Fórmulas generales para el manómetro de aire comprimido y para el estereómetro; por Mr. Volpicelli.

(Bibliot. univ. de Ginebra, *diciembre* 1857.)

Entre las muchas aplicaciones de la ley de Boyle ó de Mariotte, se cuentan el *manómetro* de aire comprimido y el *estereómetro*. En esta nota daremos algunas fórmulas más generales que las conocidas ya, relativas á ambos instrumentos; suprimiendo las figuras, porque son bastante conocidas, muy fáciles de imaginar, hallándose además en los principales tratados de física. Llamaremos gas comprimido al que, contenido siempre entre la punta del tubo manométrico y el mercurio, varia continuamente de volúmen; y gas comprimente al que produce dichos efectos por medio de la presion que ejerce.

Sea n el coeficiente por el cual haya de multiplicarse la presion atmosférica media $0^m,76$, para obtener la medida de cualquier accion, como la fuerza elástica ejercida por un gas, ó un vapor, en el aire que contiene el manómetro.

α, la diferencia de los dos niveles correspondiente al equilibrio inicial.

l, la distancia del nivel en contacto con el gas comprimido y la punta del manómetro, en el caso de la presion inicial.

λ, la distancia del nivel del mercurio en contacto con el gas comprimente y la punta del manómetro.

p, la reaccion inicial del gas comprimido á la cual corresponde, en el gas comprimente, una accion de presion que llamaremos tambien inicial.

l', la distancia del nivel en contacto con el gas comprimido y la punta indicada.

p', la reaccion ó fuerza elástica correspondiente al gas comprimido.

y, la distancia de los dos niveles, ambos en contacto con el gas comprimido, pero correspondiente uno á la reaccion inicial p y el otro á una reaccion cualquiera p' del mismo gas.

z, la distancia de los dos niveles, ambos en contacto con el gas comprimente, correspondiente el uno á la accion inicial y el otro á cualquier accion del mismo gas.

R y r los dos radios de los niveles circulares del mercurio, uno en contacto con el gas comprimente y el otro con el gas comprimido.

Sentado esto, es evidente que, conservando $0^m,76$ como altura normal del barómetro, tendremos el siguiente sistema de ecuaciones.

$$(1)\quad \begin{cases} n.0^m,76 = p' + \alpha \pm (y+z),\ \pi v^2 y = \pi R^2 z, \\ l' = l \mp y, p' = \dfrac{pl}{l'}, \gamma - l' = \alpha \pm (y+z); \end{cases}$$

en las que deben tomarse los signos superiores ó inferiores, segun que haya de subir ó bajar el mercurio en el tubo cerrado del manómetro, para pasar del equilibrio inicial al que tiene la presion $n.\ 0^m,76$. Por medio de las ecuaciones (1) se obtiene la siguiente:

$$y^2 \mp \frac{H}{R^2+r^2} y + \frac{lR^2K}{R^2+r^2} = 0,$$

en la cual se ha hecho para abreviar

$$H = (n.\ 0,76 - \alpha)R^2 + l(R^2+r^2), K = n.\ 0,76 - p - \alpha,$$

deduciéndose de aquí

$$(2)\ y = \frac{\pm H \mp \sqrt{[H^2 - 4(R^2+r^2)\,l\,R^2 K]}}{2(R^2+r^2)}.$$

En esta fórmula habrá que elegir los signos superiores ó inferiores, segun que el movimiento haya de ser ascendente ó descedente en el brazo cerrado del manómetro para pasar del equilibrio inicial al actual, puesto que en ambos casos, siendo

$$p = n.\ 0,76, y\ \alpha = 0,$$

debe obtenerse, y se obtiene realmente $y = 0$. La misma fórmula es muy general: con las precedentes, sirve para toda investigacion posible acerca del manómetro de aire comprimido; y unida con la tercera de las ecuaciones (1), sirve para la graduacion teórica del tubo cerrado en el que ha de comprimirse el aire; obtiénense además como corolario de dicha fórmula (2) otras no tan generales, pero más prácticas, relativas al instrumento indicado, como se va á ver; razon por la cual es inutil introducir la referida fórmula (2) en los tratados de física.

Suponiendo sucesivamente á n los valores 1, 2, 3..., los correspondientes á y obtenidos por la ecuacion (2), y de z por la segunda de las ecuaciones (1), introducidas en el trinomio $\alpha \pm y \pm z$ presentarán las alturas del mercurio en el brazo cerrado del manómetro, contadas á partir del nivel correspondiente á las presiones respectivas de 1, 2, 3... atmósferas. Luego la suma $a \pm y$ dará las alturas del mercurio contadas siempre del nivel inicial, para las presiones de 1, 2, 3.... atmósferas.

Resulta por consiguiente que será posible, de un modo ú otro, obtener fácilmente, y con toda exactitud, la graduacion teórica del manómetro, con tal que se haya quitado bien toda humedad al aire que hay en él, y corregido los efectos de la temperatura. Las fórmulas precedentes pueden servir para otros tantos problemas manométricos como cantidades haya en ellos.

Haciendo $p = 0,76$, se deducirá de la fórmula (2)

$$(3)\ y = \frac{\pm H \mp \sqrt{[H^2 - 4(R^2+r^2)lR^2K']}}{2(R^2+r^2)},$$

en la cual se ha supuesto para abreviar

$$K' = (n-1)\,0,76 - \alpha;$$

de suerte que la ecuacion (3) se refiere al caso en que la presion barométrica normal corresponde á la inicial.

Si se hace $\alpha = 0$ en (3), tendremos

$$(4)\ y = \frac{\pm H' \mp \sqrt{[H'^2 - 4(R^2+r^2)lR^2K'']}}{2(R^2+r^2)}$$

en la cual

$$H' = n.\,0,76\,R^2 + l(R^2+r^2),\ K'' = (n.-1).\,0,76.$$

Esto equivale á suponer que á la presion inicial precedente coinciden entre sí los dos niveles, y la ecuacion (4) convendrá para ese caso.

Si se supone R bastante grande en (4) para poder despreciar r, tendremos:

$$(5)\ y=\frac{\pm(n.0,76+l)\mp\sqrt{[(n.0,76-l)^2+4.l.0,76]}}{2};$$

cuya suposicion equivale á admitir que el nivel en contacto con el gas comprimente está sensiblemente fijo: por consecuencia esta ecuacion (5) convendrá para dicho caso.

Hagamos (4) $R=r$, y tendremos

$$(6)\ y=\frac{\pm(n.0,38+l)\mp\sqrt{\{l^2+0,38[0,38n^2-2l(n-2)]\}}}{2}.$$

Lo cual equivale á suponer además que el manómetro es de forma de sifon y que tiene calibre uniforme: la fórmula (6) corresponde pues al caso indicado.

Si se quiere determinar despues, por medio de la ecuacion (6), el valor de l', es decir, la distancia del extremo del tubo al nivel en contacto con el gas comprimido, fácilmente se echa de ver que para dicho caso se deduce de la primera, tercera y cuarta fórmula (1):

$$n.\ 0,76=p'\pm(y+z),\ p'=\frac{0,76.l}{l'},\ \lambda-l'=\pm(y+z)$$

de donde

$$l'^2+(n.076-\lambda)l'-0,76.l=0;$$

y en ambos casos

$$(7)\ l'=\frac{\lambda-n.0,76+\sqrt{[(\lambda-n.0,76)^2+4.0,76.l]}}{2},$$

en cuya ecuacion se ha conservado el signo + al radical, porque siempre que $\lambda=l$ y $n=1$, debe obtenerse $l'=l$, como realmente sucede en (7).

Las divisiones en dicha parte del tubo de calibre constante que contiene el gas comprimido se pueden verificar *à priori*, principiando á contar de la coincidencia de los dos niveles, á los cuales corresponde la presion inicial y normal $0^m,76$. Al efecto, tomada la distancia $l=AE$, tírense por sus extremos A y E dos paralelas, una superior y otra inferior; y luego desde el extremo superior A, correspondiente al vértice del tubo, tómese una distancia cualquiera $A\,T$ en la paralela superior; despues, partiendo del extremo inferior E, repítase esa distancia n veces en la paralela inferior, que resultará dividida de este modo en n partes iguales entre sí. Despues, si se une el punto T con las divisiones marcadas en la paralela inferior por otras tantas líneas rectas, dividirán estas á l en igual número de partes, y cualquiera de ellas $A\,X$ se expresará por

$$(8)\quad A\,X = \frac{1}{n+1},$$

y haciendo sucesivamente $n = 1,\ 2,\ 3\ldots$ obtendremos las divisiones

$$\frac{l}{2},\ \frac{l}{3},\ \frac{l}{4}\ldots$$

Y como, segun la ley de Mariotte, los volúmenes á que se reduce un gas, de masa y temperatura constante, comprimiéndolo, están en razon inversa de las presiones, es evidente que el aire contenido en el cilindro de altura $l = A\,E$ y radio constante, cuando ocupa sucesivamente menor número de divisiones señaladas en la misma altura, se halla sometido entonces á una presion doble, triple, cuádrupla, etc., de la que sufria cuando llenaba el cilindro entero de altura l. Esto equivale á decir que la division acabada de indicar podrá servir muy bien para las medidas manométricas.

Dividiendo los dos miembros de la ecuacion (5) por l, tendremos

$$(9)\quad \frac{y}{l} = \frac{\left(\frac{\pm n.0{,}76}{l} + l\right) \mp \sqrt{\left[\frac{n.0{,}76}{l} - 1\right)^2 + \frac{4.0{,}76}{l}\right]}}{2},$$

en la cual, haciendo $n = 1,\ 2,\ 3\ldots$, los valores de la proporcion $\frac{y}{l}$ indicarán las alturas en que habrá de marcarse 1 atmósfera, 2 atmósferas, etc.; porque en este caso y representa la longitud de la columna de mercurio, y l la del tubo entero, contando siempre de la coincidencia de niveles.

De (6), tomando los signos inferiores, tendremos

$$
(a)\quad \begin{cases} y=-\dfrac{(l+n.0,38)+\sqrt{[(l-n.0,38)^2+4.\,l.\,0,38]}}{2}, \\ \text{y de aquí resultará para } n=0 \\ y=-\dfrac{l}{2}\left[1-\sqrt{\left(1+\dfrac{4.0.38}{l}\right)}\right]. \end{cases}
$$

Estas fórmulas darán á conocer la longitud que han de tener ambos brazos del manómetro en la parte inferior de la coincidencia de los niveles, para que pueda salir de allí el aire sea cualquiera la presion, aun cuando llegase á ser nula.

Los manómetros de aire libre, lo mismo que los de aire comprimido, pueden graduarse práctica ó teóricamente; pero es preciso considerar que no es fácil adquirir con exactitud los elementos necesarios para dicha graduacion, y que por lo tanto es más seguro, en general, graduar los referidos instrumentos por medios experimentales. Efectivamente, en los manómetros de aire comprimido, únicos de que queremos hablar, la graduacion práctica lleva á la teórica las siguientes ventajas. 1.° Permite el uso de tubos más largos, y por consiguiente más sensibles; 2.° no exije que sean estos cilíndricos; 3.° se pueden emplear tubos más ó ménos cónicos y adelgazados por su punta cerrada, á fin de que sean mayores las divisiones para las presiones elevadas.

Los manómetros de aire comprimido son unas veces de tubo recto, otras de dos brazos ó de sifon. Los de tubo recto tienen el inconveniente de que, cuando se aplican á una caldera de vapor, si queda abierta la llave por olvido, apagado el fuego, á causa del enfriamiento, se forma el vacío en la parte superior del agua de la caldera; resultando de aquí que el aire del manómetro, en razon de su exceso de elasticidad, sale del tubo, y que las divisiones de la escala dejan de ser exactas. El manómetro de sifon no está sujeto á esta alteracion cuando es de dimensiones y formas convenientes.

En las calderas de alta presion se hace uso frecuentemente de los manómetros de aire comprimido que comunican con el vapor de la caldera por medio de un tubo metálico. Al cabo de cierto tiempo son erróneas las indicaciones que dan semejantes instrumentos, porque calentado el mercurio se combina en parte con el oxígeno del aire comprimido del manómetro. Además el óxido de mercurio que se forma empaña el tubo, impidiendo que se vea el nivel de dicho metal. Ambos inconvenientes se remedian perfectamente, sustituyendo el ázoe al aire contenido en el instrumento. Pudiera tambien suceder que disminuyendo rápidamento la presion saliese del tubo cierta parte de gas, en cuyo caso sería tambien inexacta la graduacion. Finalmente, afecta las indicaciones del manómetro de aire comprimido la temperatura, que aumenta la fuerza elástica del aire encarcelado, haciendo variar las indicaciones entre límites bastante distantes, á causa de la proximidad de la caldera, é independientemente de la tension del vapor que contiene. De todo esto resulta que deben preferirse para las calderas de vapor los manómetros de aire libre, en los cuales sólo hay que corregir la dilatacion del mercurio, cosa fácil de lograr.

Pasemos ahora al *estereómetro:* sabido es que Mr. Say inventó este instrumento en 1799, y que sirve para determinar el volúmen aparente de un cuerpo. En obsequio de la brevedad dejaremos á un lado su descripcion detallada, siendo fácil formarse idea de él por lo que vamos á decir; por el contrario, desenvolveremos más ampliamente la teoría, dando algunas fórmulas que aún no se han publicado.

Sean dos cilindros, uno mayor que otro, pero unidos de modo que sólo formen un tubo; el menor, que no ha de ser capilar, se coloca debajo del mayor, teniendo dos escalas, una de partes de igual capacidad w y otra de partes de igual longitud; cuyas graduaciones coincidirán si el cilindro está perfectamente calibrado. En el cilindro mayor se pone el cuerpo cuyo volúmen x se trata de determinar. Como el tubo está abierto por sus dos extremos, se mete verticalmente su parte estrecha en el mercurio, contenido en un recipiente cilíndrico de suficiente profundidad, de modo que el nivel del mercurio, tanto en lo interior como en lo exterior del tubo, corresponda al cero de las dos escalas indicadas. Luego se cierra el extremo superior del cilindro mayor con una lámina de cristal raspado con esmeril y cubierta de sebo. El aire contenido en el volúmen v, entre el nivel del mercurio y la lámina de cristal, se halla sometido á la presion atmosférica actual p, ocupando el volúmen $v-x$. Levantando despues el tubo cierta cantidad sin variar su temperatura en manera alguna, subirá el mercurio en el cilindro menor á una altura d, contada desde el nivel primitivo, y el nivel ocupado por el aire en este nuevo estado tendrá un aumento de $n\,w$, hallándose sometido á una presion representada por $p-d$. Por lo cual, en virtud de la ley de Mariotte tendremos:

$$p : p-d = v-x+n\,w : v-x,$$

de donde

$$(a_1) \quad x = +\frac{(d-p)\,n\,v}{d}.$$

En esta fórmula, varian generalmente en todos los casos las cantidades d, n, p, y se obtienen por observacion. El barómetro da directamente la cantidad p; se puede sin embargo conseguir sin observar dicho instrumento: para ello basta levantar el tubo dos veces á alturas diferentes; y efectivamente tenemos para las dos posiciones segun (a_1):

$$x\,d' = d'(v+n'\,w) - p\,n'\,w$$
$$x\,d'' = d''(v+n''\,w) - p\,n''\,w;$$

de donde se deduce

$$(a_2) \; p = \frac{(n''-n')\,d'\,d''}{n''\,d'-n'\,d'},$$

valor que puede sustituirse, si se quiere, en (a_1).

Como las cantidades v, w son constantes, deben determinarse de antemano. Al efecto, es preciso hacer dos experiencias poniendo en el cilindro mayor un cuerpo de volúmen conocido, pero diferente á cada experimento. Si x_1 y x_2 representan los volúmenes diversos y conocidos de dichos cuerpos, tendremos segun (a_1)

$$d_1\,x_1 = d_1(v+n_1\,w) - p_1\,n_1\,w,$$
$$d_2\,x_2 = d_2(v+n_2\,w) - p_2\,n_2\,w;$$

y eliminando

$$(a_3)\quad \begin{cases} v = \dfrac{(p_2 + d_2)n_2 d_1 x_1 - (p_1 - d_1)n_1 d_2 a_2}{(n_1 n_2) d_1 d_2 + p_2 n_2 d_1 - p_1 n_1 d_2}, \\ w = \dfrac{(x_1 - x_2) d_1 d_2}{(n_1 - n_2) d_1 d_2 + p_2 n_2 d_1 - p_1 n_1 d_2}. \end{cases}$$

Despues de obtener numéricamente estos valores, que podrán tal vez simplificarse con auxilio de algunas modificaciones prácticas, y sustituyéndolos en (a_1), se podrá resolver esta ecuacion con sólo las cantidades d, n, p, ó si se prefiere con auxilio únicamente de d y n y el valor numérico (a_2). De este modo se obtendrá fácilmente el volúmen x que se busca.

Por último, conviene observar que la gravedad específica, es decir, la unidad de volúmen, puede determinarse por medio de la ecuacion (a_1) en cuerpos tales como la pólvora de cañon, sustancias filamentosas, fécula, madera, etc., en las que varia la densidad, bien á causa de la compresion, ó bien por la imbibicion del líquido en que se han de meter cuando se trata de determinar hidrostáticamente su volúmen.

QUÍMICA.

Sobre la accion recíproca de los metales y de las aguas de pozos y rios; por Mr. Medlock.

(Bibliot. univ. de Ginebra, *diciembre* 1857.)

El estudio de la accion disolvente del agua en el plomo, ó en otros términos, determinar si tal ó cual agua se impregna de plomo cuando se halla expuesta á la accion de dicho metal durante más ó menos tiempo, es una cuestion sanitaria de la más alta importancia. Los químicos que la han examinado no están acordes respecto á los resultados obtenidos. Unos consideran la accion del agua en el plomo como procedente de la misma causa que su propiedad de disolver el jabon; ó la atribuyen á la falta de sales terrosas en cantidad notable; otros la han atribuido á la presencia de ácido carbónico libre, ó de oxígeno disuelto en