiguadores cuando sólo se mueve el péndulo y como tales obran; pero no lo es comprender con claridad cuál pueda ser la acción de esos accesorios cuando al mismo tiempo se mueven las diversas partes que los constituyen y su acción depende de la velocidad de unas con relación a las otras, que puede ser nula, positiva o negativa.

Para aclarar esto supóngase que en la fig. 5.ª existiera en la masa *M* un apéndice sumergido en un líquido, cuyo recipiente estuviera debajo de *M*, unido con el terreno. Al moverse este último de *A* a *A'*, y, por consiguiente, el recipiente con su líquido de *M* a *N*, como la masa *M* también se mueve, por la acción de la gravedad, de *M* hacia *N*, si la velocidad del líquido es mayor que la de esta masa, el líquido empujará al apéndice en él sumergido y la acción del amortiguador no será retardatriz, sino aceleratriz. Como la velocidad del terreno y del recipiente va decreciendo hasta anularse en *N* y, por lo contrario, la de *M* ha ido aumentando, llegará un instante en que se igualen: la velocidad relativa será cero y nula la acción del amortiguador; al continuar el movimiento, la velocidad del líquido será inferior a la de la masa y la acción del amortiguador habrá cambiado de signo y será retardatriz, etc., etc.

Si no se quiere resolver en conjunto el problema, parece que la teoría de los amortiguadores debería haberse establecido hallando primero las ecuaciones de aceleraciones, espacios y tiempos del péndulo cuando el eje de este último está fijo y las piezas unidas al terreno del amortiguador se agitan con movimiento definido por la aceleración

$$- x_m p^2 \operatorname{sen} (pt + \delta),$$

la velocidad:

$$x_m p \cos (pt + \delta),$$

y recorriendo el espacio

$$x_m \operatorname{sen} (pt + \delta),$$

si es que se admite la ley sinusoidal del movimiento terrestre y luego introducir la condición de que el eje oscile, obedeciendo a esa misma ley, porque de este modo se formaría juicio más claro de los efectos de los amortiguadores.

Las ecuaciones que primeramente se hubieran obtenido para el movimiento del péndulo, seguramente no serían las mismas que en la teoría que nos ocupa se toman como punto de partida, y que son:

$$\theta = \frac{\theta'_0}{\gamma} e^{-\varepsilon t} \operatorname{sen} \gamma t$$

$$\theta' = \frac{\theta'_0}{\gamma} e^{-\varepsilon t} (- \varepsilon \operatorname{sen} \gamma t + \gamma \cos \gamma t)$$

$$\theta'' = \frac{\theta'_0}{\gamma} e^{-\varepsilon t} (- 2 \varepsilon\gamma \cos \gamma t + (\varepsilon^2 - \gamma^2) \operatorname{sen} \gamma t),$$

que corresponden al verdadero movimiento amortiguado de un péndulo en que para $t = 0$ es $\theta = 0$, y cuya velocidad inicial $\theta'_0$ está llamada a desaparecer, porque la energía

$$\frac{1}{2} m (\theta_0')^2,$$

con que la masa comienza el movimiento, no ha de recibir ya aumento alguno y sí ha de experimentar tan sólo la constante resta que en ella hace el amortiguador, de efecto siempre retardatriz.

Van disminuyendo rápida y continuamente esos valores $\theta$, $\theta'$ y $\theta''$, aparte de las variaciones periódicas del arco $\gamma t$, según va creciendo $t$, por la gran influencia del factor $e^{-\varepsilon t}$ y en tiempo relativamente breve se anulan prácticamente de modo definitivo.

Por el contrario, en las ecuaciones de que el autor cree que debiera partirse, por estar más conformes con la realidad, el tiempo transcurrido no tendría esa influencia anuladora en $\theta$, $\theta'$ y $\theta''$, y mientras subsistiera el movimiento de la parte del amortiguador unida al terreno, tendrían esas tres cantidades valores máximos de importancia, que sólo comenzarían a decrecer rápidamente cuando este último movimiento cesara y comenzara el verdadero amortiguamiento, definido por las expresiones antes escritas. A propósito de esto debe hacerse notar que cuando cese el movimiento sísmico ($x_m = 0$), la ecuación [15] indica que el sismograma se anulará instantáneamente.

Uno de los argumentos que con mayor insistencia se aplica contra los péndulos sin amortiguadores es que están sujetos a los efectos de la resonancia, y que, al alcanzarla o hallarse de ella muy próximos, corresponden en los sismogramas ordenadas de infinita o enorme longitud.

Este argumento parece de gran fuerza a favor de los amortiguadores, que por la disminución, a veces grandísima, que producen en las ordenadas de los sismogramas se oponen a esas consecuencias de la resonancia; pero es en realidad un verdadero fantasma, porque ni los péndulos sin amortiguador dejan de experimentar, como ya se ha indicado, algún amortiguamiento, ni la práctica ha demostrado que sea frecuente, ni muchísimo menos, que los sismogramas se salgan de sus bandas al registrar terremotos lejanos o poco intensos. Se han salido, en efecto, al registrar grandes macrosismos, como el de Mesina, pero para tales registros los microsismógrafos no están preparados, y de sospechar es que lo mismo hubiera ocurrido con péndulos provistos de amortiguador, dados los grandes valores que el ángulo $\theta$ adquiere en esos casos.

Además, bueno es repetir una vez más que la comparación entre los péndulos con amortiguador y los que de él carecen, no puede ni debe hacerse basándose en la teoría corriente, que necesita ser rehecha y se presta a extrañas conclusiones.

En efecto, de la expresión [15] que da la ecuación de la curva del sismograma y parece patentizar las excelencias del amortiguamiento:

$$y = x_m \frac{L}{l} \frac{1}{(1 + u^2)\sqrt{1 - \mu^2 f(u)}} \operatorname{sen} \{ p(t - \tau) + \delta \}$$

se deduce que conviene que $\mu^2$ sea todo lo grande que se pueda, y por lo tanto el amortiguamiento todo lo menor que posible sea, para que las ordenadas resulten de buen tamaño y desaparezca, en parte, el defecto que tienen los amortiguadores de disminuirla demasiado.

Además, la expresión

$$\gamma = \frac{Tp}{2\pi} \operatorname{arc\ tang} \left\{ h \frac{2u}{u^2 - 1} \right\} = \frac{Tp}{2\pi} \operatorname{arc\ tang} \left\{ \frac{\varepsilon}{n} \frac{2u}{u^2 - 1} \right\},$$

siempre positiva, que da la diferencia de fases entre la supuesta sinusoide sísmica y la del sismograma, decrece con $\varepsilon$, y cuando este último valga casi cero será muy pequeña, resultando, en su consecuencia, casi la concordancia en fases cuando el amortiguamiento apenas existe.

Si se llevara al límite la variación de $\varepsilon$ y se le supusiera nulo, como por otra parte alguna vez se supone en la citada teoría, y fuera lícito proceder así, resultaría que precisamente se obtendría hasta la concordancia de fase y los más amplios y mejores sismogramas cuando se anulara el amortiguamiento y no existiera la resonancia.

Aunque no se llegue a ese amortiguamiento nulo, basta y sobra con hacer constar el paradójico hecho de que la ecuación de los péndulos amortiguados indica que se obtendrán tanto mejores sismogramas y más aproximados a ser sincrónicos con el movimiento sísmico cuanto menores amortiguamientos se empleen.

Sea de esto lo que quiera, es lo cierto que en las ecuaciones fundamentales del amortiguamiento empleadas en Sismología se supone que su acción, expresada por el término $2\varepsilon\theta'$, es, como él mismo indica, proporcional a la velocidad del péndulo.

A pesar de los muchos trabajos teóricos y experimentales de hidrodinámica que se han realizado, y del impulso que modernamente ha adquirido el estudio de la mecánica de los gases, especialmente con la creación de numerosos laboratorios de aerodinámica, utilizados por la aeronáutica, la verdad es que nuestros conocimientos *no son suficientes* para tratar analíticamente, de modo seguro, ciertos problemas que en su aplicación ofrece la mecánica de los flúidos.

*Entre ellos figura el expresar* de modo riguroso la relación que liga la resistencia al movimiento de un cuerpo, opuesta por un flúido con la velocidad, y viceversa: la que existe cuando el flúido sólo es el que se mueve, porque la experiencia ha demostrado que no es lo mismo la que corresponde a un cuerpo en reposo, contra el cual obra la corriente de un flúido, que la hallada cuando esta última no existe y el cuerpo es el que se mueve.

Por lo sabido hasta aquí puede asegurarse que no es aceptable la antigua ley de Newton, que ha pasado como artículo de fe durante mucho tiempo,

$$R = K d S V^2,$$

en que $R$ es la resistencia opuesta por el flúido, $d$ su densidad, $K$ un coeficiente constante, $S$ la superficie de un plano *dotado de movimiento rectilíneo* y $V$ la velocidad.

No es este lugar a propósito para estudiar a fondo esta cuestión, y nos limitaremos a decir que la fórmula completa de esa resistencia tiene varios términos, uno de ellos lineal de $V$, que parece provenir de la viscosidad y que es tan pre ponderante para pequeñas velocidades, que cuando éstas no exceden de algunos centímetros por segundo puede admitirse que aquella resistencia es proporcional a la velocidad.

En cambio, a partir de velocidades de algunos decímetros por segundo, desaparece la importancia de ese término lineal y prepondera a su vez el del cuadrado de la velocidad.

Si a tales inseguridades se agrega que en los amortiguadores de flúidos se mueven estos últimos en los terremotos, y se mueven también de modo alternativo las piezas unidas a los péndulos, produciéndose continuamente cambios de velocidades en signo y valor y remolinos en los flúidos, se comprenderá que nadie pueda expresar teóricamente qué ley liga en esos accesorios la resistencia a la velocidad y que haya necesidad de efectuar delicados experimentos para obtenerla.

Desde luego parece que ha de ser esa ley de expresión bastante compleja, porque además ha de tenerse en cuenta en ella los diversos ángulos de incidencia entre la corriente flúida y la superficie sobre la que obra, y difícilmente resultará que pueda admitirse que está constantemente expresado por $2\varepsilon\theta'$ el término que le corresponde en la aceleración angular, en el cual caso caería por su base la ecuación que a ese género de amortiguadores quiere aplicarse.

Huyendo del cuadrado de la velocidad de la ley de Newton, acaso con demasiada precipitación, por lo que antes se ha dicho acerca del término lineal en *V*, se han ideado los amortiguadores de aire, en que se comprime y distiende este flúido; pero bueno es no olvidar que los experimentos de Curie, hechos con gran cariño hacia ese género de amortiguadores, sólo permitieron asegurar, *cuando estos últimos se empleaban en balanzas,* que *sensiblemente* verificaban las previsiones teóricas. Con seguridad esta aproximación será mucho menor en los amortiguadores de los sismógrafos, que alternativa y muchas veces rápidamente comprimen y distienden el aire, en condiciones en las que será casi imposible aplicar el cálculo, y que exigen también numerosos y repetidos experimentos.

*(Continuará.)*