CCLXVII. Ergo ab utrâque Scholâ, qui prudens Philosophus sit, exesse debet, & quærere quâ sibi rectam aperire viam possit, ut penetret ad Veritatem.

NOTA II.

ECce vivam Humanæ vitæ imaginem! *Tardiùs aut citiùs metam properamus ad unam*. Ergo

Pergito Circuitor: sic curritur orbita vitæ,
Tecum Mors unum currere certat iter.
Tu Mortem ut prendas; te Mors, ut prendere possit;
Ad metam leni tenditis ambo gradu.

Cùm magis nos putamus securos, duplici ex capite periclitamur: non enim solùm vadimus, sed etiam rapimur.

Vadimus quidem; &, si se opponant difficultatum oceani, ut nostram ruinam faciliorem redamus, navigamus; &, si hoc non liceat, namus; propriisque brachiis impedimenta rumpimus, vixque littus attingimus, & statim in eandem metam currimus, mur, ruimus, præcipitamur. Si prude- simus, quia quiescere non libet, ambu- An ideò ad metam, quæ Mors est, ver- tardiùs? Ipse se admovet nobis, si fo- stinare nolimus. Nulla est cautela, Mortis insidiis non eximat; nos enim tos expectat; & ante diem, etiam in- abripit: nam est Naturalium legum p- linea, *Omnia debentur Morti*.

CCLXVIII. Ergo, qui natus mori debeas, Mortem cogita; & taler sanus vitam, qualem te egisse, cùm bundus fueris, exoptabis. Vera Mathes- cet, proprios actus metiri, & ita illos trahere, ut legem Divinam exæquent. ctissimus est, qui hanc Artem didic- enim sic vivit, doctè vivit; &, qui no- vat vitæ modum, indoctè. Qui han- scis, vivere sis: Ergo juxta illam vat- quis eam fortè nescias,

Vt bene contingat devivere, vivere disce:
Vt bene contingat vivere, disce mori.



SYN-

SYNTAGMA TERTIVM.

GEOMETRIA

DE

Punctis, Lineis, Angulis, Superficiebus, & Solidis.

PROLOGVS.

NOTAS Geometricas, quas olim Adolescens scripsi, nunc relego, aut etiam elimo: &, quia me in Philosophicis & Theologicis multùm juverunt, Lectorem nõ solùm Mathematicum, sed etiam Physicum adjuturas esse confido. Eminent inter cæteros in Philosophicis Scholis, qui hanc Scientiam calent; serpunt, qui ignorant: loquor expertus: & universis suadeo, ut si non velint alias, horas saltem recreationi, & animi restitutioni destinatas, huic studio accenseant: habebunt enim voluptatem ineffabilem cum incredibili utilitate conjunctam.

Num. I.

Sum brevis: &, ut opinor, non obscurus. Non est brevis, qui necessaria omittit, sed mancus: est longus, qui calamo in superfluis indulget. Nec possunt, nec debent omnia dici: aliqua relinquenda sunt ebullienti Lectoris animosi ingenio; nempe illa, quæ ex fundamentis positis necessariò sequuntur: nam aliàs nullus esset in scribendo finis. Hinc excusandus veniam, si occupatus in arduis, facilia & omnibus nota, aut necessariò ex datis inferenda maturo consilio intermittam.

Num. II.

Te nolo statim, vel invitum ad palæstram inducere; sed, ut libentiùs venias, aliqua de Scientiæ hujus nomine, essentiâ, partibus intrinsecis & entitativis, aliqua de potestativis, quæ concernunt varias Geometriæ divisiones, præmitto: attentionem postulo, animumque à perturbationibus liberum.

Vide Plinium libr. 7. cap. 37. *Tzetzen* libr. 11. 381. *Cœlium Rhodiginum* libr. 7. cap. 30. & libr. 15. cap. 13. & libr. 18. cap. 34. *Polydorum Virgilium* libr. 1. cap. 18. *Plutarchum* Sympos. 8. 2. *Aulum Gellium* (*vel ut Critici legi jubent, Agellium*) libr. 1. cap. 20. *Valturium* de militari Geometr. libr. 2. cap. 5. *Fabium Quintilianum* Institut. Oratoriæ libr. 1. cap. 11. *Iacobum Magnum* in Sophilogio. 1. 2. 7. *Ioannem Henricum Alstedium* tom. 2. Encyclopædiæ libr. 15. *Iosephum Langium* Cæsaremontanum in Elementali Mathematico pag. 133. juxta Editionem Friburganam anni 1613. *nec-non etiam Philosophos* in Physicâ ad libr. 6. Aristotelis.

ARTICVLVS I.

De Geometriæ antiquitate.

Num. III.

PUTANT Mathematici Græci, & Latini Geometriam bis millesimum ætatis annum numerare: nam etsi ante Euclidem fuerint apud Ægyptios aliqua rudia numerorum & linearum Theoremata, ille fuit primus, qui ea collegit, in ordinem redegit, & demonstrationibus dilucidavit. Et quidem ab Euclide ad annum 1630. numerat Ioannes Keplerus 1900. annos. Interim apud Sinas Scientiam hanc video multò antiquiorem esse. P. Ioannes Torrentius in Epistolio ex urbe Sinarum Changtscheu anno 1627. ad Ingolstadienses Mathematicos scriptò, *Nuper vidi*, ait, *Problemata Geometrica quindecim, quæ superant* 3000. *annos*. Dixerat.

A Tao Rege famoso incipiunt suas historias Sinæ, à quo numerant annorum fere 4000. &c. *Paulò post tempora Tao notatur insignis eclipsis, quæ dicitur contigisse in* 2. *grad. Scorpii. Annum dant; nescio, an hora & magnitudo sciatur.* Et sanè Astronomía sine Geometriâ esse non potuit.

In hoc Epistolium Commentatiunculam Keplerus edidit; & inter alia doctissimè & eruditissimè scripta, hæc habet.

Tantundem (hoc est, ann. 4000.) *à diluvio. Et quid, si hic Tao sit Ion, vel Iavan, vel Persicâ pronunciatione apud Aristophanem Iaon, Iapeti filius, cujus posteri navibus delati, ut mari Ionio in Insulas Gentium, seu Europam; sic etiam mari Rubro, & sinu Persico in Indias, & Sinas.* Et post pauca. *Puto hanc Eclipsim esse ex calculo illorum retrò extenso. Aliàs, si vera observatio esset, si annus certus adderetur, præstantissimum esset antiquitatis monumentum, ab annis* 4000: *cùm antiquiores non supersint nobis quàm ab annis* 2300. *Facilè discerneretur per locum* 2. *Scorpii, Solis esset, an Lunæ?*

Incepit igitur ab ipso diluvio Geometría, & Mathesis florere apud Sinas. Quam ob rem, cùm Antiquitas maximè ad Nobilitatem conducat, Geometria, quam hìc tradere incipio, Facultas nobilissima est.

ARTICVLVS II.

De Geometriæ nomine, quiditate, & partibus entitativis.

Num. IV.

VIt Plato nomina esse rerum breves definitiones; & hanc ob rem, magnam Philosophiæ notitiam in Nomenclatore desiderat: quam non habuit profectò, qui Geometriæ nomen imposuit. Sanè ΓΕΩΜΕΤΡΕΙΝ est *terram mensurare*, unde ΓΕΩΜΕΤΡΗΣ erit *terræ mensurator*, & ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ *terræ mensuratio*, & voce ad Scholas translatâ erit *Ars, aut Scientia, quæ docet terram exactè mensurare.* Sic dicitur hæc sublimis Facultas, quòd Ægyptii, qui eam inveniisse censentur, (nam de Sinensibus nulla erat Græcis, aut Latinis notitia,) illâ primùm in mensurandâ terra, demum in cœlo mensurando, usi sunt: cùm singulis annis Nilus totam illam regionem profluvio fœcundissimo inundet, deleat singulorum agrorum terminos, scientiâ indiguerunt incolæ, quæ posset terminos reponere, campos distinguere, & cuique priores fundos adscribere. Hanc ergo Scientiam, sumpto nomine ab usu mario vocaverunt *Geometríam*; at verò aliquot annos, ubi primùm incœperunt altiores, & universaliores metiri, nomen indignati, & illud mutare volúerunt: quo id fructu? quis vulgi labium mutet? nosus senex est, & non vult novam linguam addiscere. Plato hanc provinciam suscepit, & in Epinomide *Geometriæ* vocabulum ΓΕΛΟΙΟΝ, *nomen ridiculum* eliminavit; &, ut exesse jusso altero nomine alterum substitueret, illam in Philebo posuit vocari Μετρικὴ, quasi *Mensuratrix* ars, quæ ab omni materiâ abstrahit, significatur nomine ab omni materiâ præciso. Sed quid præstitit? Mansit, vel invito Platone nomen hoc, non solùm apud cæteros, sed etiam apud ipsum, qui illo frequenter utitur; nec posset alio, nisi non intelligeretur. qui enim audiebant *Metricam*, non Scientiam illam, quæ lineas, superficies, & cætera metitur; sed illam, quæ syllabas, intelligebant. Moneatur igitur ab Aristotele, Plato, aliud esse unde nomen sumitur, & aliud quod nomen significat: nam sicut apud Latinos *Lapis* dicitur à lædendo pede, non autem significat læsionem pedis, sed petram: sic etiam apud Græcos ΜΕΤΡΙΚΗ est nomen abstractissimum, & tamen non significat actum mensurandi abstractissimam, sed artem mensurandi syllabas, seu Artem mensurandi ad Poëticam & carminum rationem contractam: & *Geometria*, licèt nomen concretum sit, & ad terram determinatum, significat nihilominùs Scientiam universalissimam, & abstractissimam, cujus objectum est ΠΑΝ ΜΕΤΡΗΤΟΝ, *omnis res mensurabilis.*

De Academiæ Platonicæ inscriptione, & Geometriæ utilitate, aut necessitate.

Num. V.

PLato, quem *Geometriæ* nomen, non fastidientem modò, sed etiam irridentem audivimus, sed demùm attemperavit cæteris, nomenque istud aureis characteribus expressum suæ Scholæ inscripsit. Curavit pro foribus exponi marmor, hac Inscriptione illustre.



Res est nota, & à plurimis tradita. Bessarion Cardinalis *in Calumniatores Platonis lib.* 1. *cap.* 8. rem enarrat his verbis. *Geometriæ expers nemo Scholam Platonis ingredi aptus est, quod de Mathematicis Scientiis, & de virtute, quæ ex Geometricâ medietate est, qui non adquisivit, intelligi potest.* Consonat Ioannes Grammaticus *libr.* 1. *de Anim. text.* 45. dicens. *Geometriæ ignaris non licebat Platonis Academiam ingredi*, &c.

Et quidem hac ille Inscriptione arcebat ab Academiâ omnes Geometriæ imperitos, & eos tantummodò admittebat, quos sciebat esse in Geometricis bene versatos. Et meritò, nam, ut *loc. cit.* inquit Bessarion, *Geometria sine cognitione nemo hominum doctus appellari potest.*

Num. VI.

Hodie nostri Philosophi admirantur omninò fuisse olim à Platone rejectos, qui ignorabant Geometriam; nam ipsi illam omninò ignorant, & putant se in Physicis, aut etiam in Metaphysicis eminere. Et quidem tam sunt Matheseos, & Geometriæ præcipuè nostri Philosophiæ Doctores imperiti, ut P. Nicolaus Cabæus *Meteorogicorum tom.* 1. *text.* 63. *quæst.* 1. *pag.* 383. Philosophis scribit, & ait. *Nec putes te longis Mathematicorum disciplinis instructum esse debere: non aliud requiro ego, nisi, ut per te noveris in chartâ solidiore, vel polito assere angulum rectum describere: quod, si per te hoc præstare non vales, curabit aliquis tibi delineet, quo instrumento eris sufficienter instructus ad mensurandam altitudinem montium.* Sic ibi Philosophiæ Professores solatur, (nec enim Discipulis scribit, quæ ipse fusè, isti omnia debeant habere ad paginas paucas reducta.) Timebat ergo Cabæus, ne nullum Lectorem haberet, si à Philosophis majorem Matheseos notitiam postularet. His tamen non obstantibus Physicam, & Naturales omnes Scientias intranabiles esse à viro, qui Mathesin ignoret, non potero paucis ostendere: sed oro Philomusum nostram Philosophiam Localem legere, & evidenter percipiet, Philosophiam esse talem Geometriam; nempe, ad Corpus naturale contractam & determinatam.

Sed neque Theologus Geometriæ notitiâ carere poterit. Si enim Deum, quem non possumus specie propriâ, alienâ intellecturi sumus, monebimur à Mercurio Trismegisto, *Eum esse sphæram quandam intelligibilem, cujus centrum ubique est, & nullibi circumferentia.* Ex quâ ingeniosâ definitione multa Geometra ad majorem Dei gloriam deducet, quæ intelligere nequeat, si Mathesim ignoret. Hanc veritatem firmat Mathesis audax (liber est, quem Lovanii edidi sub annum 1643.) quę Circino & Lineali instructa Quęstiones gravissimas (Logicas, Physicas, Metaphysicas, Theologicas, &c.) exponit.

ARTICVLVS III.

De Objecto Geometriæ.

Num. VII.

GEometria, est *Ars bene metiendi*. Iam subaudio. Redundat, inquis, illud *bene*: non enim ad male operandum, sunt Artes. Sed non redundat, inquam ego, quod additur majoris claritatis gratiâ. [Vt communis Opinio statuit, Objectum Geometriæ est Quantitas Continua: & Discreta Arithmeticæ. Vnde quidquid Quantitas Continua sit, in Geometriæ objecto claudetur: & non claudetur, quod Quantitas Continua non sit. Quam ob rem, cùm inquiritur, An Punctum ad Geometricam considerationem pertineat? quæritur, An illud Quantum sit? si enim est Quantum, ad Geometriæ contemplationem spectat: si non est, non spectat.] Hæc doctrina tanquam fundamentalis supponitur. Sed aliqui, quia volunt Puncta, Vacuum, & Spatia imaginaria Geometriæ subjicere, & putant illa

illa Quantitatem non esse, sic pronunciant. [Objectum Geometriæ est Ens Mensurabile: & Numerabile Arithmeticæ. Vnde, quidquid mensurabile sit, in Geometriæ objecto claudetur; & non claudetur, quod mensurabile non sit. Quam ob rem, cùm inquiritur, An Punctum, an Vacuum, an Spatia imaginaria, &c. ad Geometricam considerationem pertineat, quæritur, An illa mensurabilia sint? si enim sunt mensurabilia, ad Geometriæ contemplationem spectant; si non sunt, non spectant.] At, si res bene consideretur, hi duo dicendi modi coïncidunt, quoniam omne mensurabile est quantum, & omne quantum est mensurabile. Ponamus igitur Quantitatis categoriam, cujus posteà species singulas examinabimus.

Quantitas in Punctum, Lineam, Superficiem, & Corpus, quod Solidum vocatur, dividitur.

Punctum est quantitas sine longitudine: (adeoque sine latitudine, & profunditate; nam hæ dimensiones sine longitudine esse non possunt.) Multi Vnitatem non esse numerum, Punctumque non esse quantitatem contendunt, & quæstione purè nominali Auditores impediunt. Vide Arithmet. num. 9.

Linea est quantitas habens longitudinem sine latitudine, & sine profunditate.

Superficies est quantitas habens longitudinem, & latitudinem sine profunditate.

Corpus (seu Solidum) est quantitas habens longitudinem, latitudinem, & profunditatem. Et hæc dicitur Quantitas completa, *quia undique secundum omnem dimensionem protrahitur.*

Ad species Quantitatis reducitur Angulus, qui linearum, aut etiam superficierum concursu formatur. Et quidem tam est necessaria Angulorum notitia, ut specialem sibi scientiam vendicet, quam Trigonometriam appellamus: hæc enim angulos metitur, & inde ad linearum, & arcuum cognitionem, & determinationem se promovet.

Quantitatem ratio mensuræ comitatur, & nominatur *Tantitas*, quæ in Determinatam, & Proportionalem dispescitur.

Hinc tamen non oritur Tantitatis divisio in Absolutam & Relativam: ita, ut res absolutè tanta sit, cùm duos, tres, &c. palmos habet: relativè, cùm est dupla, tripla, &c. Et ratio est, quia non datur Tantitas absoluta: nam, qui tabellam quatuor palmis esse longam asserit, illam cum palmo comparat, & esse quadruplò longiorem affirmat.

Num. VIII. *Figur. 9.*

OCcurrit hìc curiosa difficultas, quæ quirit, An possit quis profunditatem intelligere à longitudine, & à latitudine abstractam? An sicut sine profunditate latitudinem, sic sine longitudine contemplari possimus?

Respondeo longitudinem, latitudinem & profunditatem, si essent formalitates specie diversæ, posse unam sine alterâ considerari: possum enim hominem sine leone, leonem sine cane concipere: at non possum concipere secundum gradum, quin concipiam primum. Sanè hæ tres extensiones non distinguuntur specie, sed numero. Punctum enim dicitur, quod caret omni extensione. *Linea*, quæ habet unicam; *Superficies*, quæ duas; *Corpus* verò, quod tres. Hinc docet Alstedius *Encyclopæd. libr.* 14. *part.* 1. *cap.* 3. §. 3. *pag.* 298. *b.* [Magnitudo tripliciter tantùm est divisibilis: vel ad unum, ut linea; vel ad duo, ut superficies; vel ad tria, ut corpus.] Et hoc potest evidenter ostendi: nam in corpore tres sunt dimensiones: quacunque ex illis, si primo loco consideretur, vocabitur *Longitudo*: quæ autem secundo, *latitudo*; quæcunque tertio, *altitudo*, seu *profunditas*. Nam in Cubo sunt 12. lineæ, & una longitudo hujus solidi, illa profectò linea, quàm volueris. Si designes AG: hæc longitudo vocabitur linea; & habere latitudinem poterit, vel ab A in F, vel ab A in B. Si ab A in F sit latitudo, ab A in B erit profunditas: &, si ab A in B sit latitudo, tunc profunditas erit ab A in F. Nam, si secundo loco consideretur extensio AF, considerabitur tertia extensio AB: &, si secundo consideretur AB, tertio considerabitur AF.

De Compositione Continui.

Num. IX.

DE Compositione Continui, An videlicet componatur ex partibus? disputant Recentiores in Logicâ, (ita Sanchez *in Prædicam. Quantit. quæst.* 23. Petronius *lib.* 2. *quæst.* 2. *art.* 4. *quæstiunc.* 4. & alii.) Sed, quia hæc Quæstio non videtur ad Prædicabilium rem

tem conducere, alii meliori consilio illam examinant in Metaphysicâ (ita Albertinus *tom.* 3. *de Prædic. Quant. disp.* 3. *per totam*, & alii) plerique autem in Physicâ ad libri sexti initium, ubi etiam eam edisserit Aristoteles, (ita fere omnes) pauci (cum Magistro *in* 2. *dist.* 2.) in Theologiâ eam discutiunt, (ita Scotus *ibid. quæst.* 2. Durandus *ibid. quæst.* 4. Ariminensis *ibid. quæst.* 2. *artic.* 1. &c.) Alii Syntagmata specialia de hoc argumento ediderunt: ut D. Thomas, cujus Opusculum XXXVII. secundum Editionem Romanam, est *de Instantibus*. Libertus Fromondus, cujus *Labyrinthus* (sic inscribitur liber) agit *de Compositione Continui*. Vincentius Fassarus *de Quantitate*, & alii.

Tres sunt in hac materiâ Opiniones possibiles, & omnes habuerunt, aut etiamnum habent Propugnatores. Prima docet Continuum ex puris indivisibilibus concinnari: Secunda ex solis partibus, negat enim indivisibilia positiva: Tertia duàs priores componit, & ex positivis indivisibilibus, & ex partibus semper dividuis construit Quantitatem Continuam.

Prima Opinio Stoicorum fuit, & à Zenone promota, & olim à Pythagorâ, Democrito, Leucippo, Platone, Anaxagora, & aliis defensa. Pythagoras quidem, apud Ioannem Alstedium *Encyclopæd. tom.* 2. *libr.* 14. *cap.* 2. *in fin.* ait, *Punctum est unitas situm habens*. Sed ex unitatibus componitur numerus, ergo ex punctis linea. Immò & Aristoteles, quanvis in Physicis ab hac opinione recedat, illam in aliis libris habuit, nam 1. *Topic. cap.* 14. sic inquit. *Punctum idem est in lineâ, quod unitas in numero.* Hanc opinionem multi Recentiores tuentur. Alstedius *loc. cit.* Geometriam edifferit, & tamen objicienti. [Si punctum est indivisibile, ex illo non potest fieri continuum, seu divisibile.] Respondet dicens. [Sed inquam ego, ex punctorum successione gignitur quantitas continua. Quanvis igitur punctum sit indivisibile, & non continuum, ex illo tamen fit continuum per contactum alterius puncti, &c.] Et an. 1648. Io. Chrysost. Magnenus, in Ticinensi Academiâ, Regius Medicinæ Professor, suâ Democritum edidit, in quo omnia ex atomis, seu punctis concinnat. An. 1651. Ioânes Phocylides, Ann. etiam 1653. editus est P. Emanuëlis Maignani Philosophicus Cursus, in cujus *to.* 2. *cap.* 7. Continuum componitur ex indivisibilibus Physicis. Tandem anno 1654. prodiit P. Ildephonsus Peñafiel, Zenonis propugnator acerrimus; qui, ut suam sententiam illustrium Virorum authoritate roboret *in Phys. disp.* 15. *quæst.* 1. *sect.* 4. Sic ait. [Nunc est plausibilior inter Neotericos. Eam defendit P. Herize *in Physic. dist.* 41. *cap.* 5. *& seqq. usque ad* 8. & *tom.* 1. *in* 1. *part. tract.* 4. *disp.* 41. *cap.* 2. *num.* 26. ubi sic inquit. *Quantitas componitur ex punctis, ut fert sententia magis perceptibilis, & ego bis in Philosophiâ Magister docui.* P. Albis *disp.* 10. *de corp. natural. comp. quæst.* 4. *sect.* 2. *& ult.* Eandem docet P. Molina *tract.* 4. *de Compos. Contin. in MSS. in Phys. quæst.* 3. *sect.* 4. *concl.* 1. Eadem sententia defenditur à P. Bocâ *in Philos. MSS.* P. Zuñigâ, P. Ortegâ, quæ sententia communiter defenditur in Europâ, & à gravissimis in hac Americâ.] Hæc Peñafiel: cui ann. 1658. Gassendus, & alii adhæserunt. Vnde meritò miretur aliquis Lalemandetum *in Metaph. disp.* 9. *partit.* 5. *num.* 14. *column.* 235. scripsisse hanc periodum. [Opinio, quæ fuit Stoicorum, jam exolevit in Scholâ; & nemo fere est, qui eam non impugnet, quare in eâ destruendâ non immoror.] Hæc cùm legerem, memini me à Lugone *de Sacram. in gener.* dicisse esse aliquos, qui in uno Collegio nutriti, novum, singulare inauditumque esse asserunt, quidquid inibi non est commune.

Num. X.

Secunda Opinio rejicit omnia positiva, indivisibilia, docetque lineam AB. terminari in A, & in B; non quia ibi

A——————B

sunt entitatulæ aliquæ positivæ, quæ lineam claudunt: sed, quia nec ante A illa linea incipit, nec post B ulteriùs progreditur. Ergo puncta nonnisi negationes sunt. Ira Durandus, Albertinus, & Nominales communiter, quibus Ariminensis *loc. cit.* Aversa *in Metaph. quæst.* 22. *sect.* 4. Lalemandetus *loc. cit. column.* 244. §. *Quare*, & alii consonant.

Tertia est S. Thomæ, & Scoti, & est communiter in Scholâ recepta, Continuumque ex partibus & punctis terminativis, & unitivis componit. At subdividitur in duas, nam Fonseca *libr.* 5. *Metaph. cap.* 3. *quæst.* 6. *sect.* 4. & 5. & alii indivisibilia terminativa retinent, & continuativa rejiciunt.

Hac doctrinâ de Continui compositione

premissâ conclusiones aliquas proponamus. Sit

Prima. *Linea, Superficies, & Corpus, sunt mensurabilia, & in objecto Geometriæ continentur.* Est communis: & ideò à Michaële Havemanno *part.* 1. *cap.* 1. & aliis dividi solet in tres partes; quarum prima sit Grammometria, secunda Epipedometria, & tertia Stereometria, ut hæc partialia objecta ad tres etiam partiales Facultates spectent.

Superficies, & Corpora à Geometriæ Objecto expungere nemo est ausus: at Lineas Proclus ad Geometriam non pertinere asserebat, & opinationem suam suadere conabatur hoc medio. [Geometria, propriè circa figuras versatur. Figuræ autem omnes, vel in planis, vel in solidis sunt: & Lineæ nudæ figuram non constituunt, quia spatium non complent. Lineæ igitur non pertinent ad Geometriam.]

Num. XI.

Hoc ratiocinium tam esse efficax putavit Havemannus, ut possit arietes, & machinas alias prosternere: at reverà est elumbe. Nam quidquid de minori sit, quæ nisi contrahatur, falsa est: nam Recta, Circularis, Elliptica, Helicoïdes, Cittois, &c. lineæ sunt: differunt inter se: & in quo quæso differunt? positione. At diversa positio, cur non poterit diversa nominari figura? Dico igitur, quidquid de minori sit, esse majorem falsam. Nam Geometriæ objectum latiùs patet quam figura, est enim Ens mensurabile, & lineæ (habeant figuram, aut non habeant) mensurantur.

Secunda. *Etiam Anguli cadunt sub contemplationem Geometriæ, & ad ejus objectum spectant.* Et demonstratur, quia mensurabiles sunt: augentur, minuuntur, dividuntur, & multiplicantur. Hinc patet inter Grammometriam, quæ lineas, & Epipedometriam, quæ superficies contemplatur Goniometriam collocari debere, quæ speculetur Angulos.

Tertia. *Puncta pertinent ad Geometriam: & in ejus objecto comprehenduntur.* Ergo etiam addenda est Atomometria, quæ puncta Continui metiatur. Hæc Conclusio non dependet à quæstione, quæ de Continui compositione tractat: nam indivisibilia negari non possunt, & ipsa sive positiva, sive negativa dicantur, considerantur à Geometrâ.

Num. XII.

Dices. Punctum non est mensurabile, nihil Geometriæ objectum init, quod non sit mensurabile. Ergo Punctum objectum Geometriæ non init.

Non urgeor: Nam majorem distinguo. Punctum non esse mensurabile intrinsecè concedo: non esse mensurabile extrinsecè nego. Minorem eodem modo distinguo, quidquid enim intrinsecè, aut extrinsecè mensurabile est, ad Geometriæ medit nem spectat. Vnde minor, si agat de mensurabilitate intrinseca tantùm, & non de terutrâ, falsa est.

Num. XIII.

Duo mihi modò sunt probanda: alterum, Geometriam etiam de mensurabilitate externâ agere: alterum, Punctum habere mensurabilitatem externam.

Illud prius facili negotio demonstrabo. Nam linea Circularis est, quæ æqualiter distat à centro. At hæc distantia, quæ longitudo quædam est, & à Geometriâ mensuratur, non est aliquid intrinsecum in ipsâ lineâ. Ergo linea Circularis dicit formaliter extrinsecam mensurabilitatem.

Probo secundò. Nam lineæ parallelæ dicuntur, quæ sunt æquidistantes. Hanc distantiam Geometra considerat, & metitur: ergo men est extrinseca lineis. Parallelæ capiuntur formaliter sumptæ, & quà tales, dicunt mensurabilitatem extrinsecam.

Probo tertiò. Hæ denominationes Minus, Dimidium, Tertia pars, &c. pertinent ad Geometriam, & dicunt mensurabilitatem non intrinsecam, ergo extrinsecam. Probatur, quia Pygmæus est minor Gigante, non propter magnitudinem, quæ est in Pygmæo, sed propter eam, quæ est in Gigante. Et Dimidium differt à Toto, non ob id quod habet, sed ob id quod non habet. Stat igitur ad Geometriæ Objectum pertinere disputare de extrinsecâ mensurabilitate.

Num. XIV.

Supereſt, ut persuadeam posterius, nempe punctum habere extrinsecam mensurabilitatem. Et quidem nihil frequentius, quàm Punctorum mensurari distantias, nihil communius, quàm Figurarum centra, quæ indivisibilia puncta sunt, inveniri, & illorum proprietates exponi. Ergo Puncta sunt extrinsecùs mensurabilia. Vel dicito. Cosmographus, cùm altitudines definit, quid aliud facit, quàm Punctorum metiri intercapedines? nam Polus Punctum est: vertex, Punctum est: & azimuthorum & Horizontis sectiones Puncta sunt. Et Astronomus, cùm Syderum declinationes & latitudines metitur, aspectus Planetarum determinat, &c. quid aliud facit, quàm Punctorum distantias accuratè metiri?

De Vacuo, & Spatiis imaginariis.

Num. XV.

VAcuum est locus carens corpore: ut, si in hac aulâ adnihilaret aërem Deus, & impediret alterius corporis accursum. Differt ab Spatiis imaginariis, quæ concipiuntur extra cœlum; nam hæc non clauduntur loco, nec postulant repleri corpore: unde aliqui Vacuum in privativum, & negativum dividunt: & locum carentem corpore, appellant vacuum privativè, nam repleri exigit: spatia autem imaginaria, dicunt esse vacua negativè, nam repleri non exigunt. Ita Lalemandetus *in Metaphys. disp.* 9. *partit.* 7. *column.* 269. Arriaga *in Phys. disp.* 14. *sect.* 11. *num.* 156. & alii, sed male loquuntur; nam negatio non solùm non exigentiam, sed incapacitatem importat; & ipsi illa spatia esse capacia, ut corpore impleantur, concedunt. Sed omissâ controversiâ de vocibus, ad rem veniamus.

Duæ hìc Quæstiones occurrunt. Prima, An Vacuum sit possibile? Secunda, An si daretur in objecto Geometriæ, contineretur?

Respectu Dei illud esse possibile asserit Lalemandetus *in Metaph. disp.* 9. *partit.* 7. *col.* 269. & suam opinionem tam certam putat, ut has lineas scribat. [Quoad Vacuum virtute Divinâ dabile, nemo nisi Atheus negabit esse dabile; id enim denegare, est à Deo omnipotentiam tollere: nam sicut Deus per suam omnipotentiam ex vacuo, fecit plenum, & ex nihilo, omnia: ita ex pleno potest facere vacuum, & ex omnibus facere nihil. Major enim vis requiritur, ut fiat aliquid ex nihilo, quàm ut ex aliquo nihil. Ergo.] Alii posse etiam angelitùs dari Vacuum affirmant: nam omnis renitentia ad Vacuum est finita, & potest vinci, si agens majores vires habeat: quantas vel Angeli habent, vel saltem aliqui habere possunt. Et tandem alii etiam humanitùs Vacuum dari contendunt: nam heri P. Magnus Capuccinus argumento vitreo adamantinam doctrinam, quæ Vacuum negat, conabatur evertere.

Num. XVI.

De Spatiis imaginariis agunt Theologi cum Magistro *in* 1. *dist.* 37. (ita Scotus *quæst. unic. in fin.* Durandus *quæst.* 1. *nu.* 13. & alii) & cum D. Thomâ 1. *part. quæst.* 8. *art.* 2. (ita Bañes, Nazarius, Meracius.) Agunt etiam Authores alibi, ubi de Dei immensitate: ita Albertinus *de Prædic. Vbi, disp. unic. quæst.* 2. Complutenses in Logicâ *disp.* 13. *quæst.* 3. quando *Vbi* edisserunt. Lessius *libr.* 2. *de perfect. divin. cap.* 2. & 3. Et præcipua controversia inquirit, *An Deus in hujusmodi spatiis sit?* Asserunt Albertinus, Lessius, & multi alii negant Bañes, Nazarius, Meracius. Vnde Lalemandetus *in Metaph. disp.* 14. *partit.* 4. *column.* 488. scitè asserit Deum ante mundi creationem non fuisse in spatiis: producitq; illud vetus Distichum.

Dic, ubi tunc esset, cùm præter eum nihil esset?
Tunc ubi nunc. In se, quoniam sibi sufficit ipse.

Et videtur esse expressa sententia Aristotelis 4. *Physic. text.* 73. asserentis, *Vacuum esse verè vacuum*, hoc est, purè nihil. D. Thomæ *in* 1. *dist.* 37. *quæst.* 2. *art.* 3. dicentis: *quòd in quocunque est aliquid, oportet illud esse, quia in nihilo nihil omninò est.*

Num. XVII.

Nolumus in Quæstione Physicâ immorari, nam Geometrica tractamus, & non juvat extra metas excurrere. Sit

Conclusio I. *Non datur, aut dari potest Vacuum, & hoc nequidem de potentiâ Dei absolutâ. Non dantur, aut dari possunt extra Cœlos spatia. Quæ Imaginaria dicuntur, nihil aliud sunt quàm quædam corpora imaginata.* Sic sentimus: nec Lalemandeti perterremur censurâ: nam Dei omnipotentiam veneramur, res omnes creavisse, & posse adnihilare universas fatemur: at posse facere, ut detur intra, aut extra cœlum spatium corpore vacuum negamus. Et negamus bene, nam corpus & spatium sunt idem. Vt rem intelligas, clarissimo exemplo juvaberis.

Num. XVIII.

Sicut corpora, sic syllabæ suam quantitatem, seu extensionem habent: quæ est actualis, quando profertur syllaba; potentialis, quando potest proferri; & imaginaria, quando

do illam homines imaginamur. Considera sequentes apices.

⏑ ⏑ – – | ⏑ ⏑ – ⏑ ⏑ – | –

Est carmen Sapphicum imaginarium. Sed, ubi est? Est-ne in illo Deus? Sanè ille versus exprimit syllabarum quantitates: at sine syllabis concipi potest, esse non potest: & hoc nequidem de potentiâ Dei absolutâ. Sic similiter. Hoc musæum est aëre plenum. Spatium non est aliquid distinctum à quantitate reali. Hæc in communi sententia à substantiâ distinguitur. Ergo esse sine substantiâ posset, non sine seipsâ. Extra cœlos non est quantitas, ergo neque longitudo, latitudo, & profunditas: ergo neque spatium. Si in hoc musæo aëris magnitudinem adnihilaret Deus, non maneret aëris quantitas, ergo nec spatium. Pes Iambus dicit duas syllabas reales (brevem, longam) sed non determinat aliquam dictionem in particulari: & sic similiter una ulna dicit tot digitorum realem extensionem, nempe alicujus corporis, nullum determinans in particulari. Vnde sicut repugnat, ut pes Iambus actu sit, & tamen nullus sonus sit, quem metiatur: sic etiam repugnat, ut ulnæ spatium sit, & nulla realis quantitas sit, in quâ consistat illa extensio.

Num. XIX. *Figur.* 14.

La Alemandeti argumentationes in arenâ fundantur. Sic instat primò. Negare Deo posse dare Vacuum, est ab eo omnipotentiam tollere. Hoc negamus: Vacuum enim in conceptu suo implicat contradictionem: nam, si omne spatium est corpus, tunc spatium sine corpore, quando corpus sine corpore dabitur.

Instat secundò. Per omnipotentiam suam Deus ex Vacuo fecit plenum. Ergo ex pleno potest facere Vacuum. Nego antecedens. Ex nihilo Deus creavit plenum, non ex Vacuo: nam Vacuum est extensio sine corpore, seu corpus sine corpore, ut dicebamus.

Instat tertiò. Major virtus ad creationem, quàm ad adnihilationem requiritur. &c. Negant Thomistæ, nam sicut ex nihilo ad aliquid, sic etiam ex aliquo ad nihil est infinita distantia, quæ vires infinitas requirit. Non ergo majores creatio vires, & minores exigit adnihilatio. Immò, si deberem inter ipsas statuere discrimen ad adnihilationem majores requiri putarem: nam corruptio plo est generatione difficilior: naturalia ex agentia formas producunt, non corrump nam in generatione substantiali forma expellitur, non in genere causæ efficie ab agentis actione, sed in genere causæ malis ob incompossibilitatem: neq enim duæ formæ oppositæ coëxistere i dem subjecto. Vnde, ut corrumpant for ligni, quin aliam introducant, virtutem tia naturalia non habent.

Conclusio II. *Ex hypothesi, quod esset possibile Vacuum (per quamcunque potentiam aut darentur extra cœlos spatia, in illis, & his esset motus possibilis: & iste non fieret in stanti.* Tres partes habet hæc Conclusio. Prima est, dari Vacuum, & imaginaria extra cœlos Spatia. At hæc non est Thesis, sed mera Hypothesis, eò admissa, ut quid inferatur, noscamus. Secunda est, per Vacuum, & imaginaria Spatia motum fieri posse; est enim asserendi ratio, quod non occurrat ratio negandi. Nam, quidquid sit de motu projectorum, fortè enim promoventur a vorticibus aëris, fortè ab impulsu, per Vacuum caderent, nec esset causa, quæ lapsum impedire posset. Tertia tempus attingitur: nam motus dicit prius & posterius, quæ non possunt simul esse in instanti. Nam, corpus ☼ per Vacuum laberetur ex O in Q: priùs esset in O, quàm in P: & priùs in P, quàm in Q. non ergo moveretur in instanti. Prætereà, si illud corpus in uno, & eodem instanti ab O in Q transivit, simul fuit in O, in P, & in Q. Simul igitur in multis locis: quod est absurdum. Demum fuit simul totum in toto illo spatio, & totum in quâlibet parte spatii, quod est contra naturam corporum.

Num. XX. *Figur.* 14.

Rogas, An, si vacua & inania spatia extra mundum ponantur, dicendus sit mundus per illa moveri? P. Marinus Mersennus *in Hydraulicis propos.* 48. *coroll. pag.* 204. multa paucis complectitur, dicens. *Terrena* (hominum) *domus* (nempe, tellus) *aëri, vel alteri mundi liquido innatat. Et quid scimus, an aliquo motu recto* (puta ex O in Q: aut ex Q in O.) *totus mundus dextrorsum, vel sinistrorsum, supra, vel infra, moveatur; aut ipsi Vacuo* (spatio imaginario) *innatet?* Cùm neque *experientia, neque ratio, eâ de re, quidpiam certa, & evidenter concludere valeat.*

Conclusio III. *Stando eidem Hypothesi, Vacua & Spatia imaginaria, & motus, qui utrobique fieret, claudi in Geometriæ objecto dicenda sunt.* Demonstratur. Nam Geometriæ objectum est Ens mensurabile. Sed loca vacua & partes spatii imaginarii, & motus, qui in ipsis fieret, ex hyp. sunt mensurabilia. Ergo ad Geometriæ objectum spectant. Probatur minor. Nam in hoc musæo muri distant 24. pedib. & sunt alti 18. Ergo, si Deus sublato corpore daret in illo vacuum, eadem tunc muri distantiam, eandemque altitudinem haberent. Ergo, hæc esset Vacui magnitudo, quam posset mensurare Geometra, mente dividere, & de partibus respectu totius demonstrationes ingeniosas formare. Prætereà, si alium mundum extra hunc conderet Deus, esset inter veterem & novum distantia, & ex altero mundo alterius stellas metiremur, & Geometricæ considerationi realia illa subjiceremus spatia.

ARTICVLVS IV.
De Geometriæ Divisione.

Num. XXI.



Otest, & solet Animal in Caput, Brachia, Manus, &c. & in Hominem & Brutum dividi. Prima divisio Actualis. Entitativa, & Realis dicitur: secunda Logica, & Potestativa nominatur. Sic etiam bifariam dividuntur Facultates, & Scientiæ: nempe, actualiter & potestativè: nam divisione actuali in partes entitativas secantur: potestativâ distribuuntur per species & classes. Hanc ob rem, postquam de Geometriæ objecto disseruimus, illudque in partes entitativâ divisione secuimus, ut sit Punctum, Linea, Angulus, Superficies, Solidum: & inde ipsammet Artem dispescuimus in partes similiter entitativas, ut sit Α' ΤΟΜΟΜΕΤΡΙΑ, ΓΡΑΜΜΟΜΕΤΡΙΑ, ΓΩΝΙΟΜΕΤΡΙΑ, Ε' ΠΙΠΕΔΟΜΕΤΡΙΑ, ΣΤΕΡΕΟΜΕΤΡΙΑ, quæ subdividi in varia adhuc partialia objecta possint, denominatione sumptâ à singulis: ad Logicas transeo Divisiones, quibus hæc tota, & integra Facultas per varias classes distribuitur.

De Divisione Geometriæ in Naturalem, & Artificialem.

Num. XXII. *Figur.* 41.

Omni Arti, & Scientiæ competit hæc Divisio: nam sicut aliqui naturâ duce concinunt, sic alii Rhythmos & Metra fundunt, alii rhetoricantur. Vides hunc, fine ullius Magistri directione in tabulâ imaginare Cæsarem: illumq; ex luto figuram Elephantis formare. Animum in creatione Deus generalibus rerum exornavit notitiis, quibus insistens Α'ΥΤΟΔΙΔΑΚΤΟΣ esse possit, & naturaliter dialecticari.

Tametsi hæc doctrina, in omni Scientiâ & Facultate locum habeat, obtinet in Geometriâ præcipuè, in quâ aliqua sunt fundamenta ita clara, ut sine discursu noscantur. Talia sunt, *Totum est majus suâ parte. Ab æqualibus si æqualia demas, æqualia restant. Quæ sunt æqualia uni tertio, sunt æqualia inter se*, &c. Hæc adsumunt Geometræ, ut Artificialem promoveant: hæc etiam aliquando probant; aut à posteriori argumentis ab absurdo deductis; aut per seipsa, nam alia stabiliuntur aliis.

Hinc patet injustè ab Æmulis Euclidem, argui quòd 20. *prop.* 1. non solùm dixerit. *In omni triangulo duo quæcunque latera simul sumpta esse majora tertio latere*, sed & id demonstraverit; ac si esset crimen, quæ certa videntur, probare. Audi Ioannem Alstedium *Encyclopæd. tom.* 2. *libr.* 15. *part.* 1. *cap.* 7. §. 14. dicentem. [Euclides anxiè demonstrat hoc Theorema. Vnde Epicurei ipsum cavillati sunt, quod demonstraverit, quæ vel asinis manifesta essent. Esto enim, ajebat Sidonius Zeno, in angulo *a* asinus, pabulumque in oppositio angulo *e*, asinus recta *a e*, protinus ad pabulum accurret, neque (ab *a* per *i* in *e*) duo latera peragrabit. Sed Euclides more suo scientificas rationes sequutus est; non verò sensum adhibuit judicem.] Et ego Zenonis pace dixerim hanc ipsam Euclidis Propositionem non esse ita certam, & indubitatam, ut non occur-

occurrant exempla, quæ oppositam persuadere videantur. Longitudines sanè Politicæ differunt à Geometricis, & potuit habere Euclides causam, ut vellet à suorum discipulorum mente præjudicia proscribere. Mutantur civiles oppidorum distantiæ, & hoc Euclidis Theorema interdum à Politicis negari debet. Inter Parisios & Chalanton olim Gromatici dimensi sunt duas leucas, at Henricus IV. ob rationes Politicas statuit, ut nonnisi unâ leucâ hæc duo loca distarent: & jam nonnisi unâ leucâ civili distant, quæ *Regia* nominatur. Hæc tria in Hispaniâ loca, Madritum, Complutum, & Baraxas, sic se habent. Madritum est in *i*, Complutum in *a*, & Baraxas in *e*. Iuxta Geometriæ leges, inter Madritum *i*, & Baraxas *e*, sunt leucæ $2\frac{1}{2}$: inter Baraxas, & Complutum leucæ 3. Simul $5\frac{1}{2}$. Et inter Madritum, & Complutum leucæ 5. Ergo Euclidis illud Theorema stat. At non stat: quoniam Universitatis intuitu, ut meliùs provideretur studiosis, Compluto indultum fuit à Philippo II. ut leucis 6. à Madrito distaret. Ergo, qui ex *i* vadat ad *e*, & ex *e* ad *a*, conficiet $5\frac{1}{2}$: qui autem per lineam rectam ex *i* ad *a*, conficiet 6. Ergo in Triangulo *iea* majus est latus *ia*, quàm cætera duo simul sumpta.] Potuit ergo in Græciâ esse aliquis Triangulus civilis, in quo unica linea esset duabus major: & hinc occasione sumptâ illud Euclides Theorema demonstrandum adsumpserit, ut suos discipulos à præjudicio liberaverit. Vtut sit, etiam probari possunt certa, nec enim carpuntur Theologi, qui Deum esse demonstrant, tametsi hæc Positio, *Deus est*, indubitata sit, & à naturâ ipsâ indita Mortalium animis.

De Divisione Geometriæ in Generalem, & Specialem; seu Vniversalem, & Particularem.

Num. XXIII.

IN Generalem & Specialem ab universis Viris doctis dividitur: illa est Geometria universalis, hæc Geometria ad tale subjectum determinata. Illa debere dici ΜΕΤΡΙΚΗ, ut Plato in Philebo notavit, sed quis mutabit labium vulgi? Posset & dici ΠΑΝΤΟΜΕΤΡΙΚΗ, quod nihil sit, quod metiri non valeat. Geometria Generalis est unica, ab omni materiâ sensibili & intelligibili abstrahit. Corpus ex materiâ, formâ, quantitate, & qualitatibus componitur: & quantitas magnitudinem impenetrabilitatem, & proprietates habet: & Geómetra illud omnia mentis acie contemplatur; non quatenus materiam, formam, sed quà habent magnitudinem, quam ob rem, Geometriæ objectum ab omni materiâ sensibili, aut intelligibili dicitur esse abstractum.

Hinc patet Ioann. Henricum Alstedium aliàs Virum eruditum, & doctum in *Encyclopædiæ libr.* XV. *pag.* 297. indigere expositione, dum ait. *Magnitudo Geometrica est infinita: actu est finita, & terminata; sed potentiâ est infinita; idque duobus modis. Primo, quantum ad nos. Secundo, quantum ad postulatum Artificis; ille enim, v.g. postulat lineam, hoc est, quanta satis sit.* Porrò omnis magnitudo Geometrica actu est tanta: nihil enim aliud magis examinat Geometra, quam quæsita magnitudo sit: magnitudo eadem etiam est finita quoad nos, ideò enim Geometriam addiscimus, ut magnitudinum terminos cognoscamus. Sed neque Artifex, cùm lineam postulat, quanta satis sit, infinitam postulat, sed indefinitam, non enim in infinitum, sed quantum opus est, producetur. Sanè magnitudo indefinita, potiùs est quoad se, quam quoad nos: nam Triangulus æquilaterus, ex. gr. habet angulos quoad se, & quoad nos determinatos; singuli enim graduum sexaginta esse debent: at linearum quantitas, & magnitudo est indefinita & indeterminata, quoad se; ille enim Triangulus solùm postulat, ut lineæ sint æquales inter se, non autem ut sint tantæ, vel tantæ: at hìc & nunc semper lineæ erunt determinatæ & tantæ, non enim possunt duci lineæ, quæ non sint tantæ.

Geometria specialis in entitativâ objecti divisione consistit quoad materiam: & ideò minùs est abstracta, quàm Generalis; & est varia & multiplex, multas enim Geometrias particulares Authores in Scholis enumerant, utiliores & digniores recenseo.

Num. XXIV.

Prima Elementarem regionem, quam Sublunarem dicimus, contemplatur, & in variis partes, aut facultates subdividitur, nam Elementa esse quatuor. [Terra, Aqua, Ignisque] dicuntur: & singula possunt commensurari.

Sanè ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ dicitur, sūptâ priori compositionis voce in rigore Grammatico, ut sit *Ars terræ mensuratrix*; sed, quia Generalis mensurandi Scientia vocatur *Geometria*, Particularis hæc dicitur ΓΕΩΔΑΙΣΙΑ, *terræ dimensio*, [unde ΓΕΩΔΑΙΤΗΣ, *terræ mensor.*] ut omnis æquivocatio tollatur. Discrimen inter Geodæsiam, & Geographiam istud est. Hæc figuram pingit, illa metitur. *Terra* nomine globum hunc terraqueum intelligimus, & ideò Geodæsia, aut Geographia, subdividitur in totalem & partialem, illa totam terram describit, aut metitur; hæc aliquam terræ partem, & ideò Chorographia, aut Topographia nominatur. De hac Petrus Apianus, Philippi pater, in suâ Cosmographiâ editâ Antuerpiæ anno 1574. *pag.* 2. *a.* sic ait, *Chorographia autem (Vernerodante,) quæ & Topographia dicitur, partialia quædam loca seorsum & absolutè considerat, absque eorum ad se invicem, & ad telluris ambitum comparatione: omnia siquidem ea fere minima in eis contenta tradit, & prosequitur; velut portus, villas, populos, rivulorumque decursus, & quæcunque alia illis finitima, ut sunt ædificia, domus, turres, mœnia, &c. Finis verò ejusdem in effigianda partilius loci similitudine consummabitur, veluti si pictor aliquis aurem tantùm, aut oculum designaret, depingeretq;.* Non Apianus Chorographiam, ut sic, sed imperfectam describit, nam illa subdividitur in imperfectam, & perfectam. Illam portionem terræ describendam adsumit, absque relatione ad cæteras telluris partes: hæc autem cardines orbis considerat [ortum, occasum: meridiem, septentrionemque:] longitudinem, latitudinem, &c. Et huc spectant pleræque omnes Mappæ, quæ hodie in Hollandiâ excuduntur.

Num. XXV.

Hydrographia, aut Hydrometriæ, Geographiæ, seu Geometriæ particularis pars est, & maria metitur, & describit. Huic Res nautica insistit, ut doceantur Navarchi pinos suas ad debita littora appellere.

Aërometría aërem in regiones dividit; singularum figuras explicat, & metitur: refractionum, & crepusculorum rationes edisserit, & exponit.

Pyrometría sphœram ignis, si datur, mensurat, & figuram describit. Consultò posui illud, *si datur*, illam enim Philosophi nobilissimi abnegant.

Habent corpora sublunaria præter quantitatem, & magnitudinem alias formas accidentales, quæ possunt, & solent mensurari.

Thermographia, gradus caloris organis convenientibus metitur. Ex hac per necessariam consequentiam óritur Rhigometria, *metiendi gradus frigoris Scientia*: quoniam contrariorum eadem est ratio; &, si summè intensa qualitas gradus octo habeat, corpus quinque caloris gradus habens, tres frigoris consequenter habebit. Sicut frigus caloremque, sic etiam humectatem & siccitatem metiri poterimus, & duas Artes similiter invenire, quarum primam, quæ humectatem examinat, Hygometriam; secundam, quæ siccitatem, Xerometriam appellare poterimus.

Num. XXVI.

Secunda oculos ad Cœlum subrigit, & dicitur ΟΥΡΑΝΟΜΕΤΡΙΑ, & à singulis Planetis & Syderibus nomina diversa sortitur; nam Heliometria Solem, Selenometria Lunam, Kronometria Saturnum, Zeometria Iovem, Aerometria Martem, Aphroditometria Venerem [eandemque Phosphorometria quà matutinam; & Hesperometria quà vespertinam,] necnon Hermometria Mercurium commensurat. Astrometria Stellas cœlo affixas metitur, & Cometometria nova & mortalia sydera, quæ Cometas vocamus.

Tempus & Motum cœlis Aristoteles inserit, at communia corporibus Sublunaribus esse putamus: nam tempore universa persistunt, omnia moventur; terra enim licèt tota quiescat, movetur tamen aliquando per partes: sentiuntur enim Terræmotus, qui nunquam fuerunt universales. Tempus Chronometria mensurat; motum Eukinetometria; utrunque ingeniosè & curiosè, ut suo loco explicabimus.

Hæ sunt præcipua Geometriæ Particularis mẽbra, nõ enim recenseri omnia possunt; nâ sicut singula Mundi corpora cõmensurari possunt, sic etiam singula habere poterunt partialem Geometriam sibi correspondentem: & illa, quæ ex omnibus his partialibus Scientiis colescat, Cosmometria vocabitur.

De

De Divisione Geometriæ in Internam, & Externam; nec-non in Speculativam, & Practicam, seu in Liberalem, & Mechanicam.

Num. XXVII.

DVm Authores de vocum significatione disputant, & quid importent hæc nomina *Speculativus, Practicus, Liberalis, Mechanicus*, examinant, rem ediſſero, & cum Angelico Doctore affirmo fieri intellectum merâ extenſione Practicum: aliud eſt enim cõtemplari, & aliud facere. Multæ, & variæ fuerunt Dialecticorum contentiones, An Operationes mentis poſſint vocari praxes; nam, ſi praxis ſignificet opus externum, Logica eſt Speculativa; ſi autem internum, Practica. Idem de Geometriâ dicturus ſum; mente enim circulos ducimus, & metimur; &, ſi hæ operationes præxes ſunt, Geometria (ſicut cæteræ Scientiæ) quà definitiones tradit, eſt Speculativa: non enim eſſentias facimus, ſed contemplamur. At verò eadem Geometria, quâ mente figuras delineat, erit practica. Hanc viam inibo in Logicâ; ergo rem altiùs ſumam, Geometriamque in Internam & Externam, & alterutram ſubdividam in Speculativam, & Practicam.

Num. XXVIII.

Geometria interna intellectualiter exercetur, & figuris externis, & ſenſibilibus non utitur. Hæc aliqua mente efficit, aliqua reperit naturaliter facta. Vt Triangulus ſit figura tribus compacta lineis, intellectus non efficit; non enim, ſi agimus de rectilineis, Triangulus duabus conformatur, vel quatuor. Eſſentias igitur, & proprietates neceſſariò emanantes, omnes Scientiæ, & Artes ſpeculantur, adeoque illas ſpeculativè attingunt, non practicè. At Geometria mentalis lineas, quæ non ſunt neceſſariò connexæ, connectit, & in ſchemata conformat practicè. Hinc eſt, quod lineam circularem intellectus conſideret ſpeculativè; etiam rectam: non enim eſſe poſſunt aliter: at verò circularis & rectæ compoſitiones, ut cùm dicit Sinum, Radium, Secantem, Tangentem, &c. practicè: quæ enim linea eſt Tangens, poteſt eſſe Secans, aut contrà; &, quod in tali loco illa numero ſit, non ſuæ naturæ debet, ſed intellectui, qui illam ſic conformavit.

Num. XXIX.

Geometria externa, aut sẽſibilia ſchemata éxarat, aut exaratis juvatur. Dicitur autẽ externa, non quod merè externa & ſenſibilis ſed quod ſimul ſit, & intellectualis & ſenſibilis: quam ob rem, rigoroſiùs loqueretur diceret, omnem Geometriam eſſe Intern & Intellectualem, at dividi in Internam tùm, & Internam & Externam ſimul quod idem eſt, in Mentalem tantùm, & talem & Senſibilem ſimul. Externa Geometria, ſic expoſita, in Hypotheticam & Actualem, ſeu in Virtualem & Realem ſubdi tur: illa figuras exhibet, & menſuras non rat; hæc figuras ſecundum debitam proportionem, aut magnitudinem deſcribit: ſecundum veram magnitudinem, cùm pictura prototypo eſt æqualis: ſecundum proportionem, quando eſt analoga & proportionalis; ut cum præmiſsâ ſcalâ pedum, quam Gallico nomine Hiſpani, & alii nominamus; totam urbem, aut etiam orbem, ad unicam pagellam reducimus. [Et hîc obiter noto ex nomine *Petit pied*, quo Galli utuntur ex *Petipie* Hiſpani, Gallicam pronunciationem imitantes; & ex *Kalien woet*, quo Belgæ ſignificationem reſpicientes, non impossibiliter inferri Scientiam hanc, quà Actualem Realemque à Gallis ad alias nationes veniſſe, ſicut enim ex nominibus ΓΡΑΜΜΑΤΙΚΗ, ΦΥΣΙΚΗ, ΦΙΛΟΣΟΦΙΑ, ΛΟΓΙΑ, &c. Scholaſticas Scientias Græcis ad Latinos proveniſſe colligimus, ſicut ex hoc *Petit pied*, quo plerique Europæi hodie utuntur, curioſitatem hanc è Gallia fluxiſſe, ſecuro argumento concludimus.] Differentia inter duas has Pictorias (vocemus illas ſic) Facultates hæc eſt.

Num. XXX. *Figur.* 14.

HYpotheſim Lunæ Tychonicam à ſe olim inventam, & poſteà correctam & limitatam, ad lineas & numeros ſequentes Chriſtianus Severinus Longomontanus in Aſtronomiâ Danicâ Thoricorum primus *pag.* 242. ingeniosè reducit. [Ponit immobilem Terram in A: centrum Lunaris deferentis in M, ut circellum MA percurrat. Ad epicyclum primum CGH, & ſecundum ND & radios hac lege definit. *Partium, quarum*

MB *radius Deferentis eſt* 100000
talium EA *radius Eccentricitatis eſt* 2174
BG *radius primi Epicycli eſt* 5800
& CN *radius ſecundi eſt* 2900
&

& poſteà motus ſingulorum circulorum deſcr.] Hæ menſuræ in ſchemate adjuncto non ſunt realiter, ſunt tamen mentaliter, virtualiter & hypotheticè. Et quid, ſi aliquis utens majori plano lineam MB in partes 100000. divideret; & poſteà ſumeret earundem partium 2174. pro radio circelli excentricitatis ME: & 5800. pro radio majoris; & 2900. pro radio minoris Epicycli? Hic Lunæ Hypotheſin ſecundum actuales, reales & veras quantitates deſcriberet, & ſine Trigonometriæ ope poſſet oculariter ad loci Lunæ, quem in Orbitâ ſuâ occupat, cognitionem venire. Si ſemel ex optimo aurichalco, tantæ capacitatis, ut MB eſſet trium pedum, hoc conficeret Organum, poſſet hic Ephemerides Lunæ ſine tabulis, ſummâ facilitate, componere. Qui alios Planetas ad Organa ſimilia reduceret, poſſet ſimiliter eorundem in Zodiaco loca deſignare, & ſine magni temporis impendio ad multos annos Ephemerides condere. Hac ego arte Eclipſes nonnullas deſcripſi, ne meum Lectorem parallaxium Solarium varietate implicarem: quæ enim magno labore poſt multorum Triangulorum ſolutionem dat calculus; hoc citò & clarè ob oculos exhibet circinus.

Num. XXXI.

Sunt, qui Priorem *imperfectam*, & Poſteriorem *perfectam* nominent; ſed me judice utraque ſuo genere perfecta eſt, & ſuo officio ſatisfacit. Vtraque enim veram figuram proponit; menſuras autem prior ſcribit, & poſterior depingit: illa enim monet, ut animo tantam concipias, hæc facit, ut tantam etiam oculis videas. Poſterior in Iſometriã, Micrometríam, & Megometríam, aut ſi velis ſic loquì, in Iſographíam, Micrographíã, & Macrographíam ſubdividitur. Iſographouſi dicũtur Architecti, cum in muro albo in magnitudine æquali delineant lapides, ut Sculptores, & Cælatores debitas menſuras deſumant: & quidem ΙΣΟΓΡΑΦΕΙΝ ab Hiſpanis dicitur *montear*. Micrographouſi, cùm palatium, aut urbem integram ſervatis linearum proportionibus ad tabulam brevem reducunt. Megographouſi vero, cum ex parvâ delineatione Pictores magnas imagines, Sculptores magnas ſtatuas, & Architecti magna palatia educunt.

Num. XXXII.

Sunt, qui utramque Geometriam (Virtualem, Realemque) Practicam eſſe velint; at me judice immeritò. Sicut enim Phyſica eſt ſpeculativa, licèt materiam primam literis & verbis Phyſici eruditè deſcribant: ſic etiã Geometria illa prior erit ſpeculativa, tametſi ſchemata calamo deſcribantur; non enim hæc, quæ in chartâ pinguntur, ſunt Schemata, de quibus illa diſputat; ſed ſunt notæ, quibus illa adjuta, mente vera Schemata formet. Ergo Geometria Virtualis & Hypothetica eſt Speculativa: & propter eandem rationem Actualis & Realis eſt Practica; hæc enim delineat in Tabulâ veras figuras, quas regulâ & circino examinat. Hæc videtur omnium Geometrarum opinio: omnes enim ſupponentes (nota id bene) imaginari, ſeu imagines intellectu formare, eſſe meditari & ſpeculari, dividunt hanc Facultatem in Speculativam & Practicam, & Speculativæ nomine Virtualem & Hypotheticam intelligunt; & nomine Practicæ Realem Actualemque.

Sed quid eſt Geometria Liberalis, & quomodo differt à Mechanicâ? Illa eſt eadem ac Hypothetica & Virtualis, hæc eadem Realis & Actualis. Sic voces univerſi recipiunt, nec eſt, cur de illarum ſignificatione, aut acceptione diſſeramus.

ARTICVLVS V.

Quales ſint Geometriæ diviſiones, quas dedimus?

Num. XXXIII.



Ræcox eſt hęc Controverſia; & abortiva erit, niſi aliqua inferiùs tractanda, & demonſtranda ſupponamus. At, quia non ſuccurret occaſio, ut alibi illam dilucidemus, hic erit breviter dilucidanda, & explicanda.

Num. XXXIV.

Philoſophi varia genera Diviſionum enumerant, vel enim totum actuale quale corpus Humanum, in partes actuales [caput, brachia, manus, pedes, &c.] dividitur; & hæc Diviſio dicitur *Entitativa*: vel totum

potentiale in suas species dispescitur, ut cùm Animal, vel Leo, vel Canis, vel Elephas esse jubetur; & hæc Divisio dicitur *Generis in species*; vel illud dividitur in individua, ut cùm Homo in Petrum, Ioannem, Antoninum, &c. distribuitur; & tunc Divisio *Speciei in individua* nuncupatur: vel subjectum per accidentia, quæ habere solet, promovetur, ut cùm Homo in album, & nigrum; & hæc Divisio vocatur *Subjecti in accidentia*: vel accidens per subjecta ordinatur, ut cùm asserimus ex albis alia esse animalia, alia saxa, alia meteora, &c. & hæc Divisio est *Accidentis in subjecta*: vel tandem, accidens distribuitur per diversa accidentia, ut cùm dicimus album aliàs esse dulce, aliàs amarum; & hæc Divisio *Accidentis in accidentia* nominatur. Et hìc obiter nota Divisionem, quâ Color in Albedinem, Nigredinem, &c. solvitur, esse in Peripatu generis in species.

Num. XXXV.

Hac doctrinâ præmissâ, quæritur, ad quod ex his Divisionum genus pertineant Geometriæ divisiones, quas exposuimus? Et Ego breviter respondebo.

Dico primò. Divisionem Geometriæ in Grammometriam, Goniometriam, Epipedometriam, & Stereometriam; itemq; subdivisiones, quæ singulas ex istis in diversas Facultates dispescunt esse Entitativas, [& integrales; si hanc vocem extra Quantitatem admittas] ex omnibus enim partialibus Facultatibus Geometria totalis componitur, & integratur. Et addo hanc divisionem esse Intrinsecam; sublatâ enim, vel unicâ ex illis Geometria esset manca, & incompleta, non secùs, ac Animal, cui manus, vel costa deficeret.

Dico secundò. Ejusdem Geometriæ Divisionem in Generalem & Particularem: & Subdivisionem hujus in Geodæsiam, Hydrometriam, Vranometriam, &c. esse Accidentis in subjecta: sicut enim rebus accidit, quòd cogitentur, quòd videantur, quòd numerentur, &c. sic etiam áccidit, quòd mensurentur. Et, sicut rebus áccidit, quòd mensurentur, sic etiam ulnæ, v. g. quòd has potiùs, quàm illas metiatur. Ergo hæc Geometriæ divisio est quædam mensuræ distributio per res, quę mensurari possunt, solent-ve.

Num. XXXVI.

Dico tertiò. Geometriæ Divisio in Internam & Externam est Accidentis in accidentia. Sanè accidentis: quoniam Geometria intellectualis est accidens intrinsecum Hominis: nam, ut communis fert opinio, qualitas vera, & realis inhærens humano intellectui: & est accidens extrinsecum rerum mensurabilium, non enim inhæret rebus quæ mensurantur. Sicut enim de Visu, sic de Geometriâ philosophamur: Animal enim videt, & colorata videntur; & tamen visus in Animali est intrinsecus, visis rebus extrinsecus est. Est etiam hæc Divisio in accidentia, quoniam arte Pictoriâ & schematibus manuscriptis, non juvari, aut juvari, est extra dissentiam Geometriæ, adeoque Scientiæ nobilissimæ est accidens.

Sed dices. Geometria sine schematibus manuscriptis non potest adquiri, aut addisci: Ergo hæc sunt de essentiâ Geometriæ.

Et Ego antecedens, & consequentiam denegabo. Illud, quia falsum: hanc, quia erit illud esset verum, male infertur. Profectò antecedens est falsum, quia antequam typis conformemus schemata, animo præformamus; & veritates, quas sine magistro invenimus, non indigent extrinsecâ delineatione. Et etiam consequentia est mala; nam multa sunt necessaria, ut homo gignatur, multa ut Homo persistat, [talia sunt Pater, Mater, cibus, potus, &c.] & tamen essentia Hominis in animalitate rationali consistit; nec pater, nec mater, nec cibus, nec potus, nec caetera in essentiali Hominis definitione locum habent.

Dico quartò. Divisio Geometriæ in Hypotheticam & Actualem, aut quod in idem recidit, in Virtualem & Realem, est etiam Accidentis in accidentia. Accidentis; quia, ut nuper dicebamus, Geometria est accidens. In accidentia; quia ducere lineam qualemcunque, & dicere hæc valeat 58. ex 100. radii partibus, quod facit Geometria Hypothetica; & ducere lineam, quæ verè & realiter habeat 58. ex 100. radii partibus, Scientiæ Geometricæ extrinsecum accidens est.

Dico quintò. Geometria actualis cum in Isographiam, Micrographiam, & Macrographiam subdividitur, distribuitur, ut áccidens per accidentia; nam æqualitas, minoritas, majoritasque sunt accidentia.

AR-

ARTICVLVS VI.
De Authoris mente.

Num. XXVII.



ON Geometiæ Scriptores, sed Naturam sequor, & quando doctrinæ ordo permittit, sumo initium à minimis. Semper illa, quæ judico notiora & clariora, præmitto, ut ad obscuriora & minùs nota faciliùs, & securiùs perveniam. [Quæ mihi clara, poterunt fortè alii videri obscura; sed, si demonstrationes perlegat, in lucem convertetur obscuritas. Non ergo Asserta solùm legi debent, sed rationes etiam firmæ, quibus illa probantur.] Ut ergo scias, quid in toto hoc Syntagmate sum traditurus, illud ad brevem Synopsim reduco.

Dividitur in Libros octo, & in Librum I. *quid postulari, quid supponi, quid demonstrari à Geometrâ debeat, expono. Oportet enim Protheoremata scire, quibus Scientia fundatur.*

In Librum II. *de Punctis differo; an, & quomodò sint indivisibilia, explico, & ex illis Quantitatem Continuam, quæ ad Geometriæ objectum spectat, non componi persuadeo.*

In Librum III. *varias linearum species duco, earundemque proprietates examino.*

In Librum IV. *metior angulos, & jacio fundamenta Trigonometriæ, quam etiam infrà traditurus sum.*

In Librum V. *superficies meditor, & differo de figuris planis.*

In Librum VI. *ago de solidis; & Globos, Cubos, & alia corpora breviter & curiosè mensuro.*

Potuissem hìc finem ponere, nam præter puncta, lineas, angulos, superficies & solida nihil est mensurabile. Interim uberioris doctrinæ gratiâ duos libros addidi: &

In Librum VII. *de figurarum transformatione differo, & metamorphoses curiosas trado.*

In Librum VIII. *Geometriam Arithmeticæ infero, sicut enim Arithmeticus lineis, sic Geometra numeris potest juvari. Et ideò Arithmeticas leges rei Geometricæ adapto.*

Schemata solebant Veteres delineare in arenâ; unde asserente Plutarcho Dionysii Regia erat pulverulenta propter eorum multitudinem, qui in pulvere Geometricas figuras describebant. Amabat Scientias Mathematicas Princeps; & omnes ad ejus exemplum subditi componebantur. Putares fuisse Regiam Tyranni sordidam: quid enim aliud est obductam fuisse pulvere, quàm immunditiâ, quales sunt pauperum rusticorum casæ, quæ nunquam scopis purgantur. A te fueram, quousque in Belgium veni, vidique in palatiis Principum peristromatis pretiosis muros, pulchrâ arenâ pavimentum ornari. Hæc Flandricè vocatur *Savel*, Gallicè *Sablon*; commodo pretio redimitur: servit unâ solùm die; nam quotidie verritur, & mutatur. Quid ergo vetat illos pulveres, qui per Dionysii aulas spargebantur, pretiosos fuisse, & sicut in Belgio, sic etiam in Siciliâ conduxisse ad ornatum? Illi Mathematicas figuras recipiebãt, quibus Aulicorum dissertationes nitebantur. At illæ ephemericæ erant; &, quæ diu debebant vivere, materiis cõstantioribus (ligno, metallo, lapidi) insculpebantur. Ego rationem habui decôris, & perennitatis; & hanc ob rem Schemata, quæ conceperam, ut essent pulchriora, & perenniora, æri incidi curavi. Illa paucis onero lineis: quod, si aliquando multæ sint, nulla erit nimia, quoniam nulla superflua; maximè cùm sæpe unum, & idem schema duobus, aut pluribus locis respondeat, & diversis demonstrationibus inserviat; lineæ enim, quæ fortè in uno loco viderentur superfluæ, sunt necessariæ in alio.

Multa edissero, quæ ab aliis tractari non solent; aliqua aut concído, aut omitto, in quibus alii nimii sunt: rationem enim sequor, non autem extrinsecam authoritatem.

LIBER PRIMVS.

De Fundamentis Geometricis.

Num. XXXVIII.



Nntequam sumat stylum, & lineas aut figuras delineet Geometra, præcognoscere debet, quid possit, & quid debeat facere, nam dantur Licentiæ, & Necessitates Geometricæ; illæ A'ITHMATA, *Postulata*: hæ AΞIΩMATA, *Assertiones fundamentales* appellantur. De alterutris breviter disseremus.

Num. XXXIX.

A'ITHMA, vel ut alii pronunciant A'ITHΣIΣ, est licentia, quam justè postules, quam tibi injustè abneget adversarius: hanc ob rem, vocatur *Postulatum*, quod sit res, quæ Geometrico jure postuletur, & sine injuriâ Geometrię negari non possit. Tria A'ITHMATA cognoverunt Antiqui, at jam usus illa auxit, ita, ut hodie quinque (aut omnia simul, aut aliqua ex ipsis) meritò postulemus; & nemo contradicere possit. Qui hæc postulat A'ITHTHΣ dicitur, *Petitor*: qui plura A'ITHTIKOΣ, *Petax*; ut enim hæc jure petuntur, nimius erit, qui audeat plura ab Adversario postulare. Licet igitur Geometræ

Num. XL.

PRIMÒ. *A puncto quovis in punctum, quod vis lineam rectam ducere*. Et hìc petunt aliqui, cur hoc liceat? Michaël Havemannus hanc rationem adsignat. Quia cùm duo puncta immediatè non possint succedere, nec immediatè uniri, necessariò lineam ut uniantur, requirunt. Sed hæc ratio nec Zenoni, nec ejus Discipulis satisfaciet; supponit enim id, quod negat Zeno, videlicet puncta non posse immediatè uniri sine intermediâ lineâ. Rem ergo certam Havemannus hoc argumento ad probabilitatem reducit; hucusque enim in Scholis utraq; opinio (Zenonis, Aristotelisque) judicatur probabilis. Cur igitur hæc A'ITHΣIΣ concedi debet? Dicam feriùs, postquam omnes quinq; explicavero.

Num. XLI.

Sanè potest hæc A'ITHΣIΣ aliis verbis proponi, videlicet, *Licet Geometræ lineam rectam ducere, unde velit, quò velit, & quantam velit*. Sunt enim, qui omnia puncta negant; & isti posse à puncto ad punctum ducì lineam, non libenter subaudient.

SECUNDÒ. *Licet lineam datam ulteriùs producere*. Sed cur? Havemannus. [Hoc poterit Geometræ concedi, cùm linea mathematicè considerata non habeat determinatam magnitudinem; quæ aliunde accedit.] At hoc non videtur verum: quoniam ille figuram statuit esse objectum Geometriæ, & in figurâ lineæ determinatæ sunt: &, si lineæ augentur, ideò jubentur crescere, quia debitam longitudinem non videntur habere. Ergo, si non habeant determinatam longitudinem, non est, cur potiùs augeri debeant, quàm imminui. Ergo æteseos ratio aliunde deducenda est. Dico igitur hanc licentiam ideò negari non posse, quia à præcedenti non distinguitur. Si enim Geometræ licet lineam à quocunque puncto in quodcunque ducere: etiam licebit à fine lineam prolongare.

Num. XLII. *Figur.* 11.

AVgetur autem linea mechanicè Lineali, aut Regulâ; aut etiam Circino. Nam, si ulteriùs sit producenda linea AB, sumo circinum, & aperio, ita, ut pedum distantia sit æqualis, aut minor lineâ datâ: & tunc centro B (extremitate lineæ datæ) duco arcum SDT. & centro iterum D. (puncto, in quo hic arcus datam lineam intersecat) duco arcum SBT. Se secant isti arcus in punctis S & T. Ergo aperio circinum ad majorem radium, & centro S. duco arcum YZ: & centro T. arcum XC: hi ultimi arcus se secabunt in puncto O: & pronuncio in hoc punctum debere venire, vel per hoc transire linea AB, si prolongetur.

TER-

Num. XLIII.

TERTIÒ. *Licèt super quocunque centro, & quocunque radio, aut circulum, aut arcum (hoc est, circuli partem) describere*. Patet: quia, si licuit lineam rectam ducere, cur non etiam licebit lineam curvam, seu rotundam formare?

QUARTÒ. *Licet à dato puncto lineam ducere æqualem datæ rectæ*. Hæc æteseos ponitur propter Euclidem, qui illâ utitur *libr.* 1. *Elementa. prop.* 2. & 3. sed tamen à primâ non videtur differre.

QUINTÒ. *Licet datis duabus lineis inæqualibus minorem à majori auferre*. Hæc adsumitur ab Euclide citato, & opponitur Tertiæ: nam ibi linea lineæ additur, hìc autem linea à lineâ aufertur.

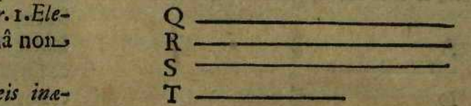
Num. XLIV.

Hæ sunt quinque licentiæ Geómetris universis concessæ, quas non posse negari, sic demonstro. Signa externa sunt concessa, ut homo mentis conceptus manifestet: inter præcipua signa sunt voces, characteres, notæ, numeri, & lineæ. Voces conceduntur Rhetori, ut acumina sua explicet: voces Poëtæ & Dialecticò; illi, ut carmina pangat; isti, ut argumenta proponat: videlicet inter præsentes. Inter absentes loco vocum characteres succurrunt, qui vocis elementis æquivalent. Notis utitur Musicus, ut decursum numerorum resonantium exponat. Numeris Arithmeticus, ut suos computus faciat. Lineis Geómetra, ut suas demonstrationes proponat. At injustè interdicerentur voces Rhetori, Logico, Poëtæ, &c. injustè characteres Historico, aut cuicunque alii, qui absentibus, & posteris loquitur: injustè notæ Musico: injustè numeri Arithmetico: Geometræ ergo lineæ interdicerentur injustè. Illi ergo licet quascunque rectas, aut curvas ducere; ductas producere, aut corripere, & sic suis conformare schemata, ut ad demonstrationem conclusionemque venire possit.

Num. XLV. *Figur.* 22.

QVid possit facere Geometra, breviter exposuimus; quid debeat necessariò supponere breviter etiam exponamus. Sunt autem Axiomata, quædam *Necessitates Geometricæ, quæ aliter se habere non possunt: sunt, inquam, quædam Fundamentales Assertiones, quæ in dubium non possunt venire*. Pauca sunt hæc Axiomata, sed sufficientia omninò, ut omnis demonstratio formetur.

PRIMUM. *Quæ uni, & eidem sunt æqualia, inter se sunt æqualia*. Aliter. *Si dentur duo æqualia, quidquid alteri sit æquale, etiam alteri erit æquale: & quidquid alteri sit inæquale, etiam alteri erit inæquale*. Demonstratur. Quoniam, si in secundâ Figurâ Q & R.



sint duæ lineæ, de quibus, an sint æquales, dubitetur; & tamen constet utranque esse æqualem lineæ S. ajo illas inter se esse æquales. Est veritas sensibilis & clara, quæ mechanicè quotidie edisseritur. *Iterum*. Si Q & R. sint lineæ æquales: linea S, & quæcunque alia sit æqualis lineæ Q, erit etiam æqualis lineæ R: &, si sit æqualis lineæ R, erit etiam æqualis lineæ Q. *Iterum*. Si lineæ Q, R, S, sint æquales; & T sit inæqualis (major, minor) uni ex his tribus, erit etiam aliis duabus inæqualis.

Num. XLVI. *Figur.* 10.

EX hoc Axiomate nascitur illud Philosophicum; *Quæ sunt eadem uni tertio, sunt eadem inter se*. Et illud, *Quæ sunt eadem inter se, æquè distant à quoquo tertio*. Quæ tametsi receptissima sint in Scholis, esse nihilominùs falsa, alibi demonstrasse me memini: quoniam ex æqualitate ad idemtitatem non fluit argumentatio.

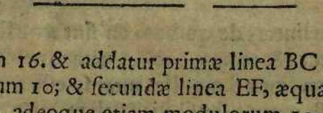
Voluerunt aliqui hoc idem Axioma transferre ad Musicam, & dicere, *Quæ consonant voci tertiæ, consonant inter se*. Sed immeritò: nam in Figurâ X. prima & ultima nota consonant intermediæ, (distant enim ab illâ diapente) & tamen dissonant inter se. Staret tamen translatio, si dicerent, *Quæ sunt unisonæ uni tertiæ, sunt unisonæ inter se*.

SECUNDUM. *Si dentur duæ lineæ ignotæ magnitudinis, aut proportionis, si tamen utraque sit tertiæ dimidia (aut etiam, dupla, tripla, &c.) inter se erunt æquales*. Aliter. *Si dentur duæ lineæ æquales, & altera sit tertiæ dupla, tripla, &c. etiam hanc eandem proportionem dicet altera*. Quoniam, si nesciamus, qualem proportionem habeant inter se lineæ A & B, constet verò utranque esse duplam

plam lineæ D, dicemus esse æquales. *Iterum*, si illas esse æquales sciamus,& lineam A inveniamus esse duplam lineæ C:etiam lineam B esse duplam lineæ C colligemus.

Num. XLVII. *Figur.*23.

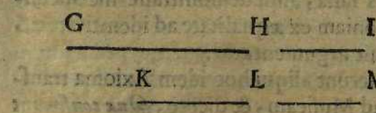
TERTIUM. *Si æqualibus addantur, aut adimantur æqualia, æqualia permanent.* Demonstratur ad oculum. Quoniam, si lineæ AB, & DE sint æquales, puta modulo-



rum 16. & addatur primæ linea BC modulorum 10; & secundæ linea EF, æqualis ipsi BC, adeoque etiam modulorum 10. linea AC erit modulorum 26:& linea DF modulorum 26. Ergo post additionem, remanebunt æquales. *Vel etiam*. Sint lineæ æquales AC,& DF:habeant singulæ modulos 26. Aufer à primâ partem BC mod. 10: & à secundâ partem EF mod. 10. Ergo prior retinebit modulos 16: & posterior etiam modulos 16. Ergo post ablationem, remanebunt æquales.

Num. XLVIII. *Figur.*23.

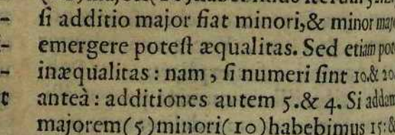
QUARTUM. *Si inæqualibus addantur, aut adimantur æqualia, inæqualia permanent*. Ostenditur. Quoniam, si linea GH sit 30:& linea KL 20.erunt inæqua-



les. Si priori addatur linea HI. 15: & posteriori addatur linea LM. 15. adeoq; lineæ HI. æquales: habebit linea GI. 45. & linea KM. 35. Erunt igitur etiam post additionem, inæquales. *Vel sic*. Linea GI. 45; & KM. 35. sunt inæquales. Aufero à priori lineam HI. 15. & à posteriori lineam LM. etiam 15. Ergo erit GH. modulorum 30:& KL.modulorum 20. Ergo hæ lineæ, quæ erant priùs inæquales, post æqualium ablationem, remanebunt etiam inæquales.

Num. XLIX. *Figur.* 23.

QUINTUM. *Si inæqualibus addantur inæqualia; (nempe majus majori, & minus minori) remanent inæqualia*. Persuadetur. Nam, si linea NO habeat modulos 30. & linea QR modul. 20. & addendæ sint

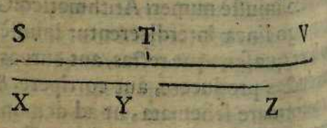


lineæ inæquales, OP mod. 20.& RS mod. Linea NP post additionem, habebit mod. & linea QS mod. 35. Ergo post additionem erunt adhuc inæquales.

Consultò jussi, ut additio major afficeret majorem lineam; quoniam, si afficeret minorem, nihil certi haberemus; *aliquando* enim resultaret æqualitas, & *aliquando* inæqualitas. Vel attende. Numeri 10.& 20. sunt inæquales: 12.& 22.sunt etiam inæquales: & tamen si ex his ultimis major(22)addatur minori(10)habebimus 32:&, si minor (12)majori(20)habebimus iterum 32.Ergo, si additio major fiat minori,& minor majori, emergere potest æqualitas. Sed etiam potest inæqualitas: nam, si numeri sint 10.& 20.ut anteà: additiones autem 5.& 4. Si addamus majorem(5)minori(10)habebimus 15:&, si minorem(4)majori(20)habebimus 24.Ergo numeros inæquales. COROLLARIUM. *Igitur, si inæqualibus addantur inæqualia, (nempe, majus minori, & minus majori) habebimus aliquando æqualia; & etiam aliquando inæqualia*. Ergo nihil certi.

Num. L. *Figur.*23.

SEXTUM. *Si ab inæqualibus inæqualia auferãtur (minus à majori, & majus à minori) remanent inæqualia*. Est evidens; quoniam, si



SV.sit modulorum 20.& XZ.mod. 16. erunt lineæ inæquales. Ablationes sint inæquales (5.& 8.) Adime igitur minorem(5)à majori (20) & habebis 15: & adime majorem (8) à minori (16) & habebis 8. Igitur lineas inæquales.

Sanè, si majus auferatur à majori, & minus à minori, nihil certi poterit à nobis statui; quoniam aliquando æqualitas, & aliquando inæqualitas consequetur. Æqualitas resultat in istis.Sunto numeri 20.& 30:ablationes 2.& 12.Ergo, si à majori numero(30) auferas 12.habebis 18: &,si à minori(20)auferas 2. habebis 18. Numeros ergo æquales. Inæqualitas autem in istis.Sunto numeri 20. & 30.ut anteà;ablationes 4.& 5. Si à minori (20) auferas 4.remanebunt 16. &, si à majori (30) auferas 5.remanebunt 25. Ergo numeri omninò inæquales. COROLLARIUM. *Igitur, si ab inæqualibus auferantur inæqualia (minus à majori, & minus à minori) interdum æqualia, & interdum inæqualia manebunt*. Ergo nihil certi.

Hæc duo Corollaria non possunt inter Axiomata locum habere, nihil enim certi concludunt: suntque similia illi Asserto Dialectico, *Ex falso aliquando sequitur verum, & aliquando falsum*, quod non Fundamenti, sed Admonitionis vim habet.

Num. LI. *Figur.*15.

SEPTIMUM. *Omnes anguli recti sunt æquales*. Præcox videtur hoc Axioma, multa enim dicturi sumus antequam de Angulis disseramus: & illud unam proprietatem Anguli recti proponit,&, ut videtur ante tempus. Interim illud ponitur, quia hujus veritatis notitia sæpè est necessaria, & ideò in ipsomet initio nosci debet. Sed, cur omnes anguli recti sunt æquales? Quia æqualitas ingreditur in definitionem Recti. Quoniam Rectus Angulus est, qui à perpendiculo formatur. Et perpendicularis linea illa est, quæ ita subjacentem intersecat, ut omnes quatuor anguli sint æquales. Vt rem clariùs intelligamus, convertamus oculos ad Figuram XV. ducamusque lineam AC.à D cadat perpendicularis DE, quæ secet lineam subjacentem in B. Dicitur autem perpendicularis, quia non magis inclinatur in A, quàm in C. Ergo angulus ABD,& CBD.sunt æquales:si enim essent inæquales linea DB,non esset perpendicularis, sed inæqualiter inclinaretur. Sed de hoc redibit sermo, nam Parte III.de Angulis disputabimus.

Num. LII. *Figur.*15.

OCTAVUM. *Totum est majus suâ parte*. Est clarissimum:quoniam,si in eâdem octavâ Figurâ est tota linea AC: qualitercunque dividatur in B, erit AC major, quàm AB,vel BC.Idem omninò conspicitur evidenter in Numeris: nam Octonarius,verbi gratiâ,componitur ex Ternario, & Quinario; & tamen ille Ternario seorsìm sumpto,aut etiam Quinario seorsim sumpto, major est.

Num. LIII.

Octo hæc Axiomata, aut Fundamentalia Principia, quæ à nullo Mathematico negari possunt, cùm ad Physicæ libros venitur, solent periclitari, & licèt ab aliquibus Philosophis, ut indubitata supponantur,& admittantur, ab aliis rotundè negari videmus,cùm agitur de rerum infinitate. Sunt, qui asserant posse dari, saltem de potentiâ Dei absolutâ, infinitam Hominum multitudinem; corpus infinitæ molis; infinitè intensam qualitatem; &c. Si inferam totam Arithmeticam corruere, totam Geometriam labi: multitudinem nec additione,aut multiplicatione augeri;nec subtractione,aut divisione imminui:adeoque totum non esse majus suâ parte,[quia infiniti homines, cùm singuli habeant 20.digitos, habebunt digitos vigesies infinitos: quot ergo articulos? quot capillos? Infinitos videlicet. An-ne erunt plures capilli, quàm articuli? plures articuli, quàm digiti? plures digiti, quàm homines? An-ne aggregatum ex hominibus, digitis, articulis, & capillis erit majus singulis partibus: nempe hominibus seorsim sumptis, aut digitis seorsim sumptis? &c.] respondent, se non reperire inconveniens, si omnia admittant; quia Arithmetica, & Geometria agunt de numero, & magnitudine finitis; non autem de infinitis. Et ideò non esse in illo infinito hominum plures capillos quàm homines pronunciant, adduntque, si illud divideretur in duas partes, utramque fore infinitam, & toti æqualem. Quæ omnia, quia videntur esse evidenter falsa, coacti fuerunt nonnulli admittere majora, & minora infinita: quæ doctrina, quia iterum est evidenter falsa, rejicitur à prudentioribus, asserentibus extra Deum, qui unicus & indivisibilis est, [nota has duas circumstantias; nam, si vel essent plures Dii, aut noster Deus esset divisibilis, Divinitas infinita non esset] repugnare omnem simplicem & categorematicam infinitatem. Acturi igitur de Infinito alibi: nunc de Quantitate continuâ finitâ differamus.

Num. LIV.

PRæter A'ITHMATA, & A'ΞIΩMATA, quæ jam dilucidavimus, dantur apud Geometras *Definitiones*, *Propositiones*, *Lem-*

Lemmata, & *Corollaria*. De quarum vocum significatione frustra apud Scriptores controversiæ implicantur; nam à doctioribus sic accipiuntur, ut *Definitio* explicet naturam rei: *Propositio*, quid promittatur, aut fit à Geometrâ faciendum proponat: *Lemma* assumatur, ut antecedens, ad inferendam aliquam Conclusionem: & *Corollarium* sit, quod ex doctrinâ priùs positâ infertur. Consonat Geometriæ Ciceroni, qui *de Divinat.* Lemma vult pro *sumptione* accipi: inquit enim *Sed demus tibi istas duas sumptiones*, eas LEMMATA *appellant Dialectici: sed nos latini loqui maluimus*.

LIBER SECVNDVS.

De Punctis.

Num. LV.

PVnctus, aut etiam *Punctum*, nam in utroque genere legitur, dicitur à pungendo: & est, ut Passeratius vult, [minima individuaq; lineæ pars, nullam neque longitudinem, neque latitudinem, neque profunditatem habens,] & subjicit. [Tradunt Geometriæ Punctum esse corpus individuum, in quo neque longitudo, neque latitudo, neque altitudo deprehenditur: & ob incomprehensibilem brevitatem sui, in partes dividi non posse. Hoc protractum lineam efficit: id est, corpus unius dimensionis: longum enim est sine lato, & duobus punctis, ex utrâq; parte solam longitudinem terminantibus continetur. Hanc lineam si geminamus, alterum corpus efficitur, quod duabus dimensionibus extruitur, ex longo latoque, sed alto caret. Punctis autem quatuor continetur, per singulas scilicet lineas binis, & hoc Græci Ε'ΠΙΠΕΔΟΝ, nostri *planum*, seu superficiem vocant, &c.] Michaël Havemannus *in suæ Geometriæ cap.* 3. sic inquit. [Punctum est, cujus pars nulla est. Punctum Mathematicum, de quo hìc agitur, mirabilis est ingenii. Non quidem omninò nihil est, sed aliquid, at verò tale quid, quod non habet partes quantitativas: quas, si haberet, Quantitas esset, non autem Continuæ Quantitatis principium: & tale quid, quod absque quantitate omni, & quod in datâ magnitudine individuum concipitur. Rude exemplum addam. Siquando cuspidem subtilissimæ aciculæ, chartæ decenter (diligenter) impresseris, post ictum manebit in papyro vestigium. Et hoc vestigium vix notabile punctum Mathematicum rudi Minervâ repræsentare potest. In illo enim neu longitudo, neu latitudo, neu crassities notabilis potest reperiri. Hinc consequitur puncta illa, quæ creta & calamo signantur, esse puncta Physica, non Mathematica.]

Punctum bifariam sumitur: absolutè & relativè: absolutè, cum in se est indivisibile: relativè cum respectu alterius contemptibilem magnitudinem habet. Sic tota ista Mundi machina, etsi tanta dicatur, quantam postulat Aristarchana hypothesis, punctum est cum immensitate collata: & hæc terra, quàm incolimus homines, punctum est, si cum rotâ mundi machinâ conferatur. Plinius *libr.* 2. *cap.* 68. eruditè. *Non aliud est terra universa, quàm Mundi punctus*. Et Seneca *cap.* 20. *de consol. ad Martiam.* eodem sensu dixit, *Terram hanc loco puncti ponimus ad universa referentes: minorem portionem ætas nostra quàm partem puncti habet, si tempori comparetur omni*, &c. Sumit punctum pro instanti, & posteà tempus breve vocat *punctum* cum æternitate componens. Etiam aliis Authoribus temporis instans, Α'ΤΟΜΟΣ, *punctum* dicitur. Cicero Cæcinnæ *libr.* 6. *Itaque, ne punctum quidem temporis in ipsâ fortunâ fuisset.* Idem pro Cluentio. *Neque posteà Larini punctum est temporis commoratus*, & alibi. *Diuturni silentii Patres Conscripti, quo eram his temporibus usus finem hodierna dies attulit, eademque initium, quæ vellem, quæque sentirem meo pristino more dicendi.* Vbi unam integram diem pro fine, & initio poni perspicis. Ergo Ciceroni una integra dies erat punctum Politicum. Cæsar *libr.* 2. *bell. civil.* consonat: ait enim. *Ita multorum mensium labor, hostium perfidiâ, & vi tempestatis puncto temporis* (Ε'Ν Α'ΤΟΜΩι) *interiit.*

Num. LVI.

DIces, hunc librum de punctis, non esse ad rem: nam est Philosophicus, & non Geometricus, & ideò debet non in Geometriâ, sed in Physicâ dilucidari. Vnde Aristoteles, qui magnâ curâ legitimum ordinem observavit, in Physicorum sexto materiam expedit de divisione continui: & illud ex partibus divisibilibus in infinitum componi ostendit.

Esse autem ad rem, inquam ego; nam Geometricus, & non Philosophicus est, & ideò debet in Geometriâ, & non in Physicâ dilucidari. Aristoteles videtur fucum fecisse posteritati, & imposuisse opiniones veteribus, quas non somniaverant. Punctis illi Physicis, & non Mathematicis composuerant Continuum; & ideò in Physicâ de Punctis tractabant, nec erant obnoxii Mathematicis demonstrationibus: at illos obtorto collo Aristoteles in Geometriam invexit, ut triumphum caneret, omnia enim, quæ de punctis Physicis ab illis prudenter & ingeniosè dicta, deliria sunt, si de punctis Mathematicis intelligantur. Aristoteles igitur temerè Geometriam in librum VI. Physicorum invexit, &, quia non habebat Philosophos quibuscum luctaretur, confinxit larvas, & occasionem dedit posteris, ut qualis ab illo exponitur, Stoicorum fuisse opinionem putarent. Non enim illi, ut dixi, punctis Mathematicis Veteres, sed Physicis composuere Continuum. Si postulas, tibi exponi, quomodo à Mathematicis punctis Physica distinguantur? Respondeo. Puncta Physica esse quædam corpuscula, habentia longitudinem, latitudinem, & profunditatem, ac propterea figuram, esse tamen tam parva, ut sensum effugiant, & sensibili magnitudine careant. Mathematica autem non solùm sensibili, sed etiam intelligibili magnitudine, & extensione carent.

Demonstraturus igitur Quantitatem Continuam, quæ Geometriæ objectum est, octo Fundamenta adsumam, quæ, quia adsumuntur, *Lemmata* vocabuntur, nam illorum demonstrationes alio in loco ponentur.

LEMMA I.

Num. LVII.

PVnctum non habet partes intrinsecas, & entitativas.

Demonstratur: nam id, quod nomine *Puncti* intelligimus, est, quod Græcè α'τομος, Latinè dicitur *indivisibile*. Esset ergo implicantia in adjecto dicere, quòd indivisibile habeat partes.

Qui hodie à Zenone sunt, ut Peripateticis satisfacere possint, Continuum componunt ex punctis, & atomis, in alio tamen genere divisibilibus. Et Ego tres præcipuas opiniones reperio.

PRIMA ponit Puncta physica, quæ naturaliter sint indivisibilia, at divinitùs frangi, & incidi possint. His consentiunt, qui terminos parvitatis admittunt. Nihil enim vetat, ut finem habeat, naturalis Solidorum divisio: & eò veniatur tandem, ubi omnis cesset dividendi potentia. Hæc indivisibilia alicujus determinatæ figuræ esse debent, & habere magnitudinem etiam determinatam.

Num. LVIII. *Figur.* 13.

COntra hanc sententiam Geometrica argumenta immediatè non urgent: at aperiunt viam, ut urgeant mediatè. Nam cujuscunque figuræ hæc Puncta fingantur, aut dicantur, non possunt ita concurrere, & præcipuè in liquidis, ut locum impleant. Ergo relinquent spatiola, ut in Figurâ conspicitur; nam, si illa puncta sint sphærica, ubi concurrunt, sive cooptentur, ut in AE, sive, ut in BD, spatiola necessariò relinquent, quæ ab his corpusculis non occupentur. Quid ergo de hujusmodi spatiolis dicemus? Debere eum, qui hujusmodi punctis universa concinnat, vel dari loca naturaliter vacua concedere, vel ponere aliam materiam liquidam in infinitum divisibilem, quæ spatiola inter atomos derelicta occupare, & implere dicatur. Hoc ultimum asseruit Renatus Cartesius, quem multi viri ingeniosi sequuntur: illud prius Phocyllides, cui non stabant tanti illa spatiola, ut propter illa vellet novam materiam in infinitum divisibilem addere.

Sanè uterque modus dicendi stare non potest, nam quisquis Vacuum dari posse di-

vinitùs asserat, quid sit spatium, nescit. Vnde, quoniam repugnat Vacuum, corruit Opinatio Phocyllidis: &, si admittatur materia illa subtilior in infinitum divisibilis; jam ad Peripateticos nos transmittit Cartesius, & cogit Zenonem deserere.

SECUNDA est sententia severior, & asserit hæc Physica puncta divinitùs non posse dividi. Ita P. Emanuël Maignanus, Ordinis Minimorum, *in Curs. Phil. tom. 2. cap. 7. propos. 4.* dicens. [Continuum componunt solæ partes, determinatam singulæ habentes extensionem, & physicè indivisibiles.] Qui *num.* 13. his verbis suam Conclusionem dilucidat. [Posset quidem Deus adnihilare minimum Physicum materiæ, sicut creavit; sed non potest idem dividere (seu ex uno facere duo) sicut neque illud intrinsecè composuit, (seu non fecit ex duobus) non composuit autem, quia creavit, seu ex nihilo fecit secundum totum, ut ex dictis ibi intelligitur.]

Num. LIX.

Hujusmodi puncta habent determinatas dimensiones, figurasque. Idem Maignanus *ibid. cap. 7. propos. 7. num. 2.* [Minima physica habent ex dictis extensionem, eamque ut patet non infinitam: ergo uno, vel pluribus terminis clausam. Ergo habent figuram juxta definitionem 14. 1. elem. Euclidis: & quidem solidam iuxta definitionem 2. 11. quia habent trinam dimensionem: hæc verò figura comprehenditur necessariò, vel unico termino, ut sphærica, sphæroïdalis, elliptica, ac similes; aut pluribus, iis, vel planis, ut cubica, pyramidalis, &c. vel curvis solùm, vel planis hinc, & curvis inde. &c. ad certam normam: vel sine normâ. &c.] Ergo in liquidis saltem non poterunt ita cooptari, quin spatia relinquant, ergo redit dilemma, quod contra secundam sententiam ponebamus. Vel enim manebunt aliqua spatia vacua; vel ponenda est alia materia liquida in infinitum divisibilis, quæ illa impleat. Et primum non posse, & secundum non debere à Zenonistis dici ostendimus.

Maignanus vim Dilemmatis percipit: &, quia materiam, quæ realiter sit in infinitum divisibilis, admittere non vult, se in aliud extremum propellit, unde *ibid. cap. 8. prop. 9.* sic statuit. [Locum inter corpora carentem corpore, seu vacuum, Natura non ita abhorret, ut non aliquod sit exiguum in corporibus (ipsâ etiam ita exigente) vacuum: immò, nec talis, vel tanta est vis ejus magnum vacuum impedire vitantis, ut vinci non possit ab agentibus naturalibus, ita, ut ab eodem inducatur vacuum sensibile.] Et iterum dico: qui sic loquitur, scire non vult quid sit spatium; Locus enim carens corpore, est corpus carens corpore; atq; ideò implicat contradictoria.

Num. LX.

Contra secundam hanc sententiam specialis difficultas occurrit. Nam, si interroges, An possit Deus unum cubum perfectè quadrangularem, aut unam pyramidem perfectè angularem, aut unum globum perfectè sphæricum formare? prima sententia poterit respõdere: quoniam ordinatam à potentiâ absolutâ distinguet; nam, quod punctis physicis non posset Deus; poterit tamen absolutè, quia poterit hæc puncta physica in partes quascunque dividere. Considera bene hanc solutionem. Transeamus ad secundam sententiam. Hanc ajo tibi congruè respondere non posse. Quoniam punctis physicis, nisi illa dividat, non poterit Deus unum corpus perfectè quadratum, pyramidale, aut sphæricum conformare. At illa non potest dividere. Ergo secunda sententia debet absolutè dicere, non posse Deum condere solidum, planum, aut sphæricum, quod habeat figuram perfectam.

TERTIA ponit puncta, quæ realiter & entitativè sint indivisibilia: puncta scilicet, quæ occupent spatium indivisibile; habeant tamen virtualitatem positionem, aut æquivalentiam divisibilem. Ita P. Ildephonsus Peñafiel *in Physicâ disp. 15. quæst. 2. sect. 5. nu. 29.* Ergo hæc puncta, quibus ipse Continuum componit, sunt verè Mathematica, hoc est, quæ non sunt corpora habentia tres dimensiones, si mathematicè considerentur.

Num. LXI.

In hoc tertia hæc sententia à duabus præcedentibus differt: nam prima sententia ponit Puncta, indivisibilia naturaliter, quæ saltem dividi possint divinitùs: secunda ponit Puncta, ita indivisibilia realiter, ut nec humanitùs, nec divinitùs frangi possint, at verò divisibilia mentaliter, nam occupant spatium, quod potest ab intellectu Mathematici in infinitum dividi: unde ait Maignanus *cap.*

7. propos. 5. [Mathematicis permittitur, non item Physicis Continuum, quantumvis exiguæ extensionis, dividere in partes proportionales, ita innumeras, ut nullo finito numero comprehendi possint.] hæc autem tertia sententia ponit indivisibilia mathematicè, quæ geometricè non possint dividi: at illa habere virtualitates, aut æquivalentias divisibiles dicit.

Num. LXII.

VIDIMUS, quid hæ tres sententiæ de Punctorum indivisibilitate statuant. At, quia eadem puncta, quæ in uno genere sunt indivisibilia in alio sectilia dicuntur, hanc secundariam divisibilitatem perpendamus.

Postquam Natura ad ultimum terminum divisionis pervênit, posse Deum progredi, & solidum in infinitum dividere, prima Opinio pronunciat: & quid dicat, intelligo: &, ut video, plausibiliter defendi potest.

Secundam ego non intelligo. Puncta sunt realiter indivisibilia, & hæc indivisibilitas ita est essentialis, ut nec divinitùs abesse possit. Iam ista audivi. Sed pergit Maignanus, & ait. [Hæc Puncta habent extensionem determinatam, quæ à Mathematico potest in infinitum dividi. Id non intelligo. Quid est extensio? Est-ne aliquid reale? Habet-ne partes? Quid est spatium? vel aliquid profectò, vel nihil. Si aliquid, creatura est, quia Deus non est. Si nihil, partes habere non potest: nam nihilum quantitatem non habet.] Prætereà, Maignani sententia difficultates accumulat difficultatibus, nam cùm dicit Puncta esse realiter indivisibilia, debet ostendere, cur non possit Deus unum corpusculum determinatæ extensionis dispescere? cur non possit unum globum perfectum, nec unum cubum in datâ proportione formare? & sexcenta alia, quæ ex ejus opinione sequuntur. Cùm autem addit, eadem Puncta mathematicè in infinitum posse dividi Aristoteleum labyrinthum ingreditur, novisque tenebris Philomusos offundit.

Num. LXIII.

Sed neque divisibilitatem, quam Tertia Sententia Punctis adfingit, capio: nihil enim reperio præter verba. Puncta, inquit Peñafiel, sunt realiter indivisibilia, at habent divisibilitatem virtualiter & æquivalenter. Sed quid significant hæc verba? An-ne habent semper puncta divisibilitatem virtualem? &, si non semper, Quando, & cur? Quando autem habent divisibilitatem virtualem, occupant unicum tantùm indivisibile spatii, an plura? Si unicum, ad nihil virtualis divisibilitas prodest. Si plura, quomodo naturaliter idem punctum in multis locis constituitur? Prætereà. Hæc virtualis divisibilitas est in partes determinatas, aut in proportionales minores & minores sine fine. Primum non sufficit; nam quemcunque virtualitatum ponat numerum, inveniam ego statim proportionem aliquam intermediam, quam exhibere puncta nequeant, non obstantibus suis virtualitatibus. Si vero dicatur secundum, sensìm ad doctrinam Peripateticorum venitur. Ergo facilius esset hanc ipsam divisibilitatem in infinitum admittere in ipsâ materiæ entitate.

LEMMA II.

Num. LXIV.

LInea non componitur ex solis Punctis. COROLLARIUM. *Ergo, nec Superficies solis Lineis, nec Corpus solis Superficiebus.* Solent id probare Aristotelici: quia Punctum nullam longitudinem habet. Ergo ex multis non longitudinibus non fit longitudo: Ergo, nec ex multis non latitudinibus latitudo, & ex multis non altitudinibus altitudo. Sed hæc probatio non est efficax: quia Vnitas in Peripateticorum sententia non est numerus, & tamen ex unitatibus componitur numerus. *Prætereà*: negare possent aliqui illam propositionem, *Punctum nullam longitudinem habet*, & asserere Punctum habere longitudinem indivisibilem, & consequenter Lineam habere latitudinem indivisibilem, & Superficiem habere profunditatem indivisibilem. Sed contra hos Theorema III. militabit.

Solent hìc aliqui ingeniosè distinguere, asserendo non posse Lineam componi ex solis indivisibilibus, si hæc finita sint: bene tamen si infinita dicantur: immò addunt, quidquid sit de Physicâ, doctrinam hanc in Geometriâ utilem, & plausibilem esse. Ita Pater Emanuël Maignanus *in Physic. cap. 7. prop. 5. pag. 697.* cujus verba sunt hæc. *Nihil impedit, quo minus Mathematicus cogitet, seu sibi conceptu efformet Continuum quasi constans indivisibilibus infinities infinitis, quæ so-*

la, sine aliis partibus, juxta se posita faciant extensionem; quæ vocari potest Extensio Mathematica; *quanvis enim in re, & physicè id sit impossibile, ut demonstratum est* prop. 2. *non tamen propterea non licet Mathematico: sicut eidem licet supponere multitudines duas punctorum in duobus quâcunque proportione inæqualibus concentricis circulis, existentium, quæ ita sibi respondeant, & adæquentur, ut una non excedat aliam; quanvis hoc ipsum* prop. 3. num. 11. *ostenderim esse in physicis impossibile, & involvere contradictionem: sed in eo, ut constat, minimè hæret Mathematicus; liberè enim semidiametros quaslibet semper ducit per singula utriusque circuli puncta, absq; ullo communi duarum segmento: imò, quod magis mirere à singulis punctis, quæ in totâ cœlestis sphæræ circumferentiâ sunt, ductas semidiametros ad unicum centri punctum terminat, in quo proindè tot concipit quasi facies, aut latera, ut eorum multitudo non superetur à multitudine punctorum dictæ circumferentiæ, etiamsi hæc esset infinities major, quàm sit primi mobilis. Cum itaque hæc liceant Mathematico nihil impedit, quo minus eidem liceat cogitare Continuum quasi constans indivisibilibus solis, quæ ita sint infinita, ut semper sufficiant alia, & alia in infinitum sumenda post quamlibet factam, seu cogitatam ejus continui divisionem: hoc autem posito evidens est nullam esse, ut dicebam, necessitatem absolutam, quâ Mathematicus teneatur in dividendo Continuo partes proportionalis multitudine infinitas cogitare, hoc ipse, quod potest cogitare sola indivisibilia, ut dictum est: imò hoc erit illi commodius; quia quodlibet indivisibile poterit sumere determinatè, cùm non ita facile possit pariem sumere determinatè, sed aliquando cogatur unam sumere inadæquatè.* Cæterùm hæc doctrina, si agamus de punctis existentibus potentiâ, vera est; si de existentibus actu, falsa. Nullus est cogitabilis in lineâ locus, ubi non possit poni punctum, sed de hoc redibit sermo inferiùs.

Lemma III.

Num. LXV.

PVnctum additum puncto non facit majus. Aliter. *Indivisibile additum indivisibili, non facit majus.* Aliter. *Nulla extensio addita nulli extensioni, non facit majus.* COROLLARIUM I. *Punctum (indivisibile, seu nulla extensio) si addatur parti, non facit majus.* COROLLARIUM II. *Ergo linea non componitur ex punctis.*

Est doctrinæ Aristoteleæ principium contra Zenonem, & Stoicos, ex quo Suarius tom. 3. *in 3. part. disp. 52. sect. 3.* doctè philosophatur. Et quidem primò, si Punctum in merâ negatione consistit, mille negationes non poterunt constituere, aut producere lineam: non enim illæ sunt entitates reales positivæ, sed positivarum carentiæ. Secundò, si Puncta sint entitates positivæ, ita debent exponi ut nullam magnitudinem habeant, nam hæc debent Definitiones, ut certæ, & indubitatæ supponi.

Corpus est, quod habet longitudinem, latitudinem, & profunditatem.

Superficies est, quæ habet longitudinem, latitudinem, & nullam profunditatem.

Linea est, quæ habet longitudinem, & nullam latitudinem, & nullam profunditatem.

Punctum (A' TOMOΣ, *indivisibile*) *est, quod nullam habet longitudinem, nullam latitudinem, & nullam profunditatem.*

Ergo ex superficiebus non fit corpus; quia ex nullis profunditatibus non fit profunditas. Ergo ex lineis non fit superficies; quia ex nullis latitudinibus non fit latitudo. Ergo ex punctis non fit linea; quia ex nullis longitudinibus non fit longitudo: & ex nullis extensionibus non fit extensio.

Num. LXVI.

P. Ildephonsus de Peñafiel *in Physic. disp. 15. quæst. 2. sect. 5. num. 29.* ita negat hanc Propositionem, ut Puncto indivisibili partes concedat. Argumẽtabatur Aristoteles: Duo indivisibilia tangunt se tota: impossibile est enim, tangatur partialiter, quod non habet partes. Ergo coïncidunt. Ergo sunt in eodem spatio indivisibili. Ergo non faciunt majus.] Et Peñafiel respondet. [Concedendo illa duo puncta, quæ sunt prima elementa & partes, quibus quantitas (linea) componitur, se tangere secundum se tota, quia totum punctum ab alio tangitur: negat tamen se tangere adæquatè & totaliter secundum omnia latera virtualia, & ut melius dicam æquivalentia: quod patet evidenter, cùm non se tangant ex omni positione, verbi gratiâ, orientali, meridionali, occidentali, septentrionali; superiori, vel inferiori: solum

enim se tangunt inadæquatè, &c.] Probat id exemplo ex Visione beatificâ, nam Sancti in cœlo vident totum Deum, sed non totaliter: & tamen Deus est realiter indivisibilis. Confirmat ob oculos ponendo Circulum: & ait. [Debet dari centrum, quod punctum est, ac proinde indivisibile. Ex tali autem puncto, licèt indivisibile sit omninò formaliter, variæ lineæ ad circumferentiam progrediuntur, & diffunduntur versus omnem positionem, &c.] Et hanc confirmationem posset verbis adfirmare Maignani, quia, si Mathematicus in uno simplici puncto Geometrico [tot concipit quasi facies, & latera, ut eorum multitudo non superetur à multitudine punctorum dictæ circumferentiæ,] id ipsum à fortiori poterit, & Physicus facere.

Num. LXVII.

Ego autem nunquam volui uti Aristotelis argumento, dat enim occasionem, ut rhetoricentur Adversarii: ergo sic argumentor. Si 0,000. addatur 0,000. fiet nullus numerus: nec plus est cẽties, 0,000. quàm semel 0,000. Si numero 2, 429. semel, aut centies addatur 0,000. non fiet major. Ergo, si nulli magnitudini addatur, nulla magnitudo non fiet major magnitudo: immò nec magnitudo. Ergo, si nulli longitudini addatur nulla longitudo, non fiet major longitudo, immò nec longitudo. Ergo, si lineæ magnæ, & longæ, ut 4. nulla magnitudo, & nulla longitudo addatur, non faciet major linea. Sed punctum est nulla magnitudo, nulla longitudo, &c. Ergo punctum additum puncto, vel lineæ non facit majus.

Num. LXVIII.

Peñafiel verò Maignanus, aliique frustrà in uno indivisibili puncto diversas positiones distinguunt: quoniam illi respectus non sunt in parte puncti, sed in toto; & diversitas sumitur à connotatis. Et exemplum de centro circuli oppositum omninò evincit. Non dicimus in illo centro esse unam partem realem, formalem, aut virtualem, quæ orientem, & aliam, quæ occidentem respiciat, sed totum illud realiter, formaliter, & virtualiter idem habere diversos respectus, hoc est, respicere diversa connotata. Nam sicut quando dicimus Carolus V. est filius Philippi I. & pater Philippi II. non dicimus Carolum habere unam partem realem, formalem, aut virtualem secundum quam respiciat parentem, & habere aliam secundum quam respiciat filium: sed totum Carolum per unam relationem ad suum patrem, totumque etiam Carolum per alteram relationem ad suum filium referri: sic etiam idem punctum, quin habeat partes reales, formales, aut virtuales, totum per unam relationem ad ortum, & totum per aliam referri poterit ad occasum. Si consideretur Circulus, ex cujus centro multæ lineæ ad circumferentiam ducantur erit unicum *ex*, & multa *ad*, nec enim necessarium est, ut terminus *à quo* multiplicatis terminis *ad quem* multiplicetur.

Num. LXIX.

Instantia, quæ sumitur à visione beatificâ, non est ad rem: nam Theologi inter se non conveniunt, &, si conveniant, aliter lapis lapidem, & aliter intellectus suum objectum tangit: nam intellectus unam formalitatem ab alterâ præscindit, quod facere non potest lapis. Vnde, etsi in illo puncto indivisibili multæ formalitates ponerentur, indivisibile indivisibili adhærens, non tangeret unam formalitatem intactâ alterâ, sed totam realitatem tangeret. Interìm, quidquid de Aristotelis sit ratiocinio, nostro Argumento adversarii respondere non possunt.

Lemma IV.

Num. LXX.

OMnis linea potest in duas, tres, quatuor, vel plures æquales partes dividi. COROLLARIUM. *Ergo linea non componitur Punctis.*

Est facilis, & clara demonstratio, quæ dilucidatur *nu.* 109. Pone unam lineam ex 20. punctis compositam: si illam in duas partes secueris, habebis 10, & 10. Hoc bene intelligo. At illam lineam habere dicamus puncta 21. Quomodo dividetur? An in 10 & 11? non ergo in duas partes æquales.

Dices lineam sectricem casuram supra undecimum punctum, illudque lapsu suo auferre, & hanc ob rem manere 10. hinc, & 10. inde: adeoque æquales partes.

Sed ex hac responsione inquam ego, multa absurda sequuntur. (1) In tres partes (nempe, 10, 10, & 1.) dividitur linea, quæ in duas debebat dividi. (2) Si Punctum undecimum per divisionem perire dicatur, manent quidem duæ partes æquales (nempe, 10. & 10.)

sed

sed, quæ simul sumptæ sint minores toto: quod est absurdum.(3) Dabuntur duæ lineæ inæquales, quæ respectu unius, & ejusdem sint duplæ. Nam, si linea 20 punctorum divisa per medium dat lineam punct. 10. Et, si linea 21.punct.divisa per medium dat lineam punct.10. utraque linea(punct.20. & punct. 21.)erit dupla respectu lineæ punctorum 10.

Num. LXXI.

His positis audiamus Peñafielem, qui *loc. cit.num.*50.sic inquit. *Respondeo*(1) *omnem lineam constantem paribus punctis dividi posse in duas partes æquales,*(2)*constantem verò impartibus flecti posse,ita, ut partes,quæ flectuntur, æquales maneant, tunc unum punctum manebit inflexum faciens mucronem. Præterea,* (3) *siquando fit divisio lineæ, aliquod punctum deperdatur, ut plura deperdi solent in divisionibus physicis, æquales remanere poterunt partes divisæ, & hoc argumentum infirmum esse ex eo constat,*(4)*quia nobis innotescere non potest, num linea paribus, vel imparibus constet punctis, nam, si cognoscere non valemus, quot puncta determinata linea habet, quomodo dignoscemus, num paria, vel imparia sint.* (5) *Euclidis demonstratio ostendere poterit in genere,quamcunq; quantitatem in duas partes æquales dividi posse,ex eo, quod quæcunq; quantitas, ut à nobis signari potest,duas habet partes æquales,& à quâvis parte divisibilis est; at verò nulla demonstratio humana ita ad unguem eas partes examinare potest, ut discernat, si altera aliam in puncto excedat; nam excessus non solùm unius puncti, verum etiam plurium imperceptibilis à nobis est, cùm enim indivisibilia sint, aciem nostrarum potentiarum corporearum fugiunt, nisi componant magnitudinem nobis proportionatam, neque etiam nos scire naturaliter possumus, num partes quantitatis eâ æqualitate dividantur, ut una pars aliam, nec in indivisibili excedat.* Vnde ad quintum argumentum respondet. *Concedendo Metaphysicè loquendo,& si sumerentur lineæ quinq; & trium punctorum,non posse in tot partes ejusdem proportionis dividi; demonstratio verò Euclidis locum habet in lineis, quæ à nobis sumi possunt, & solent; &* (6) *reverà argumenta hæc Mathematica, non tam probant Continuum componi ex partibus semper divisibilibus, cùm Mathematici supponant in lineâ nihil esse præter puncta, & in superficie præter lineas, & in corpore præter superficies, quam difficultatem ingerunt circa numerum indivisibilium, unde ex ipsorum principiis potius sequetur nostræ sententiæ, quam alienæ, unde solum probant eorum argumenta esse nimium in quantitate quantumvis minimâ inextricabilem punctorum multitudinem, & à nobis innumerabilem.*

Num. LXXII.

Multa quidem involvit, & intexit Virgectus, quæ aliter statueret, si vellet Euclidis propositiones meditari. Dico omnem lineam in duas partes æquales posse dividi. Ergo (*ad* 1)me consentire Peñafieli pronuncianti: rùm (*ad* 2) dissentio: nam, certum & demõstratum est omnem lineam in partes duas æquales posse dividi:quę autem impari punctorum numero componeretur, sic non posset dividi; asserendum est ejusmodi lineam impossibilem esse.(*ad* 3)Quæ de puncti perditione dicuntur, jam fuerunt impugnata superiùs.(*ad* 4) Non dependent Mathematicæ scientiæ ab oculis, non dependent à manibus: quoniam solo intellectu exercentur:quæ expediuntur manibus, sunt mechanicæ, quæ ad exactam perfectionem non veniunt. Non est ad rem asserere in divisione manuali, cùm serrâ, verbi gratiâ, dividitur tabula,particulas multas deperdi: non est ad rem dicere, exactè hominem non posse scire quot particulas habeat de facto linea: hoc est,an habeat pares ipsa, vel impares. Abstrahunt ab omni materiâ contemplationes Mathematicæ: imò ab omni existentiâ: lineæ,quam examinare debet Peñafiel, non est illa, quam manibus tractat lignarius, quam ferreo instrumento incîdit; non illa, quæ aliquam determinatam materiam afficit: imò nec illa, quæ existit in rerum naturâ; sed illa, quæ mente cognoscitur. Porrò, quando Arithmeticus dicit 12 per 2, per 3, per 4. & per 6. posse dividi: non dicit 12 homines, aut 12 angelos; sed 12: non 12 res existentes, aut non existentes; sed 12, ab omni subjecto, & existentiâ præscindens. Ergo similiter Geometra demonstrat omnem lineam, non ligneam, non argenteam, non auream, sed lineam; non jam existentem, aut non existentem, sed lineam, posse dividi in duas partes æquales. Ergo concipiat mihi unam lineam Peñafiel compositam ex 9 punctis, & illam mihi dividat in 2.in 4. in 8. in 16. in 100. in 1000.in 1000,000.&c.partes æquales.Nam om-

nes has, & innumerabiles quascunque divisiones esse in lineâ qualicunque possibiles Geometræ universi demonstrant. Accedit, quod nõ est necessarium, ut ego sciam,quàm longa sit linea, ut illam in partes æquales dividam, & subdividam, nam demonstratio eadem in parvâ, & in magnâ lineâ locum habet. (*ad* 5) Omnis Mathematica demonstratio humana est; non autem omnia, quæ mentes, ad manibus formari possunt. Humanitùs non potest sciri, quot aves in Americâ sint; at humanitùs sciri potest esse plures plumas, quàm aves. Humanitùs sciri non potest, An duæ ulnæ ligneæ ita æquales sint, ut altera non excedat alteram aliquâ 1000,000. parte. At humanitùs scitur, si ulna A sit major, quàm ulna B. ipsas non esse æquales, &c. Et hic obiter noto. Indivisibilia quoad se, & Indivisibilia quoad sensum à P. Peñafiele confundi: & tamen sunt valde diversa. Cùm agimus de Compositione Continui, non differimus de partibus, quas Ego oculis possum distinguere, & separare cælo, sed de illis, quas vel ego, vel angelus, vel Deus cognoscit in Continuo. Nam, si linea, 9 habet puncta: Deus in illa 9 puncta cognoscit, non 10. & Deus illam in 2 partes æquales non potest dividere. Et tamen hæc impotentia non se tenet ex parte Dei, qui omnipotens est, non se tenet ex parte lineæ, quæ demonstrante Euclide in 2 partes æquales divisibilis est. Ergo se tenet ex parte hypothesis: nam dicitur habere 9 puncta, quæ tamen habet 2 tantum actu, (nempe terminativa) & infinitâ potentiâ. (*ad* 6) Videtur universaliter loqui Peñafiel, at non omnes, nec plures, sed pauci, & rarissimi Mathematici dicunt non esse in Quantitate partes, sed infinitam, aut verius indefinitam, indivisibilium multitudinem: nullus autem esse incredibilem multitudinem.

Lemma V.

Num. LXXIII. *Figur.* 12.

IN omni Quadrato diameter est major uno latere solo: & est minor utroque simul sumpto. Corollarium. *Ergo Linea non componitur Punctis.*

Est tam certum, ut rideri possemus à Sidonio Zenone,si illud demonstrare vellemus. Quoniam in Quadrato ABC,lineam BD.esse majorem, quàm AB.percipi oculis potest:& eandem lineam BD.esse minorem,quàm BA. & AD,si simul sumantur, etiam est manifestum.

De lateris AB,& diametri BD proportione agam inferiùs: non enim modò de Quadrangulis, sed de Punctis differo, & à Quadrangulo argumentum desumo, ut illorum proprietates demonstrem. Interìm dico nondum repertam esse inter costas,& diametrum proportionem exactam; at ingenium Mortalium eò venisse, ut, si dicas, se habere costam ad diametrum ut 100,000. ad 70,711. ita adsis vero, ut nemo demonstrare possit te per integram unitatem errare.

Num. LXXIV.

Venio ad Corollarium, propter quod Theorema conebatur. Sic inquam. Linea AD est æqualis lineæ BC. Ergo, si componitur Punctis, tot erunt in unâ quàm in alterâ. Omnes ergo hæ lineæ diametrum BD. secabunt. Ergo in transitu, vel tangent singula puncta,vel bina. At neutrum potest dici. Ergo.Et quidem non potest dici primum: quia inde contra priorem Theorematis partẽ sequeretur, costam & diametrum esse æquales.Sed neq;secundum dici potest,quia,si singulis lineis transeuntibus bina in diametro puncta corresponderent, hæc esset dupla, quàm costa,contra secundam partem Theorematis.

Omnia hæc mihi videntur indubitata, & demonstrata: sed, quia Peñafiel obnititur; attendamus. *Concedo*, inquit, *lineam diametram longiorem esse costâ in quadrato perfecto, non duplò longiorem, sed ferè ad tertiam partem.* At demonstratio nostra postulat, ut diameter, vel æqualis sit, vel duplò major. Vnde igitur accidere potest, ut nec æqualis,nec dupla sit,sed excedat fere ad tertiam partem? Porrò

Costa est	70,711.A
Sesquialtera	106,066.B
Duplum costæ	141,422.C
Diameter	100,000.D

Si Diametrus esset, quanta A. posset dicere Peñafiel singulas lineas ex costâ ad costam ductas, in transitu singula diametri puncta tangere. Si diametrus esset quanta C.posset dicere singulis lineis bina in diametro puncta correspondere. Si autem diametrus esset quanta B. tunc singulis lineis punctum $\frac{1}{2}$.

Ergo

Ergo illa puncta dividerentur: ergo non essent indivisibilia. Ergo illa diametrus, non ex indivisibilibus, sed ex divisibilibus componeretur.

Num. LXXV.

Respondet Peñafiel his verbis. *Si à costis quadrati ducantur lineæ ab immediatis punctis, ut si costa constet duodecim punctis, lineæ duodecim ducantur, tunc concedimus tot ex lineis tacturas esse duo puncta in diametro, quot diameter costa excedit in punctis. V.gr. Si diameter habeat 18. puncta, & costa 12. sex lineæ ductæ ex costâ in costam attingent singulæ duo puncta tantum* (lego *in*) *diametro. Quo pacto autem id contingat, difficile est explicatu: non tamen difficilius in nostrâ, quàm in contrariâ sententiâ, ut constabit ex dicendis. Vt autem id explicemus, sumendum est, uni puncto duo respondere posse in lineâ propter diversam loci positionem, hac ratione uni puncto tota linea integra respondet quamvis longa, non in longum, sed in latum posita: quia divisibilitatem nullam habet linea versus latitudinem: ita, cùm linea diametra non respondeat punctis linearum, quæ à costâ in costam ducuntur, in longum solùm, sed simul in longum, & in latum; inclinatur enim, & dejicitur ad latus: quare non mirum, si pauciora puncta lineæ costalis respondeant sufficienter pluribus diametri: nam quò sufficienter diametra linea plus inclinatur, & dejicitur, eò pauciora puncta costæ respondent; & quò minùs, plura erunt necessaria. &c.* Et, ut videat Lector, quàm parum, magna etiam ingenia, contra Veritatem demonstratam proficiunt, verba Peñafielis recognoscamus.

Num. LXXVI.

Primò, cùm casum ponit, in quo costa habeat 12. & diameter 18 partes. ostendit se non esse tinctum Geometriâ, tale enim quadratum impossibile est. Et ostenditur, hoc compendium supputationum exhibendo.

10,0000.A	14,1835.B	1
1,0000.	1,4183.5.	5204(6
1,0000.	1,4183.5.	12[17020 2
12,0000.C	17,0202.D	1418 3 1/2

Si Costa sit 10,0000. ut in A, tunc diameter erit 14,1835. ut in B. nam B est Secans gradûs quadragesimi quinti. Cæterùm, si Costa sit 12,0000. ut in C. tunc diameter erit 17,0202. ut in D. Ergo sicut per meram primi numeri postscriptionem ex A venimus ad C. sic etiam ex B descendemus ad D. Ergo si costa sit 12. diametri erit $17\frac{202}{10000}$: non ergo 18. ut Peñafiel ponebat. Ergo, si costæ sint punctorum 12. punctis singulis, non unicum, non duplex, sed $1\frac{8367}{20000}$ in diametro correspondebit. Corruit ergo Peñafielis hypothesis: quæ enim vult esse indivisibilia possunt ex demonstratione hac in partes minimùm 20000. secari.

Num. LXXVII.

Sed sunto in illâ diametro puncta 18. Quo modo fiet miraculum, ut 12 lineis 18 puncta cooptentur? Difficile est explicatu, inquit Peñafiel, addit tamen non esse difficilius in suâ, quàm in sententiâ contrariâ. Et utrumque est falsissimum. Primum, quia quod ille difficile vocat, est stando suæ doctrinæ impossibile. Secundum, quia id, quod ipse nunquam dilucidare poterit, est pervium in sententiâ contrariâ.

Sex lineæ tangent bina puncta, & sex singula. Et, cur bina? propter inclinationem diametri. Sed attende. Omnia diametri puncta sunt æqualiter inclinata. Ergo, vel singulæ lineæ tangent singula, vel singulæ bina. Vel, cur hæc linea unum, & illa duo tangat, dicatur. Nam, si omnia puncta in costâ eodem modo ponuntur, omnia in diametro eodem modo inclinantur, necessarium omninò est, ut singulæ singula, vel singulæ bina puncta tangant. Stat ergo opinationem Peñafielis probabiliter defendi non posse, nam claræ, & evidenti demonstrationi contrariatur.

Lemma VI.

Num. LXXVIII. *Figur.* 18.

In Globo solido, non potest concava superficies quiescere, quando convexa promovetur. Corollarium. *Ergo linea non componitur Punctis.*

Super centro I. moveatur aliquis globus cœlestis; puta, ABCD. cujus diameter AC sit 14. ergo circumferentia exterior, seu convexa 44. Sit superficies concava EFGH. diameter EG. 7. ergo circumferentia interior 22. Cassities sit GC. 7. Ergo cum hæc sphæra sit solida, & continua non poterit habere unam partem motam, & aliam immotam. Modò attende. Punctum H inferioris Circuli per unicum Punctum procedat. Concomitanter igitur omnia Puncta inferioris Circuli HEF per unum etiam promota sunt. At, quia quando concava pars sphæræ movetur, superior non potest quiescere ad motum Puncti H. etiam Punctum D. fuit provectum. Sed quantum? per duo Puncta. Nam, cùm sit duplò major peripheria superior, duo in ipsâ puncta uni inferioris debent correspondere. Hucusque audîmur; & non habent, unde vexentur Zenonistæ. Progrediamur, & eandem sphæram adhuc ulteriùs propellamus. Impulsus Circulo superiori inferatur: moveatur que Punctum D. per unicum punctum. Ergo omnia Puncta circuli DAB. per unum punctum promovebuntur. Ergo moto superiori circulo DAB. etiam est motus inferior, videlicet HEF. Hic ergo inferior quantum? Per Puncti semissem tantummodò. Ergo indivisibilia Zenonis dividuntur. Sanè non quievit Punctum H. nam, quando una pars solidi movetur, universæ moventur. Non fuit per integrum Punctum promotum; quia tunc D per duo puncta promoveri debuisset. Ergo per dimidiatum Punctum. Non video, quid possit respondere sinceritas.

Num. LXXIX.

Interìm Peñafiel, ne tacendo nobis consentire dicatur, loquitur: & *loc. cit. num.* 48. sic ait. *In genere animadverto pauciora puncta circuli minoris respondere pluribus majoris propter diversam positionem, quo enim circulus major est eo peripheria illius plus distenditur, & quo minor, eo minus, nam licèt eandem servent proportionem, absolutè tamen peripheria circuli majoris magis porrigitur, &, ut in superiori argumento diximus costam paucioribus punctis constantem respondere pluribus diametri propter illam diversam positionem, &, ut linea recta ducta à polis sphæræ pauciora habet puncta, quàm media pars circuli; illis tamen omnibus respondet: ita pauciora puncta circuli minoris propter diversam positionem respondere possunt pluribus circuli majoris.* Et quidem totum hoc, nec verum, nec ad rem est. Non verum: quia tametsi possit dici aliter costam, & aliter diametrum inclinari, & ideò diversam positionem habere, non autem potest dici major circulus aliam, & minor aliam positionem habere, nam uterque circa centrum servando æqualia intervalla disponitur. Vtut esset verum, quod de diversâ positione protruditur, non est ad rem. Non enim quæritur hìc, cur unum circuli minoris punctum duobus superioris successivè respondeat? sed, an successivè? Nam, si successivè respondet, habet partes, & tota corruit Peñafielis hypothesis.

Se non potuisse satisfacere argumento cognovit, & ideò illud in nos obtorquere conatur, aitque. *Argumentum factum, commune est utrique sententiæ; quia omnes fateri debent plura esse puncta in majori, quàm in minori circulo, cùm tamen omnis linea, quæ à centro ad majorem circulum ducitur, secet prius circulum minorem, & tunc redit argumentum, & interrogatio, nam, vel cadunt lineæ in eodem puncto, vel in diverso, &c. Atque adeò licèt hoc argumentum difficillimum sit, non tamen est adversus nos magis, quàm adversus eos, solùm enim indicat inscrutabilem naturam continui, unde omnes solutione præfatâ uti necessariò debent: omnes, inquam, ex his, quibus alia melior non occurrat.* Sed quid significat illud, *commune est utrique sententiæ?* Anne duæ sunt, quæ opponuntur? Peñafiel contrariatur Stoicis, contrariatur etiam Aristotelis: his, quia Continuum componunt ex partibus: illis, quia componunt ex punctis Physicis, seu corpusculis, cùm tamen Peñafiel Continuum ex Mathematicis punctis consolidet. Interìm hoc argumentum, quod ille difficillimum esse fatetur, &, cui illum non posse respondere probamus, non urget Stoicos, aut Aristoteleos. Non Stoicos, quia dicunt moto circulo superiori per punctum, inferiorem per dimidiatum punctum moveri: nam puncta illa physica, sunt corpuscula, quæ habent partes divisibiles in infinitum. Non Aristoteleos, negant enim motum fieri posse in instanti, non enim Globus potest per unicum punctum promoveri, nam indivisibile additum, non facit majus. Ergo, aut quiescet, aut moveri debebit per partem. Ergo, si superior per 4 palmos, inferior movebitur per 2: &, si superior per 8, movebitur inferior per 4. Ergo ex hoc argumento nõ colligitur esse inscrutabilẽ naturã Cõtinui, sed Peñaf. opinationem esse falsam.

Num. LXXX.

Prætereà illud, *Omnes fateri debet plura esse puncta in majori, quàm in minori circulo*. falsum est. nam Aristoteles non admittit in Continuo partes actu, sed potentiâ tantùm: adeoq; neque puncta continuativa actu, sed potentiâ. Ergo omnes, qui sunt Peripatetici huic insistunt doctrinæ. Verùm enim verò, quæ sunt indefinita potentiâ, actu sunt pauca, nec plura in magno, quàm in parvo. Rem dilucido exemplo. Pone duas aulas: magnam, parvam. Et interrogo, an hæc sit bona consequentia. *Major est aula* A, *quàm aula* B. *Ergo pluries poterit Ausonius ingredi in aulam* A, *quàm in aulam* B? Illam meritò reprobas: nam æquè potest in alterutram ingredi. Hinc ad circulum. Nullum in illo est punctum actu, at sunt potentiâ puncta, quia ego possum circulum intellectûs acie dividere, & subdividere. At æquè potero magnum, ac parvum in duas, in quatuor, in millenas, &c. dividere. Ergo non potero pluries dividere magnum, quàm parvum. Ergo non habet plura puncta magnus, quàm parvus.

Lemma VII.

Num. LXXXI. *Figur.* 19.

EX *quibuscunque circumferentiæ punctis possunt lineæ simul ad centrum dimitti.*

Corollarium. *Ergo linea non componitur ex punctis.*

Demonstratio est clarissima. Nam duæ lineæ, ut ex circumferentiâ ad centrum simul cadant, longitudo non impedit: ergo sola impedit latitudo. At nullam latitudinem habent, quod ipsum fatetur Peñafiel *pagin.* 624. *num.* 44. dicens. *Divisibilitatem nullam habet linea versus latitudinem.* Ergo non se poterunt propter latitudinem impedire.

Hoc argumentum consideraverat Peñafiel, & positis aliquibus rebus minus opportunis subjunxit. *Ex quo fit duas lineas rectas à puncto medio (centro circuli) naturaliter duci non posse ad duo puncta immediata circumferentiæ, sed eas solas, quæ sine penetratione pervenire possunt ad punctum centricum, & hæ erunt sanè in pauco numero. Quando autem dici solet divisibilem (lego, ducibilem) esse rectam lineam à puncto centrico, ad quodcunq; punctum circumferentiæ intelligendum est, quando sola ducitur, & via non est alia præoccupata priùs. Et ratio est, quia naturaliter fieri non potest penetratio, quod si penetraretur à Deo, vel aliæ duæ extensiones divisibiles secundum longitudinem, quæ penetrari possunt, ducerentur, ut primarum & secundarum qualitatum, fatendum est duas rectas lineas duci posse à puncto centrico ad duo immediata puncta circumferentiæ, quæ quidem se penetrabunt intra circumferentiam fere usque ad talem, & quando proximè ad duo immediata accedunt, alia verget in superiorem partem aliquantulum, alia in inferiorem, ita, ut sese semper inadæquatè tangant, alia quasi à parte superiori, alia verò quasi à parte inferiori, & sic rectæ erunt lineæ, quantum obsit argumentum ex Mathematicis deductum, cui negandum est eas duas lineas, esse tamen æquales.* Porrò, non video, cur debeat, aut possit negare omnes lineas, quæ à centro ad circumferentiam deducuntur esse æquales: aliud enim est, aliquas non posse duci; & aliud illas, si ducerentur, non fore cæteris universis æquales. Prætereà, demus non esse æquales. & attende. Sic inquam. Hæc Propositio, *Circulus est figura, in quâ omnes lineæ, quæ à centro ad circumferentiam ducuntur, sunt æquales*. Est æternæ veritatis: nam ob oculos ponit pulcherrimam Circuli essentiam, *Circuli* enim nomine nullus mortalium aliud intellexit, quàm quod hæc præfert Propositio. At fatetur Peñafiel ex luculentâ doctrinâ sequi hanc evidentissimam propositionem esse falsam. Ergo confitetur ingenuè suam doctrinam esse falsam: nam, si esset vera, falsa inferre non posset.

Num. LXXXII. *Figur.* 19.

Pergamus ulteriùs condonantes non posse sine penetratione lineas ad centrum ad circumferentiam devenire. Fiat miraculum, & divinitùs penetrentur. &c. His positis sic argumentor. Ducantur à punctis F & G ad centrum A duæ lineæ. Aut ipsæ habent latitudinem, aut non habent. Si habent, sunt superficies, & non lineæ: ergo essentiam, & differentiam lineæ, & superficiei destruit hypothesis. Si non habent: ergo, etsi multæ sint, non impingent: quia nullum locum latum occupat non-latitudo. Ergo non penetrabuntur, nec ut ad centrum perveniant indigebunt miraculo.

Num. LXXXIII.

Esto indigeant. Infero. Ergo illa puncta quæ

à Peñafiele esse indivisibilia dicebantur, sunt corpora, quæ in infinitum possunt dividi. Probo consequentiam: Nam, si ex F & G duæ lineæ perducantur ad A. puncta extrema in A erunt totaliter penetrata, & puncta extrema in F & G erunt totaliter non penetrata, cætera autem partim penetrata, & partim non penetrata: in circulo enim B erit penetratio *no*, quæ tres quadrantes latitudinis occupat: in circulo C. penetratio erit *rs*. per semissem: & tandem in circulo D. penetrtaio erit per quadrantem. Ergo illæ duæ lineæ jam per tot latitudinis partes, jam per pauciores, plures-ve penetrantur. Ergo sunt baculi, & non lineæ. Omnes igitur Peñafielis positiones seipsas destruunt: nam admittunt indivisibilia, quæ nos in infinitum dividi evidenter probamus.

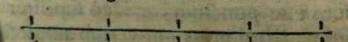
Lemma VIII.

Num. LXXXIV.

PUncta, *sive terminativa, sive continuativa, in Continuo sunt entitates negativæ.*

Corollarium. *Ergo linea non componitur ex punctis*. Patet consequentia: quia Continuum est res positiva, & ideò ex puris negationibus fieri non potest.

A multis sanè se eximunt difficultatibus, qui negant puncta positiva: rationi enim conformius est dicere Puncta esse meras privationes, aut negationes. Nam in lineâ AE



principium & finis sunt duo puncta terminativa: nempe, A & E. Et quid formaliter est lineam incipere in A? Est illam nec ante, nec post incipere. Et quid formaliter est lineam finiri in E? est illuc perveniſſe, & non produci ulteriùs. Ergo lineæ termini formaliter in negatione consistunt. Sicut tota linea negativè incipit, & negativè finitur: sic ejus partes: nam, si linea AE, habeat 4 partes, secunda, v.g. nec incipit ante B. nec finitur post C. habet ergo duos terminos negativos, videlicet, non incipere antè, & non progredi ulteriùs. Sic & doctè philosophatur Lalemandetus *in Metaph. disp. 9. partit. 5. clypeo 3. ad 7.* inquit enim. *Sufficit, ut terminetur linea per negationem ulterioris tendentiæ.*

Num. LXXXV.

Hanc doctrinam idem Author meritò ad Tempus extendit, sed tamen non bene appropriat. Porrò initium temporis, est negatio: ideò enim illud dicitur incipere, quia non erat priùs: & ideò dicitur finiri, quia non erit posteà. Sæcula, annos, menses, dies, horas, &c. numeramus, & annus 1664. eodem desinit puncto, quo incipit annus 1665. at illud punctum, quod terminus anni prioris, & initium posterioris est, non est quid positivum, sed est annum priorem non extendi ulterius, & annum posteriorem non incipere priùs.

Dixi Lalemandetum bonam doctrinam, quæ debet de Tempore verificari, Tempori non bene appropriare: nam, cùm *Clypeo* 1. argumentarentur Zenonistæ, & dicerent. A. *Instans temporis, quod* præsens *dicitur, & unit præteritum, & futurum, est aliquid indivisibile*: B. *Sed tamen est, quid positivum, & reale. Ergo in Continuo successivo dantur instantia indivisibilia.* C. *Ergo similiter in permanenti. Quia sicut de illo, sic de isto debemus philosophari. Sunt ergo in lineâ Puncta indivisibilia.* Respondet ipse *clyp. 3. pag.* 241. dicens. *Instans temporis non esse aliquid positivum, sed esse negationem præteriti, & futuri, seu importare, quod immediatè res erat, & tunc non est: Item, quod res non est, sed immediatè erit. Vndè licèt instans temporis explicetur per modum positivi, non tamen verè est aliquid positivum. Quod, si instes. Partes temporis sunt reales, ergo deberit uniri per aliquid reale. Respondeo negando consequentiam; cum enim tempus sit aliquod totum fluens, non est necesse, ut uniantur ejus partes aliquo vinculo positivo, sed sufficiet, ut una pars immediatè sequatur alteram. Itaq; propriè, & verè loquendo præsens nihil est, seu nullam habet omninò durationis rationem, loquendo de præsentialitate temporis, idem quoque dic de indivisibilibus ipsius motûs.* Consonat Author Physicæ veteris, & novæ, quæ prodiit Parisiis ann. 1648. nam *libr. 2. quæst. 2. art. 2. pag.* 136. ait. *Præteritum, & futurum sunt immediata. Istud* nunc, *non est realiter duplex, alterum, quod pertineat ad futurum, alterum ad præteritum: sed unum & idem, quod sit finis præteriti, & principium futuri: atque adeò non actuale à parte rei, sed solùm per animam, quæ facit (non realiter, sed solùm intentionaliter) actuale, quod à parte rei est intentionale*, &c. *Cùm ergo dicimus* nunc, *non significamus motum, sive tempus, sed ter-*

minum motûs, sive temporis, qui potest esse à parte rei: unde, sicut modò dictum est, per negationem illud explicamus, &c. Interìm uterq; male Zenonistis respondet. Conceditur major, & negatur minor: cùm tamen minor vera sit, & major sit omninò neganda: non enim instans temporis, quod *præsens* dicitur, & unit præteritum futurumque, est punctum aliquod indivisibile: sed est verè tempus fluens; & voculâ *nunc*, non importatur punctum, sed tempus præsens, quod transit: & hoc tempus est, quod unit præteritum, & futurum: nam sicut in flumine inter aquam, quæ transivit, &, quæ transitura est, non mediat pura negatio, sed aqua, quæ de facto transit; & sicut in oratione continuâ inter syllabas prolatas, & proferendas non est mera negatio, sed est illa syllaba, quæ actu profertur, & auditur: sic etiam inter præteritum, & futurum non intercst mera negatio, sed tempus præsens, quod actu transit, actu currit, & actu vivitur.

Num. LXXXVI.

Dices, Instantia debere necessariò admitti, quæ sint positiva, & indivisibilia, nam, qui dicat præsens, quod vocatur *nunc* esse tempus in infinitum divisibile, &, qui dicat esse unum punctum negativum, necessario debebit omnium Philosophorum sensui adversari, & omnia, quæ Aristotelei de rerum inceptione, & desitione ingeniosè statuerunt, confundere. Sanè duas diversas sententias invadit hæc Objectio, & ideò solvi debet bifariam.

Audi Lalemandetum, qui *ad* 11. respondens, sic inquit. *Licèt ordinariè dicatur, generatio fieri in instanti temporis, non est tamen sic intelligendum, quod illud instans sit aliqua vera duratio positiva. Sed cùm dicitur res incipere in instanti, idem est, ac si diceretur incipere tota simul, & indivisibiliter, hoc est, secundum totam suam entitatem, nec enim una pars generatur successivè post partem, sed statim, atque forma præcedens discessit è materia immediatè post tota forma succedens in ejus locum, hoc est, secundum totam suam entitatem, & indivisibiliter ingreditur materiam: Ita, ut in nullâ duratione sit verum, quòd materia sit absque aliquâ formâ, quia verò una forma non potest esse in materiâ secundum unam sui partem, & altera secundum etiam unam sui partem: alioquin essent duæ partiales formæ in eadem numero materiâ, quod repugnat; Idcò factum est, ut dicant communiter* Philosophi *in instanti produci formam in materiâ: sed quidè hoc nihil est aliud nisi dicere, quod immediatissimè ad formam corruptam, sequatur forma genita in materiâ. Unde in rigore istiusmodi instantia, & indivisibilia debent dici divisibilia per modum explicationis, seu exercitativa rerum, non verò aliquid reale, & positivum in rerum naturâ existens.* Posset latiùs, & clariùs suam mentem explicare docendo, hac viâ doctrinam de inceptione, & desitione rerum maximè dilucidari; quia omnia desinunt, & incipiunt extrinsecè per non esse, nam sicut dicitur. *Nunc non est mane, sed immediatè post erit*, sic similiter dici debebit, *Nunc non est Angelus, sed immediatè post erit*. Et similiter de corruptione: *Nunc non est calor, nunc non est forma ligni*, &c. *sed immediatè antè fuit*. Nec hinc sequetur materiam primam aliquando omni formâ carere: nam licèt in instanti A. in quo forma ligni non est, sed fuit, forma ignis non sit, sed erit, illud instans non est aliquid positivè, & ideò non est verum dicere, quòd materia aliquando omni formâ caruerit: nam *aliquando* tempus importat positivum.

Num. LXXXVII.

In hac Lalemandeti opinione duo sunt, (1) puncta temporis, quæ partes priores à posterioribus distinguunt esse negativa, (2) præsens esse punctum, ac ideò similiter negativum. Illud prius, ut verum amplector, nego autem hoc posterius, nam inde sequeretur res nunquam esse, sed vel fuisse, vel fore: ego autem non solùm vixi, & vivam, sed vivo: & non solùm scripsi, & scribam, sed scribo. Ergo præsens est tempus verum, & positivum; &, quia fluit, non potest consistere in indivisibili.

Num. LXXXVIII.

Interrogas, An hæc doctrina, quæ Puncta esse entia negativa statuit, sit utilis in Geometriâ: an verò oppositam Mathematici doceri debeant? Lalemandetus *loc. cit. col. 241. ad 6.* respondet: *Cùm Mathematici & per consequens Geometræ occupentur circa materiam intelligibilem, sufficit, ut imaginentur, aut intelligant illa indivisibilia, ut realia, licèt in rerum naturâ nulla talia sint. Unde, dum dicitur, Scientia est de realibus, nempe, veris, aut imaginabilibus, concedo: de realibus tantùm veris, nego.*

Geometria ergo erit de illis indivisibilibus tanquam de imaginabilibus realibus: diù verò Philosophi, & Theologi loquuntur de illis, ut de aliquo realis, non id præstant ex propriâ mente, sed ex mente Mathematicorum, qui, ut commodiùs suas fabricent demonstrationes, hujusmodi excogitarunt indivisibilia, cùm tamen in re ipsâ nulla talia sint. Sed, cur hæc omnia? Esse in Continuo puncta positiva, tam terminativa, quàm unitiva Viri magni concedunt: & illis Geometræ poterunt adhærere: nam Philosophi, & Theologi, quando de his punctis, ut de realibus, & positivis loquuntur, non id præstant ex alienâ, sed ex propriâ sententiâ, resolvunt enim quæstiones Philosophicas, & Theologicas, quas male resolverent, si id supponerent, quod esse falsum putarent. Omnia enim, quæ de instantibus dicuntur, arcuæ insisterent, si non darentur realia instantia. Et quidem Ego instantia realia, & positiva admitterem, si scirem respondere argumento, quod *nu.* 101. proponam. Sanè Mathesis ab hac controversiâ non dependet: nam, sive Puncta esse positiva, sive esse negativa dicamus, eodem modo poterimus in Geometriâ discurrere; non enim puncta ipsa metimur, (& nota id bene) sed jacentes inter puncta distantias, quæ semper positivæ sunt. Quam ob rem, semper erit verum Scientias esse de realibus veris, & non de imaginabilibus: Geometriamque, etiam quà de Punctis agit, esse realem; nam Punctorum quantitatem internam non metitur: & Puncta, seu positiva, seu negativa sint, habent quantitatem positivam externam, (nempe distantiam) quæ non est imaginabilis tantùm, sed actualis, & vera.

Num. LXXXIX. *Figur. 9.*

Porrò, qui Puncta positiva admittunt, ab illis debent, ut à causis primis Geometricis incipere, & inde ad alia Artis objecta per genesin transire. Vnde *Encyclopædiæ tom. 2. libr. 4. part. 1. cap. 2. §. 5. pag. 298. b.* Alstedius ait: *Punctum itaq; Geometricum est omnis magnitudo virtualiter, quippe omnis magnitudinis principium universale, adeò, ut sine illo magnitudinis* ΓΕΝΕΣΙΣ *nulla fieri possit. Fluxus enim, & motus Puncti lineam constituit; ex quâ superficies; unde corpus. Hinc Mathematici præcipiunt, ut imaginemur punctum aliquod de loco in locum moveri: hoc quippe vestigium describet magnitudinem tantum longam, id est, lineam. Et iidem jubent, ut concipiamus, lineam aliquam in transversum moveri: hoc enim vestigium lineæ describet magnitudinem longam, & latam: longam quidem propter longitudinem lineæ, latam verò propter motum in transversum factum: sed profunditate carentem. Illi denique ipsi jubent concipere superficiem aliquam æqualiter elevatam, & in transversum motam: hac enim ratione describetur vestigium quoddam longum, latum, atque profundum: Longum quidem ob lineam, latum ob superficiem, profundum denique sive crassum propter elevationem superficiei*, &c. Et quidem breviùs, & clariùs. Considera in figurâ IX. Punctum A, fluere in G. & habebis lineam AG. quæ sit fluxus puncti A. Posteà considera lineam AG in transversum ire, ex A in F, & ex G in E. & habebis superficiem AGEF, quæ sit fluxus lineæ AG. Tandem considera totam superficiem AGEF ex A in B, ex G in C, ex E in D, & ex F in H cadere; & habebis corpus AGD.

Num. X C. *Figur. 9.*

Qui autem positiva puncta negant, per analysin objecta Geometriæ distinguunt. Primò enim Cubum AGE, verbi gratiâ, considerant. Est corpus solidum: habet tres dimensiones, seu extensiones, in longum, in latum, in profundum, seu altum. Sex habet latera, seu clauditur sex superficiebus, videlicet AGEF. ABCG. ABHF. BCDH. FHDE. GCDE. His superficiebus, seu lateribus clauditur, quia non extenditur ulteriùs: nam, si ulteriùs extenderetur, non clauderetur istis planis. Ergo hæc plana, seu superficies consistunt formaliter in negativo. Modò unam ex his superficiebus contemplemur, nempe ABCG, quia de cæteris eadem est ratio. Clauditur quatuor lineis: quia non protenditur ulteriùs; non enim clauderetur illis, si esset major. Ergo lineæ formaliter sunt negativæ. Tandem consideremus unam lineam: nempe AG. Terminatur duobus punctis A, & G. sed cur? quia, nec incipit ante A, nec finitur post G. Ergo lineæ termini, qui, & *Puncta* dicuntur, sunt formalitates negativæ.

Objectio I.

GLobus perfectè sphæricus superficiei perfectè planæ insistens illam tangit in puncto. At hic contactus est verus realis, & positivus.

Er-

Ergo in Continuo sunt puncta vera, realia, & positiva. Prætereà. *Si Globus iste propellatur, & super planum moveatur, contactu suo describet lineam: Ergo linea componitur ex punctis. Quoniam, nihil est in lineâ, quod non fuerit à Globo tactum: at Globus nihil tetigit præter puncta, ergo nihil est in lineâ præter puncta.*

Num. XCI. *Figur.* 17.

Explicatur Objectio: quoniam, si Circulus ADB tangat lineam CE: vel globus AB tangat planum CE, non tanget in parte, sed in puncto, nempe in D. Hæc veritas evidentissimè *num.* 158. demonstratur. Illam Zenonistæ supponunt, & sic argumentantur.

Primò. Globus AB tangit planum CE in puncto D. Ergo dantur Puncta. Falsa ergo est illorum opinatio, qui omnia negant Puncta, & jubent Quantitatem continuam ex partibus solis componi.

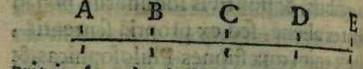
Secundò. Globi AB, & plani contactus est verus, realis, actualis, & determinatus: ergo Punctum D non est quid negativum, sed positivum. Falsa ergo est illorum opinatio, qui licèt Puncta, seu indivisibilia admittant, illa esse entia positiva negant, & esse purè negativa contendunt.

Tertiò. Globus AB impellatur versus C. Ergo motu suo describet lineam DC. Ergo (1) dantur Lineæ reales, & positivæ in Continuo: & hoc contra illos, qui sicut Puncta, sic etiam reales, & positivas Lineas, & Superficies negant. Ergo (2) illa Linea DC ex Punctis componitur indivisibilibus: & hoc contra Peripateticos. Consequentiam hanc probant: *quia nihil est in totâ lineâ, quod descriptum motu Globi, & contactu non fuerit: at nunquam Globus tetigit partem, semper enim tetigit Punctum. Ergo nihil est in totâ Lineâ DC. præter Puncta.*

Num. XCII.

Formant aliud argumentum simile Zenonistæ, ut Continuum successivum ex Punctis componi persuadeant. Sic discurrunt. [Eodem omninò modo philosophandum est de Permanenti, & de Successivo Continuo. Sed Successivum componitur ex meris indivisibilibus. Ergo etiam Permanens (Linea, Superficies, Corpus) ex meris componitur indivisibilibus. Minorem probant: *Quia nihil est in toto præterito, quod non fuerit præsens. Nihil fuit præsens præter temporis Punctum (instans indivisibile.) Ergo nihil est in toto præterito præter Puncta. Ergo tempus componitur ex Punctis.*]

Scio esse aliquos, qui in permanenti Continuo Aristoteli adhærent, & in successivo Zenoni: at contra illos est demonstratio manifesta, quæ analogiam persuadet, impossibile est enim alterum Continuum ex partibus, & alterum ex punctis componi. Nam v. g. mobile ❁ lineam AE 12 palmis longam, instantibus 13 percurrat: motus sit uniformis, & æqualis. Ergo priùs



erit in A, quàm in B: & priùs in B, quàm in C. &c. Ergo erit in B instanti temporis $\frac{1}{4}$: erit in C, instanti temporis $6\frac{2}{4}$: critque in D. in instanti temporis $9\frac{3}{4}$: Ecce illud instans temporis, quod Adversarii dicebant esse indivisibile, dividitur in 4 partes.

Num. XCIII.

POrrò argumentum, quod ex Globi, & Plani contactu sumitur, multùm negotii facescit Aristoteleis. Lalemandetus *in Metaphys. disp. 9. partit. 5. column. 244.* ait: *Pro indivisibilium Assertoribus maximè militat ille Globus tangens Planum: ut non immeritò dixerit Mendoza, illo Globo terreri multos, atque impugnari.* Sed quomodo illi argumento respondebitur? Dabo priùs aliorum responsiones, illarum insufficientiam ostendam, & posteà legitimam solutionem adjungam.

Num. XCIV.

Sunt PRIMÒ, qui, ut se ab obligatione respondendi argumento eximant, asserunt casum esse impossibilem, repugnat enim Globus, qui sphæricus perfectè sit. Sic cum Arelio *libr. 1. de Gener. disp. 2. quæst. 23. sect. 2.* aliqui allucinantur. Horum opinionem proponit, & impugnat Peñafiel *in Physic. disp. 15. quæst. 2. sect. 4. pag. 590. num. 11.* §. *Sentio*, asserendo, non posse cogitari majus absurdum, quàm negare esse possibile perfectè sphæricum, quod & hucusque ipsi Aristotelei confessi sunt, rationum evidentiâ convicti: quod etiam dari posse tota Mathematicorum Schola manifestè convincit.

Sunt

Sunt SECUNDÒ, qui de plani possibilitate dubium moveant: unde apud eundem Peñafiel *loc. cit.* §. *Respondebit.* affirmant, non posse à Deo Globum collocari in quâcunq; parte Plani: scilicet in eâ, quæ fuerit immediata punctis. Sed nihil absurdius posse responderi scitè ille pronunciat.

Num. XCV.

Porrò, quando agitur de potentiâ Dei absolutâ cum reverentiâ, & prudentiâ debent mortales loqui: &, quia, sive dicamus *dari perfectum Globum*, vel *dari perfectum Planum*, vel *hoc in tali, aut tali puncto ab illo tangi*, non cogemur admittere duas contradictorias simul veras, temerè hæc divinitùs posse fieri negabimus.

TERTIÒ Lalemandetus *loc. cit.* tres solutiones exhibet, sed unam ineptiorem alterâ. Asserit (1) quod aër intermedians inter utrunque corpus (Sphæricum, scilicet, & Planum) efficit, ut non se tangant in puncto, sed in parte divisibili. Sed, quia statim poterat aliquis ad Vacuum, aut ad Spatia imaginaria recurrere, & ibi, ubi nullus est aër, meditari Globi, & Plani contactum, addit (2) illud sphæricum esse compressurum suo pondere partem plani: & sic contactum fore in parte. Et tandem statuit (3) illum contactum fieri in parte minimâ, quæ pars minima non impediet, quin globus ille perfectus sit. Sicui autem nulla ex his tribus solutionibus placeat, ait (4) *responderi aliter non posse*: & subjungit (5) *quòd, ut rectè docet Aristoteles in Physicâ, propter rationem aliquam Sophisticam, aut imaginationi conformem, qualis est prædicta in favorem Mathematicorum, non debet deseri veritas aliis variis rationibus evidens.* Et meo judicio, omnia hæc quinque exorbitant, debentque singulatim dilucidari, & impugnari.

Num. XCVI. *Figur.* 17.

Ad primum dico, aërem posse quidem facere, ne Globus tangat Planum: nam, si interponatur inter Globum OP, & planum DEF, istud ille non tanget: at non percipio, quomodo aër præstare possit, ut fiat contactus in parte. Quam ob rem, prima solutio est nulla, & frustra ad Vacuum, aut Spatia imaginaria, ut illa impugnetur, recurritur.

Ad secundum dico frustra ad compressionem venire. Fateor enim Globum QR posse pondere suo comprimere superficiem FG, & sic tangere partem FG. Sed non est necessaria hæc compressio; nam potest Deus Globum ex materiâ formare, quæ careat gravitate, & planum non comprimat: & potest planum ex materiâ, quæ non cedat: & potest multis aliis modis hanc compressionem impedire. Et, si impedire dicatur, manet argumentum, ut anteà.

Hinc patet, quid respondendum Averſæ sit, qui *in Metaph. quæst. 22. de quant. sect. 6.* asserit, quod, vel Globus quoad aliquam modicam partem penetrabit planum, vel aliquantulum ab eo distabit, scilicet medio interposito aëre. Non enim alterutrum est necessarium; nam potest facere Deus, ut neutrum accidat; & tunc in pristino robore permanet argumentum.

Num. XCVII.

Ad tertium dico, nec Lalemandetum habere veram ideam Circuli, nec Aristoteleam doctrinam, quam tueri desiderat, penetrare. Porrò Globus non tangit Planum in parte minimâ: cùm, quia in viâ Aristotelis non datur minimâ, sed quâcunque assignatâ minor, & minor datur: tum, quia, si daretur pars minima, illud solidum non esset sphæricum: quoniam Circulus ex rectis lineis, licèt minutissimis, componi non potest. Nam, si ex sexangulo Angelus 12gulum faciat, & ex 12gulo 24gulum, & sic in infinitum, ad latera minutissima veniet, ad circulum autem non perveniet.

Ad quartum dico aliter, & aliter responderi posse: non enim humanum ingenium, tam brevibus terminis clauditur. Legatur Averſa *quæst. 22. de quant. sect. 6. in Metaph.* qui multas alias responsiones adducit.

Ad quintum dico in hoc Fidem Divinam à ratione naturali distingui, quòd illa infallibilis sit, hæc autem errori, & allucinationi sit obnoxia. Deum esse trinum & unum infallibile est, quia de Fide est: & siqua ratio contra obnititur, fallax est, sophistica est, & propter illam mutare dictamen non debeo. At ratio illa Zenonis, cur debet nominari Sophistica? Eodem jure Zenonistæ Sophisticas esse rationes Aristotelis dicent. Ergo solvenda est, & ante solutionem censurâ inurenda non est.

Num. XCVIII.

QUARTÒ Hurtadus *in Physic. disp. 15. de Continuo sect. 2.* §. 28. asserit Sphæricum tangere

gere

gere planum, non quidem in puncto, sed in parte proportionali; id est, non posse adsignari partem tam parvam, quâ non possit minor, & minor in infinitum adsignari. Hanc responsionem adducit Peñafiel *disp.* 15. *qu.* 1. *sect.* 4. *pag.* 587. *num.* 2. §. *Respondet*: &, ut illam impugnet, paginas 12, aut plures impendit.

Ego autem puto veritatem esse facilem; & non indigere longis ambagibus, ut intelligatur, affirmo: & non jam paucis paginis, sed paucis lineis Hurtadum male respondere, demonstro. Sic inquam. Omnis lineæ pars determinata, aut proportionalis in Aristotelis viâ, quam init Hurtadus, est linea, sicut omnis pars superficiei est superficies, & omnis pars corporis est corpus. Ergo omnis pars lineæ curvæ, est linea curva; & omnis pars lineæ rectæ, est linea recta. Sed implicat circulum ex lineis rectis componi. Ergo circuli, & plani contactus non fit in parte aliquâ, etiam proportionali. Patet, quia contactus ad partem lineæ rectæ ab aliâ lineâ rectâ: & contactus ad aliquam partem superficiei planæ, ab aliâ superficie planâ debet fieri: ut doctè ostendit Aristoteles 1. *de Animâ cap.* 1. & demonstrat Euclides *libr.* 3. *prop.* 16.

Præterea. Nulla est pars proportionalis, quæ non sit adsignabilis: nulla est adsignabilis, in quâ fiat contactus: ergo in nullâ proportionali fit contactus. Omitto alias instantias, quæ sunt in Peripatu communiores.

❧Num. XCIX. *Figur.* 17.

Proposuimus omnes Peripateticorum solutiones, quæ in eorumdem Commentariis leguntur, & esse elumbes, & insufficientes ostendimus. Nunc rem ipsam dilucidemus, & propriam mentem exponamus. Et, ut clariùs procedere possimus, Assertiones nonnullas proponamus.

Assertio I. *Potest Deus Globum perfectè sphæricum, & mensam perfectè planam facere*: nulla enim implicat contradictio, ut dicebamus. Et esset impium menti humanæ concedere, ut possit perfectiora cogitare, quàm Deus facere.

Assertio II. *Globus insistens plano, tangit illud, non in parte minimâ determinatâ, aut proportionali, & indeterminatâ, sed in puncto.* Patet ex dictis. Corollarium. *Ergo sunt Puncta necessariò admittenda.*

Assertio III. *Contactus iste bene exponitur, si hæc indivisibilia esse positiva dicamus: melùs, si esse positiva, negemus.* Dicunt aliqui. Contactus iste est positivus: Ergo esse debet rerum positivarum; hoc est, Punctorum positivorum. At hæc ratio non est necessaria, nam etiam posset dici contactus per Punctis negativis fieri. Vel attende. Punctum in lineâ, aut totam, aut partem terminat: & lineam CD in D. terminari, est illam non progredi ulteriùs. Ergo Punctum terminativum (non enim unitiva admittuntur) est negatio. Sed contactus quid? indistantia. Et hæc etiam per negationem potest exponi, ita, ut illa contigua dicantur, inter quæ nihil mediat, & tamen unita non sunt: si enim unita sint, erunt continua. Et quidem illum contactum in merâ indistantiâ consistere docent Conimbricenses *libr.* 6. *Physic. cap.* 2. *quæst.* 1.

Assertio IV. *Globus, quando à D in C protruditur motu suo, format lineam* DC. Est manifesta: nec indiget confirmatione.

Assertio V. *Hæc linea non componitur ex indivisibilibus.* Propter hanc unicam Assertionem cætera omnia ponuntur: &, ut illam demonstrem, solvo priùs argumentum de Continuo Successivo, quo superiùs §. *Formant.* Zenonistæ utebantur, videlicet. *Nihil est in toto præterito, quod non fuerit præsens. Nihil fuit præsens præter temporis punctum, quod est instans indivisibile. Ergo nihil est in tempore præterito præter puncta, seu instantia indivisibilia.* Respondeo triplicem esse Durationem, & tribus distingui nominibus: vel enim est Æternitas, vel Tempus, vel Ævum. Æternitas est duratio totaliter permanens, & simultanea: Tempus est Duratio totaliter fluens, & successiva: Ævum interest, quod partim simultaneum, & partim successivum est. Omisso ergo Ævo, in cujus conceptu magnus est Theologorum dissensus, Æternitatem, Tempusque breviter exponamus. Æternitas est, ut ait Boëtius, *interminabilis vitæ tota simul, & perfecta possessio.* Unde scitè, & religiosè Augustinus *in Psal.* 101. exponens illa verba, *In generationem, & generationem anni tui*, sic inquit. *Non aliud sunt anni Dei, & aliud ipse Deus. Sed anni Dei, Æternitas Dei est. Æternitas ipsa Dei substantia est, quæ nihil habet mutabile.* Verùm enim verò, aliud sunt anni corporis, & aliud ipsummet corpus. Nam anni corporis, tempus corporis est: Et tempus

tempus est corporis accidens, quod simultatem nullam habet. Incapax profectò est vel minimæ successionis Æternitas, incapax, vel minimæ permanentiæ Tempus. In Æternitate nihil fluit, in Tempore nihil stat. Ergo Tempus præsens, non stat; Ergo Tempus præsens dicitur illud, quod fluit: præterum, quod fluxit: futurum, quod fluet. Momentum, quod fluit, & præsens dicitur, non est indivisibile; nam est, quod nunc fluit; & fluxus intelligi non potest sine partibus, quarum aliæ priores, & aliæ posteriores sint. His præmissis in formâ respondeo ad argumentum. *Nihil est in toto præterito, quod non fuerit præsens.* Concedo. *Nihil fuit præsens præter temporis punctum, quod est instans indivisibile.* Nego: nam tempus præsens est tempus; fluit; & habet partes; non quæ stant, sed, quæ transeunt: nam hæc vocula *nunc*, non significat punctum temporis indivisibile, sed partem. Vnde dicimus: *Olim fiebat hoc, nunc autem (hoc est, nostro sæculo) omnia fiunt aliter.* Quoniam adverbium *nunc*, significat tempus, quod fluit, videlicet longius, aut brevius, prout postulant adjacentes voces, & circumstantiæ.

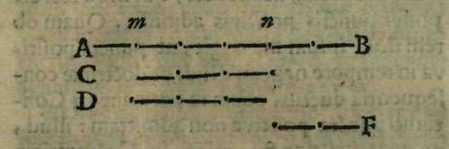
❧Num. C. *Figur.* 17.

Hinc ad Globi motum, & lineam in plano descriptam transeamus. Erat Zenonistarum argumentum. *Nihil est in totâ lineâ* DC. *quod tactum à Globo non fuerit: At nunquàm Globus tetigit partem, semper enim tetigit punctum. Ergo nihil est in totâ lineâ* DC. *præter puncta.* Et ego concessâ majori, minorem nego: nam Globus motu suo semper tangit partem: quia omne tempus præsens fluit divisibile, & in motu, adeoque in lineâ, debet correspondere pars aliqua analoga, & proportionata. Vnde, si Globus AB. motu suo continuo describat lineam DC. uno angulo: si *nunc* annum præsentem significet, tota illa linea DC. respondet uni *nunc*, si significet *nunc* præsentem mensem, præsentem hebdomadem, præsentem diem, præsentem horam, præsentem horæ scrupulum, singulis *nunc* in lineâ respondebit pars aliqua analoga, & determinata, nam, ut dicebamus, tempus præsens non est instans, aut punctum aliquod indivisibile, sed illa temporis pars, quæ fluit actu. Quod, ut nos *libr.* 14. *cap.* 1. doceret, Agellius dixit: *Idem est momentum, punctum, & cursus temporis transvolantis.* Ecce *momenti*, aut *puncti* nomine non intellexit aliquid, quod staret, sed aliquid, quod flueret, curreret, & transvolaret.

Objectio II.

❧Num. CI. *Fig.* 20.

Occurrit quædam ratio fortis, quæ congruâ solutione indigeret: sic enim possunt Zenonistæ ex Aristotelicis fundamentis discurrere. (1) Tempus est numerus motus secundum priùs, & posteriùs. (2) Qualitates materiales incipiunt in tempore, & desinunt in instanti. (3) Formæ substantiales incipiunt in instanti, & desinunt in tempore. Ita omnes Peripatetici cum Aristotele *lib.* 6. *Physic. cap.* 5. & D. Thomâ *ibid.* & *quodlib.* 7. *art.* 9. Vide P. Philippum à Sanctissimâ Trinitate *in Philos.* 1. 2. *quæst.* 26. *art.* 2. & 3. His po-



sitis, sit *in Fig.* linea AB tempus: quod, ut vides, componitur ex partibus, quas uniunt puncta. Sit C. albedo: nimirùm, materialis qualitas, quæ incipit extrinsecè, & desinit intrinsecè: nam in instanti *m* est verum dicere, *Nunc non est albedo, sed immediatè post erit*: & in instanti *n*, est verum dicere, *Nunc est albedo, & immediatè post non erit.* Modò in alio subjecto sit forma substantialis D. quæ incipiet intrinsecè, & desinet extrinsecè; nam in instanti *m* est verum dicere, *Nunc est forma, & immediatè ante non erat*, & in instanti *n* est verum dicere, *Nùc non est* D. *forma ligni, v.gr. & immediatè ante erat*, & in eodem instanti *n* erit verum dicere, *Nunc est* F. *forma ignis*, (pono hanc succedere) *& immediatè ante non erat*. Hac ergo doctrinâ præmissâ sic arguunt. [Tardiùs desiit albedo, quàm forma ligni: sed non duravit nisi unico instanti post illam. Ergo unicum instans additum tempori facit majus. Major est evidens: quia albedo erat in instanti *n*, quando forma ligni jam non erat. Minor etiam est evidens. Consequentiam persuadeo. Forma ligni (precedens) & forma ignis (superveniens) in nullo instanti coëxistunt, nequidem in instanti *n*,

nam, ut in ipsâ conclusione articuli III. citati, ait P. Philippus. [Substantiæ corruptibiles debent desinere in instanti ipsis extrinseco, sive per primum *non esse*, ne in eodem instanti (nempe, *n*) sint duæ formæ in eâdem materiâ.] At in instanti *n* albedo, & forma ignis coëxistunt: ergo tardiùs albedo desiit: sed tardiùs per unum instans. Ergo unicum instans facit tempus longius. Confirmatur. Forma ligni fuit in omni tempore usque ad instans *n*. at non fuit in instanti *n*. Ergo instans *n* est extra tempus immediatè præcedens. Ergo instans additum tempori facit majus. Ergo punctum additum lineæ facit majus.

Num. CII. *Figur.* 20.

Quadraginta jam annos hoc argumento utor, quod illis solùm videtur elumbe, qui illius vires nō penetrant. Illud ingeniosissimis Viris proposui, nec reperi, qui illud solvere posset punctis positivis admissis. Quam ob rem illud ipsum me cogit, ut puncta positiva in tempore negem; illud, ut doctrinæ consequentiâ ductus, etiam in permanenti Continuo puncta positiva non admittam: illud, ut negativa puncta, etiam in Geometriam promoveam: illud, ut aliter tradam totam de inceptione & desitione rerum materialium doctrinam. Et quidem à gravibus eximuntur difficultatibus, qui statuunt omnem rem temporaneam (nempe, quæ durat tempore) substantialis, aut accidentalis ea sit, incipere, & desinere extrinsecè, (hoc est, incipere à *non esse*, & in *non esse* desinere.) Sed hic fugienda est æquivocatio, ne *nunc* cum instanti confundatur: nam *nunc*, ut dicebamus, non est punctum indivisibile, sed tempus fluens. Ergo loquere sic.

Nunc ad usque punctum m *res temporanea non est, sed immediatè post erit.*

Nunc ab usque puncto n *res temporanea non est, sed immediatè ante erat.*

Et *nunc* significabit tempus præsens, quod fluit, & *m*, aut *n* illud instans negativum, quod est initium finis-ve durationis corporeæ.

Num. CIII.

Superavimus gravem difficultatem de compositione Continui, quàm à Geometriâ expunxerant, & in Physicam protruserant Peripatetici. Ergo supponendo (1) *Continuum ex Punctis Mathematicis (finitis, aut infinitis) componi non posse.* (2) *Continui Mathematici partes esse in infinitum divisibiles.* (3) *Puncta & partes proportionales, ante designationem non esse actu, sed tantùm potentiâ in Continuo.* (4) *Puncta non esse positiva, sed negativa.* Progrediamur ulteriùs, & de varietate punctorum disseramus.

Punctorum Divisio.

Num. CIV.

Punctum, aut est Principium, aut Finis, aut Centrum. Puncta initiativa, & terminativa reperiuntur in linearum extremis, immò etiam in medio: nam sicut linea AE. duobus



clauditur punctis, nempe A & E. sic etiam ejus quælibet pars habet initium, finemque, nam lineæ AE primus quadrans finitur in B. & secundus incipit à B. & finitur in C. & istæ sectiones B.C.D. &c. quia in singulis, ita illæ lineæ AE partes terminantur, ut non progrediantur ulteriùs, vocantur *Puncta*. Lineæ non habent Centra: nam hæc in Superficiebus, & Solidis tantùm inveniuntur.

Est autem centrum, *Punctum per quod omnes diametri transeunt.*

Num. CV.

In solidis, præter Figuræ centrum, etiam centrum gravitatis invenitur; illud verè est Geometricum, & nostrâ definitione explicatur: hoc autem ad Zygostaticam Scientiam spectat, quæ librat pondera, & ponderum proprietates examinat. Est autem Gravitatis centrum, *punctum, in quo libratur Solidum ita, ut tantum ponderet ab unâ parte, quàm ab alterâ.* Si corpus homogeneum sit, centra figuræ, & gravitatis coïncident: si autem heterogeneum, vix coïncidere poterunt, nam diversa corpora, diversam gravitatem habent.

Sunt aliqua de Centris, & aliis Punctis Theoremata, & Problemata; quæ, quoniam à Linearum, Superficierum, & Solidorum cognitione dependent, opportunius dilucidabuntur, cùm de Lineis, Planis, Corporibusque disseramus.

NO-

NOTA.

De Magnitudine.

Num. CVI.

PVncta, ut superiùs diximus, non-nisi extrinsecam Magnitudinem habent: Magnitudo autem intrinseca, quæ non convenit Puncto; Lineæ, Angulo, Superficiei, & Solido communis est, ideò hìc aliqua breviter de illâ præmittam.

Porrò Magnitudo in Symmetram, & Asymmetram dividi solet. Illa est, quam data mensura exactè, & sine fractione metitur: hæc, quæ mensurari nequit, nisi mensura ipsa frangatur. Euclides *libr.* 10. *defin.* 1. 2. Vna & eadem Magnitudo poterit esse respectu unius mensuræ symmetra, & respectu alius asymmetra. Nam cubitalis linea habet 24. digitos, 6 palmos, & pedem $1\frac{1}{2}$. Ergo respectu digiti, & palmi est symmetra, & respectu pedis asymmetra.

Magnitudo etiam dividitur in Rationalem, & Irrationalem. Illa est, quæ numero certo, & determinato exprimi potest, hæc, quæ non potest. Euclides 5. *d.* 10. & 11. *p.* 10. Omnes Magnitudines Symmetræ, etiam sunt Rationales.

Hæ duæ divisiones subjecti in accidentia sunt, & supèrest divisio intrinseca, quâ in Lineam, Angulum, & Solidum Magnitudo dividitur. De illis sigillatim agamus.

NOTA.

APud Græcos ΣΤΙΖΩ est *pungo*. Hinc oritur ΣΤΙΓΜΗ, Hc. *punctum*, quod Græci Mathematici esse dicunt, minimam lineæ partem, quæ dividi non potest. Sic ΣΤΙΓΜΗ ΧΡΟΝΟΥ, *temporis momentum, seu minimum temporis spatium*. Plutarchus *in consolatione ad Apollonium*. Derivatur hinc nomen ΣΤΙΓΜΑΤΙΑΣ, ΟΥ. Oc. & est æquivocum; nam, vel sumitur passivè, ut ΣΤΙΓΜΑΤΙΑΣ ΔΟΥΛΟΣ, *Signatus, & punctis notatus servus*, & activè, nam teste Eust. *Stigmatias* olim fuit dictus Nicanor Grammaticus, quod multa de punctis disseruerit. Vide Poll. *libr.* 3. *cap.* 8. & Ioannem Scapulam *in Lexico, verbo*, ΣΤΙΖΩ.

Et hæc de punctis adduxisse sufficiat, ad lineas, quas puncta, aut motu suo describunt, aut quiete terminât, dilucidãdas transeamus.

LIBER TERTIVS.

De Lineis.

LInea (Græcè ΓΡΑΜΜΗ) *est longitudo omnis latitudinis expers.* Agellius de noctibus Atticis *illatabile* appellat, quod caret latitudine, adeoque lineam *illatabilem lõgitudinem* vocat. Sic definitur Mathematica linea; quæ capillis & serici fibris debet esse subtilior; hæc enim aliquam latitudinem habent, tametsi videantur subtilissima. Hinc patet lineas, quas cretâ, vel calamo ducimus, non esse Mathematicas realiter, sed virtualiter: sunt enim lineæ Physicæ, & suam latitudinem habent; assumuntur tamen in hypothesim, ac si omni latitudine, & profunditate carerent.

Num. CVII. *Figur.* 16.

Linea est triplex: Recta, Curva, & Mixta: nec enim quartam speciem adinvenies.

Sed, quæ est linea recta? Omnes definitiones, quæ circumferuntur, obscuræ sunt, & tamen definitum est clarum. Ex Euclide *def.* 4. *libr.* 1. ex Platone, & aliis dicitur linea recta, *quæ æqualiter inter suos terminos interjacet*: itemque, *cujus media extremis officiunt.* Et tamen nemo est, qui rectam distinguere nesciat à curvâ; & tamen rarus erit, qui sciat, quid sit æqualiter interjacere: aut media extremis officere, vel non officere. Recta igitur (hic enim est notior quiditate proprietas)

est, (ut bene post Archimedem definivit Campanus) *omnium, quæ inter duo puncta duci possunt, brevissima*: Curva, *est non brevissima*. Mixta *est, quæ partim est recta, partim curva*. Prima in Figurâ IX. est AD: secunda CE: tertia est FGH, aut HGF; ab F enim ad G est recta, & à G ad H. curva.

Rectarum unica tantùm est species: Curvarum plures: præcipuæ sunt, Circularis, Ovalis, Elliptica, Parabolica, & Hyperbolica. Accedunt Helicoides, & Cittois, seu Tortuosa. Agemus de singulis in particulari.

De Rectis.

Num. CVIII. *Figur.* 22.

UT Rectas ducamus Regulâ, aut Lineali utimur. Est autem hoc instrumentum ex metallo confectum, quale AB in Figurâ proponitur. Vocatur *Lineale*, quòd lineis ducendis inserviat: *Regula* autem, quod stylum regat, ne rectas delineando exorbitet. *Amussis* à Festo: KANΩNà Ptolemæo. ΣΤΑΘΜΗ ab aliis.

Sed, quo sciemus modo, an Regula perfecta sit? Sanè debet ante omnia hoc examinari; male enim dirigetur stylus, si Regula non fuerit recta. Regulę rectitudo multis modis potest, & solet explorari: dabo tres, qui certiores videntur. *Primò*, aliqui ponunt oculum in alterâ Regulæ extremitate, & sic explorant, an aliquæ Regulæ partes hient, aut protuberent. *Secundò*, filum, aut chordam subtilem protendunt, &, quia chorda tensa nonnisi recta est, illi Regulam applicant, ut videant, an ubique, & exactè Regula chordæ tensæ cohæreat. *Tertiò* alii sumptâ Regulâ ducunt à puncto in punctum lineam rectam; & posteà regulam invertunt, ita, ut finis Regulæ correspondeat initio lineæ, & initium fini; & iterum ab eodem puncto in idem punctum ducunt lineam. Si secunda linea in primam exactè incidat, Regula est bona; sin minus, mala. *Quicunque* ex his tribus modis sensui videtur satisfacere, & sufficere, ut Geometricas Figuras delinees.

Num. CIX. *Figur.* 15.

Quomodo Rectam lineam in partes duas æquales dividemus? Sit linea bisecanda AC: sume ergo circinum, & centro A, & radio quocunque, modò sit major semisse lineæ AB. hinc inde duc arcus D, & E: posteà eâdem aperturâ permanente, centro C. duc arcus D & E: nota sectionum puncta, & illa junge per lineam DE: quæ scindet priorem lineam in B. Dico igitur lineam AB, esse æqualem lineæ BC; ac propterea lineam AC sectam fuisse in B. in duas partes æquales. Euclides *libr.* 1. *prop.* 10.

Num. CX. *Figur.* 24.

Et quomodo iterum Rectam in plures partes æquales dividemus? Res molesta, & tædiosa, nisi compendio juvaremur: unde Balthasar Capra nobilis Mediolanensis in sui Circini *part.* 2. *cap.* 3. ait. *Nulli dubium est, quòd laboriosissimum sit, dum aliquam lineam dividimus, toties circinum constringere, & dilatare, donec voti compotes facti sumus*. Ut autem hoc tædio liberemur, hæc Regula videtur utilis. Sit linea AB. in 4 partes æquales dividenda. A puncto A, quocunque angulo duco lineam AC: & à puncto B lineam BD parallelam ipsi AC. Aperio circinum, (nempe aperturâ, quæ mihi videbitur congrua: vel, ut loqui solemus, quæ sit plus minus) & ab A in C noto 4 puncta divisionum: item alia 4 à B in D. conjungo lineis secretis hæc puncta, & sic lineam AB. in 4 partes æquales divido.

De Parallelis.

Num. CXI. *Figur.* 24. & 22.

LIneas seorsim consideravimus, oportet illas inter se comparare. Duæ lineæ rectæ in eodem plano ductæ, vel concurrunt, vel non concurrunt. Si concurrunt, etiam se secabunt, si ulteriùs extendi jubeantur. Lineæ, quæ semper æquidistant, quales sunt

P
Q
R

P. Q. R. in *Figur.* XXIV. *Parallelæ* vocantur: & hinc debet sumi illarum notio, & definitio. Sanè ipsæ in infinitum ductæ non concurrent: at non est hic earum character, & rigorosa proprietas: sunt enim, & aliæ lineæ, quæ non sunt parallelæ, & tamen in infinitum ductæ, non concurrent.

Profectò Lineæ LM, & EO. concurrunt, & se secant in I. Et tamen lineæ PQR. nec concurrent, nec se secabunt, etsi in infinitum ducantur. Ergo est earumdem differentia notissima.

Parallelæ facili negotio ducuntur. Si enim detur Recta EO, & sit illi in datâ distantiâ adscribenda aliqua parallela, aperio circinum ad datam distantiam, & centro E, duco arcum F; & centro I. arcum G: applico Regulam his arcubus, & duco lineam FG, arcus hos contingentem, quæ erit priori parallela. Sic Regulâ simplici parallelæ ducuntur: at facilius Parallelographæo, quod est instrumentum ad parallelas ducendas conformatum. Illud vigesima-secunda Figura repræsentat. Constat duabus Regulis æqualibus, (videlicet HI. & KL.) uniuntur lineis etiam æqualibus MN, & OP. æqualibus, & æquidistantibus, ita, ut moveri possint supra puncta M, N, O, P, in quibus sunt claviculi, seu motuum axes. Ajo has duas Regulas quomodocumque separentur, aut conjungantur, semper esse parallelas, adeoque feliciter servire posse ad ducendum lineas parallelas.

Num. CXII. *Figur.* 24. & 25.

Sicut Rectæ, sic etiam Circulares, Ovales, &c. possunt esse parallelæ. Converte oculos ad Figuram XXV.

Quæ alicui tertiæ sunt parallelæ, inter se sunt parallelæ. Ostenditur: quoniam, si in Figurâ XXIV. lineę P, & R sunt parallelæ ipsi Q, erunt inter se parallelæ. Idem dicendum est de circulis D, & F, si sint paralleli circulo E. Idem tandem dicendum de lineis ovalibus G, & S, si lineæ H esse parallelæ dicantur.

Num. CXIII. *Figur.* 21.

Quæ eidem rectæ sunt perpendiculares, inter se sunt parallelæ. Demonstratur. Sit linea recta AD. nempe partium 100: illam in 4 partes æquales divide: ergo singulæ habebunt 25. Duc parallelam EH, distantem à lineâ AD partibus 25. Mox à punctis IKL cadant perpendicula per B, C, & D. Ergo formabunt quadrum DCGH. & quadrum CBFG. In ipsis anguli omnes sunt recti, Ergo omnes lineæ parallelæ. At BF, CG, DH. erant perpendiculares: Ergo perpendiculares, quæ in eamdem rectam incidunt, sunt parallelæ.

Num. CXIV. *Figur.* 26.

Turrium muri ad perpendiculum erecti non sunt paralleli. Demonstratur: quia ex superficie terræ OP. omnia perpendicula concurrunt in Q, gravitatis terrenæ centro: at parallelæ nunquam possunt concurrere: Ergo turrium muri ad perpendiculum erecti non sunt paralleli. Hinc patet eosdem muros crassiores, nec-non latiores esse superiùs, quàm inferiùs. Cæterùm dicuntur paralleli & æquales, hæc enim sub sensum non cadit inæqualitas.

De Lineâ Conchili.

Num. CXV. *Figur.* 26.

HÆc Positio. *Parallelæ nunquam coïncidunt*, est essentialis, non autem definitiva: nam tametsi nullæ parallelæ coïncidant: multæ sunt, quæ nunquam coïncident, & tamen non sunt parallelæ. Ob oculos pono Conchilem, ex quâ P. Mersennus ad Dei existentiam probandam *in Genes. cap.* 1. *vers.* 1. *column.* 70. fortissimum argumentum deducit. Illam describo sic.

Sint AO, & BG. parallelæ. In lineâ BG. notentur puncta æquidistantia B. C. D. E. F. &c. in infinitum. Tunc à centro, A in illa puncta ducantur lineæ secantes, & exsuperantes, quæ sic dicuntur, quoniam illam lineam BG secant, & exsuperant: pone partibus 10. Ergo lineæ BH, CI, BK, EL, FM. &c. sunt æquales: nam omnes habent 10. Modò ducatur alia linea per linearum exsuperantium capita, quæ vocetur *Conchilis*. His positis.

Dico primò. Lineæ AO, & BG. in infinitum promotæ, non coïncident. Patet: quoniam sunt parallelæ.

Dico secundò. Lineæ BG, & HN. non sunt parallelæ: quo magis promoveantur, minùs distabunt inter se; & tamen etsi in infinitum excurrant, nunquam coïncident.

Sanè linearum nunquam coïncidentium, & tamen semper magis, ac magis appropinquantium mentionem fecerunt Proclus *in suis Commentariis in libr.* I. *Elementorum Euclidis, multis in locis*. Geminus *Geometricarum Enarrationum libr.* 6. Georgius Valla Placentinus *Geometriæ libr.* 1. *cap.* 59. Rabbi Moyses Ægyptius *in Opere, quod* DIRECTOR DUBITANTIUM *inscribitur, lib.* 1. *cap.* 73. Cœlius Calcagninus *in quâdam Epistolâ*. Rem autem ipsam demonstrarunt Apollonius Pergæus *libr.* 2. *Conicor. Propos.* 1. & 14. Pappus *in Scholiis ad libr.* 5. *Conicorum Apollonii*. Eutocius Ascalonita *in Comment.*

ad

ad libr. 2. Archimedis, de Sphærâ, & Cylindro: & iterum *in librum 2. Conicorum Apollonii*. Anonymus, qui est Author antiquus, & libellum de sectione conicâ, quæ *Parabole* appellatur, edidit. Orontius Finæus *in libr. de Speculo Vsorio*. Ioannes Vernerus *libr. de Element. Conic. propos.* 20. Rabbi Moyses Narbonensis *in Opuscul. de hoc argumento*. Rabbi Samtou *in Expositione cap.* 73. *libr.* 1. *Rabbi Moyseos Ægyptii*, qui voluit *Director dubitantium* dici. Hieronymus Cardanus Mediolanensis *in libr.* 16. *de Subtilitate*. Iacobus Peletarius *de dimensione. Circuli Comment.* 2. ubi agit de linearum contactu, & Horoscopi constitutione. Hoc tandem Problema *admirandum* appellat Franciscus Barocius Iacobi filius, Patritius Venetus, ipsumq; *in speciali de hac materiâ Syntagmate*, tredecim modis demonstrat, aliorumque errores, & allucinationes ostendit.

De Perpendiculis.

Num. CXVI. *Figur.* 27.

QVæ rectam ad angulos rectos intersecet, Perpendicularis vocatur. Et sæpissimè in Geometricis Figuris occurrit, & ideò debes modum scire, quo illa ducatur.

Datur linea AC. *& in ipsâ signatur punctum* B: *jubesque, ut in illud dimittam perpendiculum: Quomodo id faciam?* Sumo circinum, & quâcumque aperturâ mihi constituo radium: & posito altero pede in B, (nempe, in puncto, in quod perpendiculum casurum est) altero describo secretos arcus D, & E: notatisque punctis D, & E, in quibus arcus isti lineam datam intérsecant, aperio paululum circinum, & posito pede in D. duco arcum OQ: & posito pede in E. duco arcum OP: noto punctum sectionis O. & ab illo in B. perpendicularem dimitto.

Num. CXVII.

Alium modum faciliorem subscribo. Datur linea GF, & punctum F, in quod sum dimissurus perpendiculum, ab F. versus G. noto 5. puncta æquidistantia: & numerorum characteribus (videlicet, 1. 2. 3. 4. 5.) distinguo. Tunc centro F, & radio F4, duco arcum secretum, 4KI: Posteà aperio circinum ad longitudinem lineæ F5, & posito altero pede in 3. arcum HI. describo. Arcus isti se intérsecant in I. unde perpendiculum dimitto in F. *Paulò aliter.* Transeo ad lineam LM. & considero punctum B, quod exspectat perpendiculum, & lineam LM in quinque spatia æqualia, ut anteà, divido. Centro M, & radio M3. duco arcum *ab*: & posteà aperio circinum, ut lineam M5. exactè capiat, & altero pede posito in 4, duco arcum *cb*, qui secet priorem arcum in *b*. Et dico lineam *ab* in M. dimissam, esse perpendicularem. Et *veritas* nascitur ex illo miraculoso triangulo, qui debetur Pythagoræ, constante ex tribus lineis his numeris 3.4.5. determinatis: nam si alterum latus sit 3: alterum 4: angulus, qui hypotenusæ, seu lateri 5. opponitur, erit rectus. Sed de hoc Triangulo redibit *sermo* inferiùs, & dabimus de illo *specialem Tractatum*, in quo pleraque omnia, quæ magno aliàs molimine solent Geometræ, & Astronomi aliter expedire, per hunc solùm expediuntur Triangulum.

Num. CXVIII. *Figur.* 27.

Magnus est in Geometriâ perpendiculorum usus, & ideò facilitati consulens, adhuc volo alium modum illa dimittendi subjungere.

Datur linea TV, ut anteà; & in ipsâ designatur punctum R, in quod debet cadere, perpendiculum. Sumo ergo circinum, & qualitercumque aperto noto unum punctum inter RT: supra & extra lineam TV. sit P. Tunc centro P. & radio PR. duco circulum secretum RSO. A puncto S. in quo circulus lineam datam intérsecat, duco diametrum circuli, quæ necessariò transire debebit per P. circuli centrum, & perveniet ad O. Hinc duco lineam OR. & ajo illam esse perpendicularem. *Et cur?* Quia in triangulis inscriptis circulo, si majus latus sit diameter, angulus huic lateri oppositus est rectus, ut suo loco videbimus.

Num. CXIX.

Quid, si jubeas in ultimum punctum lineæ perpendiculum cadere? Vtar lineis GF. LM. TV. & illas ultra puncta F, aut M, aut R. Cæterùm, si lineâ AB. uti placeat, & supra extremum punctum B. dimissurus sim perpendiculum, utar licentiâ Geometricâ, illamque producam in C. & juxta positam doctrinam operabor.

Num. CXX.

Et quid tandem, si velis, ut perpendiculum cadat

extra supra punctum extra lineam signatum? Eadem Geometricâ licentiâ utens, datam lineam, vel usque ad datum punctum, vel ulteriùs, si placuerit, producam, & tunc illud punctum in extremitate lineæ, vel in medio lineæ collocabitur; & novis regulis non indigebo.

Analogia.

Num. CXXI. *Figur.* 27.

Inter duas lineas mediam proportionalem reperio; Dantur lineæ Z & X: & tu quæris mediam proportionalem. Lineæ Z adde ipsam X, & erit Z *a*: supra hanc diametrum forma semicirculum Z *ea*: & à puncto Æ erige perpendicularem Æ *a*: Et hæc linea erit media proportionalis, quæ quæritur.

Demonstratio est facillima: nam Triangulus Z *e a*, Z est rectangulus in *e*: ergo, si ab *e* perpendiculum dimittatur, in duos Triangulos similes dividetur. Ergo, ut se habet ZÆ ad Æ *e*: ita *e*Æ ad Æ *a*. Ergo inter ZÆ, & Æ *a*, linea *e*Æ est media proportionalis.

Per numeros sic res expeditur. Sunto 4 & 16 numeri dati: quæritur medius. Ergo primus in ultimum (4 in 16) ducatur: & numeri resultantis quæratur radix quadrata. Et hæc præ se fert numerum medium, quem quærimus. Sanè 4 ducti in 16 sunt 64. cujus radix quadrata est 8. Dico igitur inter 4 & 16 medium numerum proportionalem esse 8. Vide Euclidem *libr. 6. probl. 5. prop.* 13.

Num. CXXII. *Figur.* 28.

Datis duabus proportionalibus tertiam, quartam, quintam, &c. in infinitum invenio. Pono casum. Proponuntur lineæ G & H. inæquales, & petuntur aliæ, quæ in eâdem proportione decrescant. Operatio erit hæc.

Sumo lineam IZ, æqualem ipsi G: & à Z ergo perpendiculum ZP. æquale ipsi H. tunc reperto centro in lineâ IL, per puncta IP, duco semicirculum IPRL. Posteà quæsito centro in lineâ PO, duco semicirculũ PQLTO, qui transeat per puncta P & L. Deinde invento centro in lineâ IL per puncta LO. duco semicirculum LVOSN. Et tandem reperto centro in lineâ PO, per puncta ON, duco semicirculum OXNM per puncta O & N. &c. in infinitum. His ritè peractis, ajo lineas ZA, ZP, ZL, ZO, ZN, ZM, &c. esse continuè proportionales. Hæc veritas nascitur ex præcedente. Et hinc patet solutio ad Euclidis problema *libr. 6. propos.* 11. & 12.

Num. CXXIII. *Figur.* 29.

Sicut per circulos, potuimus per angulos rectos procedere. Nam ductis duabus rectis AD, & EG. cujuscunque magnitudinis, quæ normaliter se secent in C. si prima proportionalis sit CA & secunda CE, tunc duco lineam AE, & normaliter ab E venio in D: & normaliter à D in G: & normaliter à G in B: & normaliter à B in F: & sic in infinitum; & ajo lineas CA, CE, CD, CG, CB, CF, &c. & iterum AE, ED, DG, GB, BF, &c. esse proportionales, & continuâ proportione decrescere.

Nascitur hæc veritas ex trita illâ doctrinâ, quæ docet, in Rectangulo AEDA, perpendiculum, quod ab angulo recto dimittitur secare Rectangulum in duos Regangulos [videlicet ACEA, & ECDE.] omninò similes; unde angulus EAC erit æqualis angulo DEC: & angulus AEC, angulo EDC: nam tertius utrobique est rectus. Quod ipsum ad oculum demonstratur in numeris. Nam, si angulus EAC. grad. esse 40. dicatur, alter angulus AEC, erit grad. 50. Ergo, quia angulus AED erat rectus, angulus AEC, & CED simul erunt æquales uni recto. At AEC erat gr. 50. Ergo CED, erit grad. 40: & EDC grad. 50. Erunt igitur omninò similes hi Rectanguli.

Per numeros eadem res facili negotio obtinetur: nam, si dentur duo numeri, & quæratur tertius, quartus, quintus, sextus, &c. continuè proportionales, ultimus est ducendus per seipsum, & per penultimum dividendus. Pono exemplum. Das numeros 4 & 8. & jubes, quot progrediar, & alios in eâdem proportione subjungam. Obedio. Multiplico itaque 8 per se, & adquiro 64. hunc numerum divido per 4. & habeo 16. tertium numerum. Sed, & 16 multiplico per se, & adquiro 256. quibus per 8. divisis habeo 32. &c. Considera lineam sequentem:

A	B	C	D	E	F	G
2	4	8	32	64	128	256

quàm sic lege. Numerus B multiplicatus per se, & divisus per A. dat C. & C. multiplicatus per se, & divisus per B. dat D. Et D. multiplicatus per se, & divisus per C. dat E. Et sic in infinitum.

Regula Trium.

Avrea ab Arithmeticis dicitur, quod sicut inter metalla aurum, sic illa inter cæteras eminere censeatur. Ad illam Logarithmici Divisionem, & Multiplicationem reducunt, ad illam etiam nos, eosdem imitantes. Sic rem expedimus.

Num. CXXIV. *Figur.* 27.

Interrogas, *Vt d ad f; ita g ad quam?* Ex *f.* & *g.* formo quemcunque angulum [etiam mihi ignotum, non enim scire debeo, quantus sit.] Duco igitur lineam *or* æqualem ipsi *d*; & *rs*, æqualem ipsi *f*: & *rn* æqualem ipsi *g*. Deinde duco lineam secretam *os*. & ipsi parallelam *nt*. & pronuncio, *Vt se habet ro* ad *rs. ita se habere rn.* ad *rt.* Et ratio Conclusionis est, quod Trianguli *orso*, & *nrtn*, sunt similes, & idcò habent angulos correspondentes, & omnes lineas proportionales.

Hæc Regula sic per numeros est expedienda. *Multiplica secundum per tertium, & divide per primum, & adquires quartum.* Verbi gratiâ. Si hæc analogia proponatur. Vt 3 ad 12, sic 10. ad quem? Multiplico 12 per 10. & invenio 120, quæ divido per 4. & invenio 40. quartum numerum: quoniam, ut 3 ad 12. sic 10 ad 40.

De Proportione Virtutum.

Num. CXXV.

Ad Analogiam etiam pertinet extrinseca linearum Tantitas: nam lineæ Tantitas in intrinsecam, & extrinsecam dividi solet. Illæ enim lineæ dicuntur duplæ, triplæ, quadruplæ, &c. intrinsecè, actu, & realiter; quæ in seipsis hanc dicunt proportionem, ut 4. & 8. dupl. (5 & 15. tripl.) 6 & 24. quadrupl. & c. Illæ autem dicuntur duplæ, triplæ, quadruplæ, &c. extrinsecè, potentiâ, & virtute, quæ sunt latera Quadratorum, quæ hujusmodi proportionem observant. Vnde dicimus 2 & 4. potentiâ, & virtute se habere, ut 1 ad 4. quia tametsi hanc proportionem non habeant intrinsecè in seipsis, habent extrinsecè in Quadratis, quæ generant: nam bis 2 sunt 4. & quater 4 sunt 16. Et 4 ad 16. se habent, ut 1 ad 4. Proportionem ergo, quam non habent intrinsecè actu, & realiter, habent extrinsecè potentiâ, & virtualiter.

De Linearum continuè Proportionalium Proprietatibus.

Num. CXXVI.

Modum inveniendi Proportionales numeros exhibuimus, & oportet impræsentiarùm aliquas eorumdem proprietates exponere, ex quibus eximiæ consequentiæ nascantur. Tabulam sequentem consideremus.

I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.
1	A	o			o	
2	B	/			1	
4	C	//	3		2	–C
8	D	///	3.2		3	–D 3
16	E	/V	2.1	.0	4. 4	0–E 2
32	F	V	1.0	0.1	5. 3	1–F 1
64	G	V/	0	1.2	4. 2	2 30
128	H	V//	1	2.3	3. 1	3 2
256	I	V///	2.0	3.4	2.4.0	4 1
512	K	/X	3.1	4.5	1.3	5–Ko
1024	L	X	2	5.6	0.2	
2048	M	X/		7	1	
4096	N	X//		8	0	

In primâ Columnâ ponuntur lineæ continuè proportionales, quarum longitudo numeri ibi expressi definiunt. In secundâ notantur literæ, quæ erunt linearum nomina, ut illas inter se distinguamus. In tertiâ exhibentur apices, qui numerant ipsasmet lineas, ut quænam sit tertia, quarta, aut quinta, agnoscamus. In quartâ adduntur Multiplicationis, & divisionis exempla: In quintâ Radices extrahuntur, & numeri quadrantur, aut cubantur.

Primò, itaque verte oculos ad Columnam quartam, & attende. Sic inquam: In omni multiplicatione, aut divisione dantur duo numeri, quorum minor *Multiplicator*, aut *Divisor*: major verò *Multiplicandus*, aut *Dividendus* nuncupatur. Itaque, si unum numerum per alium multiplicare, aut etiam dividere volueris, puta 64 per 8. considera, quemnam locum 8 Divisor inter proportionales possideat; &, quia tertium possidet, à 64 tria hinc inde locos numera, & habebis numerum 64 per 8 divisum, & multiplicatum. Pronuncio igitur 64 per divisionem dare 8: & per multiplicationem 512.

Eodem modò, si 32 jubearis per 8 dividere,

dere, & 256 per 4 multiplicare. Vides, quod 8 occupat tertium locum, 4 verò secundum. Ergo à 32 per tres locos adscendo, & à 256 per duos descendo, & infero, 32, si per 8 dividantur, habere in totiente 4: & 526, si per 4 multiplicentur, habere in facto 1024.

Num. CXXVII.

Secundò considera notas, quæ in quintâ Columnâ prostant, & me audi. Numerum, inquam, quadrare: est datum numerum sumere pro Radice, seu latere, & dare alium numerum, qui exæquet superficiem quadratam dato lateri correspondentem. Hoc obtinetur, si numerus per seipsum multiplicatur. Hanc autem multiplicationem fecero, quærendo numerum, qui tot locis distet à dato numero, quot ipse datus numerus distat ab unitate. Verbi gratiâ. Volo quadrare numerum 32. qui ponitur in quinto loco: ergo numerus, qui infra 32 sit quintus, nempe, 1024. dabit ejus quadratum. Si autem datum numerum cubare velim, video, quem locum occupet, & quæro alium numerum, qui duplò plus distet à dato numero, quàm datus distat ab unitate. Hanc ob rem, si numerum 16 cubare debeam, debebo quotus sit in Proportionalium scire, & ex apicibus (ad hoc enim serviunt) cognoscam esse quartum. Ergo ex E. 16. numerabo 8 locos, & incidam in N. 4096. & pronunciabo Cubum, cujus radix sit 16. habere molem, quæ numerum 4096. compleat.

Num. CXXVIII.

Sicut è Radicibus ad Quadrata, & Cubos devenitur, sic ex his ad illas poterit haberi regressus.

Nam à dato numero radicem quadratam extracturus, video, quem locum ille habeat, & hanc distantiam in duas partes divido, & habeo Radicis, tum ab unitate, tum etiam à numero dato distantiam. Vnde, in columnâ sextâ, si debeam à numero 1024. Radicem quadratam extrahere: quia prædictus numerus 1024. est decimus, dicendum est ejus Radicem, cùm ab ipso, tum ab unitate quintum locum occupare, & esse 32, ut conspicis.

Si sit parallelogramma superficies, & debeat in quadratam converti, hoc modo operatio procedet. Primum una linea per alteram multiplicabitur, & posteà ex facto Radix quadrata deducetur: & hæc erit latus quadrati. Verbi gratiâ. Prostat Parallelogrâmum, cujus altera linea est E 16. altera G. 64. Quia E est in quarto loco, à G numero 4 locos, & venio ad L 1024. & tantum valere illud Parallelogrammum assero. L est in loco decimo. Ergo ad quintum (nempe, ad F) me confero, & ajo Quadratum, cujus radix sit 32. esse æquale prædicto Parallelogrammo. Cæterùm F, inter E minorem lineam, & G majorem, media est proportionalis.

Num. CXXIX.

Si Radicem cubicam extrahere velim, etiam dati numeri apices, seu locum, quem in proportionalium serie occupat, considerabo, & illam ab unitate distantiam dividam in tres partes, & numerando semel hanc tertiam partem, veniam ad Cubi basim, seu unâ superficiem: & numerando iterum, Radicem, aut lineam fundamentalem adsequar. Pono exemplum. Sit Cubus mole suâ numerum 4096. complectês. Hic autem numerus est in loco duodecimo. Ergo 12 divido per 3. & habeo 4. & dico, in quarto supra numerũ 4096. loco me reperturum esse numerum 256. qui est dati Cubi basis: & hinc ulteriùs adscendendo in quarto me radicem inventurum, quam quæro: videlicet, num. 16. Radicis enim 16. Quadrum est 256. & Cubus 4096.

Num. CXXX. *Figur.* 9.

Pro Parallelipipedorum Cubatione considerare oportet lineas, quas in septimâ columnâ traximus. Si dentur 4 lineæ continuè proportionales; videlicet, CDEF. &, si fiat Parallelipipedum, cujus radix, seu latus basis sit C prima proportionalis, & altitudo F quarta proportionalis; inferam necessariò duo. alterum, basim, seu quadrum lineæ primæ, esse E lineam tertiam. alterum, hoc Parallelipedum, si cubetur, habiturum esse D lineam secundam pro Radice. Hæc omnia, quæ fortè videntur difficilia, oculari demonstratione persuadentur. Nam quater 4, sunt 16. Ergo quadratum C primæ lineæ, est E tertia. Hæc 16. quæ in E per F altitudinem Parallelipipedi multiplicata, dabunt K 512. Ergo totum Parallelipipedum valet 512. Hic numerus est in nono loco. Ergo, ut inveniatur ejus Radix Cubica, debent 9 dividi in tres partes, & bis numerari, & habebuntur 3. quæ bis debent numerari à K. Ergo Radix cadit in D. quæ est secunda linea proportionalis. Duo illa Corollaria sunt certa.

Hæc doctrina ad Figuras Ellipticas transferri potest.

Num. CXXXI.

Vt Parallelogrammum in Quadratum, sic Ellipsis in Circulum per mediam proportionalem transire potest. Nam, si diameter minor sit E. 16. major G. 64. & E in G ducatur, prodibit L. 1024. valor totius Ellipseos; &, si ab L, Radix quadrata eruatur, prodibit F. media proportionalis, quæ sit diameter Circuli, qui totam Ellipsim exæquet.

Num. CXXXII.

Vt Parallelipipedum in Cubum, sic Solidum Ellipticum in Globum transformatur. Parallelipipedi in Cubum transformatio, ut ostendimus, hac lege processit. *Inter latus basis, & altitudinem quærantur duæ mediæ proportionales, & harum duarum minor erit latus Cubi quæsiti.* Ergo procedet hac Elliptici Solidi in Sphæram conversio. *Inter diametrum majorem, & minorem, quærantur duæ mediæ, & earum minor erit diameter Sphæræ quæsitæ.* Nam, si in Elliptico illo Solido minor diameter est C. 4. & major F 32. valor totius Solidi erit K 512. Et diameter Circuli, qui hunc valorem exæquat, erit D 8. minor ex duabus, quæ inter C & F constituuntur.

De divisione lineæ per mediam, & extremam proportionem.

Num. CXXXIII.

MAgnos usus habet in Geometriâ hæc divisio: & data verbi gratiâ linea AC.

10000

A 61803 B 38197 C

ita debet dividi, ut sicut se habet tota linea AC. ad majus segmentum AB. sic ipsum AB ad BC. Vnde segmentum AB. est medium proportionale inter totam lineam, & particulam BC. Quam ob rem, si AC ducatur in BC: &, si AB ducatur in seipsam, superficies factæ erunt æquales. Vide Euclidem *lib.* 2. *propos.* 11. & *libr.* 6. *propos.* 30. & Clavium *ad propos.* 14. & 29. *libr.* 9.

Hæc divisio non potest esse exacta in numeris, sed in praxi sufficit approximatio: nam hi numeri habent proportionem continuam.

BC.	*Pars minor*	38197
AB.	*Pars major*	61803
AC.	*Tota linea*	100000. *Sum.*

Ergo AC ducta in BC. & AB. ducta in seipsam, erunt æquales.

1	061803	9	37081.8
2	123606	8	0618.03
3	185409	7	494.424
4		6	00.0000
5		5	1.85409
6	370818		38196.10809 D
7			38197.00000 E
8	494424		.89191 F
9			
10	618030		

Facto computu AB ducta in seipsam, dat D. Et BC ducta in AC, dat E. quarum differentia est F. quæ licèt in potentiâ videatur notabilis, in actu ipso, seu entitate lineæ integram unitatem non attingit. Ergo hos numeros in praxi retinere poterimus. Et, cùm occurrat numerus aliquis hac proportione dividendus, hanc poterimus analogiam instituere.

Vt 100000. *ad* 61803. *sic numerus dividendus ad majorem ejusdem numeri partem, quæ erit medium proportionale inter totum numerum, & partem minorem.*

De Sinubus, Tangentibus, & Secantibus.

Num. CXXXIV. *Figur.* 31.

AD Proportionales spectant, & tamen si in Trigonometriâ uberiùs dilucidabuntur, debent hìc breviter explicari: harum enim linearum cognitione Geometra non potest carere.

Considera Figuram XXXI. in quâ singulæ lineæ proportionales sunt, & speciale nomen habent.

Est BD. Circuli Diameter. Est AB. AF. AS. AD. Semidiameter: Radius, Sinus Totus, qui, & sæpè dicitur Hypotenusa. Est BFD. Semicirculus. Olim Circulum, Diametrumque unusquisque suo modo dividebat. at jam obtinuit in Scholis, ut Circuli Quadrans BF, aut DF in 90 gradus, & Radius AD in 100,000. dividatur.

Perpendicula, quæ intra Circulum in Diametrum cadunt, vocantur Sinus recti: adeoque SC. est Sinus rectus sexagesimi gradûs. Et CA est Sinus complementi; & CD. est Sinus versus, quem alii Sagittam appellant.

lant. Sic etiam numerando ab F, est SR Sinus rectus grad. trigesimi, & RA est Sinus complementi, & RF Sinus versus, seu Sagitta. Linea SV, quæ ab uno circumferentiæ puncto in aliud transit, Chorda dicitur: & Vetetes chordis potiùs, quàm Sinubus utebantur.

Num. CXXXV.

Extra Circulum duæ sunt lineæ AE Secans, & ED Tangens. Dicitur illa Secans, quia à centro profluens Circulum secat in S: & hæc vocatur Tangens, quia perpendiculariter ab E in D ultimum Diametri punctum dimissa, tangit Circulum in puncto D. [N.B. *Sinus* est nomen subst. masc. & in plurali habet *Sinubus*. At verò *Secans*, & *Tangens*, tametsi sumantur substantivè, sunt fœm. quia intelligitur *linea*.]

Omnis Sinus rectus ita cadit supra diametrum, ut inter duo segmenta sit medium proportionale. Sic Sinus SC cadit supra diametrum BD. (diametrum dico, non semidiametrum) illamque in duas partes dividit; videlicet in BC & CD. & inter ipsas proportionaliter mediat: quoniam, ut se habet BC ad CS. ita CS ad CD. Hæc Regula est certissima, & universalis: at non intellecta à Ioanne Henrico Alstedio, qui *tom.* 2. *libr.* 15. *part.* 1. *cap.* 9. ait. *Omnis Sinus versûs se habet ad Sinum rectum medietatis arcûs, ut ipse Sinus rectus ad Sinum rectum grad.* 30. Exorbitat. Nam in Figurâ positâ, CD Sinus versus sexagesimi gradûs est 50, 000. Sinus rectus medietatis arcûs DS. est Sinus gradûs trigesimi, nempe 50,000. Sinus rectus grad. sexag. est 86603. & quartus terminus est 50,000. An-ne hæ lineæ 50000. 50000. 86603. & 50000. sunt continuè proportionales. Hanc eandem Regulam, ubi exponit, enervat, non enim correspondet literæ interpretatio; inquit enim. *Cujuslibet arcus in quadrante sinus rectus est medio loco proportionalis inter sinum versum arcus dupli, & Sinum rectum arcûs* 30. *grad.* Sanè detur Sinus rectus gradûs quadragesimi 64279. Sinus rectus dupli arcus est 98481. versus 1519. ultimus numerus 50000. An-ne 1519. 64279. 50000. sunt continuè proportionales.

Sicut se habet AC *Sinus Complementi, ad* AD *Sinum totum: sic* AS *Sinus totus, ad* AE *Secantem; &* SC *Sinus rectus, ad* ED *Tangentem.* Hinc est, quod David Origanus, *tom.* 3. *Ephemer. part.* 3. *de Motib. à pag.* 146. & multi alii Authores, solam Sinuum Tabulam ediderint; quia, ut putarunt, illa sola sufficit: nam, qui cognoscat Sinus, per Auream Regulam potest Secantes, & Tangentes extrahere.

Num. CXXXVI. *Figur.* 30.

Hinc patet in Figurâ Triangulum Rectangulum ABDA. multis modis resolvi posse. *Primò* enim, si volumus, ut Hypotenusa (latus maximum, quod angulum rectum subtendit) sit Sinus totus (Radius) tunc formabitur Quadrans Circuli ACDEA. & Hypotenusa AD erit Sinus totus; Crus DB erit Sinus rectus anguli A. Et Crus BA erit Antisinus, seu Sinus complementi. *Secundò*, si volumus, ut Crus AB sit Sinus totus, delineabitur Quadrans Circuli ABIGA. & tunc Crus AB. erit Sinus totus: alterum Crus BD erit Tangens anguli A. & Hypotenusa AD erit Secans ejusdem anguli A. *Tertiò*, si volumus, ut Crus DB sit Sinus totus, tunc centro D. & radio DB. dicitur Quadrans Circuli BSF: & Crus BA. erit Tangens anguli D. & Hypotenusa DA erit Secans ejusdem anguli. *Quartò*, si Hypotenusa sit integra Diametrus, ducetur Semicirculus DLBA. & Crus DB erit chorda arcûs DLB. & Crus BA erit chorda arcûs BTA. Et à B cadet perpendiculum in P. quod erit Medium proportionale inter AP. & PD.

NOTA I.

IOannes Henricus Alstedius Encyclopædiæ suæ *libr.* 15. tradit Geometriam, & *part.* 1. *cap.* 9. Tabulam Sinuum Tangentium, & Secantium per regulas securas confirmat, & ad compendium reductam universis proponit. Nos autem, cùm inferiùs Trigonometriam daturi simus, & in illâ hanc Tabulam exhibituri, non habemus, cur illam uberiùs impræsentiarùm exponamus.

De Curvis Lineis.

Num. CXXXVII.

HIc opportunè quæritur, *Vtra sit linea perfectior, Recta, an Curva?* Alstedius *Encyclopædiæ tom.* 2. *libr.* 14. *part.* 1. *cap.* 4. §. 7.

pag. 301. *Linea recta est perfectissima. Ideò est pulchrior curvâ, ipsiusque mensura: nam, quod est perfectius in aliquo genere, est mensura cæterorum*, dixerat. *Hinc est, quod natura agat per lineas rectas sive breves. Naturam hac in parte imitatur Ars; & omnis actio, quæ est secundum naturam, & artem. Ita, si Tabellarius ad urbem aliquam recta possit procedere, citiùs eò pervenit, quàm si per ambages, sive lineâ obliquâ incedat. Et canis videns frustum panis, accurrit ad illud, non per circulum, sed per lineam rectam.*

At ego non assentior Alstedio. Rectam esse brevissimam, &, quæ facillimè ducatur, scio: at esse perfectissimam, aut pulcherrimam nego. Michaël Angelus, celeberrimus Pictor, in rectarum ductione omnes Artifices esse æquè doctos, asserebat; putabatque Magistrum à discipulo per curvarum formationem distingui. Et quidem illa in quâcunque Arte sunt minùs perfecta, quæ fieri, vel à tyrone possunt: & illa perfectiora, quæ nonnisi à Magistro versatissimo fiunt.

Sanè pulcherrimæ tabulæ ductibus linearum exornantur: &, quæ habent lineas rectas tantummodò, non sunt pulchræ. Lineæ ergo rectæ, nec pulchriores, nec perfectiores sunt, quàm curvæ. Vnde Mercurius Trismegistus, cùm voluit Geometricè exponere, Quid esset Deus? non ad lineam rectam, sed ad Circulum, & Sphæram recurrit.

Nec audiendus Alstedius est, cùm dicit, *Naturam hac in parte imitatur Ars*, nam Natura non delectatur rectis lineis. Tellurem sphæricam condidit; & Aquæ guttæ, quando non opprimuntur pondere, figuram circularem affectant. Rotundæ arbores sunt, folia ovalia, & animantum formæ non sunt rectæ. Stellæ in cœlis globi sunt: cœli ipsi sphœrici: Planetarum periodi circulares; & soli Cometæ à Keplero, Galilæo, & aliis junioribus peragere jubentur lineas rectas: nam Cometæ, sunt enim imperfecta meteora, conficiunt iter imperfectũ. Stat ergo rectis lineis sphæricas pulchriores, & perfectiores esse.

De Circulo.

✠Num. CXXXVIII. *Figur.* 94.

LInearum Princeps est Sphærica, quę nominatur *Circulus*: & est linea, *cujus omnia puncta æquè distant à centro*. Est naturæ prodigium; nam humanum ingenium ei insistens grandia audet. Et quidem de uno solo Circulo libros integros possemus scribere, sed, quia esse debet modus in rebus, aliquot tantum Propositiones, quæ sciri omninò debent, exponamus.

Si in Circulo detur punctum, ex quo omnes ad circumferentiam lineæ sint æquales, illud est centrum Circuli. Patet: nam ex ipsâ Circuli definitione colligitur: nam linea BGH, est circulus, nam lineæ AB, AC, AD, AE, AF, AG, AH, AI. &c. quæ à centro ad circumferentiam ducuntur, sunt æquales. Et ob eamdem rationem A est centrum Circuli.

Si in Circulo notetur punctum, ex quo tres ad circumferentiam ductæ lineæ sint æquales, illud erit centrum: adeoque omnes etiam cæteræ lineæ, quæ duci poterunt, erunt æquales. Euclides *libr.* 3. *propos.* 9.

Necessarium est, ut à puncto, quod est extra Circuli centrum, illa linea sit maxima, quæ per centrum transierit. Et similiter necessarium est, ut ab eodem puncto pluries binæ lineæ æquales ducantur; repugnat autem, ut tres æquales protendantur. Euclides *libr.* 3. *propos.* 7. Et demonstratur. Nam, si centrum circuli est A, & punctum extra centrum sit K. Dico lineam KI. quæ per centrum transit, esse maximam omnium, quæ à K in circumferentiam duci possunt. Præterea: ducatur diameter per K, & A, nempe GI. Si autem à G in circumferentiâ notentur puncta, quæ æquè distenterent à G, lineæ illę binę in punctum K tensæ erunt æquales: nempe LK, & FK: MK, & EK: NK, & DK: &c. binæ, & binæ; nunquam autem invenietur una tertia, quæ duas alias æquet.

Si in peripheriâ duo quælibet puncta accepta fuerint, linea, quæ illas conjungat, intra Circulum cadet. Euclides *libr.* 3. *propos.* 2. si enim accipias puncta P & T, linea PT intra Circulum cadet: &, si acceperis puncta Q & R, linea QR similiter intra Circulum cadet.

Si in Circulo recta, quæ per centrum protensa, rectam aliam, quæ non sit per centrum producta bifariam secet, ad angulos rectos secabit: &, si non secet ad angulos rectos, non secabit bifariam. Euclides *libr.* 3. *propos.* 3. [Consultò jubetur, ut secunda linea non transeat per centrum: nam, si utraque transeat per centrum, utraque semper bifariam, non autem semper ad angulos rectos dividetur.

Nam

Nam linea GI, dividit lineam HB, bifariam, & ad angulos rectos: lineam autem DV, bifariam, non autem ad angulos rectos.] Postrum Theorema demonstratur. Nam GI, quæ per centrum A transit, lineas PT, & QR, quæ non transeunt, per centrum secat, & priorem (PT) quia non ad angulos rectos, non bifariam: &, quia non bifariam, non ad angulos rectos: posteriorem verò (QR) bifariam, quia ad angulos rectos; & ad angulos rectos, quia bifariam.

Si in Circulo duæ rectæ, quarum neutra transeat per centrum, se secent, non se poterit utraque secari bifariam. Ostenditur: nam PT & RQ secantur in S. non autem utraque bifariam, ut conspicis. Euclides *libr.* 3. *prop.* 4.

✠Num. CXXXIX. *Figur.* 95. & 96.

Si extra Circulum notetur punctum, à quo multæ lineæ in circulum cadant, an cadant in concavam, an in convexam partem considerandum est. Vide Euclidem *libr.* 3. *propos.* 8.

Si primum dicatur: linea longissima est, quæ per centrum transit: & cæteræ, quò huic sunt proximiores, erunt longiores, & quò remotiores, breviores. Et duæ hinc inde æquidistantes erunt æquales.

Si secundum: linea brevissima erit, quæ si promoveretur, in centrum incideret: & cæteræ, quò huic proximiores, erunt breviores; & quò remotiores, longiores. Et duæ æquidistantes erunt æquales. Et Tangens erit omnium longissima.

Est ocularis demonstratio: quoniam, si à puncto A, rectæ in concavam circuli partem ducantur, AE erit maxima, quia per centrum transit: & inter cæteras illa erit major, quæ sit proximior lineæ AE. Et illæ, quæ sint æquidistantes (puta AO, & AP.) erunt æquales.

Si autem à puncto G in convexam superficiem ducantur, minima linea erit GH, nam, si protraheretur, per centrum M transiret. Et inter cæteras illa erit minor, quæ sit proximior lineæ GH. Et illæ, quæ sint æquidistantes (puta GI, & GK) erunt æquales.

Si à centro circuli in punctum, quod Tangens pertingit, ducatur linea, Tangentem ad angulos rectos secabit. Patet; quia, si angulus esset acutus, ut MRG, aut obtusus, ut M△G, esset Secans, & non Tangens illa linea, non enim Circulum tangeret in N, sed secaret in △ & R. Porrò anguli MGN, & NMR æquales sunt. Ergo anguli NMG, & MGN. exæquant unum rectum. Ergo tertius angulus MNG. est rectus: nam in triangulo GMNG. omnes tres anguli sunt æquales duobus rectis. Euclides *lib.* 3. *prop.* 18. & 19.

✠Num. CXL. *Figur.* 97.

Si duo Circuli se mutuò secent, aut contingant, non erunt concentrici. hoc est, non habebunt idem centrum. Euclides *libr.* 3. *propos.* 5. & 6. Nam, si supra centrum B ducatur Circulus CDE, quem Circulus KCI. contingit in C. & Circulus EFDH secat in D & E, nec tangentis, nec secantis Circuli centrum erit B. sed A & M. ergo uterq; erit Eccentricus.

Circulus Circulum non-nisi in duobus punctis secare potest. Ergo, si secet semel, debet secare iterum: & tamen ter secare non poterit. Nam circuli CDE, & FDH. quia se secant in D. debent iterum secari in E. non autem poterunt secari ter. Euclides *libr.* 3. *propos.* 10.

Duo Circuli non-nisi in unico puncto se contingere possunt. Euclides *libr.* 3. *propos.* 13. Considera contactum C. & vide, an pluribus in locis simul fieri possit?

✠Num. CXLI. *Figur.* 98.

Quando duo Circuli se contingunt, centra & punctum contactûs sunt in lineâ rectâ. Euclides *libr.* 3. *prop.* 11. & 12. Quoniam, si contactus sit externus, linea, quæ per centra D & C ducetur, transibit per B punctum contactus. Et, si contactus sit internus, linea per centra DE ducetur, & in F, punctum contactûs, incidet

Omnes Circuli, seu magni, seu parvi in eundem graduum numerum dividuntur. Hanc propositionem probo propter Illustrissimum Dominum N. Virum doctum, sed purum Theologum, quem omnem Circulum habere 360. gradus negare audivi, putabat enim plures in magno gradus, & pauciores in parvo numerari debere.

Vt Propositionem persuadeam, adnoto partes, aut esse proportionales, aut determinatas. Porrò, si agamus de determinatis (pedibus, palmis, ulnis, &c.) plures sunt in Circulo magno, & pauciores in parvo. Si autem de proportionalibus in omni lineâ, corpore, aut superficie sunt eædem. Quicumque Circulus duos semicirculos, tres trientes, quatuor quadrantes, quinque quintas partes, &c. complectitur: repugnatque, ut

tres

tres semisses, aut duos trientes, aut quinque quadrantes possideat. Habet igitur Circulus 360. trecentesimas-sexagesimas partes; non pauciores, aut plures. Sed trecentesima-sexagesima Circuli pars vocatur *Gradus*. Circulus igitur 360. gradus; & non plures, aut pauciores continet.

Figur. 85.

Quomodo per tria puncta, quæ non sint in lineâ rectâ, ducetur circulus? Consultò, ut hæc tria puncta non sint in rectâ lineâ, præcipimus; circulum enim per talia puncta ducere impossibile est.

Igitur, si dentur tria puncta A.B.& C. & per ipsa jubear ducere Circulum; sumam circinum, & altero pede posito in A. ducam unum arcum secretum apud G. alterum apud F. & posteà posito in B. priores arcus secabo: notabo puncta sectionum G & F. eademque lineâ rectâ F. G. connectam, & dicam centrum circuli cadere in aliquod punctum lineæ F.G. Sed in quod? Sumam iterum circinum, & posito altero pede in B. notabo duos arcus secretos, alterum apud E.& alterum apud D. & posteà posito altero pede in G. arcubus secretis arcus istos secabo: & puncta sectionum notabo literis E & D. uniam tandem hæc puncta linea E. D. & iterum dicam centrum cadere in lineam E. D. Ergo in punctum commune utrique rectæ; nempe in H. Tunc resumpto circino, & centro H. & radio H.A. describam circulum, qui necessariò transibit per puncta B.& C. ut jubebatur.

Si detur circulus, quo modo inveniam centrum? Eodem modo. Notabo in illo tria puncta ad libitum, (sunto A,B,& C.) ducam methodo præcedente lineas F. G.& D.E. & in H. sectionis puncto dicam esse centrum, quod quæritur. Euclides *lib.3.prop.*1. Sicut circuli integri, sic etiam cujuscumque arcûs centrum, si petatur, inveniam. Euclides *lib. 3. prop.* 20.

Profectò in diversis Facultatibus Circuli habent diversas denominationes, à loco, & aliis circumstantiis desumptas.

Figur. 3. & 14.

IN Astronomiâ indipiscuntur Circuli diversa nomina diversimodè considerati.

Dicuntur *Concentrici*, qui idem habent centrum cum globo, cujus respectu sunt concentrici. Sic Solis Deferens juxta mentem Longomontani, & Figuram III. est concentricus respectu Terræ: & hinc quæritur Astronomi, Vtrùm Mercurii, & Veneris, necnon trium superiorum Orbes sint Soli concentrici? hoc est, Vtrùm habeant centrum in centro corporis Solaris? Item, Vtrùm satellitum Iovialium deferentes sint concentrici? hoc est, An circa Iovis centrum circinentur?

Dicuntur verò *Eccentrici*, Circuli, qui dicuntur circa diversum centrum. Sic in Figurâ XIV. centrum Terræ est A.& orbis Lunæ SBR est Eccentricus, quia non habet centrum in A tellure, sed in M. puncto à tellure distante; & ideò linea AM appellatur *Deferentis Eccentricitas*.

Epicyclus est circulus parvus, *qui centro* suo delineat Eccentricum: talis est HG, qui centro suo B, Circulum BRS percurrit. Tycho addit epicyclos secundos, quorum centra describunt primos, & in circumferentiâ Planetam inhærentem convolvunt, cujusmodi in hypothesi Lunæ est NTDV.

Centrepicyclus est circellus, qui *à centro* Deferentis percurritur, qualis est MYAXM.

Æquans est Circulus, in quo æqualibus temporibus æquales arcus percurrit Planeta, qui per alium circulum promotus, æqualibus temporibus spatia inæqualia percurrit.

Num. CXLII. *Figur.* 93.

RESpectu Æquinoctialis & Ecliptiæ in Cœlo & Terrâ Circuli variis nominibus distinguuntur. Alii majores, & alii minores sunt. Illi sphœram in duas æquales partes, isti verò in inæquales secant.

Circuli majores sunt Æquinoctialis, Zodiacus, Coluri, Horizon, Meridianus, Azymuthi, &c. Circuli autem minores sunt Tropicus ♋, & Tropicus ♑: Circulus Arcticus & Antarcticus: Paralleli, Amicantharati, &c. De quibus agunt Authores, qui de Circulis Sphæræ disputarunt.

Num. CXLIII.

IN Cosmographiâ Paralleli, circuli minores sunt, Æquinoctiali paralleli. Et in Terrâ juxta varias considerationes numerantur, & mensurantur.

Circuli latitudinum Æquinoctiali paralleli distant gradu-at, quot volueris, intermedios admittunt.

Tropicorum distantiam Ecliptica ΛΟΞΙΑΣ metitur. Esse variam communis statuit opinio.

nio. Esse eamdem multi doctè opinantur. Porrò, si Ecliptica varietur obliquitas, etiam variabitur Tropicorum distantia. Sed quantum? Godefridus wendelinus in Loxiâ, gradum integrum numerat. Vult enim esse minimam grad. 23. 30′. & maximam gr. 24. 30′. & hæc erit Tropicorum ab Æquinoctiali, & Circulorum (Arctici & Antarctici) magnitudo: illorum enim radius sinum maximæ declinationis exæquat.

Si Ecliptica variatur obliquitas, etiam paralleli, qui Climata distinguunt, & dividunt, temporis successu mutantur. Communiter hanc varietatem Cosmographi negligunt: sed Iosephus Langius *in fine cap.7. suæ Geographiæ* ponit Tabulam, in quâ maxima Ecliptica obliquitas à minimâ curiosè distinguitur. Vnde Clima V. in quo nos degimus, sic describit.

CLIMA V. *Per Romam, & Hellespontum*	*Dies maxima.*	*Altitudo Poli.* In obliquitate maxim. G.	min. G.
	in princ. H 14 45′	38 32′	39 3′
	in med. H 15 0	40 52	41 24
	in fine H 1 15	43 0	43 33
Ponit Circulum Arcticum		66 8	66 32

Non ergo 60′ min. ut wendelinus, sed 24′ tantum variationem admittit.

IN Theologiâ Circulus est linea, verè perfectissima, & Divinissima, quàm (N.B.) nullus unquam Mathematicus dimensus est, & tamen per eam singuli angulos, & lineas quascumque metitur. Est ergo Circulus res quædam ignota, per quam tamen innotescunt lineæ, superficies, & solida. Quam ob rem, inter Geometría partialia objecta obtinere debebit summum locum.

Plato, qui *Divinus* vocatur, quòd nemo ex Philosophis de Deo doctiùs, & sublimiùs scripserit, interrogatus, quid faciebat Deus antequam mundum condidisset, dedit responsum celebre, quod, ut Oraculum à Poëteris admissum est. ΓΕΩΜΕΤΡΕΙΝ ΤΟΝ ΘΕΟΝ, dixit. Hoc est, *Deum geometricari*. Quæ resolutio habet sensum reconditum, quem breviter dilucidabo.

Mercurius Trismegistus, Ter maximus (quà enim Princeps, quà Philosophus, & quà Sacerdos, tanquam maximus suspiciebatur: quem Suidas Pharaone antiquiorem existimat) Deum esse dixerat, *Intelligibilem Sphæram, cujus centrum ubique sit, & nullibi circumferentia*. Et huc Plato respexisse videtur. Nam ab æterno Deus scientiâ necessariâ se intelligit, & liberâ creaturas cognoscit. Ergo, quà se cognoscit, ΓΕΩΜΕΤΡΕΙ circa sphæram intelligibilem: & quà creaturas cognoscit, etiam ΓΕΩΜΕΤΡΕΙ; habuit enim ab æterno ideam, quæ Mundo, Cœlis, Stellis, Terræ, &c. figuram Sphæricam: &, quæ rebus omnibus ΜΕΤΡΟΝ præscripsit; nam sicut in tempore creavit, sic etiam ab æterno, juxta ideam Geometricam quàm mente formaverat, omnia erat in numero, pondere, & mensurâ producturus. Vnde Boëtius.

— Tu cuncta superno
Ducis ab exemplo, pulchrum pulcherrimus ipse
Mundū mēte gerens similiq; ab imagine formās.

De hoc argumento doctè & eloquenter Petrus Gassendus in Oratione inaugurali, quæ habetur *Tom. IV.* discurrit; unde placuit uberioris eruditionis gratiâ aliquas periodos excerpere. Inquit enim: *Donec porrò Deus in seipsum attendit, ecquid inspicit, ut Geometricè contemplari quicquam censeatur? Scilicet primùm Naturam suam, ac deinde Triadem sacram Hypostaseon, seu personarum. Nam imprimis quidem Naturam contuetur, habetque ut Sphæram, cujus (Ethnico etiam definiente) centrum sit ubique, circumferentia nusquam, quo loco par est admonere; cùm Deum nemo viderit unquam; cùm habitans Deus lucem inaccessam, & hominum, quasi noctuarum, oculos fulgore præstingens, posuisse dicatur tenebras latibulum suum; ea propter non esse, cur nos, miselli homunciones, & pulvis, cinisque cùm simus, quidpiam de tantâ majestate, quatenus in se est, non dico effari, sed ne hariolari quidem contendamus. Quocirca decere, ut nos sic habeamus nosse Deum figmentum*

mentum noſtrum, & paternâ quâdam indulgentiâ, ferre nos de ſe, non ut in ſe eſt, ſed ut noſtro captui congruum eſt, loquentes ac eſſe abunde, ſi ea balbutiamus, ex quibus ipſe, quia bonus eſt, tanquam ex ore infantium, lactentiumque laudem perficiat. Igitur concipimus Deum, dum ſuam ſpeculatur naturam, habere ipſam quaſi ſphæram, quatenus à nobis nulla figurarum capacior, æquabilior, perfectior intelligitur: quatenus cum ſit ſummè individua, eſt ipſamet veluti centrum, ex quo divinæ perfectiones, quas & proprietates, & attributa nominant, quaſi radii quidam dimanent; quatenus iſtæ perfectiones ſunt ipſi quaſi circumferentia, qua veluti circumſcribatur, ſeu quo poteſi modo definiri, diſcernatur ab omni re, quæ non eſt Deus. Quanquam ne propterea veram aliquam limitationem imaginemur, nuſquam exſtare hujuſmodi Circumferentiam dicimus, innuentes nullam perfectionum divinarum eſſe extremum. Quomodo, ne vox quoq; centri limitatum quid ſuggerat, ideò ipſum eſſe dicimus ubique; innuentes naturam divinam in omnibus, & cum omnibus perfectionibus idem eſſe; utpotè, quæ fons ſimul inexhauſtus, & Oceanus interminatus ſit.

Præter Circulum ſunt etiam aliæ lineæ Curvæ, quas debet Geómetra bene cognoſcere, & expeditè conformare: præcipuæ ſunt Ovalis, Elliptica, Cittois, Helicoïdes, Hyperbola, & Parabola. Duæ priores, quia cognominem Figuram conſtituunt, exponentur, & dilucidabuntur inferiùs proprio loco. At verò cæteræ, quia non claudunt ſpecialem Figuram, debebunt impræſentiarùm explicari.

De Cittoïde.

Num. CXLIV. *Figur.*30.

NOs Serpentinam dicimus, quam *Cittoidem*, Michaël Havemannus in Geometriâ compendiosè adornatâ *pag.*8. *num.*4. & quam Ioannes Henricus Alſtedius *Encyclopædiæ libr.*14. *cap.*4. *pagin.* 300. & alii *Critoidem* appellant, formatur undatim, (& poſſet *Vndoſa* vocari) videlicet, ut proponit Figura XXX.

Ducitur linea ſecreta *bd*, & æqualibus ſpatiis notatur punctis *bcd*, & centro *b* ducitur ſemicirculus: & centro *c* alter ſemicirculus CIE: & centro *d* tertius ſemicirculus, &c. Sicut illa, quam pinximus, ſe promovet per ſemicirculos, potuit procedere per arcus 60. vel plurium, aut pauciorum gradutim; per arcus ovales, aut ellipticos; parabolicos, aut hyperbolicos; nobis autem ſufficiat pinxiſſe circulares.

De Helicoïde.

Num. CXLV. *Figur.*30.

VOluta dicitur ab Architectis, quod circa ſuum centrum volvatur: & vulgò facillimè, at à nonnullis tantiſper curioſius delineatur, duos proponam modos. Eſt

Primus. Ducatur linea ſecreta ♀♂: & in illâ notentur duo puncta *a* & *e*. & hæc erunt centra omnium ſemicirculorum. Supra centrum *a* duco ſemicirculum: & ſupra centrum *e* ſemicirculum ſequentem: & ſupra centrum *a* alterum ſemicirculum, &c. Hic modus in minoribus ſchematibus eſt pulcher; at in majoribus languet, & ideò ab Architectis eſt inventus

Secundus, qui non per ſemicirculos, ſed per quadrantes procedit, tantiſper videtur operoſior, ſed, ſi debitâ curâ exerceatur, eſt pulchrior.

De P. Athanaſii Kircheri Hyperbolâ, & Parabolâ.

Num. CXLVI. *Fig.*33.

NOn eſt valde frequens hujuſce lineæ uſus; at neſcire non poteſt Geometra, quâ ratione formatur. Super lineam rectam CD, erigatur perpendiculum AB. Vertex erit in A: centrum in *u*: amplitudo Hyperbolæ erit CD. Perpendiculum AB in decem ſpatia dividatur, & *u* erit in medio. Poſteà centro *u*, & radio *u*A duc arcum AS: & iterum, centro *u*, & radio *u*C duc arcum CT. Lineam ST divide ſimiliter in 10 partes: & poſteà centro *u*, & radio *u*1, duc arcum uſque ad lineam *a*: & centro *u*, & radio *u*2, duc arcum uſque ad lineam *c*: & centro *u* & radio *u*3, duc arcum uſque ad lineam *i*: &c. & poſteà deſcendendo, centro *u* & radio *u*6, duc arcum uſque ad lineam *m*: & centro *u* & radio *u*7, duc arcum uſque ad lineam *n*: &c. Tandem per puncta, in quibus arcus hi parallelas interſecant, duc lineam, quæ erit deſiderata Hyperbola.

Num. CXLVII.

lineam hanc P. Athanaſius Kircher, *Artis ne lucis, & umbræ. lib.*3. *pag.*307. deſcri- & *Parabolam* nominat. Pragmatiæ VI. eſt titulus, *Parabolam omnium facillima me- do deſcribere.* Et poſt expoſitionem, *Atque hæc eſt omnium, meâ quidem opinione, facilli- ma Regula parabolarum Geometricè deſcri- bendarum.* Et demum Pragmatiâ XI. docet *hyperbolam deſcribere*; & eamdem figuram, & doctrinam reponit, & per puncta parallelarum, & arcuum ducit *curvam lineam, quæ dabit hyperbolam.* Ergo unam, & eamdem lineam, unâ, & eâdem methodo deſcriptam jam *Parabolam* vocat, jam *Hyperbolam*.

De Parabolæ deſcriptione.

Num. CXLVIII. *Figur.* 34.

SIt AG margo tabulæ, quam debet percurrere, norma BCD ΠΡΟΣ ΤΑΣ Ο'ΡΘΑΣ: altitudo parabolæ ſit EF, & amplitudo AG erit quadrupla. Sumatur filum duplum altitudinis parabolæ FE; cujus altera extremitas infigatur centro F, altera normæ in puncto C. & tunc accepto graphio, & adhærendo normæ ab F in A percurratur, & habebitur lineæ, quæ quæritur.

Ex filo tranſeamus ad circinum, & hanc Figuram examinemus, & , quia caremus vocabulis FE, dicatur *Altitudo parabolæ*, aut etiam *Sinus totus parabolæ*: aliæ rectæ illi parallelæ; quales ſunt HI, KL, MN. &c. *Sinus recti*. Linea AG *Amplitudo parabolæ*: & tandem lineæ, quæ à parabolæ centro in ipſammet parabolam, ſeu capita Sinuum rectorum veniunt, quales ſunt FD. FH. FK. FM. &c. *Radii* nominentur. Et his poſitis ſtando delineationi filo factæ hæ Aſſertiones ponuntur. PRIMA. *Amplitudo parabolæ altitudinis reſpectu eſt quadrupla.* SECUNDA. *Aggregata ex radio, & ſinu recto eidem radio correſpondenti, ſunt æqualia.* [Ergo FH & HI ſimul ſumptæ, ſunt æquales FK, & KL ſimul ſumptis; & FM & MN. ſimul ſumptis.] TERTIA. *Aggregatum ex radio, & ſinu recto eidem correſpondente totius ſinûs eſt duplum.* Hucuſque venit calamus *cæca regens filo veſtigia*. (Virg.) circinum, & regulam tumamus.

Num. CXLIX. *Figur.*34.

Duco lineam AB. partium 16. exempli gratiâ; biſeco illam in C: érigo perpendiculum in ☼ partium 4: addo numeros ſurſum dextrorſumque, incipiendo à C: & ſic diſcurro. Sinus totus parabolæ eſt 4. ergo aggregatum ex radio, & ſinu recto erit 8. Ergo quando radius erit 5. ſinus erit 3: quando ille erit 6, hic erit 2: quando ille 7, hic erit 1: quando ille 8, hic 0. Centro igitur C, & radio C5, duco arcum 5F uſque ad tertiam parallelam: Ergo radius CF erit 5, & ſinus rectus deſcendens ab F perpendiculariter erit 3. Poſteà centro C, & radio C6. duco arcum 6G, uſque ad ſecundam parallelam: Ergo radius CG erit 6. & ſinus rectus cadens à G erit 2. Eodem modo à 7 duco arcum in punctum S. Et tandem ducens curvam lineam per puncta ☼ FGSB. ajo hanc eſſe illam eamdem parabolam, quam filo deſcripſimus.

Et quidem hæc linea eſt eadem, aut fere cum illa, quam P. Kircher jam parabolis, jam hyperbolis, ut vidimus ſuperiùs, adſcribit.

De Hyperbolæ delineatione.

Num. CL. *Fig.*36.

DUco lineam perpendicularem ACF; in quâ ſit centrum reflexionis C; hyperbolæ vertex B; centrumque oppoſitæ hyperbolæ A. & filo adjuti hyperbolam breviter deſcribamus.

Sumam igitur duo fila, & per foramen acûs inducam: alterum infigam in A, alterum in C: & poſito acûs oculo in B, traham in D utrumque filum, ut ex B ad D. ſint æqualia. Faciam nodum in D: & illum tenebo ſiniſtrâ, ut (& nota hoc bene) ex nodo ad oculum acûs fila ſint æqualia. Et manu dexterâ dirigam acum, cujus oculus hinc formabit lineam BGH, & illinc BK.

Si fila à nodo ad oculum acûs ſemper æqualia ſunt, ſequitur æqualiter creſcere lineam, quæ à reflexionis centro, & illam, quæ ab oppoſitæ hyperbolæ centro deducitur. Ergo non erit difficile filum in circinum, & lineale convertere.

Num. CLI. *Figur.* 36.

Duco perpendicularem lineam CK, & in ipsâ noto verticem parabolæ in A; centrum reflexionis in S; centrum oppoſitæ parabolæ in C. Hanc eamdem lineam divido in partes æquales hinc inde ab A, & numeros addo, ut omnis viteur confuſio. Sumo deinde circi-

num, & centro C,& radio C1, duco primum arcum; & posteà centro C, & radio C2, secundum; deinde centro C, & radio C3, tertium, &c. usque ad ultimum: & hos arcus *adscendentes* vocemus, ut distingui ab aliis possint, quos *descendentes* appellabimus. His delineatis arcubus, transeo ad alterum centrum; nempe ad S. & arcus descendentes conformo. Centro igitur S, & radio S1, duco primum descendentem, qui in puncto D, in primum adscendentem impinget. Tunc centro S, & radio S2, secundum descendentem delineo, quousque secundum adscendentem pertingat in E; &c. Notatis igitur concursuum punctis D,E,F,G,H,I, &c. per illa duco lineam, quæ erit illa ipsissima-quam priùs acus filis recta formaverat; & hanc esse hyperbolam, quæ quærebatur.

Et hîc obiter nota, declinationum lineas in Sciathericis planis esse curvas, & à sine Artificibus etiam vocari Hyperbolas, quod his fundamentis insistant; quæ dabimus, cùm in Horographiâ Tropicos,& Signa Solis exarabimus.

LIBER QVARTVS.

De Angulis.

Angulus [ΓΩΝΙΑ dicitur Græcè; &, si parvulus sit ΓΩΝΙΔΙΟΝ, *angellus*] *est duarum linearum cõcursus.* Et debent Anguli bene cognosci, ne in examine Figurarum erretur. Porrò in Fig. 30. lineæ ☉B, & EB concurrunt in B, & formant angulum ☉BE. Lineæ EB, & FB. similiter concurrunt in B. & formant angulum EBF. lineæ OS,& BS,concurrunt in S, & formant angulum. Lineæ angulum constituentes *Crura*, aut *Cosiæ* vocantur.

☉Num. CLII. *Figur.* 30.

Anguli secundum lineas, quæ illos constituunt, considerati, in Rectilineos, Curvilineos, & Mixtos dividuntur. Angulus rectilineus est, cujus utraque linea est recta, [ut angulus EB☉. & FBE:] Angulus curvilineus est, cujus utraque linea est curva, ut BVC. & CVD: Et tandem Angulus mixtus est, cujus altera linea est recta, altera curva, ut BFV: & CBV: & BCV: &c.

De Angulis Planis Rectilineis.

☉Num. CLIII. *Fig.* 30.

FOrmantur duabus lineis rectis concurrentibns, & jacentibus in eodem plano; & in Rectos & Obliquos subdividuntur.

Rectus[Græcè ΟΡΘΟΓΩΝΙΟΣ est, cujus crura sunt perpendicularia: nam angulus rectus est ☉BF, aut FBC. in quo alterutra linea in alteram cadit perpendiculariter. Hic solet vocari *Normalis*.

Obliquus[Græcè ΔΟΧΜΙΟΓΩΝΙΟΣ, ΔΟΧΜΟΓΩΝΙΟΣ, & ΑΟΞΟΓΩΝΙΟΣ] vocatur omnis angulus, qui non est rectus. Si sit major recto, qualis est EBD, dicitur *Obtusus*,& Ioanni Laurenbergio in Gromatices *cap.* 4. *Hebes*,[Græcè ΑΜΒΛΥΓΩΝΙΟΣ] si minor, *Acutus* [Græcè ΟΞΥΓΩΝΙΟΣ] & talis est angulus EB☉.

☉Num. CLIV. *Figur.* 30.

RAtione sitûs anguli vocantur *Contigui*, *Verticales*, *Collaterales*, *Alterni*, *Oppositi*.

Anguli contigui[Græcè Γ'ΦΕΞΗΣ *adiacentes*] sunt, qui in eodem puncto concurrunt & habent mediam lineam communem, ut ☉*cd*, & *dce*, qui contigui meritò dicuntur; quoniam inter ipsos nullus alius angulus interjacet.

Angulos ad verticem ratione sitûs denominantur: nam, si *c* sit vertex; *dce* erit angulus inferior: ☉*cb*, superior: *bce*, dexter: ☉*cdf* sinister. Rarò Authores his nominibus utuntur, sed, quia aliquando succurrunt, ignorari non debent.

Anguli alterni[Græcè Ε'ΝΑΛΛΑΞ] sunt, quos

quos format linea recta decussans duas parallelas,cis,& citra lineam incidentem oppositi. At verò oppositi internus, & externus [Α'Π' Ε'ΝΑΝΤΙΩΝ] quos facit etiam linea incidens in duas parallelas.

Sanè anguli *feg*, & *deh*: item ☉ *de*, & *cdb*: item ☉ *dc*,& *bde*: item *def*, & *heg*: sunt simpliciter oppositi: & regi debent hoc Axiomate, *Anguli simpliciter oppositi sunt æquales*. Anguli ☉ *dc*, & *fec*, sunt oppositi 'Α Π' Ε'ΝΑΝΤΙΩΝ: prior vocatur externus, & posterior internus;& etiam sũt æquales: unde oritur Axioma, *Anguli oppositi* 'Α Π' Ε'ΝΑΝΤΙΩΝ, *internus, & externus, sunt æquales*.

Alterni sunt ☉ *de*,& *deh*:nec-non *bde*, & *def*:& etiam inter se sunt æquales: stat igitur hoc Axioma, *Anguli alterni sunt æquales*.

Si demonstrationem omnium postules, ducam ad eosdem angulos decussari lineam ☉*b*, ac lineam *fg*: & hanc ob rem angulos *cdb*, ☉ *de*, *deh*, *feg* acutos esse æquales: & consequenter ☉ *dc*,*bde*,*def*, *heg* obtusos esse etiam æquales.

☉Num. CLV. *Figur.* 37.

VT Angulorum cognoscatur magnitudo, & diversitas, oportet in puncto concursus constituere centrum, & describere circulum intelligibilem, vel umbratilem. [Converte oculos ad Figuram XXIV.] qui divisus in 360 partes determinet, quantus sit ille angulus.

☉Num. CLVI.

Scio Veteres olim nullam habuisse legem in divisione circuli: posteà illum in 60 partes divisisse: scio Iuniores illum aliquos in 360 partes dividere, & singulas subdividere in centesimas: scio aliquos, ut calculi consulerent facilitati, dividere circulum in 10. & posteà singulas successivè etiam in 10. &c. unde posito circulo partium, 10, 00000. singulæ erunt paulò majores communibus secundis, quæ sunt in circulo 12, 96000. at illius communis obtinuit, ut totus circulus in partes 360. singulæ partes in minuta 60. & hæc in 60 secunda dividantur: quam ultimam divisionem,ut communem,& ab omnibus receptam,impræsentiarùm supponemus.

Angulus rectus est quadrans circuli, vel angulus 90. graduum. Tales sunt in Figurâ illâ angulus BAD. DAE. EAG. GAB; unde constat totum circulum angulis quatuor rectis compleri.

Semicirculus complectitur gradus 180. Talis est arcus GBD, vel GED.

Super lineam, si cadat alia linea, faciet duos angulos; qui, vel erunt duo recti, vel simul æquales duobus rectis. Nam, si linea sit GD. & linea decidens, sit perpendicularis, qualis est BA, formabit duos angulos rectos; hinc BAG. graduum 90; & inde BAD, etiam graduum 90: simul graduum 180. Si linea cadat obliquè, ut CA: formabit duos angulos inæquales, ex quibus acutus, tot gradibus erit minor recto, quot obtusus erit recto major: quam ob rem, si angulus minor, vel acutus CAD esse graduum 42. dicatur; alter angulus major, & obtusus GAC. erit graduum 138. & simul erunt graduum 180.

☉Num. CLVII. *Figur.* 81.

Anguli recti fabrica est Geometrica: nam, si fiat per instrumentum, istud conformatur Geometricè. Est autem instrumentum, quo utimur illud, quod Latinè *Norma*, Hispani *Escuadra*, Germanicè verò *Ein winck el mass*: *winckel hacken* dicitur: quale exhibet Figura LXXXI.& potest hoc modo describi. Duc lineam IK. & centro I. priùs & posteà K. duc arcus DE,& LM: per puncta sectionum duc lineam NO: & angulis NCK erit rectus; & juxta illum Instrumentum poterit elimari. Prætereà, si aliam inire viam volueris,lineam IK divide in partes æquales quotcunque. Tunc nota punctum C.& centro C. & radio CG. partium 4. duc arcum DE. Et centro F. quod distet à C. partibus 3.& radio FB. partibus 5. duc arcum DN. à puncto sectionum N. dimitte lineam in C.& dic angulum NCF esse rectum: & super illum posse normale Instrumentum formari. Pendet à Pythagoreo Triangulo demonstratio: Triangulus enim, cujus lineæ sunt 3, & 4, & 5. est rectangulus.

Omnes anguli recti, si duabus lineis rectis formentur, sunt æquales. Hanc supposuerunt, & assumpserunt Veteres tanquam specialissimam Assertionem. Ego in illâ nihil speciale reperio. Sic inquam. In Arithmeticâ omnes Binarii sunt æquales: omnes Ternarii etiam: omnes Quaternarii etiam: &c. omnes Denarii; omnes Centenarii, &c. Ergo in Geometriâ omnes Anguli duorum graduum erunt æquales: omnes anguli trium: omnes anguli quatuor: & universaliter loquendo, omnes anguli, qui sint eorumdem graduum,

erunt æquales inter se. At recti omnes sunt 90 graduum. Omnes igitur recti sũt æquales.

Objicis ex Alstedio *tom. 2. Encyclopæd. libr. 14. cap. 5. pag.* 308. istas Propositiones. (1) *Non omnes anguli recti sunt æquales.* (2) *Non omnes æquales sunt recti.* (3) *Non omnis angulus major recto, est obtusus.* (4) *Non omnis minor recto, est acutus.* Ergo frustra statuitur omnes angulos rectos esse æquales; frustra asserimus ideò obtusum ab acuto distingui, quod ille major, & iste minor recto sit. Respondeo nos expresè agere de angulis, quos format rectarum concursus, Alstedius verò agit de angulis mixtis: de quibus etiam inferiùs differemus. Et ideò nulla est inter nos oppositio.

Num. CLVIII.

Sed quomodo potero scire, an angulus, quem fortè proponis, sit rectus? Ex præcedenti doctrinâ à puncto concursûs duc perpendicularem, quæ, si cadat supra alteram costam anguli propositi, erat rectus; si intra, erat obtusus; si extra, acutus.

Num. CLIX. *Figur.* 37.

Quomodo autem quot graduum ille sit? Explicabo. Datur angulus ACE, qualem Figura proponit, & quantitas ejus inquiritur. Recurro ad circulum ex aurichalco conformatum, & bene divisum, qualem Figura XXXVII. proponit, sumo circino radium, & transiens ad meam Tabulam centro angulo duco arcum. Posteà circino, hujus arcûs magnitudinem sumo, & ad circulum aurichalcicum rediens, pono alterum pedem in D. & alter in circumferentiâ gradum minutumque notabit, quæ inquiro. [Vtor, & ego Semicirculo corneo, &, quia transparens est, omnia expedio faciliùs. Ita igitur applico hunc Semicirculum angulo, quem exploro, ut centrum centro, (hoc est, puncto concursûs) correspondeat, semidiameterque alteri anguli cruri; & statim video, quem circumferentiæ gradum alterum crus intersecet.]

Hac arte, à puncto quocumque, & super quamcumque lineam potero practicè angulum quantumcumque describere.

De Angulis Planis, Curvilineis, & Mixtis.

Num. CLX. *Figur.* 38.

SVpra eamdem superficiem, vel tabulam formantur arcubus anguli, quorum etiam est necessaria cognitio.

Inter omnes Curvilineos, & Mixtos ille celeberrimus est, qui vocatur *Contactûs*, quem primo loco explicare debebo; ab illo enim aliorum omnium dependet exacta notitia.

Lineam BF, tangat circulus A. ajo illum *non in parte, sed in puncto tangere*: quod breviter & clarè demonstro. In circulo omnes lineæ à centro ad circumferentiam sunt æquales. At hoc non esset verum, si tangeret lineam in parte, & non in puncto. Ergo illam tangit in puncto, non in parte. Assumptam minorem persuadeo. Lineæ BF. partem IL, à circulo tangi ponamus. Ergo à punctis I, & L ad centrum circuli P. ducantur lineæ IP, & LP. Habebimus igitur triangulum PILP. qui erit isosceles, hoc est, habens duas lineas, & duos angulos æquales. Hunc eumdem triangulum dimisso perpendiculo à P in D. divido in duo rectangula. Ergo perpendiculum PD erit minus alterutro latere, quod in omni isoscele (aut etiam in omni triangulo) debet contingere. Atqui linea IL dicebatur pars circumferentiæ circuli A. Ergo, si IL est pars dictæ circumferentiæ, lineæ à centro ad circumferentiam non sunt æquales. Hoc est omninò absurdum, & contra essentialem circuli definitionem. Non ergo circulus lineam tangit in parte. Ergo tangit in puncto; quod erat demonstrandum.

Num. CLXI.

Addo esse angulum contactûs omni angulo acuto rectilineo minorem. Et demonstro. A puncto D. duco lineam DE, quæ non coincidat cum lineâ DF, sed faciat angulum EDF; Ajo hanc secundam lineam, non tangere, sed secare circulum; adeoque angulum EDF esse majorem angulo ACDF. quoniam, si recta non secat circulum à C in D. à C in D illum tangit: at hoc repugnat, ut paulò antè vidimus: secat ergo.

Addo hoc prodigium. *Dantur in Geometriæ flaviss. duo Anguli* (&, si Anguli quantitas sit, ut Ego existimo, duæ Quantitates) *major, minor; quorum, si minor crescat in infinitum, & major in infinitum diminuatur, minor semper mansurus sit minor, & major major: quin unquam minor crescendo majorem exæquet; vel major descrescendo minorem.* Demonstratur: si enim omnis angulus rectilineus omni angulo contactûs major sit, etsi ille in infinitum diminuatur, semper erit rectilineus; & iste, etsi in infinitum crescat, semper erit angulus contactûs. Ergo ille semper erit major, & hic minor. Euclides *libr. 3. prop. 16.*

Num. CLXII. *Figur.* 38. & 39.

Sed quomodo angulus acutus in infinitum diminuetur? Si lineâ MD interjectâ bifariam, v. g. in infinitum dividatur.

Et quomodo angulus contactûs augebitur in infinitum? Si in infinitum circuli minores, & minores fiant: puta, si sequentis circuli diameter sit, qui erat præcedentis semidiameter: ut videre est in circulo PSD. cujus diameter est circuli ACD. semidiameter. Sanè angulus contactûs crescere, si circulus fiat minor, ostenditur: quoniam angulus KSDF. angulo ACDF. major est. Et hoc quidem demonstratione oculari suadetur, nec audiendi, qui asserunt omnes contactûs angulos æquales esse.

Potest angulus contactûs duplicari. Demonstratur. Centro R ducatur circulus ODP, qui sit æqualis circulo ACD. Ajo igitur angulum PDF, esse æqualem angulo ACDF: adeoque angulum ACDP: duplò majorem, quàm angulus ACDF.

Hic angulus ACDP. *tametsi duplò major, quàm angulus* ACDF. *est etiam rectilineo omni minor.* Et eâdem ratione, quâ angulus ACDF. demonstratur.

Anguli simpliciter curvilinei, tametsi quantitatis ignotæ, possunt in datâ quâcumque ratione dividi. Nam, si postules à me, quantus sit angulus ADK, me nescire testabor: si tamen jubeas illum in duas, tres, quatuor, aut plures partes dividi, non reperiam difficultatem: quoniam lineam CK datâ ratione dividam, & per puncta, & punctum contingentiæ ducam circulos similes circulo GVD. quem in Figurâ XXXVIII. observamus: iste enim sicut lineam K C. sic etiam angulos KDC. & KDA in partes æquales intersecat.

Angulus, quem in circulo format diameter, & circumferentia est major omni angulo acuto rectilineo, & minor omni angulo recto. Demonstratur: nam in Figurâ XXXIX. angulus SIM rectus est: ergo SIB, angulus diametri, & circumferentiæ, minor recto. At angulus contactûs BIM est minor omni acuto: ergo angulus BIS est major omni acuto, & tamen nec rectus, nec obtusus est. Ergo, si agamus de hujusmodi angulis, quorum linea altera est recta, curva altera, non est verum dicere, Angulum acutum ab obtuso distingui, quòd ille minor recto sit, & hic major. Et hoc sensu *nu.* 157. loquebatur Alstedius. Immò, si angulum SIB. quem format diameter, & circumferentia, *rectum* vocare velis, dicere poteris, non omnes rectos esse æquales, nam, ubi radius est major, angulus est major: si enim radius sit SI. angulus est SIB: si autem sit FI. angulus est FIK multò major.

Num. CLXIII. *Figur.* 39.

Possunt in plano lineis circularibus formari anguli recti. Ostenditur. Nam FSB. est angulus rectus. Ergo, si centro F, & radio FS. ducas arcum SC. angulus FSC erit minor recto; & tamen major omni acuto. Progredere. Centro A. & radio AS. duc arcum SG. Ergo angulus BSG erit major omni recto; & tamen minor omni obtuso. Sed quantus erit angulus CSG? rectus exactè: nam FSB est rectus: & anguli CSD. & GSF æquales. Ergo angulus ille rectus tantum adquirit ex uno latere, quantum perdit ex altero. Est igitur præcisè rectus.

Sicut circularibus lineis formantur anguli recti, possunt formari acuti, obtusique, quorumcumque videlicet graduum determinatè. Et ostenditur: nam, si angulus BSD est 45. grad. angulus ESC erit grad. 45. similiter: &, si DSA est angulus graduum 135. angulus ESN graduum 135. etiam erit.

Anguli, qui, vel in eodem Circulo, aut in diversis (æqualibus, aut inæqualibus) arcum ejusdem proportionis ad totum Circulum subtendunt, sunt æquales. Sic in omni Circulo, magno aut parvo, anguli, qui insistunt sextanti (hoc est, sextæ circuli parti) æquales sunt. Sic etiam illi, qui insistunt Signo (hoc est, duodecimæ circuli parti.) Sic etiam illi, qui insistunt gradui (hoc est, trecentesimæ-sexagesimæ circuli parti.) &c.

Angulus graduum 90. quem subtendit circuli quadrans est rectus. Patet, quia linea FI, cadens super diametrum AB. quatuor angulos æquales facit; omnes rectos; non enim plus se inclinat in A, quàm in B: nam ab A distat 90. grad. & à B etiam 90. gradibus.

Num. CLXIV. *Figur.* 84.

Si in circumferentiâ duo notentur puncta, nempe EG; *& inde binæ lineæ ducantur ad* B *centrum; & binæ ad* A *oppositam circumferentiam; angulus, qui ad centrum duplò erit major*

jor altero. Euclides *libr. 3. prop. 20.* Vt faciliùs capias demonstrationem, quam expedio, considera circulum D C H A D. quem bisecat diameter DH: ergo arcus DCH est graduum 180. Duc igitur à D & H in A lineas DAH, & habebis angulum rectum DAH constantem 90. grad. Et quidem numeri 90. numerus 180. duplus est. Venio ad demonstrationem. Sit linea CE, æqualis radio: ergo arcus CFE erit 60. graduum. Ergo tot gradus habebit angulus EBC: at in triangulo hoc CEBC omnes lineæ, & anguli sunt æquales, ergo in triangulo æquilatero singuli anguli sunt grad. 60. Duco igitur lineam EA, EG, & GA. & habebo alium triangulum, etiam æquilaterum. Ergo angulus GAE erit 60. grad. Ergo semissis CAE grad. 30. at CBE erat graduum 60. Ergo angulus, qui ad centrum, ejus, qui ad circumferentiam, duplus est. Hinc nascitur hoc COROLLARIUM: *Angulus, qui ad centrum, tot graduum est, quot arcus, quem subtendit: at verò angulus, qui ad circumferentiam habet semissem graduum arcûs, quem subtendit.* Prior pars Corollarii est notissima, nam angulus EBC subtendit arcum CFE grad. 60. & ipse etiam 60. grad. habet. Demonstratur posterior. Quia angulus EAG respondet arcui ECG graduum 120. & tamen non-nisi 60. grad. habet. Angulus etiam DAH respondet toti semicirculo DCH. hoc est, gradibus 180. & tamen est angulus rectus, adeoque 90. graduum. Sic etiam, arcus ED est 30. grad. arcus GH etiam 30. gr. & HAD est semicirculus, grad. 180. complectens. Ergo EDAHG simul gr. 240. Totus iste arcus subtenditur ab angulo ECG. qui 120. graduum est: nam ECB est graduum 60. & BCG priori æqualis, etiam gr. 60. Igitur ECG gr. 120.

Si Circulus tangat lineam rectam, & à puncto contactûs ducatur chorda: & ab extremitate chordæ ducatur linea ad centrum circuli: formabitur Triangulus Isoceles, cujus basis sit chorda, & apex sit in centro circuli. Hic angulus, qui est ad centrum circuli, erit duplò major angulo, quem tangens, & chorda delineant.

Talis est Circulus ADCH, qui lineam KG, tangit in H. A puncto contactûs ducatur chorda HA. quæ angulum ABH subtendet. Ajo angulum ABH, anguli AHK duplum esse: nam ABH est grad. 90. & BAH BHA. AHK, qui sunt æquales, tantùm continent grad. 45.

Præter has lineas, quas in circulo consideravimus, sunt aliæ maximè necessariæ ad angulos, & arcus metiamur, *Sinus, Secantes, & Tangentes* vocantur. Sed de illis egimus num. 134. & in Syntagmate speciali agemus.

NOTA.

De P^C OMBOY *angulo in navigatione: & inventione longitudinis.*

EX angulorum, & linearum mensuratâ nascitur Trigonometria, quæ est quædam specialis Dialectica, Geometriæ inserviens; cui Peripatetica prodesse non potest. Ignorat hæc Geometrica Logica Categoremata *Omnis, Nullus, Aliquis, Aliquis non*, &c. & ex duorum angulorum & linearum, aut duarum linearum & anguli, aut ex tribus lineis & nullo angulo saltem in planis schematibus, ad adæquatam totius Trianguli cognitionem procedit. Vnde Franciscus Vieta, *Ex angulis latera, & ex lateribus angulos, & mixtim in Triangulis, tam planis, quàm sphæricis, adsequi, summa gloria Mathematici est. Sic enim Cœlum, & Terras, & Maria facilè & admirando calculo mensurat.*

Num. CLXV. *Fig. 90.*

Si adsit angulus, & navigando Poli metetur altitudo, triumphat Hydrographia. Tolle angulum, & omnes Navarchi cœcutient. Rem exemplo manifesto dilucido. Sit ADBC globus Terræ: F sit Hispalis, celebre emporium Beticæ, unde classis solvitur in Americam. Sit & G portus ille totius Brasiliæ celeberrimus, qui à nobis *Baïa de todos los Santos* nominatur. Iubeor ex Hispaniâ navigare in Brasiliam, &, ne in itinere exorbitem, consulo Hydrographiam, Artem subtilem & curiosam, quæ passim ignoratur à Nautis, & ideò errores tam frequentes committunt. Porrò, si semper in navigatione teneam lineam FG, locum, in quo fuero, ignorare non potero. Quoniam, si hæream in H. exempl. grat. & scire velim, ubi sim, Triangulus HAFH respondebit. HA est complementum altitudinis Poli, quam frequenter observo (quoniam, conformavi instrumenta, quibus non solùm meridie per Solem, & mediâ nocte per Stellam in caudâ Cynosuræ, sed quâcumque diei, aut noctis horâ possim altitudinem Poli metiri.) FA est complementum altitudinis Poli Hispalensis. Angulum AFH scio: nam P^C OMBON FH elegi, ut ventum haberem opportunum. Cognosco ergo unum angulum, & lineas duas. Ergo, & lineam FH, quæ distantiam navis ab Hispalense metitur; & angulum FAH, cujus notitiâ indigeo, ut sciam, in quo puncto longitudinis versor; & angulum AHF, cujus notitiâ non indigeo, potero cognoscere ex præmissis.

Verùm enim verò, quid faciet, qui teneat P^C OMBON FGE, Æquinoctiali parallelum? Eamdem semper habebit altitudinem Poli. Inveniet lineas FA, GA, & EA, esse æquales; & quia anguli semper erunt recto similes, non poterit lineam FE metiri. Pone illum fuisse in F, venisse in G. Vnde habebit media, ut possit lineæ FG noscere longitudinem? Noscit lineam FA: noscit & lineam FA: anguli AFG, & AGF, sunt simillimi rectis. Ergo cognoscit duas lineas, & duos angulos; &, quia in his nulla est inclinatio, nec ad lineæ FG, nec ad anguli FAG cognitionem poterit pervenire. Modum, quo mensurari possit linea FG, quærunt Hispani, Lusitani, Galli, Angli, Hollandi, &c. & nullus reperire potuit, tametsi inierint varias vias. (1) Automatis & Clepsydris metiri tempus duplici errori obnoxium fuit; nam tam illa, quàm hæ in temporis mensurâ exorbitant, & navis, si vehementior sit ventus, æquali tempore majorem arcum in Oceani superficie describet. De Automatis antiqua est cantilena, *Priùs inter horologia, quàm inter Philosophos conveniet.* In quâ supponi videtur, impossibile esse, ut horologia bene, adeoque concordi motu fluant. Vide Tychonem Brahæum *libr. 1. pag. 148. §. Et quanvis.* De Clipsydris idem possemus dicere: nam aqua est heterogenea, & nescit æqualiter labi; Nec ejus loco potest, aut Mercurius pluries sublimatus, aut Saturnus pluries calcinatus substitui, nam ille ingenio varius, jam tardo, jam præcipiti lapsu decurrit; hic verò ignavus hæret, & omnem laborem recusat. Vide Tychonem *loc. cit. pag. 149. §. Quin & ego.* (2) Oscillatoriis confidere non potest Hydrographus; cùm, quia in loco mobili oscillationes alterantur; tum, quia quis esset, qui per se, aut suos posset in longo itinere omnes oscillationes numerare? (3) Viam securiorem hominibus non sternit Magnes, nam in eodem meridiano diversas deviationes habet; &, quando Syntagmata *de Polo Magnetis* legimus, hoc unicum per experientiam manifestam addiscimus, deviationes magneticas ad unicum punctum seu polum reduci non posse. Igitur non supereſt in Terrâ via, ut linea FG cognoscatur. Ergo oculos ad Cœlum subrigamus. (4) Per Lunam, Planetam velocissimum, Viri docti decidere hanc Quæstionem tentarunt. Et fortè aliquid fieri utiliter posset, si haberemus Tabulas, quæ ejus motus fideliter repræsentarent. Copernicæa & Tychonica Luna multum differunt, ut perspicere poterit, qui Ephemerides recognoscat Origani, in quibus utriusque motus per calculum determinatur. Etiam Tychonicam & Argolicam Andreæ Argoli Ephemerides differre ostendũt: nam, & ipsæ utramque ob oculos universorum proponunt. Ab his multum abest interdum Lansbergiana, ut in suis Ephemeridibus Franciscus Montebrunus ostendit. &c. Et omnes istæ novæ Lunæ antiquis Ptolemaïcæ & Alphonsinæ dissonant. Audi Tychonem *libr. 1. pag. 0. 23.* dicentem. *Anno Christi 1587. die 18. Augusti. H. 19. min. 25. à merid. observatus est per nostra instrumenta verus locus ☽ 26. P. 23′ II.* Et paginâ sequenti hanc observationem ad Tabulas proprias elimans. *Evaditque verus locus ☽ 26. P. 22′. 9″. II. respectu polorum Eclipticæ. Alphonsinus calculus exhibet 27. P. 43′. II. discrepans à cœlo 1. P. 10′. Copernicæus dat 27. P. II. plus 36′.* Vide quantum inter se differant Astronomorum Coriphæi. Accedit summam esse in observandâ Lunâ difficultatem; ejus enim locus multa præsupponit, in quibus non conveniunt Astronomi. Nam hæc ipsa Tychonis observatio, & physicè, & astronomicè à doctissimis Viris refellitur. Christianus Severinus Longomontanus, (Tychonis discipulus, an magister? saltem Lunaris hypotheseos author, qui se observationibus, non tam interfuisse, quàm præfuisse gloriatur; & Tabulam de Luminarium semidiametris in suâ absentiâ à Tychone corruptam fuisse *in Astron. Danic. pag. 257.* conqueritur) his verbis eamdem observationem describit. *Anno 1587. mensis Augusti, die 17. hor. 19. min. 25. fuit verus locus centri ☽ Vra-*

ni-

niburgi, instrumentis Tychonicis observatus in II *26. gr. 21′. 30″.* &c. Per calculum importat grad. 26. 21′. 20″. Ecce in unâ & eâdem observatione discrimen. Lansbergius autem, utut admittat, quidquid Tycho, & Longomontanus se observasse fatentur, & illorum oculis omninò credat, eorumdem intellectui diffidit, & consequentias illatas non admittit. Vnde *in suis Tabulis, præcept. 7. pag.* 34. sic inquit. *Cupio scire locum ☉ verum anno Christi* 1587. 17. *die Augusti horis à merid.* 19. 25′. *Vraniburgi, quo tempore ☉ instrumentis Tychonicis observata fuit in meridiano. Erat autem tunc ☉ in grad.* 27. 21′ II *cum latitud. austr. grad.* 5. 13. *non autem in grad.* 26. 23 II, *ut perperam Tycho Brahæus collegit. Sol enim Tychoni fuit in gr.* 4. 5′ ♏ *ejusq; recta adscensio, temp.* 155. 59′. &c. Ergo admissis Tychonis Tabulis ostendit esse errorem in calculo. In Planetarum Theoricis *cap.* 4. *pag.* 6. hanc eamdem observationem resumit, & ait, *Inter Neotericorum observationes insignis est illa Tychonis Brahæi, quam apud ☉ habuit anno Christi* 1587. 17. *die Augusti horis à merid.* 19. 24′. (ecce & tempus corrigit) *Vraniburgi ☉ occupante meridianum. Erat tunc verus locus ☉ in grad.* 27. 11′ II *cum latitud. grad.* 5. 13′ *meridionali: non autem in grad.* 26. 23. II, *ut perperam Tycho censuit. Sol enim nobis fuit in grad.* 4. 10′ ♏ *ejusq; recta adscensio temp.* 156. 3′. &c. Hìc suas sequitur Lansbergius Tabulas, & ipsam observationem corrigit. Vnum minutum temporis in lineâ FG gradûs quartam partem importat. Hispalis esse dicitur in Poli altitudine grad. 37. In hoc parallelo gradus habet fere 48. milliar. Ergo uni temporis minuto 12 Oceani milliaria correspondent. Cùm autem Luna in Zodiaco unum minutum sui orbis duobus temporis minutis peragat, peraget in suâ orbitâ 12′ (tot differt à Tychone Lansbergius) quasi 24 min. temporis, quibus respondent in lineâ FE sex gradus; hoc est, milliaria Italica 288. tantus error, quantum per conjecturas non posset, vel ignorantissimus nauta committere. Ergo Mortales per ☉ non possunt pˢ OMBON FG mensurare. (5) Galilæus, ut gloriam suam, & suspicionem de Iovialium satellitum utilitate promoveret, per illorum à ♄ distantias lineam FG metiri fuit conatus, sed frustra, sunt enim illorum motus valde incogniti, & etiam post Ioannis Hodiernæ Theoricas, & Ephemerides ab hominibus ignorati. Ergo, nec per Ioviales Satellites possumus longitudinem pˢ OMBOY FG definire. Et tamen tam necessaria est illius lineæ notitia, ut Catholicus Hispaniarum Rex Inventori octo millia annua scuta pro præmio proponat; tametsi nullus hucusque fuerit hunc favorem promeritus.

Ecce in quantas expensas Principem, & quantas Hydrographos difficultates adigit absentia anguli: quando enim navis pˢ OMBOYΣ parallelos non secat, non est modus humanitùs, ut lineam FG mensurare possimus. Summas igitur agere Deo debemus gratias, ut angulos, & lineas dederit, ut ignota sine periculo transeamus maria, & per regiones æthereas transvolemus.

De alio angulo Navarchis ignoto, qui illis in errores graves, & frequentes inducit.

Num. CLXVI. *Figur.* 93.

MAppæ omnes nauticæ, quas *Cartas de marear* appellamus Hispani, Terram, planam esse supponunt; & ventorum impulsus, & navium rhombos, ac, si essent rectæ lineæ describunt, & in errores magnos per hanc falsam hypothesin classes omnes inducunt. Terra est figuræ sphœricæ, & super ipsam venti motu suo non parallelum aliquem, sive minorem Circulum, sed majorem delineant, ut in Figurâ manifestè conspicitur.

Sit HBFG globus terræ. Ferit Polus Arcticus, H Antarcticus, FH axis, GB Æquinoctialis, DE Tropicus Cancri, MN Tropicus Capricorni. KI Circulus Arcticus, & OP Circulus Antarcticus. Sit tua navis in C. & ne continentes, aut insulæ rhombon illius impediant, totam terram aquis tectam esse ponimus. Ventus ab oriente Æquinoctiali spiritu videtur venire ab E, & in D impellere. Ergone hoc navis vento mota lineam CD. Æquinoctiali parallelam describet? minimè. Nam ventus per circulum majorem movetur; & ille, qui in C. *Apeliotes*, seu *Subsolanus* dicitur, circulum majorem CGRBC motu, & impulsu suo (si impedimentum non reperiat) describit: & ipsemet, cùm unus & idem realiter sit, in diversis locis mutabit angulos, & nomina, & putabitur esse diversus. In C ad rectos angulos dividet Meridianum, FH, & vocabitur *Subsolanus*, & ab ortu Æquinoctiali provenire dicetur. In G scindet Meridianum FGH angulo grad. 66. 30′: & Æquinoctialem BG angulo grad. 23. 30′: Ergo ille ipse Ventus in G dicetur ab ortu æstivo provenire, & *Cæcias* à Græcis appellari. Hinc progredietur in R, ubi iterum Meridianum ad angulos rectos intercîdet, iterumque dicetur *Subsolanus*. Et tandem in B. veniens, Æquinoctialem BG angulo grad. 23. 30′, & Meridianum FBH angulo grad. 66. 30′, scindet; &, quia ab ortu hyberno spirat, *Eurus*, aut etiam *Vulturnus* appellabitur. Hinc est navim ubicumque extra Æquinoctialem posnatur (sive in C, sive in I. sive alibi) si vento Subsolano ab ortu in occasum, aut Favonio ab occasu in ortum propellatur, imminuere altitudinem Poli, ad Æquinoctialem accedere, & illam tandem post grad. 90. in G vel B. adsequuturam esse: quoniam, ut dicebamus, non movetur ab I in K vel L. sed in G vel B. per arcum IG vel IB: & non movetur à C in D vel in E, sed in G vel B, per arcum CG vel CB. Et hic error nascitur, quia Angulus ille DCG, aut ECB, quem formant Tropicus, & Ecliptica, (rhombus navis, quem linea CGRB describit, Eclipticæ simillimus est) quando se contingunt in C, est insensibilis, & omni acuto minor; & ideò non in seipso, sed in effectu (nam per illum Poli imminuitur altitudo) potest percipi. Nec interest, quòd Navarchus acui magneticæ intentus, cùm angulum mutari sentiscit, motum corrigat: hinc enim habet navis, quòd, cùm parallelum agere intendit, tardiùs & minùs ad Æquinoctialem accedat: non autem, quòd nullo modo accedat. Navarchus igitur, qui hos errores cavere velit, non in plano, sed in globi portione mappam marium, quæ peracturus est, describat.

LIBER QVINTVS.

De Superficiebus.

Num. CLXVII.

FIgura plana est ΕΠΙΠΟΑΗ (*superficies*) undiq; terminata; & à linearum numero ΜΟΝΟΓΡΑΜΜΙΚΗ, ΔΙΓΡΑΜΜΙΚΗ, ΤΡΙΓΡΑΜΜΙΚΗ, ΤΕΤΡΑΓΡΑΜΜΙΚΗ. &c. *unius, duarum, trium, quatuor*, &c. *linearum*, nominatur. A linearum specie dicitur Curvilinea, Rectilinea, & Mixta: prima terminatur lineis curvis, secunda rectis, tertia utrisque. Sequar angulorum numerum, & juxta hunc meas meditationes ordinabo.

De Figuris Agoniis.

AGonias voco, quæ nullum omninò angulum habent. Omnes sunt Monogrammicæ, unicâ lineâ terminatæ: & inter ipsas præcipuæ sunt Sphœrica, Elliptica, Ovalis; inter Polygrammicas Triangularis, Quadrangularis, Quinquangularis, Sexangularis, &c. De singulis breviter disseremus.

De Circulo.

Num. CLXVIII. *Figur.* 40.

CIrculus est nomen æquivocum, nam, vel sumitur pro peripheriâ, vel pro areâ, quæ in circulari peripheriâ continetur. De Circulo, qui linea est, jam libro III. disseruimus: de Circulo verò, qui est superficies, seu de circulari superficie impræsentiarùm disseremus.

Sanè Circulus est omnium Figurarum planarum perfectissima, & nobilissima; quam nunc breviter explicandam assumimus. Attendite.

Circulus est figura plana unica linea comprehensa, in quâ omnes lineæ à cētro ad circumferentiam sunt æquales. Talis est ANBIA.

Hęc Circuli definitio omnium est, & traditur à Platone *Epist.* 7. dicente. ΚΙΚΛΟC ΕCΤΙ ΤΟ ΕΚ ΤΩΝ ΕCΧΑΤΩΝ ΕΠΙ ΤΟ ΜΕCΟΝ ΙCΟΝ ΑΠΕΧΟΝ ΠΑΝΤΗ. *Circulus est, quod ab extremis ad medium omni ex parte æqualiter distat*.

Centrum est punctum medioxumum, ab omnibus, & singulis punctis circumferentiæ æquè distans. Tale est punctum S. à quo lineæ SI, SL, SA, SM, SN, SO, SB, SG, &c. sunt æquales.

Diameter est linea, quæ ab uno circumferentiæ puncto per centrum in oppositum punctum excurrit. Talis est linea AB.

Diameter circulum in duos semicirculos dividit. Nam linea AB. dividit superiorem semicirculum BIA, ab inferiori BNA.

Semidiameter est semissis diametri. Et vocatur Radius. *Est linea, quæ à centro ad circumferentiam deducitur*. Talis est SB, aut SA.

Nulla linea duci potest in circulo major diametro. Patet, quia cæteræ minores sunt.

Si ducantur in circulo aliquæ parallelæ, illæ lineæ erunt majores, quæ diametro fuerint proximiores: & illæ minores, quæ remotiores. Patet, quia in Figurâ præsenti, AB est linea maxima, quia est diameter: CD, & EF sunt parallelæ, illa major, quia diametro propior: hęc minor, quia remotior est. Hoc Axioma solet aliis verbis proponi, videlicet, *In circulo æquales lineæ rectæ, æqualiter distant à centro: & quæ æqualiter distant à centro, æquales sunt inter se*.

Num. CLXIX. *Figur.* 40.

Circuli æquales sunt, quorum diametri sunt æquales: &, qui æquales sunt, habent æquales diametros. Nam in præsenti Figurâ diameter PR est major diametro AB. & ideò circulus RQP. est major circulo BNA.

Super eodē cētro descripti circuli sunt paralleli. Tales sunt in Fig. XXVIII. circuli RQP. & BNA, quia ducuntur supra cētrum S: & in Figurâ XIV. circuli D, E, & F, quia ducuntur supra centrum V. & isti vocantur *Concentrici*.

Qui in eodem plano se tangunt, aut se secant, sunt excentrici, hoc est, non habent idem centrum. Patet ex præcedenti.

Si in circulo notetur aliquod punctum, per quod plures quàm duæ lineæ æquales possint duci, illud in centro est. Demonstratur, quia in Fig. XXVIII. per punctum V. quod extra centrum est, binæ tantùm lineæ æquales possunt duci: nempe KG ad libitum; & HL tantùm in sinistram flectatur, quantum potest in dexteram.

Num. CLXX. *Figur.* 40.

In eodem circulo, aut etiam in diversis æqualibus, anguli, qui æqualibus peripheriis insistunt, sunt æquales. Vt meliùs hanc Assertionem intelligas, adnotato, partes alias determinatas, & alias proportionales: determinatæ sunt palmus, pes, cubitus, &c. proportionales triens, quadrans, sextans, &c. Assertio præcedens de partibus determinatis intelligi debet, nam, si angulus BSG subtendit peripheriam BG septem palmorum, quicumque alius angulus, qui in hoc circulo, aut in alio quocumq; circulo huic æquali, subtendat peripheriam septem palmorum, erit eidem angulo æqualis.

DIGRESSIO
Pro Astronomia.

De Circulorum Æquipollentiâ. An illi, quibus utuntur in Theoricis Planetarum Astronomi, Lineæ, an Superficies, an tandem Globi solidi sint?

DEleo Titulum: non enim à rhombo digredior. De Circulorum passionibus, inter quas Æquivalentia est præcipua, quidquid dicas, aut non, Geometræ disputare tenentur. Sanè in Æthereis Tabulis Circulos describunt Astronomi: Circulorumque Æquivalentiam, & differentiam jam aliunde sciri ab Astronomiæ Candidatis supponunt; hæc enim notitia non traditur ab Astronomiâ, sed præsiberi censetur: nam præscindendo ab Astris, quinam Circulus huic, vel illi æquipolleat, indagare poterimus. Ergo esse debet Scientia, ab Astronomiâ distincta, ipsâque prior, quæ

hanc Spartam suscipiat, & examinet anglos, quos facient circumferentiæ puncta, emittant lineas, quæ hic, vel ibi concurrant. Et, quænam, quæso, erit Scientia hæc, nisi Geometria? At alii, inquies, in Geometriâ non tractant de æquipollentiâ Circulorum, nec de angulis, quos chordæ arcuum subtendunt à puncto externo, & distante specta. Et quid hinc infers? Potiùs ab aliis mancam tradi, quàm horum angulorum contemplationem ad eam non pertinere.

Centesimam-nonam Figuram contemplatur Euclides, & *libr.* 3. *propos.* 20. ait: *In circulo* DBF, *angulus* BAF, *qui ad centrum, duplex est anguli* BDF, *qui ad peripheriam, modò fuerit idem arcus* BF *basis utriusque anguli*. Ergo, si ad Geometriam spectat Angulorum BAF, & BDF consideratio, cur non etiam examen angulorum BCF, & BEF. Porrò, si angulum BCF Geometria speculatur, omnia, quæ de Eccentricis in Astronomiâ dicuntur Circulis, à Geometriâ prædoceri debemus: &, si angulum BEF metitur Geometria, ad illam omnia pertinent, quæ in Astronomiâ de Epicyclis, & Hypocyclis edisseruntur. Oportet igitur in Geometriâ de linearum, angulorum, superficierum, & globorum, quæ in cœlo considerantur, mensurâ disputari.

Hanc ergo ob rem examinabo primò *An Planetarum motus sit rectus?* Secundò, si rectus non sit, *An sit sphæricus, an verò ovalis, aut ellipticus?* Tertiò, si sphœricus sit, *An Planetarum Orbes sint lineæ, superficies, an corpora?*

An Cometæ, & Planetæ motu suo circularem, an potiùs rectam lineam describant?

Num. CLXXI. *Figur.* 99.

COmetas Tycho per Circulos perfectos circa Solem conducit; & illis Theoricas convenientes adsignat, quibus loca observata secundum longitudinem, & latitudinem repræsententur. Et quidem, tametsi fuerit primus, qui Cœlo Cometas donaverit, æquutus est communem sententiam quoad motum: nam illos moveri circulariter, semper Peripatus supposuit. Hæc Tychonis domestrina intra Geometriæ, & Astronomiæ terminos defendi potest, at, cùm quæritur causa à quâ, aut ex quâ Cometæ (jam cęlestes) proveniant, hærent Peripatetici, & ad miracula, & omnipotentiam recurrunt.

Ausu generoso Ioannes Keplerus Cæsareus Mathematicus, Solem ardere statuit, & in cavernis interioribus æstuare perpetuis incendiis, quæ erumpunt per voragines tanto impetu, ut flammæ interdum optico tubo perspiciantur, & fumus, ut macula in disco Solari observetur. Adhæret Keplero Petrus Bourdinus, cujus liber editus Parisiis ann. 1646. inscribitur, *Sol Flamma*, sive *Tractatus de Sole, ut flamma est, ejusque pabulo*. Vt voragines istas ignivomas possimus in Sole concipere, nos Vesuvius, Ætna, & alii terreni montes juvant, quos flammas, igneosq; lapides frequenter fulminare suspicimus. Hinc Keplerus ad Solem argumentum transmittit, putatque ex illo etiam per Vulcanos flammivomos ignita fulminari corpora, quæ ardere in cœlo debeant, quousque materia consumatur. Hæc corpora Terrigenæ *Cometas* dicimus; &, si sunt ab ipso Sole explosa, quid mirum, si per rectam lineam, ut sagitta ab arcu, aut globus à bellico tormento emissus, se in regiones Planetarias præcipitent. Considera delineationem.

Sit A Sol, & △ Terra. Sol igitur unum Cometam per lineam BG. alterum per HM. & alium per NV. effulminet. Omnes rectam lineam describent. Singuli in lineâ suâ æqualibus temporibus, æqualia spatia peragent: at primus videbitur nobis, qui in △ Terrâ collocamur, sub initium, & apud B. velocior: & tardior sub finem apud G. Secundus tertiusque erunt velociores in medio, videlicet in punctis H & Q. in quæ cadit dimissum à Terrâ perpendiculum. Primus secundusque ibunt in orientem secundum signorum successionem; tertius in ortum, & hinc scitur, cur alii directi, & alii retrogradi sint? Non est necessarium, ut Cometa primo à nobis die suspiciatur; cùm, quia Solares radii impediunt, ne stellæ apud Solem compareant; quia potest ardere sub initium intrinsecùs, nec lucere, quousque ignis exteriùs egrediatur.

Si hanc Keplери admittamus Theoricam, debebimus dicere, nullum unquam Cometam Semicirculum emensum fuisse: &, si demonstretur aliquem grad. 180. superasse, aut etiam tetigisse, Keplerus fallitur, & Cometæ alio modo decurrunt.

Figur. 18.

Multum Keplero, & ejus discipulis facessit

sit negotii Cometa ille, quem Antonius Mizaldus adducit, qui nescio, cur sibi non constet, nam modò illum in annum 1465. modò in 1472. rejicit. Multa de illo Keplerus, & præcipuè *in Tychonis Hyperaspiste libr. 3. cap. 17. nu. 7.* inquit enim: *Fuit super hac re mihi controversia etiam cum Petro Crugero Mathematico Dantiscano. Cùm enim in libello meo Cometico fol. 94. & 95. ego quidem verba Regiomontani ex Cardano petita de anno 1472. intellexissem; ille hoc emendandum ratus, simul etiam alii quæstioni, quæ non est aliena ab hoc loco, præbens occasionem sic ad me scripsit. [Hoc demonstrandum est: quomodo per trajectoriam videri possit aliquis Cometa (exempli gratiâ, ille Regiomontani anni 1475. non 1472. qui Pontani, & w alteri est) perambulare ultra semicirculum, non Zodiaci, sed orbitæ suæ propriæ. Hoc posse fieri motu rectilineo, dicis pag. 95. Mihi videtur impossibile.]*

Erant duæ Quæstiones: altera, *An omnes Cometæ sint Sublunares? an omnes Ætherei? an verò aliqui in elementari regione, & alii sint in cœlo geniti?* altera, *An per circulum, an verò per lineam rectam moveantur?* Affirmabat Keplerus cum Tychone esse Æthereos, & addebat contra Tychonem non circularem, sed rectilineum iter agere. Et tamen utrumq; ille Cometa videbatur convellere: nam erat Luna velocior, & habuit majorem parallaxin, quàm Luna, ergo fuit Lunâ inferior: Peregit suo motu plus quàm semicirculum, ergo per lineam ipse rectam moveri non potuit.

Ad primum *loc. cit. num. 2.* his verbis respondet Keplerus. *Motus est ille Cometa uno die triplò longiùs quàm ☉: & tribuitur illi parallaxis à fide-digno Mathematico. Quid, si victoriam hìc largiamur, ut Rhetoris quid profecerit ad rei summam? Nimirum, ipse ego Mathematicus, & Physicus, non propter ista probabilia, nec propter demonstrationem Regiomontani, sed solâ consideratione Hypotheseos meæ, qui Cometis trajectionem tribuo rectilineam, nolim dissertè negare Cometam illum Regiomontani prope terram propiùs ipsâ ☉, trajecisse, sic tamen, ut ruens ex profundo æthere, in oppositam profunditatem rursum fuerit receptus.* Vt responsionem Kepleri intelligas oculos ad Figuram XVIII. converte. Esto I. Tellus; EFGH Sphœræ Lunæ concavum; & ABCD convexum: & HD sit Cœli Lunaris crassitudo. Deinde sit ☉ ad M: qui Cometam per lineam MHEZ explodit. Ipse sub initium æthereus: ab H in E, sublunaris, *& ex profundo æthere* (nempe M.) *ruens, in oppositam profunditatem* (videlicet in X & Z) *iterum est receptus*, ut scitè dicebat Keplerus. Sub initium habebat motum tardum apud M: in medio ab H ad E fuit velocissimus: & iterum in fine tardus, cùm per X ad Z deferreret. Quæ omnia consonant textui, quem habet. *Cujus caput tardi erat motûs donec venit ad Spicæ*. &c. *Velocissimus autem fuit à principiâ Bootis digrediens: iterumque dum graderetur per Piscem Septentrionalem valde remetebatur motus ejus.* Pontanus ait, asserere Crugero, istam celeritatem motus accidisse, *cùm primum Saturnus & Mars dimitti sese cœpissent*. quod isto anno accidit in Februario. Non igitur in principio apud Marte in fine apud X & Z, sed in medio ex H ad E fuit Cometa velocissimus fuit. Hæc responsio videtur ingeniosa & probabilis: & dilucidat Sacræ Scripturæ locos, qui in die Iudicii asserunt stellas de cœlo in tellurem casuras; quoniam Cometæ, stellæ peregrinæ sunt: & ille, de quo loquimur, si non per HE, sed per I transiviſſet, totam terram convertisset in cineres.

Ad secundum negat eumdem Cometam motu suo semicirculum superavisse. & ut probet, suspicatur pro *Spica* legi debere *Arcturum*. Hanc correctionem textûs non admittit Crugerus; instat enim his verbis: *Tu, ut trajectoriam tuam in hoc etiam Cometa diri posse probes, suspicaris pro* Spicæ *nomine fuisse legendum* Arcturi. *Ego corruptionem nominis suspicari non possum: 5. quidem pro 2. scribet potuit facilè: sed* Spica *pro* Arcturo *non item. Et nomen* Spicæ *iteratur paulò post sequenti paragrapho de distantiâ Cometa à Terrâ his verbis:* Considerando igitur maximam diversitatem aspectûs capitis Cometæ à Spicâ, stellâ sibi vicinâ. &c. *Proculdubio verba è toto contextu liquet, ista omnia consignavit Astronomiæ Cœlique bene gnarus; talis autem, quid ni discernere potuisset inter Spicam & Arcturum, vel etiam Vindemiatricem?*

Ego verò non video, cur Keplerus debeat, aut præconceptam Opinionem dimittere, aut textum corrigere, etsi textum videat sibi obversari. De Iove, de Hercule multa, quæ cohærere non possunt, recensentur, nec ideò percellimur: nam fuerunt multi Ioves, multi Hercules, & posteri omnia colligentes, uni asserunt, quæ ad plures eosq; diversos spectabant. Hunc Cometam fulsisse anno 1465. & 1472. ait Mizaldus: teste Keplero *loc. cit. num. 6.* at posteà *nu. 9.* hi ipsi anni transeunt in 1475. & 1472. Deinde *num. 10.* asserit Camerarium Cometam accensere anno 1477. & *num. 7.* produxerat Crugerum, qui illum in annum 1475. reponit. Hac ergo annorum varietate consideratâ, quid verat asserere duos, vel forte plures Cometas fuisse, quos sicut plures Iúppitres, aut plures Hercules, Historiographi unum esse voluerunt, aut putarunt. Si ingrediamur hanc viam, non reperiemus vel minimam difficultatem.

❡ Num. CLXXII. *Figur.* 101.

VErùm enim verò, quidquid sit de Cometis, Planetæ integras periodos conficiunt, & tamen in nostrâ Astronomiâ Rectilineâ omni proscripto circulo rectam peragunt viam, & reddunt facillimum calculum, quem arcuum ambages præpediunt. Nam primò, si in hypothesi manere velimus, & à thesi præscindere, Crux est Theorica Solis, ut conspicis. Labitur ☉ à D in E, & resilit ab E in D. & interìm Terra percurrit, & recurrit lineam suam à C in A, & ab A in C. Motus utriusque corporis æqualis est. Hanc tamen legem servant, ut quando Terra est in A, Sol sit in B, & esse in gr. 0. ♈ dicatur. Dum Terra venit ad G, Sol adscendit in F, & per lineam GF visus, esse in gr. 15. ♉. dicetur. Cùm Terra transit per punctum B, Sol est in gr. 0. ♎. Quando illa promota fuit ad I, Sol est lapsus in F, &, quia per lineam IF respicitur, in gr. 15. ♌ collocatur. Vbi Terra tetigit punctum C, Sol est in B, & videtur ad ♑ pervenisse. A puncto C recurrit Terra, & quando est in I, reperit Solem in H, & eum esse asserit in grad. 15. ♒: & quando Terra est in B. tunc Sol est in E, seu ♋: unde sursum resultat: & dum Terra venit ad G, ipse adscendit in H, in grad. 15. ♓ per lineam GH observatur. Et tandem quando Terra iterum est in A, tunc iterum Sol collocatur in B. principio ♈. Et quidem utriusque (Terræ, & Sol) motus in medio est velocior, & in extremitatibus tardior, quantum postulant observationes.

❡ Num. CLXXIII. *Figur.* 100.

Dixi hanc Theoricam pertinere ad hypothesim, & non ad thesim: nam in ipsâ Terra per geodromum AC progredi, & regredi asseritur, & tamen immobilis est. Ergo, ut Theoricam delineemus, cui Physica non contradicat, camelum (nomen chordæ est) à summo cœlo (nempe à *k*) dimittamus. Camelus iste ex *t* in *z*, & ex *z* in *t* reciprocâ trepidatione oscillat: & est deferens corporis Solaris, qui ab *a* in *e*, & ab *e* in *a* per illum adscendit, & descendit. Terra manet immobilis in *s*. Quando pendulum est in *t*, ☉ est in *m* ♈: & quando illud est in *u*, ☉ est in *g*: & quando illud est in *x*, ☉ est in *a* ♋: & quando illud est in *y*, ☉ est in *c*: & quando illud est in *z*, ☉ est in ○. ♎: & quando illud est in *y*, ☉ est in *d*: & quando illud est in *x*, ☉ est in *e* ♑: & quando illud est in *u*, ☉ est in *h*: & quando illud revertitur ad *t*, ☉ iterum est in *m*, & ad ♈ revertitur.

Sed quantus est Camelus? hoc est, Quantum distat à Terrâ *s*, punctum *k*? A maximâ æquatione resolutio dependet. Tychoni illa est grad. 2. 3′. 15″: Longomontano autem grad. 2. 2′ 48″: Ergo facilioris calculi gratiâ gr. 2. 3′ adsumatur. Eccentricitati debetur æquationis semissis: nam ratio Optica evidenter ostendit Solem in apogeio removeri à tellure 29. partibus, quarum 28. numerat in perigeio. Ergo angulus *msn*, & *iso*, est gr. 1. 1′. 30″. Ergo arcus *sm*, cujus chorda est *srm*, & subtendit angulum *skn*, est grad. 2. 3′. Ex doctrinâ quam *num.* 162. §. *Si circulus* dedimus. Ergo angulus *kns* erit grad. 87. 57′. Sicut ergo se habet Sinus totus *ns* ad *sk* Tangentem grad. 87. 57′. ita media distantia Solis à Terrâ *sn*, ad lineam *sk*, quæ à Terrâ protrahitur ad punctum *k*, à quo dimittitur Camelus Solis. Hanc ob rem, si linea *sn* sit 100, 000. linea *sk* erit 2; 793, 723. hoc est, quasi 28. vicibus major.

Hac viâ demonstrari videtur, cur Eccentricitates sint duplò minores, quam prosthaphæreses postulare videntur: cur motus latitudinis, nec Telluri, nec Orbi Planetæ sit concentricus: cur librationes sint Sphæris adfictæ; & cur adsertæ fuerint Aplaneticæ trepidationes: quæ omnia in Theoricâ, quæ componatur circulis, non facili negotio decides.

Hæc in specimen adducta sint, quæ in Astronomiâ Rectilineâ ad omnes Planetas promoventur.

An Planetæ in suis Orbibus, æqualibus temporibus, æquales arcus, an æquales superficies percurrant?

Num. CLXXIV. *Figur.* 102.

VT intelligas titulum, adnotato primò actum esse de Cœlis solidis, & duris, quales finxerunt Veteres: sunt enim regiones superiores liquidæ, & per illas Planetæ universi moventur. Adnotato secundò, Ptolemæum, Alphonsum, Tychonem, & plerosque alios movere Solem per Eccentricum EDCF. cujus centrum est B. eccentricitas AB: nam terra constituitur in A. Motu suo Sol in suo circulo movetur impulsu continuo, & æquali respectu puncti B. tametsi inæqualiter respectu A. Quam ob rem, motus ille, quem si essemus in B, diceremus æqualem, esse inæqualem pronunciamus, nam Solem observamus ex A.

At possemus dicere Solem peragere circulum KMH, super centro G descriptum, & Terram in S. constitui. Centro ergo S. dividatur Circulus in 16. partes; ita, ut omnes anguli in S. sint æquales, videlicet, grad. 22. 30′: Angulos etiam singulos poteris subdividere.

His delineatis dico, velociùs Solem moveri in perigeio, tardiùs in apogeio, & mediocriter cùm versatur circa longitudinem mediam. Sed cur? Dico Solem citiùs percurrere arcum KL, quàm arcum MN, aut IH, quia trianguli SKLS superficies est minor, quàm superficies anguli SMNS, aut SIHS. Vnde cognitâ arearum differentiâ, differentia etiam temporum cognoscetur. Vt hanc Solis Theoricam adsequaris, uno, aut altero illam exemplo dilucidemus.

Hodie in ipso meridie Sol erat in apogeio, nempe in H. & interrogas, ubi erit cras in ipso meridie? quo angulo arcus, quem motu suo describet, ab S. (Tellure) conspicietur? Vt tibi respondeam, sic procedo.

SH Tychoni est 103, 584. SK 96, 416: adeoque tota diameter HK 200, 000. Ergo semidiameter 100, 000. Percurrit Sol motu suo medio (quantum habet circa longitudinem mediam) unâ die gr. 0. 59′. 8″, vel secunda 3548. si calculo Tychonis stemus. Quam ob rem, si 3548 per 100, 000. multiplicemus, habebimus 3548, 00000. Tanta igitur erit area Trianguli, quem unâ die circa gr. 5. ♈ aut ♎ motu suo ☉ eformat. Hunc numerum divide per 103, 584. & scies, quantum motu suo vero 24. horis ☉ apogeum peragit: eumdem numerum divide per 96, 416. & disces, quantum ☉ perigeius 24. horarum spatio percurrit: eumdem numerum divide per quascumque alias Solis, & Telluris distantias, (quas apud Tychonem *in Progymnasm. pag.* 58. reperies) & habebis motum Solis diurnum ad singulos gradus a apogeio, ut conformes Tabulam illi similem quam Tycho *pag.* 62. proponit. Ergo veniamus ad operationem.

1	0103,584.	354800000	
2	0207,168.	0310752	3
3	0310,752.	44048000	
4	0414,336.	0414336	4
5	0517,920.	2614400	
6	0621,504.	0207168	2
7	0725,088.	542720	
8	0828,672.	0517920	5
9	0932,256.	24800	
10	1035,840.		

Peregit ergo Sol illâ die secũda $3425\frac{24800}{103584}$ vel brevius $3425\frac{1}{4}$ fere. Hæc autem secunda dividantur per 60. ut habeamus minuta.

$$\begin{array}{r|l} 4 & \\ \hline 6|342 & 5 \\ 57 & \end{array} \quad \textit{Ergo } 57' 5''.$$

Tycho etiam in illâ Tabulâ, cujus memini, habet similiter 57′ 5″. Bene ergo superficies mensurando dirigimur.

Addamus aliud exemplum, ne superficie tenus doctrinam hanc de superficie circuli explicasse, & dilucidasse dicamur.

1	096,416	354800000	
2	192,832	289248	3
3	289,248	65552000	
4	385,664	578496	6
5	482,080	7702400	
6	578,496	674912	7
7	674,912	953280	
8	771,328	867744	9
9	867,744	85536	
10	964,160		

Peregit

Peregit ergo Sol illâ die secunda $3679\frac{85536}{96416}$: aut brevius 3680″ fere. Sed quot minuta?

$$\begin{array}{r|l} 1 & \\ \hline 61|367 & 9 \\ 61 & \end{array} \quad \textit{Ergo } 61' 19''.$$

Tycho habet in suâ Tabulâ 61′ 21″. Ergo securissimè uti poterimus superficiebus circulorum, ut Planetarum prosthaphæreses determinemus.

Hæc inveniendi æquationes methodus hanc patitur difficultatem, quòd ad singulos gradus ab apogeio ad perigeium, debeat novos abacos facere; nam tametsi semper sit idem numerus dividendus, mutatur quotidie divisor. Ergo ineamus aliam viam faciliorem, in quâ semper remaneat idem Abacus, & per meram multiplicationem procedamus. Sit Regula.

Vt scias, quantum quâcumque die Sol motu vero respectu nostrorum oculorum percurrat, sume numerum 3548. (tot enim secunda agit quotidie motu medio) *& per illum distantiam Solis à Tellure, quam habet in opposito gradu, multiplica, & motum verum illi diei respondentem invenies.*

Hanc ob rem, si scire velis, quantum Sol motu vero unâ die se promoveat, quando distat 40. grad. ab apogeio; sume distantiam Solis à Terrâ in grad. 40. à perigeio, quæ erit 97282. & hanc divide per 3548. & angulum quæsitum invenies. Nos modò, quantum currat in utrâque absside examinemus.

1	03548
2	07096
3	10644
4	14192
5	17740
6	21288
7	24836
8	28384
9	31932
10	35480

1	03548
0	00000
3	10644
5	17740
8	28384
4	14192
	367516032

6	31932
4	21288
1	14192
6	03548
9	21288
	342083968

13 | 6|367.51|6032 — 61.25

4 | 6|342.08|3968 — 57 1

Sol igitur in summâ absside constitutus unâ die peragit 57′ 1″: & in imâ 61.25. Et ibi 4″ superor à Tychone, quem hìc 4″ supero. Ergo Regula satis exacta, nam Astronomus non disputat de paucis secundis.

Videtur iste modus æquandi motus Planetarum facillimus; possèque meliùs per circulorum superficies, quàm per lineas ad locorum apparentium cognitionem veniri.

De Circulorum inutili in Astronomicis Theoricis multiplicatione.

Num. CLXXV.

EX uno præjudicio multa nata, quæ Astronomiam difficiliorem reddiderunt. Et videntur veteres illarum Artifices, noluisse scire, quid *Theoricæ* nomine ab Astronomis intelligatur. Est autem Theorica, *quædam Mathematica hypothesis, quæ describit Planetæ viam, & modum præscribit, locum ejus quoad longitudinem, latitudinem, & distantiam determinandi.* Longitudinem metiuntur ab Æquinoctio verno, latitudinem ab Ecliptica, distantiam à telluris centro. Si hæc tria exhibeat Theorica, sive per rectam lineam, sive per ovalem, aut ellipticam, sive per sphœricam, æquali, aut inæquali impulsu Planeta deferatur, perinde est: velle enim cœlestes omnes motus esse circulares, & uniformes, præjudicium manifestum videtur; nam omnes motus sublunares (naturales & artificiales) adfectant rectam lineam, & in velocitate suâ uniformitatem non servant. Ex hoc præjudicio nata fuit circulorum in Theoricis multiplicatio, ut motus recti, & inæquales, dicerentur compositi, & ex simplicibus circularibus, & æqualibus deducerentur. Ergo breviter unam, aut alteram Theoricam recognoscamus; &, quoniam frustra fiunt per plura, quæ per pauciora possent, circulos inutiles obliteremus.

Figur. 106.

Epicyclum in Eccentricitatem convertimus, & in Centrocyclum potuimus. Est autem Centrocyclus, aut etiam Hypocyclus, circulus, quem centrum Orbis Planetarii describit. Nam, si Terra sit I; & centro I, & radio IF ducatur Centrocyclus BMF, & posteà centro L, & radio LO ipsi IB æquali ducatur Epicyclus NO. ajo Epicyclum, & Centrocyclum æquipollentes esse: idem enim est po-

ponere Terram in I,& B centrũ Orbis ADC per Centrocyclum BMF convolvere, ac ponere Terram in B, & Centrocyclo ſublato, jubere, ut ſemper centrum Orbis ſit in B; & addere Epicyclum NO, quod ſic oſtendo.

Figur. 118.

Sit A centrum Mundi, in quo ſita ſit Terra, & circa illud ducatur Centrocyclus BN. quem centrum Orbis CCC, ſuâ gyratione deſcribit. Poſteà in Orbe CCC, in quibuſcumque locis Epicyclus EDO ſuperponatur. Pronuncio idem eſſe Centrocyclum ſine Epicyclo, ac Epicyclum ſine Centrocyclo delineare. Et hoc perſuadebo tribus modis, quibus tres Scholæ, & tria Mundi Syſtemata, de quibus jam dico, ſuccollantur. *Primò* enim, ſi Terra ſit immobilis, & ponatur in A, & tamen B centrum Orbis, deſcribat circulum FBN, omnia circumferentiæ puncta ſimilem circulum conformare debebunt: ſemper enim habere debent æqualem diſtantiam à B, adeoque, quo modo B moveatur, moveri. *Secundò*, ſi Terram ponamus in B, & illam moveri fingamus, omnia circumferentiæ puncta ſimili, & æquali circello videbuntur circumagi, & apparenter movebuntur. *Tertiò*, ſi Terra immobilis hæreat in B. & tamen ponatur Epicyclus OED, in eumdem Planetam locum ponet, in quem Centrocyclus eum poſuerat. Vt hanc veritatem intelligas, pone ab F in B. per grad. 45. centrum Sphœræ proceſſiſſe: & ab A Terrâ duc lineas AC, & AC, in peripheriæ puncta, quæ volueris. Tunc ſuper eiſdem punctis deſcribe Epicyclum ADO. & ab A numera gr. 45. ut anteà, & ibi (nempe in D) Planetam colloca. Poſito igitnr oculo in B, erit Planeta in eiſdem locis, ac anteà, nam lineæ AC, & BD. ſemper ſunt Parallelæ, & æquales, & eoſdem angulos conſtituunt cum perpendicularibus CBE, & RFN.

Ex tribus his modis addendi Orbi circellum ortæ ſunt, ut innuebamus, tres diverſæ de motu Planetarum ſententiæ; & ex eis tria Syſtemata Ptolemaïcum, Copernicæum, Tychonicum.

Ptolemæo adriſit modus tertius: ponit enim Tellurem quieſcentem in B: & ſingulis Planetis proprium Orbem, & proprium Epicyclum adſignat.

Fruſtra per plura fieri, quæ per pauciora poſſent, judicavit Copernicus, & Ptolemæi Syſtema multis inutilibus Orbibus oneratum percipiens, annuos Saturni, Iovis, & Martis Epicyclos, & annuos Solis, Veneris & Mercurii Orbes abſtulit, jubendo, ut Sol immobilis eſſet in A, & annuo motu Terra per circulum FBN convolveretur: ex quo evenit, ut Sol in puncto oppoſito ſemper obſervaretur. Nam, ſi terra ſit in F, Sol efficiebitur in N, &, ſi illa ſit in B, iſte apparebit in Q. Non fuit primus Copernicus, qui Terræ motum annuum adſinxit: nam olim Ariſtarchus, & communiter Pythagoræi illum circa Solem rotarunt. Eorum meminit Ariſtoteles *libr.* 2. *de Cælo*, *cap.* 13. *text.* 72. ſi ejus hic liber eſt, inquit enim. *De ſitu ipſius Terræ non eandem omnes opinionem habent: ſed plurimi quidem in medio jacêre dicunt: qui totum Cælum finitum inquiunt eſſe. Itaque qui Italiæ partem habitant* (Pythagorici vocantur) *contrarium aſſerunt: namque in medio quidem ignem eſſe ajunt; Terram autem unam eſſe Stellarum, ferriq; circa medium; noctemque atque diem efficere.* Per ignem illi Solem intelligebant: unde Plutarchus, *Ignem in medio* (Philolaus) *collocabat, aſſerens ipſum eſſe Vniverſi focum.* Et iterum. *Philolaus Pythagoricus Terram in orbem circumvolvi exiſtimabat circa ignem, per circulum obliquum, conſimili modo, qui eſt Solis & Lunæ.* Plato verò, & poſt eum Ariſtoteles adhærentes Ægyptiis, Terram in centro collocarunt; unde ab Academicis, & Peripateticis Pythagoricorum oppugnata ſententia occœpit paulatim obſoleſcere, obliterari, & antiquari, ita ut Copernici ævo ita fuerit lethæis undis ſubmerſa, ut ipſe ſe inventorem crederet Tellurem convolventis Syſtematis. Et quia illam tot, ac tantis vertiginibus cieri Lectoribus videbatur abſurdum, *libr.* 1. *cap.* 10. occurrit dicens, *Faciliùs hoc*, (nempe, quod vocatis abſurdum) *concedendum puto, quam in infinitam penè Orbium multitudinem diſtrahi intellectum: quod coacti ſunt facere, qui Terram in medio Mundi detinuerunt.*

Sed, cur coacti? Sanè felici circino juxta modum primũ Syſtema delineavit Brahæus in quo obtinemus, quidquid Copernicus deſiderabat, & tamen quieſcere Tellurem permittimus. Eſt illi Terra in A. centro Mundi, prorſus immobilis. Circa illam opportuno intervallo Sol circulum FBNQ. annuo motu deſcribit. Circa B Solem Mercurius, Venuſque epicyclis volvuntur, & ſic Orbes illorum annui auferuntur. Sol eſt centrum ſuperiorum Orbium, & circulus annuus FBNQ. reſpectu illorum eſt Centrocyclus, ideoque admiſſo omnes annui Epicycli, ut ſuperflui tolluntur.

Syſtema Æthereum multis circulis, quibus illud aggravaverant Veteres, exoneravit Tycho: videamus nihilominus in particulari, An ipſe Tycho, aut etiam ſui Diſcipuli ſingulas Planetarum Sphœras circulis inutilibus implicent?

¶Num. CLXXVI. *Figur.* 3.

OCcurrit primò Solis Theorica à Longomontano deſcripta; quæ in Aſtronomiâ Danicâ *libr.* 1. *Theoric. pag.* 231. reperitur. Centro A. & radio AB jubet duci circulum BDC, per quem centrum Epicycli Solaris deferatur. Eſt autem epicyclus Solis, circulus EFG circa centrum D. deſcriptus. Radius AB ſe habet ad radium DF. ut 100,000. ad 3,571. hoc eſt, ut 28. ad 1. Aux epicycli eſt E punctum à terrâ, quæ eſt in A, diſtantiſſimum: & ibi eſt Sol, quando dicitur eſſe in auge: & tunc centrum D per circulum DCHB movetur ſſſ. (hoc eſt, ſecundum ſignorum ſucceſſionem) & corpus ipſum Solare ab auge E per F gyratur in epicyclo EFG. ɔſſ. (hoc eſt, contra Signorum ſucceſſionem.) Motus centri epicycli per deferentem, & motus corporis Solaris per peripheriam epicycli ſunt æquales, ſingulis enim diebus peragunt gr. 0. min. 59. ſecund. 8. Et hic obiter nota angulum EDF (quem format Aux, Centrum Epicycli, & Sol) ſemper eſſe æqualem angulo DAI. (qui à Centro epicycli, Tellure, & puncto I. formatur: unde lineæ FD. & IA. ſemper ſunt parallelæ.

Pronuncio non eſſe neceſſarios duos circulos, adeoque poſſe epicyclum expungi, & ſolum deferentem retineri.

Figur. 103.

Et primò, ſi influxum magneticum in Syderibus reperiri dicamus. Conſidera præſentem hypotheſim. In horizontali (jacente ad libellam) tabulâ centro K circulum RLO deſcribe: jubeque, ut magnetica vis influat ex Q in M. Tunc ſume Sagittam, ſeu Acum nauticam, & illam conſtitue in L. (ubi dicitur Sol habere Augem) & poſteà defer per circulum LOSR, & ſemper erit parallela lineæ QL. Quid, ſi Solem in acumine ſagittæ collocemus? habebimus Theoricam æquipollentem Longomontanæ: nam KR & AB inter ſe: nec-non DF & TN inter ſe ſunt æquales: & ſicut DF & AI, ſic etiam TN & KL ſemper ſunt parallelæ. Ergo nulla eſt inter has duas Theoricas differentia, quæ in Sole percipiatur. Nam, dum centrum Sagittæ peragit circulum LTSR: Sol ipſe circulum MNOPQR deſcribet, cujus centrum eſt V. diſtans à centro K (nempe, Tellure) vigeſimâ-octavâ Radii parte.

Hæc Theorica eſt magis ſimplex præcedente; nam pro epicyclo, & omnibus lineis, quæ in illo debent conſiderari, unicam lineolam (quam appellat Acum, ſeu Sagittam) aſſumit. Maxima æquatio eſt in X. cùm enim locus Solis medius ſit in X, verus eſt in O. & æquationem angulus OKX metitur. Circa octantem ab Auge æquationem dat angulus TKN: quoniam locus medius eſt in T verus in N. In Auge nulla datur æquatio, nam lineæ KL, & LM coïncidunt.

Figur. 104.

Secundò in muro circa centrum Y circulus *abcd*, deſcribatur. Figatur clavus in *b*, & per filum pendeat ab illo globus *e*. Tunc clavus circumagatur per circulum *bcda*. & quando clavus ſit in *c*, globus erit in *g*. & quando clavus ſit in *d*, globus erit in *i*. Ergo, dum clavus perficit circulum *bcda*, globus circulum *e g i m*, deſcribet, cujus centrum ſit Z.

Et quid, ſi Y eſſe Terram dicamus, globum *e* Solem? Tunc *Ya*, erit æqualis ipſi AB: tunc *be*, aut YZ erunt æquales ipſi DF. Perpendiculum & linea *Yb* (ſicut DF & AI: nec-non Acus nautica & linea KL) ſemper erunt parallela. Ἀπογειον erit in *i*, περιγειον in *e*: & maxima æquatio *c Yg*. Ergo hæc æquipollet Theoricæ Longomontani. At eſt magis ſimplex, quia loco epicycli aſſumit unum perpendiculum. Ergo eſt præſtantior.

Figur. 105.

Tertiò, ut Longomontani Theoricam dilucidemus præſens Schema deſcribamus. Sit Terra in A. & radius AM. ſit 100,000. & circulus MCEG ſit, quem centro ſuo Solaris epicyclus delineat. Sit SNO. epicyclus: cujus lineæ SC, HD, IE, KF, LG, ſemper ſint lineæ AO parallelæ. Ergo, dum centrum Epicycli Solis circa A Terram peragit circulum CDEFGM, Sol circa centrum B circulum

SHIKLM describet. Ergo auferamus circulum MCEG, & epicyclum SNO, & solum SHIKLM, circulum simplicem relinquamus, ut in Figura hac videre licet.

Figur. 102.

In ipsâ sit Terra in A. & assumpto puncto B extra A, ducatur circulus EDCF, qui, nam non ducitur circa Terram A. vocabitur *Eccentricus*. Et quidem Eccentricitas erit AB. part. 3,571. quarum radius BE sit 100,000. ΑΠΟΓΕΙΟΝ erit in D, ΠΕΡΙΓΕΙΟΝ in F. eademque Solis loca quoad longitudinem, latitudinem, & distantiam hæc Theorica eodem modo, ac præcedentes, exhibebit.

Figur. 107.

ADdamus Lunæ Theoricam, quam Philippus Lansbergius circulis inutilibus oneravit, cùm potuerit eadem præstare per unicum.

Movetur centrum epicycli Lunaris D. per circulum BCDE. & conficit singulis diebus à Sole grad. 12.11′ 27″. Eccentricitas maxima est AP. part. 13,340. minima AN. part. 8,600. quarum MD, radius eccentrici habet 100,000. & OP. radius circelli habet 2,370. Hunc circellum motu suo describit centrum Orbis M. ſſſ. incipiendo ab N. Et motus est duplò velocior: nam in ☌. & ☍. centrum orbis est in N. & in □ est in P.

Lunam in epicyclo suo plerique omnes circumferunt, jubentque, ut suo ipsa corpore circellum FGHIF describat. Illam Wendelinus non circumagit, sed oscillare præcipit motu reciproco, ita, ut lineam GFI progrediendo, & IFG resiliendo describat. Lansbergius autem Lunam librat; nempe per lineam IDG. ab I in G, & à G in I. numeratque ab H versus G ɔſſ. (cur non ab F in G ſſſ?) Radius DI. est part. 7,000. quarum radius est 100,000. vel grad. 4.1′ 10″: quorum totus orbis Lunaris est 360. His positis, quem effectum faciat circellus N Q P consideremus.

Figur. 108.

Quando linea apogeii orbis Lunæ (nempe, BF.) incidit in Solem: quod contingit, quando apogeium est in loco Solis, aut in oppositio Solis, tunc Orbis movetur hoc modo. Quando ☉ est in apogeio, centrum orbis est in H, & epicyclus in B: in gr. 45. centrum orbis est in Q. & epicyclus in C: in grad. 90. seu primâ quadraturâ, centrum orbis erit in P. & epicyclus in D: in grad. 135. centrum orbis erit in S. & epicyclus in E: in grad. 180. seu perigeio centrum orbis est in N. & Epicyclus in F: in grad. 225. centrum orbis est in Q, & epicyclus in G: in grad. 270. hoc est, in secundâ quadraturâ, centrum orbis erit in P. & epicyclus in H: & tandem in ΑΠΟΓΕΙΩι centrum orbis erit in N. & epicyclus in B. Modo centro N. ducatur circulus BDFHB: hunc suo motu epicyclus describet, sed æqualibus temporibus inæqualia spatia peragens: nam arcus BC, CD, DE, EF, &c. non tendunt angulos æquales in N. sed in P. quod punctum est centrum orbis imaginarii KBI. qui *Æquans* dicitur, quia in ipso tempora, arcus, & anguli æquantur.

Figur. 109.

Ergo auferendo circellum, & lineas superfluas, sit A Terra: N centrum orbis; P punctum æquans, in quo tempora exæquant angulos. Manet igitur unicus circulus.

Quia motus epicycli ab ΑΠΟΓΕΙΩι & cĕtri orbis per circellum NQP *in Fig. CVII.* & CVIII. sunt inæquales, turbantur multa, & coacti sumus Terram, jam in A, jam in L. collocare. Si essent æquales isti motus, omnia melius succederent. Nam tres Superiores, & Venus moventur per circulum CDE, ut in Figurâ CVII. Et centrum hujus circuli describit circellum NQPS. duplâ velocitate. Quam ob rem, motus illorum verus lineam BDFH. Figuræ CIX. describit: centrum orbis est N: eccentricitas NA: & punctum Æquans est P.

Figur. 110.

Alius circulus (nempe FGHI) per quem Lunam ab I in G. & à G in I. librat Lansbergius esse simplex non potest, non enim uno circulo, sed duobus formari potest linea recta. Nam centro A, & radio AB. ducatur circulus BHIK. Et circa punctum C. ducatur alius circulus, qui sit duplò velocior. Secundus circulus suo centro describet primum. Et, si Luna per circulum ACGE moveatur, motu suo vero non formabit circulum, sed ab I. in G. & à G in I. librabitur per lineam rectam, quod sic demonstro.

Moveatur centrum B per circulum BIL. & duplò velociùs in contrarias partes ☉ per circulum secundum agatur. Punctum secundi circuli à centro primi remotissimum vocetur

cetur O. Quando centrum secundi epicycli est in B. Luna sit in G. dum illud conficit 45 gr. in H: illa peraget 90 ab O in M: illo (centro) translato ad I. gradu 90. hæc erit in A, gradu 180 ab O: illo promoto ad K, hæc erit in B, distans 270 gradibus ab O: & tandem illa constituto in L. illa erit in I. Ergo actis duobus circulis ☉ peregit lineam rectam à G in I: & eâdem arte poterit ab I. redire in G. Ergo facilius fuerit ponere simplicem lineam, quàm motus, & circulos multiplicare.

Figur. 14.

VBerioris etiam doctrinæ gratiâ Lunarem Theoricam à Tychone, & Longomontano descriptam contemplemur: eamdemque aliquibus circulis exoneremus.

Radiorum mensuræ sunt hæ. MI. 100,000. AE. 2,174. IC. 5,800. CN. 2,900. & IL. 1,178.

Ex quibus constat: Semidiametrorum Tabulam, quam *in Progymnasm. pag.* 135. Tycho exhibet, totam erroneam esse: nam ☉ in apogeio jubetur habere in Semidiametro 16′: & in perigeio 18′. cùm Geometria posuiset, ut, si ibi habeat 16′, hîc vix 17′ habere possit. Considera sequentes numeros.

	Logarithmi.
Sinus totus	10.00000.A
Tangens 16′ 0″	7.66784.B
102,900.	5.01242.C
Semid. ☉.	2.68026.D
97100.	4.98722.E
Tangens 16′ 57″	7.69304.F

Si enim A dat B: tunc C (distantia Lunæ in apogeio) dabit 2.68026. ut in D. Vnde, si E (distantia Lunæ in perigeio) dat D: tunc A dabit F. Tota ergo illa Tabula Semidiametrorum exorbitat. Eam nihil aliud esse quam errorem continuum observarunt nonnulli: & inter ipsos Ioannes Phocylides *in Panseleno, part. 1. pag.* 12. paucis verbis. *Diametri Solis, Lunæ, & Vmbræ*, ait, *apud Tychonem vitiosi planè sunt, neque Geometricæ secundum proprias hypotheses proportioni ullo modo respondentes.* Quod ipsum candidè fatetur Longomontanus, qui *lib. 1. Theoric. cap. 9. pag.* 297. sic inquit. *Heic apud Tychonem, nescio, quo, ex halitu meo ex Bohemiâ, errore, solidum minutum in Lunæ perigeæ semidiametro redundat.*

Motus diurnus centri I. ab apogeio est gr. 13.3′ 54″. ſſſ. Motus epicycli IC. est æqualis, sed ɔſſ. unde linea IC, radius primi epicycli, & linea AM, quæ ex perigeio ad apogeiũ protenditur, semper sunt parallelæ. Et tandem ultimus epicyclus motu duplò velociori agitur ſſſ.

In eclipsibus adeoq; in noviluniis, & plenilunìis non est opus circulum LS. aut AM considerare: tunc enim Lunæ orbis est telluri concentricus, & centrum epicycli majoris est in I. circelli libratorii centro. Nam epicycli, YCX & RNK anomaliam sequuntur, & circelli AM, & LS. distantiam Lunæ à Sole. Porrò centrum deferentis Lunaris describit circellum AE duplo motu Lunæ à Sole, ita, ut in ☌ & ☍ sit in A: & in omni □ in M.

Figur. 111.

Sicut Lansbergius ponebat librationem à G in I. & ab I in G. sic etiam Tycho librationem ponit non jam 4. gr. & 1. min. quantam ille; sed 40. min. Centrum igitur L. in ☌ est in I. in primo octante in S: in □ in I: in secundo octante in L. in ☍ in I. &c. [Octantes, quos posuerat Tycho, hîc Longomontanus *in Astron. Danic. pag.* 243. S. *Vltimam*, cum △ & ✶ confundit.]

Figur. 112.

Epicyclum primum (nempe YCX) tanquam superfluum, rejicit Longomontanus *loc. cit. pag.* 256. concentricum, & epicyclum in eccentricum vertens: nam, si primi epicycli centrum circa A concentricum BITVD describit: centrum epicycli secundi describet eccentricum ECTSD. Ergo sublato epicyclo majori, & concentrico eccentricum, & epicyclum minorem retineamus, & Theoricam aliam delineemus.

Figur. 112.

Mensuræ sunt, ut anteà. AC. 100,000. CN. 2,900. AE. 2,174. Eccentricitas AB (nam Terra constituitur in B) 5,800. Hanc esse faciliorem, & expeditionem meritò asserit dictus Longomontanus, est enim simplicior, & intellectui accommodatior.

Figur. 115.

Ex duobus Epicyclis, quos habebat Figura CXI. alterum in Eccentricitatem commutavimus: an-ne, & alterum auferre etiam poterimus.

Philippus Lansbergius sic Orbes Planeta-

rios delineat. Esto in Figurâ CXII. Terra apud B: & Orbis Planetarius sit FCD. cujus centrum sit A. Eccentricitas media sit BE. Centro ergo E, & radio EM. describit circulum MA, quem jubet centro Orbis delineari: ita, ut quando centrum Orbis sit in M. maxima Eccentricitas sit BM; & quando illud sit in A, minima Eccentricitas sit BA.

Hic Hypocyclus converti in Epicyclum, & è centro tradúci in circumferentiam poterit, quin alterentur Planetæ phænomena. Vnde scitè Brahæus, postquam Hypothesim Lunarem descripserat, *pag.* 05. ait. *Hæc est motuum Lunarium Circularis ex ipsis apparentiis deprehensa compositio, quæ tamen variè transformari potest, ita, ut omnes illi circelli; vel suprà, juxta circumferentiam Orbitæ Lunaris; vel infra, juxta centrum; vel partim supra, partim infra; quod ultimum hîc elegimus, disponantur.*

An-ne, & in Fig. CXII. poterimus adhuc neutrum Circellum admittere, sed epicyclo NC. Hypocyclo MA expunctis, Planetam per Orbitam FCD ducere, illumque nihilominùs in eisdem locis, in quibus per Epicyclum NC. aut per Hypocyclum MA, constitueretur, collocare? Poterimus, si punctum Æquatoriũ addamus. Totam igitur Lansbergianam Hypothesim, quam Fig. CXII. exhibuit, iterum, sed lineis secretis, in Fig. CXV. rescribamus. Literæ B.A.E.MA.FCD.CN. habeant significationem, quam anteà. Circulum FCD. centrum Epicycli describat. Et Planetæ corpus per circellum H N Z (aut centrum Orbis per circellum MA) duplò velociùs circumferatur. Ergo, quando Epicycli centrum sit in C. Planeta erit in G: quando illud sit in Y, ille erit in I: quãdo illud sit in D. ille erit in K:&, quando illud sit in Q, ille erit in P:& tandem, quando illud sit in R, ille erit in S. Planeta igitur motu suo ferè describet Circulum GIKPSXG. [Consultò *ferè* dixi: quia apud L tria centra ponuntur, ut Orbita GKSX, Sphœricæ similior evadat: & potest differentia intercedere, quæ verè contemptibilis sit.] Pronuncio Planetam, cujus epicycli centrum describit circulum CDQRFC. si duplâ velocitate, ut supponitur ipse circa Epicyclum circumferatur, circa punctum A, quod est suum centrum, æqualibus temporibus æquales arcus non percurrere: at verò supra punctum M, æqualibus temporibus angulos æquales metiri. Et contra ditur. Nam, quando centrum Epicycli Y.& distat à C grad. 45. Planeta est in I. quia lineæ AY, & EI. sunt parallelæ, ang GEI, est etiam grad. 45. Præterea, quan Epicycli centrum est in D. arcus CYD grad. 90. tunc Planeta est in K: &, quia lin A D & E K sunt parallelæ, etiam ang GEK est gr. 90. seu rectus. Tandem, quan Epicycli centrum est in Q. & distat à C cu CYKQ. seu gradibus 135. tunc Plan est in P:&, quia lineæ AQ.& EP. sunt para lelæ, angulus CEP. est similiter grad. 1 Ergo, ita supra centrum L. Planeta circu GIKPSXG motu suo vero, & reali descri ut supra centrum E, æqualibus tempori æquales angulos metiatur. Ergo punctum vocabitur *Æquans*, & ablatis circellis (Epicyclo videlicet, & Hypocyclo) manebit simpliciſſimus Circulus.

Hanc viam ingressus fuit Ptolemæus, qui in Almagesto suo passim ad Æquantia recurrit, & sic unico Eccentrico præstat, quæ alii multis circulis solent.

Arzachel Hispanus, ut à Longomontano *Theoric. libr.* 1. *in præfat. pag.* 146. & *cap.* 2. *pag.* 165. monemur. absurdum esse existimans motus supra alienum centrum æquales fieri, punctum æquans rejecit, & Eccentricum Epicyclo oneratum, ut Figura 112 præ se ferebat, introduxit: quem *libr.* 4. *Revol. cap.* 2. & *libr.* 5. *cap.* 2. Nicolaus Copernicus secutus est. At ipsi, & quotquot eos sequuntur, illud esse absurdum non probant, & tamen simplicitati Cœlestium Theoricarum, fingendo Epicyclos, officiunt.

Figur. 120.

Si ille Epicyclus, quem Figura 112. exhibebat, duplâ sui Deferentis velocitate, sed contra signorum ordinem, juberetur recurrere; non Circulum suo vero motu Planeta, sed iter ΚΑΡΔΙΟΜΟΡΦΟΝ describeret, quale in Figurâ 120. est LIGDC. quo nullus, quem sciam, uti voluit Astronomus. At aliquem motum similem in Lunâ videntur fecisse, qui Solaria deliquia citiùs, quàm exspectant, observasse se existimant, Lunaria tardiùs: & intermedias æquationes communi Theoricæ non cohærere percipiunt. Schema igitur bene considera.

Figur. 114.

Ioannes Keplerus Planetarum Orbitas non esse

esse perfectè sphœricas observavit, sed in figuram ellipticam, aut ovalem abire. Et quidem posset hæc elliptica figura nasci ex circulis. Nam, si FCDE sit Deferens, quem centro suo Solaris Epicyclus describit: &, si Sol in apogeio sit in G, & in perigeio sit in K loco à centro H remotissimo: &, si in mediis longitudinibus sit in H & I. locis proximis, motu suo lineam GHKIG ovi formem describet, & observationibus satisfaciet exactiùs. Sequuntur in hoc Keplerum Ioannes Hevelius, Ismaël Bulialdus, & alii multi recentiores.

An Orbes Cœlestes sint solidi?

Num. CLXXVII. *Figur.* 113.

SIm digressus, aut non: saltem viam communiorem deserui, ut exponerem, *An Circuli, qui in Planetarum Theoricis ab Astronomis describuntur, sint lineæ, superficies, an corpora?* Egimus de Circulis quà lineis; etiam de ipsis quà superficiebus: superest, ut de eisdem quà solidis etiam differamus. Quod est inquirere, *An Sphæræ Cœlestes sint solidæ? An illas esse liquidas Geometricè demonstrari possit?* Consultò dixi *Geometricè*. quoniam Geometriam impræsentiarùm tracto, & non me juvant argumenta, quæ ex aliis fundamentis sumuntur. Qui autem illa videre velit, legat nostra Astronomica, in quibus hæc Quæstio stylo uberiori tractatur.

Sphœram cujuscumque Planetæ Figura CXIII. repræsentat. Vt omnes Planetæ motus exhibeat, debuit orbibus variis crustari. Considera singulas lineas. Est Terra in L. cui concava superficies D. & convexa A sunt concentricæ. Orbes AB, BC, HG, GF, ut conspicis, in uno sunt latere crassi, in altero verò subtiles. Exteriores sunt interiorum complementa: nam Orbem FG complet BA; & Orbem GH complet BC. Orbis & suum complementum uno, & eodem motu circumvolvuntur. Orbis FG & BA, sunt eccentrici secundum quid: nam secundum alteram superficiem sunt concentrici Terræ. Orbis GH & BC sunt simpliciter eccentrici.

Miror à tot annis floruisse Astronomiam, & tamen nondum imposuisse singulis orbibus propria vocabula: nam Orbis FG dicitur *Deferens augem*: Orbis autem B, *Deferentis augem complementum*: Orbis DC vocatur *Deferens epicyclum*, qui est globulus IHK: at Orbes BC & GH per circumloquia significamus.

Hæc est Cœli solidi facies, sic crustantur sphœræ: & sic Planetæ deferuntur. At contra sic solent succlamare Tychonici.

Figur. 116.

Primò. Venus, Mercuriusque moventur circa Solem: ergo illa in inferiori sui epicycli parte currit ab A in D.& hic à B in C. At, si Solis Cœlum esset solidum transire non possent. Ergo est liquidum.

Secundò. Mars acronychus est Terræ propinquior, quàm Sol. Ergo interdum Sphœræ Solaris est incola, & ab E in F, ingreditur in Cœlum Solis. At id non posset facere, si illud esset durum & solidum. Ergo est liquidum.

Respondeo ad primum. Venerem & Mercurium circa Solem moveri nunquam probavisse Tychonem: non ergo potuit hinc esse liquidos Cœlos inferre.

Respondeo ad secundum ex Ioanne Keplero Martem acronychum reddi Telluri propinquiorem ex Tychonis Theoricâ, & ex conformatis ad eamdem Theoricam Tabulis, non autem ex observationibus: quoties enim se id observasse asserit Tycho, toties fallitur: nam Solis parallaxis, quidquid ipse somniet, est inobservabilis, adeoque orbium radii determinantur, non ex parallaxi, sed ex motu. Vt autem Martis motum conservemus, non est necessarium, ut per orbem Solarem transmittatur: nam, si in Figurâ 117. Orbis Solis sit ☉ H K, & Orbis Martis ♂ NHIK, si maneat eadem linearum proportio, manebunt semper eædem apparentiæ, quæ observationibus satisfaciant.

Sanè radius Orbis Solaris B ☉, ut vult Philippus Lansbergius continet $1498\frac{1}{2}$ semid. Terræ: ergo erit tota diametrus ☉ S. 2997. At radius Orbis Martis ☉ M, aut ☉ I. 2275. ergo secat diametrum Orbis Solaris in I. & ex I ad S relinquit 722. Profectò centrum Orbis Martis esse debet in lineâ BG. at nulla demonstratio postulat ut in ☉, & non altiùs ponatur. Ergo augeri possunt illæ lineæ.

Duco igitur lineam BN. (à Terrâ B. per N mediam longitudinem Orbis Martis) in infinitum, & sic statuo. *A quocunque lineæ*

BNP

BNP *puncto dimittatur perpendiculum in lineam* BG, *illud erit parallelum lineæ* N ☉, *& poterit esse radius Orbis Martis*: *&, si ut radius sumatur, dabit circulum, qui eadem loca repræsentet, ac circulus* RNHK. Ergo in lineâ BNP. notetur punctum M. ex illo dimittatur perpendiculum MD in lineam BG. tangens illam in D. Ergo centro D. & radio DM ducatur circulus G M L. Hic non secabit sphœram Solis, & tamen in eumdem locum semper reponet Martem, in quem circulus RNI. Ergo nobis habitantibus in Terrâ B. movere Martem per circulum RNI, aut per GML, perinde est. Hoc demonstratur evidentissimè. Nam, si ♂ distet à Sole gradibus 30. v.g. si moveatur per circulum ♂NH, erit in R: si per circulum GML, erit in Q. At linea, quæ à B Terrâ ducatur per R. cadet in Q. Ergo alteruter circulus eadem Martis phænomena exhibebit.

Interìm, quia Veneris, Mercuriique falcatæ facies, & Martis gibbosa facies, similis Lunæ 9. dierum, quas Tycho non vidit, (quoniam ante Opticorum Tuborum inventionem devixit) Solem esse in centro, aut valde prope centrum Orbium Mercurii, Veneris, & Martis demonstrare videntur, concedo præmissas utriusque Objectionis Tychonicis; nego tamen inde inferri legitimè, Cœlos liquidos esse. Possunt Venus, Mercuriusque circa Solem moveri, etiamsi Cœlos esse duros dicamus.

Lamina VI.

Nam, si in Mundi Systemate, quod ad Tychonis mentem describimus, A sit Terra: BC erit Sphœra Lunæ; FG Orbis Veneris; EF Orbis Mercurii: & in spatio clauditur Epicyclus Solis. Sicut circa Solem Orbibus, extra quos est Sphœra Lunaris: aguntur Mercurius & Venus: sic etiam circa Solem, sed amplioribus Orbibus Mars, Iuppiter, & Saturnus, qui etiam circumdant Terram: & quidem Martis Sphœra est KL, Iovis LM, Saturni MN.

Orbis NQPR volvitur circa Terram A, & secum importat omnes Planetas (etiam Lunam, nam hæc numerat viam suam à Sole) motu annuo; & hoc motu vectus Sol (qui est Orbium centrum) circulum ISTE describit, qui à Sphœrâ Martis scinditur in V & in X. ut acronychus Mars fiat Terræ proximior quàm Sol. Luna, Mercuriusque moventur secundum signorum successionem; Mars verò, Iuppiter, & Saturnus contrariam viam ineunt, & motui Solari in orbibus suis obtuntur. Moventur ergo diebus singulis

	G.	′	″
Sol	0	59	8
Luna à Sole	12	11	27
Mercurius	3	6	21
Venus	3	36	59
Mars contra Solem	0	27	41
Iuppiter contra Solem	0	54	9
Saturnus contra Solem	0	57	8

Hinc est, quod Saturnus, Iuppiter, & Mars, si hodie in meridie celebrent synodum in grad. 0.0′ 0″ ♈. Cras in meridie futuri sint Mars in grad. 0. 31′. 27″. ♈. Iuppiter in gr. 0. 4′ 59″ ♈. & Saturnus in gr. 0. 1′ 0″, quoniam 24 horarum spatio ab Orbe annuo RNQP.

	☿		♂		♃		♄	
	′	″	′	″	′	″	′	″
Propelluntur per	59	8	59	8	59	8	59	8
Contranituntur per	27	41	54	9	57	8		
Ergo manent	31	27	4	59	2	0		

Stat igitur non obstantibus Tychonis suspicionibus, quæ post Galilæum in Demonstrationes transiverunt, Cœlos solidos plausibiliter defendi posse.

Interìm Cometæ, qui si Orbes habent, Cœlorum soliditati non officiunt, videntur per rectam lineam explodi, & Orbes Planetarios trajicere, & Cœlos esse liquidos manifestè probare.

Sed quidquid de Cometis sit, demonstrat Optica refringi radios, quoties in eccentricas superficies incidant: & ideò Sydera omnia circa horizontem refractionem patiuntur, quia atmosphœræ profluvio circumdamur. Ergo, si tot essent in cœlo Orbes, & plerique omnes respectu nostrorum oculorum eccentrici; & præcipuè, si essent epicycli; distantiæ, & apparentiæ Stellarum fixarum mutarentur quotidie, & singulæ viderentur tripudiare. At experientia docet Stellas fixas, antiquas inter se conservare distantias, ergo præter Atmosphœræ, & Auræ Ætheræ divisionem, nullam aliam esse in Cœlesti regione, sed ad usque Empyreum Cœlum

lum auram esse continuam, per quam Planetarum corpora circumvolvuntur. Subscribo omnibus Veteribus Ecclesiæ Patribus, antiquis Philosophis, & Astronomis, imò etiam Principi istorum Ptolemæo, qui *in Magnæ Syntaxeos libr.* 13. *cap.* 2. tametsi Orbes solidos admisisse videatur, vetat nihilominùs, nequis in machinâ Cœlesti rem ita se habere existimet, ut Mathematici fingunt; & rationem subjungit, quòd temerarium sit ΠΑΡΑΒΑΛΕΙΝ ΤΑ ΑΝΘΡΩΠΙΝΑ ΤΟΙΣ ΘΕΙΟΙΣ. *Humana cum Divinis conferre.*

Et sit, hæc de Cœlestibus Circulis, (lineis, superficiebus, & corporibus) dixisse, satis.

De Figura Ovali.

Num. CLXXVIII. *Figur.* 41.

NOn est circulus, at ex arcubus diversorum circulorũ componitur, & apud Pictores est in pretio, nam à Mathematicis non solet describi, aut admitti. Conformatur hoc modo.

Centro A ducitur circulus FCGBF, & ductâ diametro CB, & perpendiculari FG. centro B ducitur circulus EAI, & centro C, circulus DAH, priori æqualis: & posteà centro G, & radio GD, ducitur arcus DE; & centro F, & radio FH, arcus HI, & habetur figura, quæ quæritur.

Num. CLXXIX. *Figur.* 41.

Gratia & pulchritudo additur, si circuli non sint æquales, & Figura ovo similior pingitur.

Centro L. & radio LK. duco circulum KRQ: quem divido linea KO. Et retinendo in eadem aperturâ circinum, centro Æ, duco circulum SPL. Posteà centro N. duco alium circulum minorem, (poterit esse duplò minor) nempe SMT. Tandem centro Q. duco arcum RS: & centro P. arcum VT. & exhibeo figuram ovalem, quam desideras.

Supra pyramides ad majorem ornatum solent globi locari, pulchriùs insistunt ova; quæ postulant, ut O cœlum respiciat, & K pyramidis insistat apici.

De Ellipsi.

Num. CLXXX. *Figur.* 42.

TAm est Figuræ Ovali similis, ut à plurimis confundi soleat, sed est Figura nobilis, mereturque, ut curiosè explicetur. Habet duas diametros, majorem & minorem: illa est AE, ista FG; & peripheria elliptica est AGEFA. Solet, & potest, vel intellectu concipi, vel manu describi.

Porrò, ut mente ellipsim perfectam concipias, juxta Figuram X L I I. considera circulum, CDBG, cujus centrum sit A. &, quia vis describere ellipsim CEBFC. cujus major diameter sit CB. & minor EF. cujus proportio sit ut 10. ad 8. Duc ergo aliquas parallelas ipsi lineæ DG, quæ, si eâdem proportione dividantur, quâ AG, erit ellipsis accuratè descripta. Quam ob rem, si AF est 8. & FG. 2. omnes illas parallelas in 10. partes divide, & arcum duc ita, ut relinquat hinc 8, & inde 2. & ellipticus erit.

Mechanicè etiam poterit Ellipsis multis modis formari: & quidem *Primò ope fili.* Supra planum igitur duc lineam AE, & in illâ infige acus, seu claviculos B & D: posteà sume filum aliquantò majorem linea BD: cujus alteram extremitatem infige in B. alteram in D. Et tandem sume graphium, & à filo conductus peripheriam AFEGA. describes. [Loco graphii poteris acum sumere filo per oculum inducto; &, si oculo arcum delinees, rem citò expedies.

Hic modus, si semel de centrorum distantiâ constet, est facillimus: at illa poni potest pro libitu, & ex hypothesi figura formari. Filum igitur convertamus in circinum, eamdemque ellipsim iterum conformemus. Contempleris *Figur.* XLIV.

Triangulum DFE considero. Basis BD semper est eadem: aggregatum ex utroque crure semper idem; quantùm enim alterum crus augetur, alterum tantùm imminuitur. Ergo, si latera simul sumpta sint 10. quando alterum est 5. alterum erit 5: quando alterum est 6. alterum erit 4: quando alterum est 7. alterum erit 3. &c. Hac igitur meditatione, & cognitione instructi stylum, & circinum sumamus.

Sit igitur minor Ellipseos semidiameter BF,

BF, part. 4. alterum centrum sit in D. & alterum in E, eorumque distantia DE sit partium 6. Ergo in rectangulo FBE, cùm FB sit partium 4. & BE partium 3. erit EF part. 5. [quod ipsum etiam probat circinus; si enim centro E & radio EI, partium 5, arcum duxeris, venies in F.] Sed quanta erit semidiametrus major? Erit semiaggregatum crurum. Ergo æqualis cruri EF, aut DF (& nota id bene.) Ergo part. 5. [ab E enim in A, est semiaggregatum omnium laterum, nam filum, quod illa constituit, duplicatur in majori diametro. Ergo idem erit auferre BE fili duplicati; ac DE fili simplicis. Aufero ergo basin: manent latera: illorum aggregatum est 10, ergo semiaggregatum 5.] Alia peripheriæ puncta sic invenio. Centro E & radio EI part. 5. duco arcum IF: Centro E & radio ED part. 6. arcum DG: & centro E & radio EN part. 7. arcum NH. Et transiens ad alterum centrum alterum crus dimetior, nam centro D, & radio DK part. 5. duco arcum KF: centro D & radio DL part. 4. arcum LG: & centro D & radio DB part. 3. arcum BH. Conjungo puncta AHGF, & habeo quadrantem ellipseos, cui quadranti alii tres sunt similes.

✠Num. CLXXXI. *Figur.* 43. & 42.

Secundò ope simplicis regulæ. Sumatur tabula, qualis in Figura describitur; & in ipsâ ad angulos rectos ducantur ED diameter ellipseos major, FG minor: deinde accipiatur regula, & in ipsâ notentur duæ lineæ: nempe IC semidiameter major; IB semidiameter minor. Si igitur ita applicetur regula, ut punctum B ita diametrum majorem percurrat, ut punctum C semper in diametrum minorem incidat, punctum I ellipticam peripheriam EFDGE summâ præcisione describet, & alterum centrum in L, & alterum constituet in K.

Modus iste videtur præcedenti facilior, & in praxi expeditior, & potest instrumentis juvari.

Tertiò ope Geometriæ. Nam, si convertamus oculos ad *Figuram* XLII. & centro A ducamus circulum BGCDB. & supra diametrum CB dimittamus quæcumque perpendicula, (vel sinus rectos) omniaque eâdem ratione dividamus, & per divisionum puncta CPQFRSD arcum ducamus, habebimus ellipsim, quam quærimus. Nam, si diametrus major ad minorem sit dupla, omnes sinus erunt bisecandi: si autem diametrus major habeat ad minorem, ut 10 ad 9. omnes sinus erunt decimâ parte diminuendi: & sic practa ellipsis delineabitur.

Hac hodie utuntur, aut fortè abutuntur in delineatione ingeniosi Astronomi, qui post Ioannem Keplerum, & Ismaëlem Bullialdum nolunt Planetarum vias esse sphæricas, sed contrahi in latera & ovalem affectare figuram. Vnde deberent probare Prolemæum, Rex Alphonsus, Copernicus, Tycho Brahe, Lansbergius, &c. Planetodromos esse sphæricos.

De Figuris Monogoniis.

✠Num. CLXXXII. *Figur.* 44.

HVcusque de Figuris Agoniis, quæ una lineâ, seu peripheriâ ducuntur, & nullum habent angulum, differuimus: sequuntur Monogoniæ, quæ unum angulum habent. Possem plures adducere, *Pyralem* pono, à pyri similitudine dictam: eam sic describo.

Linea AC normaliter dividatur lineâ ME: centro autem B ducatur semicirculus AMC: & eâdem aperturâ manente centro M ducantur arcus F & G. Demum centro F & radio FC, ducatur arcus CE; & centro G. & radio GA, arcus AE. & formabitur figura pyri, qualem conspicis.

De Figuris Digoniis.

✠Num. CLXXXIII. *Fig.* 44.

LIneis rectis ΔΙΓΩΝΙΟΝ formari non potest, solet curvis, aut curvâ, & rectâ, ut conspicis. Ex duabus lineis circularibus componitur Figura O. ex circulari, & rectâ Figura N.

De Figuris Trigoniis.

✠Num. CLXXXIV. *Fig.* 44.

T*Riangulus*, vel *Triangulum* (nam utroque genere effertur) à Græcis nominatur ΤΡΙ-

ΓΩΝΟΣ, & est figura nobilissima, cum ea Geometriæ pars meditatur, quæ dicitur ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑ. Est figura maximè necessaria; sine quâ, nec terras, nec cœlos metimur. Formatur in plano, & in globo. De ejus quà plani, & quà sphærici passionibus, & proprietatibus plura dicturus sum, cùm Trigonometriam tradidero, pauca hic de planis, omnia scitu digna, tanquam fundamenta, præmitto.

Potest formari Triangulus digrammus, cujus alterum latus sit integer circulus: cujus alterum latus sit semicirculus, aut quælibet circuli portio. Schemata attentè S P. & Y Z considera.

De Figuris rectilineis.

✠Num. CLXXXV.

IN Triangulo, & omni Figurâ rectilineâ multa notari solent, quæ etiam ad sphæricas transferuntur, analogiâ, aut etiam identitate conservatâ.

Primò enim Figuræ Centrum est punctum medium. *Secundò*, Diameter est linea ab uno latere in alterum per centrum transiens. *Tertiò*, Radius est linea à centro in latus externum proveniens. *Quartò*, Semidiameter est idem, ac radius. [Hinc patet, nisi logomachiis indulgere velimus, semidiametrum non semper dividere diametrum arithmeticè in duas partes æquales, sed dividere in centro.] *Quintò*, Perimeter est figuræ extimum, seu comprehensio: videlicet omnium laterum summa. [Vnde in Triangulo Pythagorico, in quo latera sunt 3. 4. 5. Perimeter erit 12.] *Sextò*, Area est ipsa clausa superficies.] Et hæc in ipso rectangulo invenitur unum crus per semissem alterius cruris multiplicando; quoniam hypotenusa, aut latus maximum in supputationem non venit. Latera erant 3. & 4. Multiplico ergo 3 per 2: vel 4 per $1\frac{1}{2}$, & habeo 6: & tantam esse dico aream Pythagorei Trianguli.] *Septimò*, altitudo mensuratur à perpendiculo à vertice figuræ demisso. *Octavò*, Basis est linea, in quam cadit perpendiculum; &, si bene figuræ pingantur, ad libellam describitur. *Nonò*, Figuræ ordinatæ dicuntur, quæ æqualibus lineis, & æqualibus angulis constant: inordinatæ, quæ inæqualibus. [Ordinatæ sunt in Triangulis æquilaterum; in Quadrangulis Quadrum; &c. Huc reduci possunt Platonica corpora, quæ in dissimilitudine ordinem, & similitudinem habent.] *Decimò*, Isometræ dicuntur, quæ sunt ejusdem ambitûs. *Vndecimò*, Æquialtæ, quæ ejusdem altitudinis: nempe, in quibus perpendicula maxima sunt æqualia. *Duodecimò*, Similes, quæ habent æquales angulos.

De Triangulo rectilineo.

✠Num. CLXXXVI. *Figur.* 45.

OMnis figura rectilinea, aut est Triangulus, aut triangulata, hoc est, composita ex triangulis. Ostenditur: quoniam Pentagonus ABCDE, verbi gratiâ, componitur ex tribus triangulis, ABCA, ACDA, & AEDA.

Ratione linearum dividitur in Isopleurum, Isoscelen, & Scalenum. In primo sunt omnes anguli, & latera æqualia: Euclides 24. *lib.* 1. in secundo duo anguli, & duo latera sunt æqualia: Euclides 25. *libr.* 1. in tertio omnia sunt inæqualia: Euclides 26. *libr.* 1.

Ratione angulorum dividitur in Orthogonium, Oxygonium, & Amblygonium. Orthogonius (Rectangulus) dicitur, cujus unus angulus est rectus: & tunc lineæ angulum comprehendentes vocantur *Crura*, &, quæ angulo recto opponitur, dicitur *Hypotenusa*. Oxygonius (Acutangulus) cujus omnes anguli acuti sunt. Amblygonius (Obtusangulus) cujus unus angulus obtusus est.

Iuvamur circulis, ut triangulos quoscumq; describamus, aut etiam descriptos metiamur: sicut etiam juvamur triangulis, ut definiamus magnitudines arcuum.

✠Num. CLXXXVII. *Figur.* 46.

Quomodo Isopleurus, seu Æquiangulus describetur? Ponens ob oculos Figuram XLI. duco lineam quantamcumque AB: & centro A, & radio AB duco arcum BC: & centro B & radio BA, arcum AC: à puncto C, in quo se arcus intersecant, duco lineas CA & CB. & habeo æquilaterũ Triãgulum, quem postulas.

Quomodo autem Isosceles? Positâ lineâ AB. seu basi, sumam radium majorem illâ, & hinc inde notabo punctum O: aut minorem illâ, & hinc inde notabo punctum S, & habebo isoscelem; qui duos angulos ad basin, & duo supra basim latera æqualia habeat.

✠Num. CLXXXVIII. *Figur.* 46.

Quomodo alteruter (Isopleurus, & Isosceles)

inſcribetur circulo? Centro D.duco circulum G E H F: illum divido perpendiculo G H: deinde manente eâdem circini aperturâ, pono alterum pedem in H,& alterum in I, & in K: tandem duco lineam ab I ad K; à K ad G; & à G ad I: & habeo triangulum æquiangulum, & æquilaterum.

Sanè, ſi baſis ſit infra,vel ſupra lineam IK, (tales ſunt QR, & NP)& extremitates conjungantur in G: triangulus erit iſoſceles.

Si detur priùs triangulus(qualiſcunq; ille ſit) & circumſcribendus ſit circulus,quo modo procedemus? Iam docuimus ſuperiùs circulum per tria puncta ducere: hæc tria puncta nunc ſunt extremitates angulorum; & eadem omninò operatio.

✠Nu m.CLXXXIX. *Figur.*47.

Cujuſcumque trianguli omnes tres anguli ſimul ſumpti ſunt æquales duobus rectis. Demonſtratur certiſſimè. Nam, ſi ad Figuram XLVII.oculos cõvertamus, & in memoriam revocemus, quæ de Parallelis ſtatuimus,cùm lineæ AD & BE, ſint parallelæ; anguli internus, & externus D A B & E B C erunt æquales: & alterni ADB & DBE etiam. Ergo trianguli DBA, DBE, & EBC æquabunt omnes angulos Scaleni ABDA: At illi ſunt æquales duobus rectis. Stat igitur omnes trianguli angulos ſimul ſumptos æquales eſſe duobus rectis.

Hæc demonſtratio eſt certiſſima, demus aliam clariorem, & evidentiorem. Omnis triangulus,cujuſcumque generis ille ſit,clauditur circulo, & habet angulos ad cirnumferentiam. Sed anguli, qui ad circumferentiam,important ſemiſſem graduum,quos ſubtendunt. Ergo etiam anguli trianguli circulo inſcripti. At circulus habet grad. 360. Ergo omnes anguli trianguli grad.180.Sed hi ſunt duo anguli recti. (nam recti ſinguli habent grad. 90.) Ergo omnes anguli cujuſcumque trianguli, ſimul ſumpti, æquant duos rectos: quod erat demonſtrandum.

✠Num. CXC.

Hinc patet Æquilateri angulos eſſe grad. 60:nam 180,ſi dividãtur in 3 partes,dant 60.

Hinc etiam patet, quomodo determinandi ſunt anguli Trianguli Iſoſcelii. Primò enim examinandus eſt angulus verticis, qui opponitur baſi. Hic eſt ſubtrahendus à gradibus 180. & reſiduum eſt biſecandum, ut anguli, qui ad baſim cognoſcantur.

Hinc tandem patet in Scaleno inſcri- circulo, ſingulos angulos ſpecialiter cond derandos, & ſumptâ ſemiſſe arcûs, quem ſubtendunt, eſſe determinandos.

Rectanguli hypotenuſa, ſeu latus maximum eſt diameter circuli. Acutangulus neceſſariò ſecat diametrum circuli. Obtuſangulus formatæ poteſt, quin circuli diametrum tangat: imo, latus maximum ſit parallelum diametro, formari neceſſariò debebit, quin ſecet illam. Singula demonſtremus.

✠Num. CXCI. *Figur.*46.

Supra diametrum EF formetur triangulus EFGE: & ajo angulum EGF eſſe rectum. *Primò*, quia in quadrato EHFGE, omnes anguli ſunt recti: ergo etiam ille, *qui eſt ad* G. *Secundò*, quia ille angulus eſt *in circumferentiâ*,& ſubtendit ſemicirculum FHE. Ergo, quia anguli, qui in circumferentiâ, important ſemiſſem arcûs, quem ſubtendunt, ipſe importabit ſemiſſem ſemicirculi. Ergo 90. grad. Ergo eſt rectus.

Non ſolùm Triangulus ſupra *diametrum* circuli formatus, quando eſt Iſoſceles,& habet duo latera æqualia, ſed etiam, quando eſt Scalenicus (qualis eſt EZFE.) eſt rectangulus; quia angulus EZF. eſt in circumferentiâ, & etiam ſubtendit ſemicirculum. Vnde angulus E Z F importat ſemiſſem arcûs FHE, quem ſubtendit. Ergo grad. 90.

✠Num. CXCII. *Figur.*46.

Dixi Acutangulum inſcriptum circulo neceſſariò ſecare diametrum, quia omnis in illo angulus ſubtendit arcum minorem ſemicirculo: quod non contingit in obtuſangulo; nam angulus obtuſus ſubtendit arcum majorem ſemicirculo. Conſidera Figuram XLVI. Nam in circulo EHFG, triangulus acutangulus IKGI. aut quicumque alius debet neceſſariò ſecare diametrum BF: at verò obtuſangulus NPGN. quia angulus NGP. ſubtendit arcum majorem ſemicirculo, non poteſt diametrum, quæ lateri majori ſit parallela, ſecare.

In omni triangulo duo latera ſimul ſumpta, ſunt majora latere tertio. Patet; quia, ſi eſſent æqualia, non formarent angulum, ſed lineam rectam. Vide *num.* 22. quid contra hanc Propoſitionem Epicuræi ſint cavillati.

In omni triangulo latus majus opponitur majori angulo: & minor minori. Patet; quia creſcentibus lineis,creſcunt anguli:& contrà.

De

De Triangulorum areis.

✠Num. CXCIII. *Figur.* 47.

Dimenſi ſumus lineas & angulos, areas conſideremus, ut agrorum menſoribus & Reipublicæ ſub eorumdem ignorantia laboranti proſimus.

Fruſtra de valore, & magnitudine areæ triangularis differitur, ſi perpendiculum ignoretur trianguli.

Baſis trianguli eſt linea, in quam orthogonaliter incidit perpendiculum. Vnde perpendiculum eſt linea ab angulo, qui baſi opponitur, incidens ſupra baſim.

Hujus doctrinæ ignorantia multos hominos injuſtè ditavit, multos depauperavit: & ideò illa, ut fundamentum ſciri debet.

In rectangulo,ſi angulus rectus ad baſin ſit, perpendiculum coincidet cum altero latere: ſi autem hypotenuſa baſis ſit, illud iſtam ſecabit. Illud prius videtur ad oculum in triangulo A ✠ CA,in quo perpendiculum cadit ſupra latus AB:& hoc poſterius in eodem triangulo, in quo perpendiculum ✠ D.ſecat baſim, ſeu hypotenuſam in D.

In acutangulo ſemper perpendiculum ſecat baſim. Conſtat ex triangulo HKL, in quo perpendiculum LI, ſecat baſim HK: & perpendiculum HQ. baſim KL: & perpendiculum KP. baſim HL.

In obtuſangulo, ſi latus maximum, quod angulum obtuſum ſubtendit, baſis ſit, ſecabitur à perpendiculo: aliàs illud cadet extra baſim. Demonſtrat hoc triangulus NOTN. in quo perpendiculum TN ſecat latus maximum: at verò perpendiculum MS.cadit in S. quod eſt punctum extra baſim TO: & perpendiculum OR. cadit in R, quod eſt punctum extra baſim MT.

✠Num. CXCIV.

Multiplica baſim per ſemiſſem perpendiculi, vel perpendiculum per ſemiſſem baſis, & habebis magnitudinem areæ. Aliter. *Multiplica baſim per perpendiculum; numerum reſultantem ſeca, & habebis magnitudinem areæ.* Regulam exemplo dilucido. Erat campus figuræ MTOM.Menſuravi lineam MT pedum 100. Veni ab M per T in R. ita, ut oculo poſito in R.baculus T tegat baculum M,& baculus O. (nam baculi in angulis infigi debent) videatur ab R, angulo MRO,graduum 90.Menſuravi lineam RO. pedum 130. Multiplico ergo baſim MT. 100. per 65. ſemiſſem perpendiculi, & reſultabit numerus 6500.Et ajo totidem pedes quadratos cõtinere illum campum. Vel ſumo totum perpendiculum 130. & multiplico per 50.ſemiſſem baſis,& reſultat iterum numerus 6500.Aut tandem multiplico totum perpendiculum 130.per totam baſim 100.& habeo 13000.& dividens hunc numerum iterum adquiro 6500. ut anteà.

100	130	130
65	50	100
500	000	000
600	650	000
6500	6500	130
		13000
		6500

Vt vidiſti, baſis & perpendiculum in ſuppũtationem veniunt, non baſis & latus;vidi interdum latus cum perpendiculo à nonnullis confundi, & conſequentias exorbitantes extrahi.

In quadratis rectangulis latus per latus poteſt multiplicari. Patet: quia latus & perpendiculum coïncidunt.

In parallelogrammis latus per perpendiculum debet multiplicari.

✠Num. CXCV.

In Rectangulo, ſi tria quadrata formentur ſupra tres lineas, illud, quod ſupra majus latus, aliis duobus ſimul ſumptis æquale eſt. Demõſtrat hoc Triangulus Pythagoricus,quod eſt triangulorum prodigium, cujus latera ſunt 3. 4, & 5: nam primus numerus, ſi quadretur, dat 9: ſecundus, 16: & 9 & 16.ſimul ſumpta ſunt 25. Et 5. ſi quadretur, dat 25.

Rectanguli doctrina eſt maximè neceſſaria,& in terrâ & cœlo, multas & varias conſequentias parturit; &, quia eſt digna, ut uberiore calamo pertractetur,de illâ agemus inferiùs in libello ſpeciali.

Diverſi Trianguli quoad areas inter ſe comparantur.

✠Num. CXCVI. *Figur.*49.

Egimus de Triangulis ſeorſim ſumptis, nunc plures inter ſe conferamus.Et primo ductis duabus parallelis AE & FK, & di-

visis in quatuor partes æquales, Axiomata sequentia pronuntiemus.

Trianguli, si sint supra eamdem, aut æqualem basim, & habeant eamdem altitudinem, sunt æquales. Ita trianguli FGBF, FGCF, FGDF, FGEF, nam supra eamdem basim FG formantur, & habent eamdem altitudinem, hoc est, parallelarum distantiam.

Sunt ejusdem altitudinis, quorum perpendicula sunt æqualia. Nam altitudo ex perpendiculi quantitate colligitur.

Habent perpendicula æqualia, quæ inter duas parallelas formantur. Cùm enim ipsæ æquè distantes sint, perpendicula ab unâ ad alteram demissa, semper erunt æqualia.

Figur.49.

Duo posteriora patent; primum demonstro. Parallelogramma illa quatuor (FGBAF, GHCBG, HIDCH, IKEDI,) sunt æqualia: sunt enim rectangula æquè lata, & æquè alta. Triangulus FGBA, est semissis parallelogrammi FGBAF. & triangulus BGCB, est semissis parallelogrammi BGHCB. Ergo parallelogrammum FBCGF, est æquale parallelogrammo ABGFA, & duplum trianguli FGBF. Hoc parallelogrammum FGCBF, ductâ lineâ CF divido in duas partes æquales. Ergo, si totum parallelogrammum FGCBF, est æquale toti parallelogrammo FGBAF; unius semissis erit æqualis semissi alterius. Ergo triangulus FGCF, erit æqualis triangulo FGBF. *Progredior.* A puncto G duco lineam GD. & ajo FC & GD esse parallelas: & parallelogrãma FGCBF & FGDCF esse æqualia. Hujus posterioris semissis est triangulus FGDF. Ergo est æqualis aliis triangulis, qui sunt æqualium inter se parallelogrammorum semisses. Et sic, si volueris, pergo & pergo. Stat igitur omnes triangulos inter duas parallelas formatos, si eamdem aut æqualem basim habeant, esse æquales, quod erat demonstrandum. COROLLARIUM. *Ergo in Triangulis, ut superficies innotescat, præter basim non aliæ lineæ, sed altitudines sunt mensurandæ.* Constat ex dictis.

Num. CXCVII. *Figur.* 49.

Trianguli, (idem dicito de quadrangulis parallelogrammis) qui ejusdem altitudinis sunt, se habent ut bases. Demonstratur. Triangulus FGBF, & FHCF, sunt ejusdem altitudinis, (nam inter duas parallelas formati) habent bases in proportione 1. ad 2. (talis est proportio FG ad FH) & tamen ipsi in eâdem proportione sunt: nam triangulus FHCF, linea CG dividitur in duas partes æquales quarum quælibet (ut constat ex demonstratis superiùs) est æqualis priori triangulo.

Hoc ipsum in parallelogrammis conspicitur. nam FGBAF & FHCAF sunt ejusdem altitudinis, & inter easdem parallelas, & quia habent bases, ut 1. ad 2, habent areas, ut 1. ad 2.

Trianguli, (& idem de parallelogrammis dicito) qui æquales bases habent, sunt in proportione altitudinum. Patet, quia quadrangulus FGBAF, & ABML sunt æquales; Ergo quadrangulus FGBAF, ad quadrangulum FGMLF, se habet ut 1. ad 2: & sunt supra eamdem basim, & duplò altior secundus est. Triangulus FGBF, primi quadranguli est semissis: FGMF est semissis secundi: ergo etiam se habent ut 1. ad 2. Ergo quando basis eadem vel æqualis, ab altitudine desumenda est proportio.

Trianguli, qui habent binas lineas, & unum angulum, aut binos angulos, & unam lineam æquales, sunt quoad omnia æquales. Patet, quia à lineis anguli, & ab angulis ita lineæ determinantur, ut habeant magnitudinem determinatam, quæ variari non possit.

Num. CXCVIII. *Figur.* 50.

Hanc doctrinam ad Angelos transferunt nonnulli ingeniosi Theologi, apud P. Marinum Mersennum *in Gen. cap. 1. vers. 1. col. 60.* nam tametsi Angelus habere locum definitivum, tantum videlicet determinatè, ita, ut in majori nequeat esse, dicatur: nihilominùs se potest ex Empyreo ad usq; tellurem protendere, quin majus spatium permeet, quam postulat ejusdem capacitas. Nam, si in Fig. L. sit A cœlum, & F sit terra; & Angelus in cœlo in spatio ABDC definiatur: potest ad terram è cœlo se extendere, quin permeet majus spatium. Nam, si duæ parallelæ AF, & CG. ducantur, & intra has duas parallelas, servatâ basi CD. Angelus extendatur, semper definietur spatio, quod sit æquale quadro ABDC. nam hęc duo parallelogramma CDBA, & CDFEC. sunt æqualia. Angelus ergo, qui in cœlo spatio 100. ulnarum definitur, poterit usque ad terras diffundi, quin per majus spatium extendatur. Dœmon igitur, qui hominem obsidet, quin ab ipso discedat, potest operari in quâcumq; distantiâ.

De Triangulo Pythagoræ.

Num. CXCIX. *Figur.* 55. & 56.

INgeniosissimè descriptus est, & magnos usus habet in Geometriâ. Vt illum invenit, hostias Musis Vitrurio *libr.* 9. asserente immolavit: hecatomben videlicet, secundum aliquos: at parciùs, & bovem tantummodo, auditur Proclus. Pythagorica Propositio est hæc.

In omni triangulo rectangulo, quadratum (BCKH) *quod à latere* (BC) *rectum angulum* (F) *subtendente describitur æquale est, quadratis* (BFGA, & CFED) *quæ à lateribus* (BF, & CF) *rectum angulum* (F) *comprehendentibus describuntur.* Et multas Euclidæas dilucidat: & præcipuè 31. & 47. libri 1. item 31. libri 6. etiam 116. libri 10. nec-non 2. libri 12. & potest Arithmeticè, Geometricèque demonstrari.

Arithmeticè quidem, manifestè, & quoad oculum. Nam, si in Figurâ LV. Triangulus sit BCFB. ita, ut BF sit 3. & FC. 4. & CB. 5. Tunc quadrum BFGA. erit 9. & quadrum CFED. erit 16. & simul uterque erit 25. At quadrum BCKH. est 25. Ergo hoc unicum duobus aliis simul sumptis æquale est.

Geometricè etiam ex lineis, quas altera figura præ se fert. Nam Quadrum BFGA est æquale parallelogrammo BPIH: & quadrum CFED. parallelogrammo CPIK. Ergo quadra BFGA, & CFED. simul sumpta sunt æqualia toti quadro BCKH.

Num. CC. *Figur.* 55. & 56.

Majorem demonstro clarissimè. Triangulus BHPB est media pars parallelogrammi BHIPB. At est æqualis triangulo BHFB. quia sit supra eamdem basim BH, & inter easdem parallelas BH, & FI. At triangulus BHFB. est media pars quadri BFGA. Ergo parallelogrãmi BHIPB. & quadri BFGA semisses sunt æquales: ergo totum illud parallelogrãmum, & totum hoc quadrum sunt æqualia. Probatur minor. Triangulus ABFA, & ABCA sunt æquales: quia erigũtur supra eamdẽ basim AB. & inter easdem parallelas AB. & GC. procurrunt. At triangulus ABFA. est media pars quadri ABFGA. ergo etiam triangulus ABCA. est media pars quadri ABFGA. Tunc sic. Iste triangulus ABCA, qui est media pars quadri ABFG: & ille triangulus BHFB, qui erat media pars parallelogrammi BHIPB. sunt æquales. Ergo semiquadrum, & semiparallelogrammum sunt æqualia. Ergo totum quadrum, & totum parallelogrammum sunt æqualia. Si demonstretur, antecedens clauditur demõstratio. Sic progredior. Triangulus ABCA. & FBHF sunt per omnia æquales, quoniam linea AB est æqualis lineæ FB. nam ejusdem quadri sunt latera. Et linea BC est æqualis lineæ BH. ob eamdem rationem. Angulus ABC & FBH. sunt æquales: nam præter rectum, habent angulum FBC utrisq; communem. Ergo in omnibus stat æqualitas.

Num. CCI. *Figur.* 55. & 56.

Minorem eodem modo demonstro: Quia quadrum FCDF. & parallelogrammum PCKI. sunt æqualia. Quia triangulI KCPK. KCFK. DCFD. DCBD. sunt æquales inter se; & mediam partem, tam parallelogrammi PCKI. quàm quadri FCDE. exæquant.

Si in hypotenusâ (BC) *cognoscere volueris punctum* (P) *in quod labitur perpendiculum* (FP) *ab angulo recto* (F) *in basim, seu hypotenusam demissum: crus multiplica per seipsum, & per totam hypotenusam divide.* Nam quadrum BFGA, quia est æquale parallelogrammo BPIH. ideò, si per lineam BH dividatur, dabit lineam BP.

30	4	40	1
30	5 | 90 | 0	40	5 | 160 | 0
00	18.R	00	32.T
90		160	18
900.Q		1600.S	50.V

Demonstratur clarissimè. Nam, si linea BF, sit 30: CF, 40: & BC, 50. *Tunc* 30. per 30. dabunt 900. ut in Q. & divisa per 50. dabunt 18. ut in R. Ergo, si BF est 30. PB erit 18. *Tunc* iterum 40. per 40. multiplico, & habeo 1600. ut in S. quæ divisa per 50. dabunt 32. ut in T. Ergo, si linea CF est 40. linea CP. est 32. Et illæ duæ partes BP. 18. & PC. 32. simul erunt tota linea BC. 50. ut in V.

Num. CCII. *Figur.* 55. & 56.

Sectâ basi, hoc modo habetur perpendiculum. *Lineæ* PC *quadrum aufer à quadro lineæ* CF; vel aliter, *Lineæ* PB *quadrum aufer à quadro lineæ* BF. *& residui radix quadrata erit perpendiculum.*

Lineæ

32	18	24.Y
32	18	24
64	144	96
96	18	48
1024.M	324.X	576.N
1600.S	900.Q	
576.N	576.N	

Lineæ PC quadrum est 1024. ut in M. quæ sublata à quadro lineæ CF, quod continet 1600. ut in S. relinquunt 576. ut in N. *Aut aliter*. Lineæ PB quadrum est 324. ut in X. quæ excisa à quadro lineæ BF, quod continet 900. ut in Q. relinquunt similiter 576. Radix autem numeri 576. sunt 24. ut in Y. Ergo perpendiculum FP. habet 24.

COROLLARIUM I. Si in Rectangulo dentur Crura, & quæratur Hypotenusa. *Singula Crura quadra, hæc quadrata in unam summam redige. Et radix quadrata dabit hypotenusam*. Ostenditur. Alterum crus sit 30. cujus quadrum est 900. Alterum crus est 40. cujus quadrum est 1600. Et hæc duo quadra simul 2500. cujus radix est 50. Tanta ergo est in Rectangulo BFCB. hypotenusa BC.

COROLLARIUM II. Si dentur Crus, & Hypotenusa. *Aufer quadratum Cruris à quadrato hypotenusæ, & habebis quadratum alterius Cruris*. Ostenditur in casu nostro. Nam, si detur Crus BF. 30. & Hypotenusa BC. 50. quadra erunt 900. & 2500. & differentia 1600. cujus radix est 40. quæ quæsiti Cruris CF. quantitatem metitur. Nec aliter, si detur Crus CF. 40. & Hypotenusa BC. 50. quadrata erunt 1600. 2500. & different. 900: cujus radix 30. ob oculos ponit crus BF. quæsitum. Et hac doctrinâ usi sumus, cùm paulò ante perpendiculum FP. metiebamur.

DE POLYGONIIS.

Num. CCIII. *Fig.* 45. 52. 53. & 58.

ORdinata dicuntur, quæ lineas, & angulos æquales habent, & hæc inscribuntur circulo: *inordinata*, quæ habent angulos, aut lineas inæquales.

Omne Polygonium triangulis constat, (*& ideò* triangulatum *dicitur*) *& in triangulos resolvi potest*. Hanc assertionem paulò antè demonstravi, nunc repono. Nam in *Figurâ* LII. quadrum A B E F, resolvitur in duos triangulos; videlicet ABFA, & BEFB. Pentagonus ABEIFA, in tres triangulos; (nempe A B F, B E F, E F I.) ut *Figura* LII. præfert: aut in quinque, (videlicet, ASB, BSC, CSD, DSE, ESA) ut *Figur.* LIII. ostendit. Hexagonus in quatuor triangulos; scilicet in CAB, CAFC, CFEC, CED. ut in *Fig.* LVIII. videtur. Et sic in aliis Polygoniis KOSK, KONK, KNLK, LMNL. & sic in cæteris.

De Quadrangulo.

Num. CCIV. *Figur.* 51.

ANalogia postulavit, ut aliqua de Quadrangulis diceremus, cùm differuimus de Triangulis; nunc uberiùs, & clariùs, quæ sciri debebunt, addemus.

Quadri nomine intelligi solet figura æquilatera, & normalis. Talis est Figura A. num. 48.

Quadratum oblongum, constat lineis parallelis ad rectos angulos incidentes: sed duo latera habet longiora duobus aliis. Vide Figuram B.

Quadratum obliquangulum, quod parallelis formatur, sed tamen angulos rectos non habet. Et in Rhombum, & Rhomboïdem dividitur.

Rhombus habet latera æqualia, & angulos oppositos æquales, ut in Figurâ C.

Rhomboïdes habet duo latera æqualia inter se, & alia duo etiam æqualia inter se, at bina binis inæqualia. Ejus anguli recti non sunt: & oppositi sunt omninò æquales. Converte oculos ad Figuram D.

Trapezium est quadrangulum non parallelogrammum. Interìm potest, & solet habere duas lineas parallelas, ut E; aut etiam nullam, parallelam, ut F.

Num. CCV. *Figur.* 52.

Ex his Figuris solùm duæ priores (A & B) inscribi possunt circulo: poterit aliquando Trapezium, sed non omne. Porrò in circulo, quem exhibet numerus LII. inscribitur Quadrum A B E F A; Quadratum oblongum, HCDGH; & Trapezium BFIEB.

In omni Quadrangulo omnes anguli simul sumpti sunt æquales quatuor rectis. Demonstratur, quia nullum est, quod lineâ ab angulo ad angulum oppositum ductâ in duos triangulos non dividatur. At Trianguli omnes

es anguli simul sunt æquales duobus rectis: rgo Quadranguli omnes anguli simul sumpti sunt æquales quatuor rectis.

Sed quomodo Quadranguli metiemur aream? Si omnes angulos normales habet, æquilaterum, aut oblongum sit, sumam latera, & ultiplicabo unum per alterum. Vnde ex. gr. alterum anguli latus habeat 100, & alterum etiam 100. dicam aream habere 10000. Fit, si alterum habeat 100, & alterum 125. ssteram aream habere 12500.

Num. CCVI.

Si scire velis quamnam proportionem in Quadrocrus, & diameter habeant? Respondebo, si exacta inquiratur proportio has lineas esse asymmetras. Si approximatione contenti simus, hos numeros exhibere poterimus.

Diameter.	Sinus Totus	100000
Crus.	Sinus 45. gr.	70711

vel aliter.

Diameter.	Secans 45. gr.	141421
Crus.	Sinus Totus.	100000

At potentiâ, scimus esse Diametrum duplam Cruris: hoc est, Quadratum, quod fiat supra diametrum se habere ad illud, quod fit supra crus, ut 2. ad 1. Vide *nu.* 75. quomodo de hac proportione Iuniores Zenonistæ ingentur.

De Quinquangulo.

Num. CCVII. *Figur.* 53.

A Græcis ΠΕΝΤΑΓΩΝΟΣ dicitur, & est figura nobilis, utilisque, qua in Meteorum demonstrationibus interdum utimur. Inscribitur circulo; &, si æquilaterum sit, unumquodque ejus latus, est chorda gr. 72.

In omni Pentagono (habeat latera æqualia, aut non habeat) omnes anguli simul sunt æquales sex rectis. Ostenditur, quia dividitur in tres triangulos.

Sed quomodo aream illius metiemur? Vtar figurâ circulo superscriptâ, & latus multiplicabo per 5. & aggregatum per semiradium circuli, & habebo aream Pentagoni quæsitam. Pono exemplum. Datur forum figuræ pentagonicæ, cujus semidiameter minor ST (ex plano ad centrum) est 1000. pedum: & semidiameter major SC, aut SD (ex angulo ad centrum) pedum $1236\frac{06}{100}$: semilatus DT, aut TC esse debuit ped. $726\frac{54}{100}$: adeoq; latus integrum DC $1453\frac{8}{100}$. Multiplico igitur latus per semiradium, vel radium per semilatus, & quintam partem areæ habebo.

Latus	1453 = 08. F	
Semirad.	5	
1 Δ	726540.	G
	5	
5 Δ	3632700.	H

In Pentagono ergo ABCE, latus DC, est 1453 = 08. ut in F. & multiplicatum per semiradium VT. 500. dabit 726540. ut in G. & tantus erit totus triangulus D S C D. Ergo quinque trianguli erunt 3632700. ut in H. Tanta est igitur area totius Pentagoni.

Porrò, si semilatus per totum radium multiplicetur, idem prodibit numerus. Erat

Semilatus	726 = 54
Radius	1,000
1 Δ	726,540
5 Δ	3632,700. *ut anteà.*

De Sexangulo.

Num. CCVIII. *Figur.* 54.

HAnc figuram natura in multis lapidibus affectat, & in meteoris aliquando reponit. Scripsit Ioannes Keplerus, Cæs. Mathematicus, libellum de nive Sexangulâ: riserunt multi Hispani, & Itali, qui grana nivis congelata non viderant: nam in climate temperantiore illa rigescere rariùs evenit: at in Germaniâ frequentissimè vidimus has stellas. Sunt pulchræ: & post Keplerum à Cartesio, & aliis Viris doctis descriptæ.

E' ΞΑΓΩΝΟΣ, si inscribatur circulo, & æquilaterum sit, habebit latera, quæ sint chordæ arcuum grad. 60.

In omni Hexagonio (æqualia, aut inæqualia habeat latera) omnes anguli simul sunt æquales octo rectis. Ostenditur, quia resolvitur in quatuor triangulos.

Sed quomodo mensurabimus aream? Si jubeas, illum Circulo superscribi, in Fig. LIV. Radius circuli AB. erit semidiameter minor: AC secans graduum 30. erit semidiameter major: & BC tangens grad. 30. Semilatus. Hoc semilatus multiplica per AB radium, &

& habebis ſextam partem Hexagoni: quæ multiplicata per ſex, dabit totam aream.

De aliis Figuris.

SIcut hucuſque proceſſimus, poterimus quorumcumq; angulorum Figuras æquilateras conformare. Sit Regula. Circulus habet 360. gradus: ergo illi diviſi per 3. dant 120. chordam Trianguli: diviſi per 4. dant 90. chordam Quadranguli: diviſi per 5. dant 72. chordam Quinquanguli: diviſi per 6. dant 60. chordam Sexanguli: diviſi per 7. dant grad. 51 $\frac{3}{7}$ chordam Septanguli: diviſi per 8. dant gr. 45. chordam Octanguli: diviſi per 9. dant 40. chordam Nonanguli: diviſi per 10. dant 36. chordam Decanguli: & diviſi per 11. dant gr. 32 $\frac{8}{11}$ chordam Vndecanguli: & tandem diviſi per 12. dant 30. chordam Duodecanguli, &c.

DE EGREDIENTIUM ANGULORUM FIGURIS.

Num. CCIX. *Figur.* 57.

TAles ſunt, in quibus ab angulo ad angulum non percurritur per lineam rectam. Poſſunt in claſſes varias dividi. Vel enim ex primo angulo per rectam ad ſecundum tranſitur, & tunc ad cenſum Egredientium non pertinent: Vel ex primo tranſitur ad tertium, & tunc ad primam claſſem Egredientium ſpectant, & prima Figura eſt Pentagonus. Vel ex primo tranſitur ad quartum, & tunc ad ſecundam Egredientium claſſem pertinent, & prima figura eſt Heptagonus: Vel ex primo tranſitur ad quintum, & tunc ad tertiam claſſem pertinent, & prima Figura eſt Vndecangulus. Conſidera Tabellam ſequentem:

Claſſis	Tranſit à primo	Et prima Figura eſt
Prima	ad tert.	V. ang.
Secunda	ad quart.	VII. ang.
Tertia	ad quint.	IX. ang.
Quarta	ad ſext.	XI. ang.
Quinta	ad ſept.	XIII. ang.
Sexta	ad oct.	XV. ang.
Septima	ad non.	XVII. ang.
Octava	ad decem	XIX. ang. &c.

quam promovere poteris in primâ & ſecundâ columnâ per unitates; & in tertiâ per numerorum augendo. Conſidera ſchemata, quæ numero LI. ponuntur.

Henricus Gellibrandus *in Trigonometria Britannicâ cap.* 11. *pag.* 35. Figuram 20. angulorum delineat, & à primo ad nonum ſemper tranſiens Stellam deſcribit, quæ ſuâ pulchritudine nos recreet, & chordarum æqualitate erudiat.

Num. CCX. *Figur.* 57.

INter angulorum emergêtium figuras Superſtitio & Vanitas Pentagonum celeberrimum, & notiſſimum reddidit, ut eſt in Figurâ. Aliqui in angulis linearum curſum ſequuti ſcribunt IESVS: & per circumferentiam literas colligendo, voces *Ieſſ. Veſſ. Eſſiu, Sſive, Sives,* & motu retrogrado *Sſeu, Iſſeu, Viſſe, Eviss, Sævis,* &c. quas putant eſſe eximiæ virtutis, ſuſpiciunt. Sanè antiquiſſima eſt hæc ſuperſtitio, nam Ethnici hunc Quinquangulum vocarunt *Sanitatem Pythagoræ*, & puncta emergentium angulorum lineis rectis unientes, has *quinque* literas ΥΓΕΙΑ, reponebant in angulis. Eſt autem ΥΓΙΕΙΑ, & per ſyncopen ΥΓΕΙΑ *Sanitas*. Et ſic apud Pauſaniam *in Att.* & Plutarchum *in Per.* dicta fuit Minerva, quod ſanitatis tutela communis cenſeretur. Hanc Druydes vanitatem propagarunt in Galliis & in Boream, Auſtrumqne tranſmiſerunt: nam, & hodie Pentagonus hujuſmodi *Trudenfús*, hoc eſt, *Druydarum pes*, à Germanis; *Pie de bruxa*, hoc eſt, *Pes ſtrigis*, ab Hiſpanis vocatur. [Clariſſimus Doctor Ioannes Marcus in ſuo ingenioſo libro *de proportionum motûs* in frontiſpitio hunc Pentagonum exhibet, ejuſque radios literis ΥΓΙΕΙΑ adornat, ut in ipsâ libri epigraphe Lectoribus hierogliphicè ſalutem dicat.]

De Figuris Irregularibus.

Figur. 79.

NEceſſarium eſt Geometræ areas Irregularium Figurarum cognoſcere, & ſcire difformes ſuperficies metiri. Exhibetur campus, qualem Figura LXXIX. repræſentat. Irregularis eſt. Quo modo illum ad numeros, aut Quadrum exactum reducam.

Primò illum reſolvo in Triangulos: poſteà ab angulis in baſes perpendicula conveniên-

dimitto. Deinde ſingula perpendicula ſuam baſim multiplico. Demum omnes numeros factos ad ſummam reduco. Et tandem huius ſummæ ſemiſſem æquare aream poſitæ Figuræ definio. Et, ſi dimidiatæ huius ſummæ radicem quadratam accipiam, habebo Quadratum, quod irregularem ſuperficiem exæquet.

DE ÆQUALITATE FIGURARUM.

Num. CCXI.

DVplex eſt Æqualitas, alia diſcretæ, alia continuæ Quantitatis: illa verſatur in numeros, hæc inter lineas, ſuperficies, & ſolida. De Diſcretâ in Arithmeticâ, nunc de Continuâ diſputamus.

Et quidem Figuræ quatuor modis poſſunt æquales dici: vel, quia eamdem diametrum habent: vel, quia æqualia protendunt latera: vel, quia eodem ambitu comprehenduntur: vel, quia eamdem habent capacitatem. Ideò has quatuor Æqualitatis differentias diſtinguant Geometræ, alias *Iſodiametras*, alias *Iſopleuras*, alias *Iſoperimetras*, & alias *Iſoëpipolaias* appellant.

Iſodiametræ ſunt, quæ licèt angulorum numero, & capacitate differant, eamdem diametrum habent.

Iſopleuræ, quæ habent æqualia latera, non numero, ſed longitudine, unde erunt Iſopleuri Triangulus, & Quadrangulus, ſi non differant longitudine laterum: & hoc contingit, quando omnia latera unius Pentagoni v.g. ſimul ſumpta ſunt æqualia omnibus lateribus alius cujuſcumq; figuræ ſimul ſumptis.

Iſoperimetræ, quæ licèt diverſam habeant diametrum figuram & capacitatem, eodem filo circumcirca clauduntur.

Iſoëpipolaiæ, quæ licèt diverſas habeant diametros, diverſas figuras, & inæquales peripherias, nihilominus eamdem comprehendunt areã, & ideò æquè capaces appellantur.

De ſingulis ergo in particulari breviter, & claræ diſſeramus.

De Iſodiametris.

Num. CCXII. *Figur.* 58.

ABſit hinc inutilis ſpeculatio illorum, qui figuras parium, à figuris imparium angulorum diſtinguunt: quia in illis ſemidiameter eſt æqualis radio, non in iſtis. Nam ſic diſcurrunt. In Fig. LVIII. centrum eſt G: &, ſi Circulo inſcribatur Triangulus ACEA: radius erit CG: diametrus autem CI: Non ergo dupla radio. Si autem inſcribatur Sexangulus ABCDEFA, tunc diametrus erit CD. & radius CG, vel GF. adeoque illa dupla radio. Ergo-ne logomachiis implicemur, Iſodiametrarum nomine intelligamus illas, quæ habent æquales radios: aut etiam, ne dicamur mutare ſignificationes vocum, illas, quæ in eodẽ Circulo inſcribuntur, ita, ut diameter non ad Fig. ſed ad Circulum referatur.

Si velis dato radio cognoſcere magnitudinem lateris cujuſcumque regularis figuræ ſic procede. Divide totum Circulum, ſeu gr. 360. in numerum laterum, & habebis arcum, cujus latus eſt chorda. Nam, ſi dato radio CG. 10,000. quæratur linea AE. latus Trianguli, 360. per 3. divido, & habeo 120. & aſſero chordam arcûs gr. 120. eſſe latus Trianguli. Simili modo, ſi quæratur latus Quinquanguli: nã 360. per 5. diviſa, dant 72. Ergo chorda arcûs gr. 72. erit latus Quinquanguli.

Nec patiar, ut me practicè dicas, potiùs, quàm ſpeculativè procedere, cùm te ad Tabulam Sinuum remitto. Contra illam conqueri Viros illuſtres non ignoro. Multa, quæ non ſunt demonſtrata; multa, quæ demonſtrari nequeunt; exhibet: quæ à Mathematicorum vulgo, ut Oracula recipiuntur: unde, quæ deberet dirigere, frequentiſſimorum errorum occaſiones, vel oculatiſſimis Mathematicis præbet. Firmat Querelas has Ioannis Camilli Glorioſi, & Scipionis Claramontii diſſertatio: in quâ diſſidium inter duos Viros Magnos, non à methodo, quæ Canonem, infidelem præſcripſerit; non à calamo, qui methodum non fuerit ſequutus; ſed oritur à Tabulâ Sinuum: unde in eodem Triangulo, ſi longitudo lineæ (diſtantia Stellæ à centro Terræ) ex uno angulo petatur, erit tanta: ſi ex alio verò erit major, vel minor. Vide *Glorioſi Caſtigationem adverſus Claramontium, ab eodem Claramontio caſtigatam. cap.* 16. *pag.* 29. Et tamen hujuſmodi querelis non obſtantibus, ajo eam ipſam Sinuum Tabulam eſſe jam plurimorum labore ad ſummam perfectionem promotam, & per logarithmos dilucidatam, & præcipuè in his numeris, quæ latera regularium Figurarum conſtituunt. Quos ſiquando præcisè determinare neſcit, aut reverà non poteſt, adhæret propè, ut vix poſſit de integrâ unitate damnari. Interim,

multæ sunt in illâ Sinuum Tabulâ determinationes præcisæ, quas demonstratio tradidit: ubi autem abest demonstratio, non est magni erroris periculum, quoniam, ut in hac ipsâ Tabellâ, quæ sequitur, & latera Regularium figurarum metîtur, videre poteris, ego per Sinuum Tabulam latus Decanguli inveni 61805.40. Alstedius verò 61803. 39. nec tamen puto strepitu dignum dissidium de unâ aut alterâ centies millesimâ Sinûs integri parte. Et hęc est securitas, quam à Sinuum Tabulâ sperare poterimus; nec majorem nos fore habituros confidimus, nec exactiorem pollicemur. Vt igitur à calculandi labore libereris, promissam Tabellam adjungimus.

FIGVRARVM REGVLARIVM LATERA.

Supponitur Diameter esse 20;000,000. *adeoq; Semidiameter part.* 10;000,000. *Et à* 3gulo *ad* 8ogulum *pervenitur.*

Ang.	Long. Lat.	Ang.	Long. Lat.
3	17320508	43	1459906
4	14142135	44	1426783
5	11755705	45	1395129
6	10000000	46	1364848
7	8677674	47	1335852
8	7653668	48	1308062
9	6840402	49	1281404
10	6180540	50	1255810
11	5634651	51	1231218
12	5176380	52	1207569
13	4786313	53	1184812
14	4450418	54	1162896
15	4158233	55	1141776
16	3901806	56	1121408
17	3674990	57	1101755
18	3472963	58	1082778
19	3291891	59	1064443
20	3128689	60	1046719
21	2980845	61	1029575
22	2846296	62	1012983
23	2723332	63	996917
24	2610523	64	981353
25	2506664	65	966275
26	2410733	66	951638
27	2321858	67	937445
28	2239289	68	923669
29	2162380	69	910291
30	2090569	70	897296
31	2023366	71	884666
32	1960341	72	872387
33	1901120	73	860444
34	1845367	74	848824
35	1792786	75	837513
36	1743114	76	826499
37	1696118	77	815771
38	1651586	78	805318
39	1609331	79	795130
40	1569181	80	785196
41	1530985		
42	1494601		

Non videtur major esse necessaria præcisio: sed, quia ingenium non quiescit, semper desiderat ad Veritatem, cui sæpè adhærere non potest, accedere propiùs & propiùs, adhuc majoribus numeris Figuras usu communiores dimetiar. Tabellam sequentem adjungo.

Diameter	2,000:000,000,000;000,000,0
Semidiameter	1,000:000,000,000;000,000,0
Latus	
Trianguli	1,732:050,807;568,877
Quadranguli	1,414:213,562;373,095
Quinquanguli	1,175:570,504;584,946
Sexanguli	1,000:000,000;000,000
Decanguli	0,618:033,988;749,895

Ex his, cui otium suppetat, alias Figuras poterit, ad diametros majores reducere, & numerosiore calculo determinare.

De Arcubus, quos latera Isodiametrarum Figurarum subtendunt.

COntinebimus nos intra 80. latera: graduumq; per denariam divisionem in 1,00000. minutias partiemur. Et à toto Circulo incipiendo, ut securitati, & facilitati consulamus, progrediemur sic.

	*	360.	*per* 2.
2	A	180.	
4	B	90.	
8	C	45.	
16	D	22.5	
32	E	11.25	
64	F	5.625	
128	*	2.8125	
	*	360.	*per* 3.
3	G	120.	
9	H	40.	
27	I	13.33333—	
81	K	4.4444—	
	*	360.	*per* 5.
5	L	72.	
25	M	14.4	
125	*	2.88	
	*	360.	*per* 7.
7	N	51.42857—	
49	O	7.34693—	

2	A	180.	*per* 3.
6	P	60.	
18	Q	20.	
54	R	6.66666—	
2	A	180.	*per* 5.
10	S	36.	
50	T	07.2	
2	A	180.	*per* 7.
14	V	25.71428—	
4	B	90.	*per* 3.
12	X	30.	
36	Y	10.	
4	B	90.	*per* 5.
20	Z	18.	
4	B	90.	*per* 7.
28	a	12.85714—	
8	C	45.	*per* 3.
24	b	15.	
72	c	5.	
8	C	45.	*per* 5.
40	d	9.	
8	C	45.	*per* 7.
56	e	6.42857—	
16	D	22.5	*per* 3.
48	f	7.5	
16	D	22.5	*per* 5.
80	g	4.5	
16	D	22.5	*per* 7.
112	*	3.21428—	
3	G	120.	*per* 2.
6	h	60.	
12	i	30.	
24	k	15.	
48	l	7.5	
96	m	3.75	
3	G	120.	*per* 5.
15	n	24.	
75	o	4.8	
3	G	120.	*per* 7.
21	p	17.14285—	
9	H	40.	*per* 2.
18	q	20.	
36	r	10.	
72	s	5.	
9	H	40.	*per* 5.
45	t	8.	
9	H	40.	*per* 7.
63	v	5.71428—	
27	I	13.33333—	*per* 2.
54	x	6.66666—	
5	L	72.	*per* 2.
10	y	36.	
20	z	18.	
40	*a*	9.	
80	*b*	4.5	
5	L	72.	*per* 3.
15	*c*	24.	
45	*d*	8.	
5	L	72.	*per* 7.
35	*e*	10.28571—	
25	M	14.4	*per* 2.
50	*f*	7.2	
25	M	14.4	*per* 3.
75	*g*	4.8	
7	N	51.42857—	*per* 2.
14	*h*	25.71428—	
28	*i*	12.85714	
56	*k*	6.42857—	
7	N	51.42857—	*per* 3.
21	*l*	17.14285—	
63	*m*	5.71428—	
7	N	51.42857—	*per* 5.
35	*n*	10.28571—	
6	P	60.	*per* 2.
12	*o*	30.	
24	*p*	15.	
48	*q*	7.5	
96	*r*	3.75	
6	P	60.	*per* 5.
30	*s*	12.	
6	P	60.	*per* 7.
42	*t*	8.57142—	
18	Q	20.	*per* 2.
36	*u*	10.	
72	*x*	5.	
18	Q	20.	*per* 5.
90	*y*	4.	
10	S	36.	*per* 2.
20	*z*	18.	
40	*â*	9.	
80	*ê*	4.5	

10	S	36.	*per 3.*
30	ℓ	12.	
90	ŏ	4.	
10	S	36.	*per 7.*
70	ů	5.14285—	
14	V	25.71428—	*per 2.*
28	ä	12.85714—	
56	ë	6.42857—	
14	V	25.71428—	*per 5.*
70	ÿ	5.14285—	
12	X	30.	*per 2.*
24	ö	15.	
48	ü	7.5	
96	*	3.75	

Ex his fundamentis oritur Tabula, quæ sequitur.

Lat.	Arcus.	Lat.	Arcus.
3	120.	43	8.37209-
4	90.	44	8.18181-
5	72.	45	8.
6	60.	46	7.82608-
7	51.42857-	47	7.65957-
8	45.	48	7.5
9	40.	49	7.34693-
10	36.	50	7.2
11	32.72727-	51	7.05882-
12	30.	52	6.92307-
13	27.69230-	53	6.79245-
14	25.71428-	54	6.66666-
15	24.	55	6.54545-
16	22.5	56	6.42857-
17	21.23077†	57	6.31579†
18	20.	58	6.20689-
19	18.94737†	59	6.10169-
20	18.	60	6.
21	17.14285-	61	5.90164†
22	16.36363-	62	5.80695-
23	15.65217-	63	5.71428-
24	15.	64	5.625
25	14.4	65	5.53846-
26	13.84615-	66	5.45454-
27	13.33333-	67	5.31313-
28	12.85714-	68	5.30769-
29	12.41379-	69	5.21739-
30	12.	70	5.14285-
31	11.61290-	71	5.07042-
32	11.25	72	5.
33	10.90909-	73	4.93151†
34	10.61538-	74	4.86486-
35	10.28571-	75	4.8
36	10.	76	4.73684-
37	9.72973-	77	4.67532-
38	9.47368-	78	4.61538-
39	9.23077†	79	4.55696-
40	9.	80	4.5
41	8.78049†		
42	8.57142-		

Vbi minutiæ habent 5. characteres, aliqua unitatis particula deficit, aut abundat; notæ — & † significant. Cæteri alii numeri perfecti sunt.

Vt autem omnis vitetur confusio adnoto signa hæc — & †, ita in hac Tabulâ accepta esse, ut numerum ipsum significent, sine defectus, aut excessus in numero, & non in objecto sit. Nam, si esset, in objecto signa ponerentur contraria.

Placuit gradum in partes 100000. dividere: sicui adhuc divisio sexagenaria adhibere utatur Tabellâ subsequenti.

Ang.	G.	′	″	Ang.	G.	′	″
III.	120	0	0	XII.	30	0	0
IV.	90	0	0	XIII.	27	41	32
V.	72	0	0	XIV.	25	42	51
VI.	60	0	0	XV.	24	0	0
VII.	51	25	43	XVI.	22	30	0
VIII.	45	0	0	XVII.	21	10	35
IX.	40	0	0	XVIII.	20	0	0
X.	36	0	0	XIX.	18	56	50
XI.	32	43	38	XX.	18	0	0

Vix potest computus rotundè in secundis finiri. Omnes anguli simul præter gradus 360. in 7gulo dant ½′; in 11gulo —2′; in 14gulo —4′; in 16gulo —6′. Quare ego in his, aut aliis Polygoniis majorem præcisionem voluerit gradum dividat in 100,000. aut plures partes.

De Isopleuris.

Num. CCXIII. *Figur. 59.*

SI duæ Figuræ, quarum altera plura latera, & altera habeat pauciora, & tamen longitudine laterum conveniant inter se, sine judicium vocentur, habebunt radios inæquales, *Sed quomodo eos metiemur?* Si singula latera 200,000. habere dicantur; arcum, quem subtendunt, bipertiar, & assumam complementi secantem.

Nam angulus ABE est rectus. Ergo, si AE sit semilatus, AO erit latus integrum. Et AO radius Trianguli: AD radius Quadranguli & AE radius Sexanguli. Angulus ACO est graduum 120: Angulus ADO grad. 90. Angulus AEO grad. 60. &c. Tabulam præsentem contemplare.

Quinque columnas illa habet, quæ indigent expositione.

PRIMA numerat Figurarum angulos quam

ob rem, in illa 3. significat Trigonum; Tetragonum; 10. Decagonum, &c.

SECUNDA exhibet arcum, quem latus quodcumque subtendit. Nam, si Triangulus inscribatur Circulo, latus erit chorda

Ang.	Arcus laterum.	Rad.	Rad.	Perpendiculum.
3	120 0	577	180	288.68
4	90 0	707	221	500.00
5	72 0	850	266	688.19
6	60 0	1000	313	866.03
7	51 25 5/7	1152	360	1038.29
8	45 0	1307	409	1207.11
9	40 0	1462	457	1373.73
10	36 0	1618	506	1538.83
11	32 43 7/11	1779	555	1702.85
12	30 0	1932	604	1866.02
13	27 42	2089	654	2028.62
14	25 43	2247	703	2190.66
15	24 0	2405	753	2352.34
16	22 30	2563	802	2513.68
17	21 11	2721	851	2674.75
18	20 0	2879	901	2835.61
19	18 57	3038	950	2996.41
20	18 0	3196	1000	3156.98

grad. 120. Et, si Quadrangulus inscribatur circulo, latus erit chorda grad. 90. & sic deinceps.

TERTIA supponit omnia latera esse partium 1000. & designat radios illis correspondentes. Columnam hanc producit hæc analogia.

Vt chorda arcûs reperti in secundâ columnâ ad Sinum totum, sic latus 1000. *ad radium Circuli expressum in tertiâ columnâ. Ergo, Numerum* 100; 000,000. *divide per chordam arcûs reperti in secundâ columnâ, & habebis numerum tertiæ columnæ.*

Pono exemplum. Si Radius sit 100, 000. Sinus rectus grad. 60. erit 86,602= 5. Ergo chorda grad. 120. erit 173,205. Et analogia erit hæc.

Vt 173, 205. *ad* 100,000. *ita* 1000. *ad quem?*

Multiplico secundum per tertium, & facio 100; 000,000. hunc divido per 173, 205. & adquiro 577. Secundus, & tertius numerus semper est idem: nam differentia in numero characterum consistit. Ergo, & factus semper erit idem, & solus Divisor mutabitur.

Abacus.

1	0173205	100; 000, 000	
2	0346410	086 602 5	5
3	0519615	13 397 500	
4	0692820	12 124 35	7
5	0866025	1 273 150	
6	1039230	1 212 435	7
7	1212435	60 715	
8	1385640		
9	1558845		
10	1732050		

Ergo $577\frac{60715}{173205}$

Num. CCXIV.

QUARTA statuit omnia latera esse part. 313. ut inde eruat Radium Figuræ 20gulæ part. 1000. Nam posito Sinu toto part. 1000. tunc Sinus rectus 9. grad. erit 156= 43. & ideò chorda 18 grad. part. 312= 87. vel breviùs 313. Numeros quartæ Columnæ deducit ex secundâ hæc analogia.

Vt chorda gradûs reperti in secundâ columnâ ad Sinum totum, sic latus 312= 87. *ad Radium Circuli expressum in quartâ columnâ. Ergo, Numerum* 31; 287,000. *divide per chordam arcûs reperti in secundâ columnâ, & habebis numerum quartæ columnæ.*

Verbi gratiâ. Posito latere 313: quantus erit Radius Figuræ 16. angulorum?

Latus hujus Figuræ, ut constat ex secundâ columnâ, subtendit arcum grad. 22.30′. cujus semissis grad. 11.15′. habet sinum rectum 19509. Ergo chorda graduum 22.30′. erit 39018. Vnde hæc oritur analogia.

Vt 39018. *ad Sinum totum* 100, 000. *Sic* 312= 87 *ad Radium quæsitum.*

Abacus.

1	039018	3128700000	
2	078036	312144	8
4	156072	007260	
8	312144	000000	0
		039018	1
		33582	

Est igitur Radius quæsitus $801\frac{33582}{39018}$. Bene igitur 802. in Tabulâ ponebatur.

Eosdem quartæ Columnæ numeros potetimus inferre ex tertiâ Columnâ dicendo.

Sicut se habet in tertiâ Columnâ numerus ultimus, nempe, 3196. qui lateri Figuræ 20gulæ *correspondet, ad Radium Quadranguli, v.gr.* 707. *Sic numerus* 1000. *ad Radium Quadranguli,* (221) *qui ponitur in quartâ Columnâ.*

Sanè 707. per 1000. dant 707000. quæ per 3196. sunt dividenda.

Abacus.

1	3196	707000	
2	6392	6392	2
3	9588	678	1
		6392	2
		388	1
		3196	1
		684	

Radius ergo quæsitus est $221\frac{684}{3196}$: Tabula igitur fidelis est.

QUINTA metitur Perpendicula. Sanè in Polygonio qualicumque linea, quæ à centro in angulum ducitur, vocatur Radius: &, quæ ab eodem centro in latus orthogonaliter incidit, vocatur Perpendiculum. Supponit igitur Columna quinta, latus habere part. 1000 =00. & longitudinem perpendiculorum mensurat.

Num. CCXV. *Figur.* 60.

Vt Tabulæ fabricam intelligas, illam uno, aut altero exemplo illustrabo. Ergo de Triangulo, & Quadrangulo differam: quorum Perpendicula Bernaggerus omisit. Itaque centro A. & radio AB. 1000.00. ducatur Circulus BDEFGB. cui inscribatur Triangulus BEGB. cujus singula latera tendant arcum 120. graduum. Ergo, si EFG est arcus 120. grad. tunc FG est arcus 60. grad. & GH 866. 03. est sinus rectus grad. 60. & HA. 500. 00. est sinus rectus complementi, hoc est, gr. 30. Ergo erunt hæ cognitæ lineæ.

Sinus totus, seu Rad.	AB.		1000.00
Sinus grad. 60.	GH.		866.03
Chorda grad. 120.	GE.		1732.06
Perpendiculum	AH.	*à centro* A.	500.00
Perpendiculum	BH.	*à cuspide* B.	1500.00

Ergo se habet HA ad AB. ut 1. ad 2. Ergo, si AB est 577. ut tertia columna Tabulæ præcedentis supponit, tunc AH. perpendiculum à centro circuli erit $288\frac{1}{2}$.

Vel aliter. Supponebat Tabula singula latera esse 1000. 00. Ergo, si Radius AG 1000. 00. dat sinum GH. 866.03. tunc latus Trianguli BE. 1000. 00. dabit lineam BH 866.03. quia AGHA. & EBHE. sunt similia Triangula. Sed, quia AB est dupla AH, ideneam BH. 866.03. dividam in tres partes, & retinebo 288.68. ferè, cujus duplum sit 577. 35. Ergo posito latere BE. 1000.00. Radius Circuli AB. erit 577. 35. & perpendiculum AH. à centro Circuli demissum erit 288.68.

Num. CCXVI.

Transeo ad Quadrangulum BDFCB. cujus Radius AB. sit 1000. 00. Ergo latus BC erit chorda 90. grad. Sinus CI. 45. grad. est 707 11. ergo tota chorda BC. erit 1414.21. Si autem in Quadrato latus sit AC. Sinus totus 1000.00. alterum latus erit CL. 1000.00. Tangens grad. 45. Ergo diameter AL. erit æqualis lineæ BD. 1414. 21. tanta enim est Secans grad. 45. Ergo Semidiametrus, seu Radius AI. erit 707. 11. Ergo, si AC est 1000. 00. tunc IM. perpendiculum à centro I. in latus CL. erit 500.00.

De Isoepipolaiis.

Num. CCXVII.

FIguræ æquè capaces dicuntur, quæ habent æquales areas, tametsi angulorum numero, & radiorum magnitudine differant. Considera præsentem Tabulam.

Habet hæc Tabula quatuor Columnas, quas breviter dilucidabo.

PRIMA proponit Polygonia, & illa secundum numerum angulorum distinguit.

SECUNDA ob oculos ponit Aream. 10000000000. cujus Radix Quadrata est 100000. & supponit Quadratum, quod habeat in superficie 10000000000. habitorum in latere 100,000. Et inquirit, quanta habitura sint latera cæteræ Figuræ æquè capaces. Latera usque ad Figuram viginti angulorum metitur, & addit æquè capacis Circuli radium fore 56427. Et ex hac Columna poterimus quamcumque Figuram in aliam quamcumque transformare.

Sed, quia in aliquibus operationibus latus Trianguli ponitur 100000. & tunc latus Quadranguli erit 65804. & dabit aream 30166416. addi columna TERTIA de-

Num.	Latera.	*Latera.*	Areæ ad Latus 100.000.
3	1519.67	1000.00	4330;100000
4	1000.00	658.04	10000;000000
5	762.39	501.68	17204;750000
6	620.40	408.25	25980;900000
7	524.57	345.19	36340;150000
8	455.09	299.47	48284;400000
9	402.20	264.66	61817;850000
10	360.51	233.23	76941;500000
11	326.76	215.02	93656;750000
12	298.86	196.66	111961;200000
13	275.39	181.22	131860;300000
14	255.37	168.04	153346;200000
15	238.08	156.66	176425;500000
16	222.99	146.74	201094;400000
17	209.72	138.00	227353;750000
18	197.95	130.26	255204;900000
19	187.43	123.34	284658;950000
20	177.98	117.12	315698;000000
Cir.	564.27	371.31	

bit, quæ nascitur ex Secundâ: si enim 151967. dant 100000. Tunc 100000. dabant 65804.

Abacus.

1	0151967	100000.00000	
2	0303934	091180.2	6
3	0455901	008819.8	
4	0607868	07598.35	5
5	0759835	1221.45	
6	0911802	1215.736	8
7	1063769	005.714	
8	1215736	000.0000	0
9	1367703	04.55901	3
10	1519670	1.15499	

Ac propterea $65803\frac{115499}{151967}$, vel brevius 65804. ut in Tabellâ ponebatur.

Num. CCXVIII.

Quarta Columna continet Figuras Isopleuras, quæ in quolibet latere habent part. 100,000. & determinat earum capacitatem. Nascitur hæc ex Columnâ ultimâ Tabulæ præcedentis, in quâ mensurantur Perpendicula. Pono exemplum, in septemdecangulo, cujus aream apud Bernaggerum maculavit Typographus.

Perpendic.	267475
Semiss.	1337375
Ducta in rad.	13373750000
	17
Et multiplicata per 17.	9361625
	1337375
dabit	227353750000

Si nolueris uti tam magnis numeris, illos poteris hac lege imminuere, ut quotiescumque auferas unam notam à latere, auferas binas ab areâ: unde, si septemdecanguli assumatur.

Latus	erit	Area.
100.000		227353750000
100.00		2273537500
100.0		22735375
100.		227354
10.		2274

Si numerus, qui in fine aufertur, sit major quàm 5. additur ultimo remanenti unitas, ut in penultimo, & ultimo videri potest.

De Isoperimetris.

Num. CCXIX. *Figur.* 57.

DIcuntur Figuræ Isoperimetræ, quæ habent æqualem ambitum; ut, si darentur Circulus, Triangulus, & Quadrangulus, æquali ambitu clausi. Nam, si Circuli ABC. diameter sit 7. tota circumferentia erit 22. Hanc longitudinem divido in tres partes, & adquiro $7\frac{1}{3}$: & formo triangulum EFD. cujus singulæ lineæ sunt $7\frac{1}{3}$: & omnes simul 22. & posteà hanc eamdem longitudinem 22. divido in 4. partes, & habeo $5\frac{1}{2}$ in singulis: & conformo quadratum GHIK. cujus lineæ singulæ habent partes $5\frac{1}{2}$ & omnes simul 22.

Num. CCXX.

Figuræ Isoperimetræ non semper sunt æquè capaces. Et demonstratur. *Primò*. Nam, si diameter Circuli ABCA est 28. tota area erit 616. Ergo, si diameter sit 7. & circumferentia 22. area erit 38 = 5. ut *num.* 236. probatur. *Secundò*. Si in Triangulo latus DF est 7 = 33. linea MF erit 3 = 66.

Radices.		*Quadrata.*
DF.	7 = 33	537289
FM.	3 = 66	133956
DM.	6 = 355	403333

635.DM
366.FM
3810
3810
1905
232410

Ergo, si DM. 6 = 35. per FM. 3 = 66. multiplicetur, dabit 23 = 2410. aream Trianguli DEF. Alstedius, ut facilitati calculi consuleret, jussit Trianguli latera habere part. 8. Vnde manet FM. 4. Quadrum lineæ DF est 64. quadrum lineæ FM est 16. differentia est 48. cujus radix 6 = 928. est perpendiculum DM. Ergo multiplico DM 6 = 928. per FM. 4. & adquiro 27 = 712. Alstedius ponit 27 39/55. hoc est 27 = 727. paucis unius partis millesimæ majorem, nam in radicis fractione excessit 4. millesimis. Nec hinc alicujus negligentiæ argui potest, nam radicum fractiones irrationales, & etiam disputabiles sunt. *Tertiò*. In quadrato GHIK. latera habent 5 = 5. Ergo facta multiplicatione, area continet 30 = 25. Ergo Circulus, Triangulus, & Quadrangulus, si sint Isoperimetri, inæquales superficies comprehendunt, habet enim in aream

Circulus	*part.*	38 = 50.
Triangulus	*part.*	23 = 2410.
Quadrangulus	*part.*	30 = 25.

Ergo Figuræ ejusdem ambitûs solent esse capacitatis, & amplitudinis diversæ. Ergo inter Isoperimetras Figura capacissima est Circulus.

Num. CCXXI.

Exempla ab Alstedio posita etiam hanc doctrinam evidenter demonstrant: nam

□	*latera*	180. &	180.	*area*	32400	
	latera	120. &	240.	*area*	28800	
□	*latera*	5. &	15.	*area*	75	
	latera	1. &	19.	*area*	19	
△	*latera*	8. &	8. & 8.	*area*	27 39/55	
	latera	9. &	6. & 9.	*area*	25 22/51	
	latera	8. &	6. & 10.	*area*	24	

Sanè in Quadrato latera quatuor, si singula sint 180. facient 720. Eamdem summam dant in Parallelogrammo latera 120. 120. 240. 240. & tamen sunt areæ inæquales.

Idem dicendum de aliis duobus Parallelogrammis: nam 5. 5. 15. 15. sunt 40. & 1. 1. 19. 19. etiam 40. sunt, & areæ sunt valde diversæ.

Etiam idem percipitur in sequentibus triangulis: nam 8. 8. 8. sunt 24. Et 9. 6. 9. sunt 24. & 8. 6. 10. sunt 24. æqualis est in ipsis ambitus, sed summè inæqualis capacitas.

Num. CCXXII.

Hæc est Veritas, cujus valdè est necessaria notitia, & tamen est à multis ignorata: &, ut provide nos monet Alstedius. [Ex hujus rei ignoratione nascitur infinitorum errorum seges: hinc enim in dimensione agrorum, pseudographia fraudolenta: hinc Topographia, & Chorographia fallax. Nimirùm existimant imperiti Agrimensores, agros esse æquales, qui eisdem passibus clauduntur.] Hinc etiam profluxerunt in Historiam, & Cosmographiam errores graves, de quibus Quintilianus *libr. 1. cap. 10.* sic ait. *Quis non ita proponenti credat? Quorum locorum extremæ lineæ eamdem mensuram colligunt, eorum spatium quoque, quod in his lineis continetur, par sit, necesse est? At id falsum est. Nam plurimum refert, cujus formæ sit ille circuitus, prehensique à Geometris sunt Historici, qui magnitudines Insularum satis significari navigationis*

ambitu crediderunt. Nam, ut quæque forperfectissima, ita capacissima est: Ideòque illa amcurrens linea, si efficiet orbem, quæ forest in planis maximè perfecta, amplius spaum complectetur, quàm si quadratum parioris efficiat. Rursus quadrata triangulis. Triangula ipsa plus æquis lateribus quàm inæqualibus. Sed alia forsitan obscuriora: nos fallimur etiam imperitis sequamur experimenta. Iugeri mensuram, ducentos, & quadragenta longitudinis pedes esse; dimidioque in latitudinem patere, non ferè quisquam est, qui ignoret: &, qui sit circuitus, & quantum campi claudat colligere expeditum. At centeni, & octogeni in quamque partem pedes, idem spatium extremitatis, sed multò amplius clausæ quatuor lineis areæ faciunt. Id, si computare quem pigeat, brevioribus numeris idem discat. Nam de in quadram pedes quadraginta per oram, centum erunt. At, si quindeni per latera, quini in fronte sint; ex illo, quod amplectuntur, quartam deducent eodem circumductu. Si verò recti utrinque undeviceni singulis distent ab plures intus quadratos habebunt, quàm per quot longitudo ducetur: quæ circumibit autem linea, ejusdem spatii erit, cujus ea, quæ centum continet. Ita quidquid formæ quadrati detraxeris, amplitudini quoq; peribit. Ergo etiam id fieri potest, ut majore circuitu minor loci amplitudo claudatur. Hoc in planis, nam in collibus vallibusque etiam imperito patet plus soli esse, quàm cœli.

De inscriptione, & superscriptione Figurarum.

FIguræ Figuris ingeniosè inscribuntur, & superscribuntur: quibus verbis relationem aliquam significamus; Figura enim inclusa est, quæ vocatur *inscripta*, includens verò *superscripta*. Sed, quâ lege Inscriptio, aut Superscriptio expediuntur? *Hæc est lex, ut omnes inscriptæ angulos attingere debeat superscripta*. Quam ob rem, si aliquem angulum fecet, aut non attingat, neque interior *inscripta*, neque exterior *superscripta* dici poterit. Hæc lex non semper strictè observatur; unde aliquando Figuræ nominantur *inscriptæ*, quæ *semiscriptæ* deberent nominari. Addamus aliquas Resolutiones.

Triangulo Circulum superscribo. Suppono dari Triangulum, qui includi debeat, & quæri centrum, & radium Circuli, qui illum includat. Non sum de specie Trianguli sollicitus, nam modò, sive sit perfectus, aut imperfectus, rectangulus, aut obliquangulus, perinde est. Sane Anguli in puncta desinunt: &, qui ducere Circulum per tria puncta didici: illum ducere per trium angulorum extremitates ignorare non potero.

Num. CCXXIII. *Figur.* 139.

Triangulum similem dato Circulo inscribo. Exhibes Triangulum AEC, & præcipis, ut illum Circulo FILK inscribam. Obedio. Et super Circulum duco Tangentem GH. & angulum GFI. æqualem ipsi CAE: & angulum HIK æqualem ipsi CEA. Iungo puncta I. & K. Et assero Triangulum FIKF, esse similem Triangulo AECA. Sanè lineæ GH, & IK sunt parallelæ. Ergo anguli GFI. & FIK sunt æquales. Similiter anguli HFK, & FKI. etiam æquales sunt. Ergo angulus F etiam erit æqualis angulo C: repugnat enim, ut Trianguli, qui in duobus angulis sunt similes, in tertio differant. Omnia hæc Propositioni XXXII. libri I. Euclidis innituntur.

Figur. 140.

Circulo æquilaterum Triangulum superscribo. Circulo CFD. subduco Tangentem EG. Et posteà centro B. & radio BA. duco arcum CAD. Deinde centro F & radio FC. duco semicirculum ECDG. Tandem ab E per C, & à G per D duas duco lineas, quæ concurrent in H. & manebit Triangulus EGHE, qui perfectus est, Circulo superscriptus. Esse perfectum constat, quia est divisus in quatuor æquales, & perfectos: videlicet, ECFE, CFDC, FDGF, CDHC.

Figur. 141.

Triangulo à te designato similem, Circulo superscribo.

Prostabant Triangulus ABCA. & Circulus PLK: & præcipitur, ut super hunc Circulum alius Triangulus dato similis scribatur. Considero Angulos EAD. & FBG; &, ut profundè rem capiam, Trianguli centrum S. divisis bifariam angulis, & ductis lineis investigo. Ergo centrum est S: ibi enim omnes lineæ se intersecant. Modò Quadrangulum ATSEA. consideremus. Omnes ejus anguli, simul sumpti, sunt æquales 4. rectis: Angulus ad T est rectus: angulus ad E etiam est rectus. Ergo anguli ad A & ad S simul sunt æquales duobus rectis. Sed etiam anguli

EAT.

EAT. & EAD sunt æquales duobus rectis. Igitur angulus EST, & EAD. sunt æquales. Eadem ratio probat angulos FST. & FBG æquales esse.

Hac meditatione præmissâ, transeo ad Circulum, & à centro I. demitto perpendiculum in Tangentem M N. quam delineaveram. Tunc ab L. describo angulum L I P æqualem angulo TSE, vel DAE: & ex alio latere angulum LIK æqualem angulo TSF, GBF. Duco Tangentes OM, & ON. per puncta PK, in quas normaliter cadant perpendicula I P. & I K. & pronuncio Triangulum OMNO, quem Circulo superscripsi, esse similem Triangulo ABC. qualem superscribi jubebas.

Figur. 142.

Dato Triangulo, inscribo Circulum. Non fecero, si concentricum Triangulo scribam. Centrum Trianguli I. dant mihi lineæ FB, GH, CE, quæ ab angulis veniunt, & latera bifariam dividunt. At I non est Circuli centrum. Ergo lineæ, quæ se secent in centro Circuli inscribendi, non oppositas lineas, sed ipsos Triangulos debent dividere. Ergo interjectâ lineâ KB angulum CBA bifariam divido: & interjectâ lineâ PC angulum ACB. Hæ lineæ se secant in O. Et hoc punctum est centrum Circuli, qui tanget lineas datas in punctis QDE.

Figur. 143. & 144.

Dato Triangulo, Quadratum inscribo. Si sit obtusangulus, supra latus majus: si rectangulus, aut acutangulus supra quodcumque Quadratum erige, & hoc exterius Quadratum te in interioris delineatione manducet.

Sit igitur ABC datus Triangulus, aut acutangulus, ut Figura CXLIII. exprimit, aut rectangulus, ut CXLIV. repræsentat. Super lineam AB formo Quadrangulum exterius AFGB. Hinc, inde protraho lineam FG, ut sit DE. & formo Triangulum CDEC. A punctis F & E duco lineas in C. A puncto H erigo normaliter lineam HK: hinc ad angulos rectos venio in L. & hinc ad perpendiculum labor in I. & dico me Quadratum H K L I Triangulo dato inscripsisse.

Figur. 148.

In dato Triangulo Pentagonum, Hexagonum, & quamcumque Figuram, regularem, aut irregularem delineo.

Triangulus datus sit A B C A. Supra lineam A B. Pentagonum, qualem desiderat, describo. Ab angulis DEF. traho lineas secretas in C. Facio angulum CGI. æqualem angulo C E F: & angulum C G S. æqualem angulo CED. Angulus I. erit æqualis angulo F. & angulus S angulo D. Tunc incidentes lineæ in puncta T R: quæ, si conjungantur, dabunt Pentagonum TRIGST. per omnia similem ipsi ABFEDA.

Sicut Quadrangulum, & Quinquangulum, sic etiam Sexangulum, & quamcumque aliam figuram regularem, aut irregularem poterimus Triangulo inscribere. Sed hic non observatur rigor, non enim tanguntur omnes anguli.

Figur. 145.

Supra datum Quadratum Triangulum similem dato describo.

Dabantur Triangulus ABC, & Quadratum DEGF. & petebatur, ut supra Quadratum Triangulus dato similis conformaretur. Sic debet fieri. Supra lineam DE describo Triangulum D E H D. cujus angulus D sit æqualis angulo B: cujus angulus E sit æqualis angulo C. Ergo Triangulus DEHD. est similis Triangulo BCAB. Hinc, inde protraho lineam FG in D & in E: protraho etiam deorsum lineas HD. & HK. & resultat Triangulus IKHI. per omnia similis Triangulis DEHD. & BCAB.

Figur. 146.

Quadro æquilaterum, Triangulum inscribo.

Est facile. Sit Quadrum ABCD. cui Triangulus æquiangulus est inscribendus. Duco itaq; diametros BD & AC, ut ejus centrum inveniam in V. Iam sumo Circinum, & centro C. & radio CV. describo arcum FVE. & à punctis F & E rectas in A promitto. Hæ lineas BC. & DC. secabunt. Vnde puncta sectionum I & S conjungens, habebo in Quadrangulo Triangulum postulatum.

❧Num. CCXXIV. *Figur.* 147.

Triangulo perfecto (æquilatero, & æquiangulo) Quadratum superscribo.

Triangulus includendus est ABCA. Demitto diametrum perpendicularem A I. In hujus diametri quocumq; puncto (esto in D) pono alterum Circini pedem, & radio DA duco Circulum AEBC. cujus diameter ad libellam sit EF. Ab A per E & F duco lineas indefinitas. In illas demitto perpendicula à punctis B & C. Ergo A H & A G erunt latera

et quæsiti Quadranguli. Et lineæ, quæ H per B. &, quæ à G per C. protrahen-, concurrent in I, & perficient Quadra-um.

Figur. 149.

Pentagono regulari (æquilatero, & æquiangulo) Triangulum perfectum inscribo.

Primò debeo invenire centrum: &, quia figura perfecta Pentagonus propositus est, illud habebo, vel duos angulos, vel duas lineas bifariam dividendo. Ergo centrum notatur in I. Ergo centro K & radio KI. describo arcum FIG. Puncta F & G connecto cum A, lineis FA & GA. Hæ lineæ secant Pentagonum in T & S. Hæc duo puncta connecto; & inscripsi Triangulum ATSA.

Sic Heptagono, Enneagono, &c. potero similiter Triangulum inscribere: nam circumscribam Circulum, & centro K ducam arcum FIG. & inde Trigonum perficiam.

Figur. 149.

Inverto modum operandi, & super Triangulum Pentagonum efformo.

Erat Triangulus datus ATS. ut superscribam Pentagonum ab A. dimitto perpendiculum AK. Facio angulum IAB æqualem semissis anguli, quem debet habere Pentagonum. Ergo à puncto A. & angulo IAN. duco lineam indefinitam AN: & à puncto S. & angulo TSM (videlicet, Pentagonali, hoc est, graduum 72) emitto lineam indefinitam, quæ secet alteram in B. Ergo habeo mensuram lateris, nempe BA. Extendo BS, ut sit æqualis ipsi AB. & perveniet ad C. Posteà describam C D parallelam ipsi T S. Et remanebit mihi tertius angulus, quem reperiam, ut primum ab A, versus E, operationem instituendo.

Figur. 150.

Pentagono regulari Quadratum inscribo.

Sit Pentagonus ABCDEGA. Duco indefinitè perpendicularem, quæ basim bifariam, & ad rectos dividat. Protraho latus G E, quousque perpendicularem secet in O. Per sectionis punctum duco lineam NO. ipsi basi DE parallelam. Et per apicem A duco aliam parallelam MA. Linea MA sit semissis lineæ AO. & linea NO, sit priori æqualis. Ex M & N duco rectas in G: quæ perpendicularem AO scindent in I. & in L. Per hæc sectionum puncta traho ad libellam lineas HK, & CF. basi D E parallelas. Iungo puncta H C. & KF. & Quadratum postulatum perficio.

Figur. 151.

Pentagonum Quadrato superscribo. Vtar angulis: & rem citò expediam.

Esto Quadratum ABCD. super quod est delineandus Pentagonus. Vt me dirigam ad latus Pentagonum NLQPKN describo. Duco lineam KL: à punctis P. & Q. normales erigo: videlicet P M, & Q O. Et sic procedo. Facio angulum BAE, & EBA. æquales angulo NLK. Concursus fiet in E. Lineas EB. & E A protraho indefinitè. Facio, ut anguli ADF, & BCI. sint æquales angulo OQL. Et, quia linearum concursus est in I. & F. habeo duo latera Pentagoni EI, & EF. Promoveo lineas IC. & FD. ut habeant longitudinem debitam, & sint æquales ipsi EI. vel EF, eruntq; IH. & FG. Iungo puncta H & G. & clausi postulatum Pentagonum.

Addunt aliqui aliarum inscriptiones, & superscriptiones Figurarũ, sed, quia nimis liberè vagantur, vel dicta repetunt, nos finem ponimus: & progredimur ad Solida dilucidanda.

LIBER

LIBER SEXTVS.

De Solidis.

EImus de Lineis, Angulis, & Superficiebus, superest, ut de Corporibus, quæ spectant ad ultimâ Quantitatis speciem, differamus. Magnitudo solida vocatur à Græcis CTEPEOC, unde Stereometria dicitur illa Geometriæ pars, quæ solidas exensiones metitur. Admiramur omnia, quæ à libro undecimo adducit, & demonstrat Euclides: at multa videntur ita clara, ut luce non egeant: multa parum utilia, & ideò Fundamentalia seligentes, citò nos expediemus.

Num. CCXXV.

Corpus (aut, ut alii loquuntur, Solidum) est, quod longitudinem, latitudinem, & profunditatem simul habet.

Corpus planum clauditur superficiebus: non secus, ac superficies lineis; & linea punctis. Consultò posui illam vocem *planum*; nam corpus sphœricum clauditur unicâ superficie; & superficies sphœrica unica linea; & linea sphærica unico puncto, quodcumque enim sit initium circuli, finis ejusdem est.

Angulus solidus est angulus corporis. Potest constare unicâ superficie, aut etiam duabus, si sphœricus sit: si autem planus, ut minimum tres requirit. In apice pyramidis sphœricæ una sola superficies concurrit: &, quando duo muri pavimento insistunt, (placet exemplum à Michaële Havemanno *pag.* 44. productum) angulus fit solidus, & trium superficierum concursu.

Variæ sunt corporum figuræ, præcipuas dabimus, & dilucidabimus.

De Globo.

Num. CCXXVI. *Figur.* 61.

SIcut inter lineas Circulus, & inter superficies Sphœrica, sic inter corpora Globus sibi vendicat locum primum, & nobilissimum. Vide Figuram LII.

Est Globus corpus sphæricum: in quo lineæ omnes à centro ad circumferentiam sunt æquales.

Globus planum tangens, non tangit in parte, sed in puncto. Et hoc eâdem demonstratione probatur, quâ superiùs ostendimus Circulum à lineâ rectâ nonnisi puncto tangi.

Linea à centro globi in punctum contactus ducta plano, quod à globo tangitur, est perpendicularis. Patet: quia F E G est angulus rectus: nam, si esset acutus, linea EG non esset tangens, sed secans.

Diameter est linea, quæ à circumferentiâ per centrum transit in circumferentiam. Talis est EH. Si Globus moveatur, diametrus supra quam movetur, vocatur *Axis*, & puncta extrema ejusdem *Poli*. Semissis autem Diametri dicitur *Radius* seu *Semidiameter*.

Si planum ABDCA *ponatur ad libellam, & superponatur Globus* F; *hic illud tanget in ipsomet centro.* Demonstratur. Quia globus quiesceret in puncto centro telluris proximo: & in plano nullum est centro telluris proximius, quàm plani centrum. Et hoc ipsum evidenter ostenditur: nam, si O est centrum terræ; MN terræ superficies; PL planum ad libellam positum, de quo agebamus: K globus plano insistens; plus distabit globus K à centro terræ O, positus in L, aut P, quàm in I. non ergo quiescet quousque veniat ad h plani centrum.

Sicut Circuli in Concentricos, & Eccentricos dividebantur, sic & sphœræ debent. Fracastorii opinione omnes sunt Cõcentricæ; at Ptolemæus singulos Planetarum Cœlos voluit esse Concentricos, & tamen componi diversis orbibus, quorum alii secundum quid, & alii simpliciter Eccentrici sunt. Vide, quæ diximus *num.* 113.

Supra Globi superficiem suas Lineas considerat, & disponit Astronomus, suos Triangulos

gulos describit Trigonómetra: illas expendam cum de Sphœræ circulis: hos cùm tractabo Trigonometriam.

Figur. 121.

A superficie Ovali, & Ellipticâ nascitur Sphœroides, quæ est Solidum unicâ superficie contentum Ovo simile, ut Lamina VIII. Fig. 121. delineat.

De Triangulo solido.

Num. CCXXVII.

INter rectilineas superficies, prima est Triãgulus, & inter corpora primum est Pyramis, quæ quodammodò triangulus solidus est. A basi sumit denominationem: hæc enim circularis, ovalis, elliptica; aut etiam triangularis, quadrangularis, &c. esse potest; & tunc tota Pyramis Sphœrica, Ovalis, Elliptica, Trigonica, Tetragonica, &c. vocabitur. Si basis sit figuræ rectilineæ omnes collaterales superficies, erunt triangulares, omnes enim in puncto ultimo coïncident.

De Pyramide.

Figur. 122.

PYramis ab igne nomen habet; quòd sicut flamma, sic etiam ipsa in punctum desinat. Habet pro basi figuram aliquam regularem, aut irregularem, quorumcumque angulorum, & ejus lineis triangularibus superficiebus assurgit, ut in Lamin. VII. conspicitur.

Pyramidis invenitur soliditas, si basis per tertiam altitudinis partem multiplicetur. Pro exemplum. Sit Pyramis ABCD mensuranda. Est formata supra Triangulum æquilaterum, quem circulo HFIG inscribo. Sinus totus EI. sit 100, 000. Ergo MF sinus grad. 30. & EK erit 50, 000. Vnde totum perpendiculum I K 150, 000. Sinus rectus F K 86, 603. unde tota chorda FG. erit 173206. Et altitudo SD 900, 000. Et nota hîc non metri altitudinem lineam CD. sed SD. quæ ad angulos rectos supra basim erigitur. Nunc ad computum.

Vt quantum valeat tota Pyramidis basis, iciam: vel sinum F K in totam altitudinem KI: vel chordam FG in K L mediam altitudinem duco, vel per prosthaphæresim: Sinum FK scribo, & postscribo: chordam FG sinui postscripto bis subscribo; & Summa dabit mihi superficiem, quam quæro. Addo numeros, ut regula, & prostaphæresis intelligatur.

FK	86603	FG	173206
IK	15.0000	KL	75.000
	433015		866030
	86603		1212442
	1299045.0000		12990450.000

FK	86603
FK	86603
IK	173206
IK	173206
	1299045.0000

Habet igitur area trianguli A B C, vel IFG, 1299045 0000. quæ ducta in tertiam partem altitudinis, hoc est, in 300, 000. dabunt 3, 897: 135, 000; 000, 000. ut conspicis.

1299045.0000
3.00000
3897135.0000.00000.

Volui majoribus numeris uti, ut exactius procederem. Aliud exemplum subjungamus.

Sit ACB. basis datæ pyramidis rectangula in C. Tunc CA sit 10. part. & CB. 8. & altitudo SD. 60. Quia in rectangulo crus coïncidit cum perpendiculo alterum crus per semissem alterius multiplicabo: & factum ducam in tertiam partem altitudinis.

Crus	CB	8	*Crus*	CA	10
Semicrus	CA	5	*Semicrus*	CB	4
Factum		40	*Factum*		40
Triensalt.	SD	20	*Triensalt.*	SB	20
Factum		800	*Factum*		800

Figur. 123.

VT hanc Positionem demonstrent, laborant Geometræ, & nos sine causâ fatigant: nam ad oculum suaderi potest. Sit enim in Figurâ VII. Cubus ABCD. ex sex Pyramidibus æqualibus compositis, quarum ommidibus æqualibus compositis, quarum omnium apices in centro concurrant. Latus

AB. seu √√ sit 6. Totus ergo Cubus erit 216. Erg o basis Pyramidum erunt quadratæ, & in latere habebunt 6. & in altitudine 3. Divido igitur tantitatem Cubi (nempe, 216) in 6. partes æquales, & retineo 36. Tantum valent Pyramides singulæ. Modò videamus, utrùm Regula præmissa has reddat majores, aut minores Pyramides.

Latus erat 6. per se multiplicatum dat 36. Erat altitudo 3. Ejus tertia pars est 1. Et 36. multiplicata per 1. sunt 36. Ergo Regula stat.

Eamdem demonstrationem dilucido utendo majoribus numeris. Latus AB. seu √√ sit 60. Totus ergo Cubus erit 216000. Cùm igitur Pyramides sint 6. & inter se æquales, & omnes simul Cubum compleant, si 216000. in 6. partes æquales dividamus, singulis Pyramidibus partes 36000. accensebimus. Videamus modò. An-non has ipsas Pyramidibus præscribat Regula.

Latus 60. per 60. dat 3600. Altitudo Pyramidum erat 30. Tertia pars altitudinis est 10. Et 3600. per 10. multiplicata sunt 36000. Est ergo securissima Regula.

De Cylindro, & Prismate.

Num. CCXXVIII. *Figur.* 63.

SI à basi cujuscumque figuræ lineæ parallelæ, & perpendiculares adscendant *Columna* dicitur, quæ in *Cylindrum*, & *Prisma* dividitur.

Cylindrus est columna, cujus basis est circularis, ovalis, elliptica.

Prisma est Columna, cujus basis est triangularis, quadrangularis, &c. cujus basis aliquod polygonium rectilineum exprimit.

Ejusmodi columnas conformavit antiquitas, antequam Architecti Græci, & Itali jussissent parallelas exesse, & curvas illarum loco substituissent. Illas retinuerunt Gothi, unde etiamnum ædificia Gothica hoc columnarum genere exornantur.

Ad Prisma, cujus basis quadrata, aut parallelogramma sit, reduci potest Parallelepipedum, & tot Parallelepipedorum sunt genera, quot parallelogrammorum; quæ, cùm nimis sint nota, non debent uberiùs explicari.

Omnia hæc corpora facili negotio mensurantur, sumitur enim valor areæ, & iste per altitudinem multiplicatur: [per altitudinem dico, non per longitudinem; nam in parallelogrammo Prismate AC. non debet in computum venire latus AC, sed perpendicularis AB.] & habetur totius corporis moles.

De Dolio.

Num. CCXXIX. *Figur.* 64.

FIgura est ex circulo, & cylindro compo- sita. Si sumatur altitudo interior SI. superficies concava quæritur, non convexa, & altitudo interior FE, & inter istas duas altitudines medium Geometricum sumatur, invenietur diameter circuli multiplicandi. Inventa diametro valor circuli scitur; & is multiplicatur per lineam SO, longitudinem dolii, & cognoscitur dolii capacitas. *Pono* exemplum.

Sit SI pollicum 90. & FE poll. $111\frac{1}{9}$. Medium Geometr. 100. & tandem SO. sit pollicum 150. [Area circuli, cujus semidiameter erat pollicum 100. habebat pollices quadratos 31, 400. Ergo area *circuli*, *cujus* semidiameter est 50. habebit pollices quadratos (nempe, cubicos) 7,850.] Duco igitur 7, 850. aream, in longitudinem 150. & adquiro numerum capacitatis, quam inquiro.

Area circuli	7,850
Longitudo Dolii	150
	0,000
	392,50
	785,0
Dolii capacitas	1;177,500

Ajo igitur in hoc dolio unum millionem, 177. millia, & 500. pollices cubicos contineri. Examino igitur, quot pollices cubici capiantur in poculo, & quot pocula in amphorâ, & per divisionem ad poculorum, & amphorarum numerum pervenio.

Qui latus SI. sumunt, ut diametrum, ut inde judicium ferant, aream diametri SI per longitudinem SO. multiplicando, nimis ignoranter exorbitant. At vidi non paucos, qui sic facerent. Cæterùm, qui loco medii Geometrici sumunt Arithmeticum, non ita decipiunt: at dant semper numerum majorem verò. Nam posito exemplo constando minor diameter erat SI, pollicum 90: major pollicum

...um $111\frac{2}{18}$: & medium Geometricum 100:

...dium autem Arithmeticum est $100\frac{10}{18}$: Er-

..., qui medio Arithmetico utuntur, exhi-
...nt numeros majores veris.

...Pocula, & Amphoræ regionum diversa-
...rum sunt varia, & ideò hæc doctrina se de-
...tinet intra speculationis terminos continere:
...unusquisque illam mensuris patriis poterit
...temperare.

De Solidis Platonicis Sphæræ inscriptis.

Num. CCXXX. *Figur.* 65. & 124.

DIcuntur *Platonica*, non quòd illa Plato primus excogitarit, sed quòd audaci, & ingenioso discursu illorum naturas & passiones quinque Elementis (Terræ, Aquæ, Aëri, Igni, & Ætheri) adaptaverit. Et hic olim ter nota, hanc Figurarum per Elementa Physica distributionem, metaphoricam esse: non enim illa realiter convenit, nec unquam, etsi plurimi diu noctuque adlaborent Keplerii, Elementis conveniet: tametsi Sigefridus Hirschius *in Amussi Ferdinandeâ propos.* 100. applaudat dicens, *quòd annis præteritis Astronomorum solertia eò pertigerit, ut videret Cæleste Orbium proportionem eandem esse, quæ est Corporum Platonicorum inscriptorum, aut circumscriptorum datæ Sphæræ.* Dicuntur *Regularia*, quod omnes hedræ, quibus componuntur, æquales sint, & æquiangulæ. Est autem ΕΔΡΑ, *Sella, sedes*: unde apud Xenophontem *de re equestri* ΕΔΡΑ ΙΠΠΟΥ, *sella equi*, seu *ephippium* dicitur: & apud Sophoclem ΕΔΡΑΙ ΝΑΥΑΟΧΟΙ, *æquales stationes* vocantur: & ΕΔΡΑΙΩΜΑ dicitur *Fundamentum*, & *basis*.

Hinc Geometræ, Corporum Regularium superficies, *hedras* vocarunt; quòd super singulis illa velut super firmâ basi stare securissimè possint. Definitiones subjungamus.

Tetrahedrum *est corpus quatuor Triangulis perfectis* (æquiangulis & æquilateris) *contentum*. Est perfecta Pyramis.

Hexahedrum (Cubus) *est corpus sex Quadratis perfectis* (æqualibus) *contentum*. [Porrò Linea in Cubo transit in Superficiem, si rot sumatur vicibus, quot unitates habet. Et Superficies in Corpus, si toties & ipsa sumatur. Vnde, si linea sit 12. pedum: habebit 12. duodenas (nempe, pedes 144.) Superficies: & Cubus (pedes 2128.) 12. duodenarum duodenas. Continet ergo illa linea solida, solidam unitatem duodecies. Et Superficies solida solidam lineam duodecies, & Corpus solidum solidam Superficiem duodecies.]

Octahedrum *est corpus octo Triangulis perfectis contentum.*

Dedecahedrum *est corpus* 12. *Pentagonis perfectis* (æquiangulis & æquilateris) *contentum.*

Icosahedrum *est corpus* 20. *Triangulis perfectis contentum*. Vide Alstedium *tom.* 2. *pag.* 334.

Hæc Corpora inscribuntur, & superscribuntur Sphæræ, ità, ut omnes anguli, si inscribantur; omnia hedrarum centra, si superscribantur, Sphæræ superficiem attingant: habentque inter se proportionem, quam jam trado.

Sanè, ut Tetrahedri latus metiar, notabo ex Euclide *libr.* 13. *prop.* 13. Sphæræ diametrum esse potentiâ sesquialteram ad latus Pyramidis, seu Tetrahedri. Est autem hæc proportio, ut 3. ad 2. Ergo fiet operatio hoc modo.

Diameter	200000.A
Quadratum	400000,00000.B
Quadr. triens	$133333,33333\frac{1}{3}$.C
Quadr. bes	$266666,66666\frac{2}{3}$.D
Radix quadr.	163299.E

Diameter Sphæræ est A. Quadratum Diametri est B. Hujus Quadrati tertia pars est C. Ergo, si vel auferam C à B. vel duplicavero C. habebo D. Quadrati B. bessem: cujus Radix quadrata E. est latus quæsitum Pyramidis, quæ, quia quatuor planis componitur, dicitur Tetrahedrum.

Sphæræ Diametrus ad Octahedri latus est virtualiter, & extrinsecè dupla, ut habet Euclides *libr.* 13. *prop.* 14. Ergo fiat computus.

Diameter	200000.A
Quadratum	400000.00000.B
Semiss. Quadr.	200000.00000.C
Radix quadr.	141421.D

Ergo Diametri A. Quadratum B. divido in duas partes, & habeo C. cujus Radix quadrata est D. & hæc est latus Octahedri.

Num. CCXXXI.

Cubi latus sic determino, Euclidi consonans, qui *ibid. propos.* 15. affirmat Diametrum ad Cubi inscripti latus triplam esse. Sic ergo putationem instituo.

Diameter	200000.A
Quadratum	40000000000.B
Quadr. triens	$133333 \cdot 33333\frac{1}{3}$ C
Radix quadr.	115470.D

Quadro Diametrum A. & habeo B. cujus triens est C. & hujus radix quadrata D. est latus Cubi sphœræ inscripti.

Num. CCXXXII.

Sic ad Icosahedri lateris dimensionem perveniam. Ex Corollario I. *prop.* 18. *libr.* Euclidis, mihi prodest Linea G, quæ potentiâ sit ad Diametrum ut 1. ad 5. Hæc debet per medium, & extrema dividi, juxta doctrinam *num.* . Et tunc per 5. & 9. libri 13. & majus segmentum erit latus Decanguli, cujus radius sit linea G. Lineæ G & majoris segmenti conjungantur Quadrata, & aggregati Radix *per propos.* 10. *libr.* 13. dat latus Quinquanguli inscripti in eodem circulo: quæ per 11. & 16. ejusdem libri est latus Icosahedri, quod debebamus invenire. Modò hanc doctrinam reducamus ad praxim.

Diameter	200000.A
Quadratum	400000.00000.B
Quinta ejus pars	80000.00000.F
Radix partis	89443.G
Ut se habet	10000 0. *ad* 61803
Sic se habet	89443. *ad* 55268.H
Ꝛ 89443. *Quadr.*	79998.71364.I
Ꝛ 55268. *Quadr.*	30556.57284.K
I & K *simul*	110555.28648.L
Ipsius L *Radix*	105141.

Fundamentum est Circuli Diametrus A. quam quadro in B. Hoc quadratum divido in 5, ut in F. cujus radix quadrata est G. Tunc per analogiam G dat mihi H. Eorum Quadrata sunt I & K. & eorum Summa est L. & Summæ radix quad. est latus Icosahedri quæsitum.

Dodecahedri latus ex Cubi latere jam invento summâ facilitate deducitur. Nam, si Cubi latus per mediam & extremam proportionem diviseris, segmentum majus erit latus quæsitum.

Cubi latus	115470.
Ut se habet	100000. *ad* 61803.
Sic etiam	115470. *ad* 71364.

Vide *Propos.* 16. *libr.* 13. Euclidis.

Vt igitur omnia colligamus, in unâ & eâdem Sphœrâ hæc quinque Corpora Regularia inscribantur, hanc habebunt interse proportionem.

		Logarithmi.
Sphæræ Diamet.	200,000	5.34242,26808
Sphæræ Radius	100,000	5.00000,00000
Tetrahedri latus	163,299	5.21298,35251
Octahedri Latus	141,421	5.15051,39038
Hex. (Cubi) Lat.	115,470	5.06246,91658
Icosahed. Latus	105,145	5.02178,86248
Dedecah. Latus	71,364	4.85348,52236
Differentia		0.14651,47764.

Vide Matthiam Bernaggerum *in Notis ad Circinum Galilæi art. 9. lit.* I. Rarò aut nunquam opus erit uti tot characteribus in Logarithmis, & ideò poterimus quinque ultimas notas omittere. Sed veniamus ad praxim.

Si dato Sphœræ radio habere volueris latus Solidi eidem Sphœræ inscripti, sic procede.

Dati Radii logarithmo, adde logarithmum 0.21298. *& habebis logarithmum lateris Tetrahedri.*

Adde, 0.15051. *& habebis logarithmum lateris Octahedri.*

Adde, 0.06247. *& habebis logarithmum lateris Hexahedri, seu Cubi.*

Adde, 0.02179. *& habebis logarithmum lateris Icosahedri.*

Et tandem à dicti Radii logarithmo aufer 0.14651. *& habebis logarithmum lateris Dodecahedri quæsitum.*

Sed non semper datur Sphœræ radius, sed latus alterius figuræ. Quomodo ex latere tot dium invenies? Si è contrario opereris. Nam designatos numeros in Dedecahedro adde, & in aliis Solidis aufer à logarithmo lateris, &

habebis logarithmum radii quæsiti. Pono exemplum. Diameter & Tetrahedri latus sequentes ex Euclide *loc. cit.* ut 3. ad 2. Ergo, si Diameter Sphœræ sit 24. Tetrahedri latus erit 16. Nunc numeros sequentes considera.

		Logarithm.
Diameter Sphæræ	24	1.38021.A
Latus Tetrahedri	36	1.55630.B
Differentia		0.17609.C

Ergo, si detur A, & quæratur B. *adde* C *ipsi* A *& habebis* B. Si autem detur B, & quæratur A. *aufer à* B *ipsum* C. *& habebis* A.

Num. CCXXXIII.

PLatonica Corpora in eâdem Sphœrâ clausimus, eorumque latera dimensi sumus: nunc pondus & magnitudinem considerabimus: nam, si materia homogenea sit, erunt ejusdem magnitudinis, quæ eiusdem ponderis: eruntque eiusdem ponderis, quæ eiusdem magnitudinis.

Sanè, si eadem linea sit Sphæræ diameter, & Cubi latus, se habebit pondus Sphæræ ad pondus Cubi, (vel magnitudo Sphæræ ad magnitudinem Cubi) ut 11. *ad* 21. Ita Clavius *in Geometr. Pract. libr.* 5. *pag.* 253.

		Logarithm.
Diameter Sphæræ	11	1.04139,26852.
Cubi latus	21	1.32221,92947.
Differentia		0.28082,66095.

Ergo, si dato Sphœræ diametro volueris habere latus Cubi, diametri logarithmo adde 0.28083. & habebis latus quæsitum.

Cæterùm, si latus Cubi habeas, & diametrum Sphœræ quæras, inverte operationem, & à lateris dati logarithmo 0.28083. excinde, & habebis Diametri logarithmum. Pono exemplum. Si diameter Sphœræ sit 33. Cubi latus erit 63.

		Logarithm.
Sphæræ Diameter	33	1.51851.D
Cubi Latus	63	1.79934.E
Differentia		0.28083.F

Quæ differentia ablata ex majori, dat minorem: & addita minori, majorem. Ergo, si detur D, & quæratur E, *adde* F *ipsi* D. *& habebis* E. Si autem detur E, & quæratur D, *aufer ab* E *ipsum* F, *& habebis* D.

Interim, respectu Pyramidis perfectæ (Tetrahedri) hæc Corpora, si idem pondus, eamdemque magnitudinem, seu capacitatem habere dicantur, hanc linearum proportionem observant.

		Logarith.
Tetrahedri latus	100,000	5.00000.00000
Octohedri latus	66,992	4.82602.29423
Sphæræ diameter	60,822	4.78406.06959
Hex. (Cubi) latus	49,029	4.69045.30342
Icosahedri latus	37,190	4.57042.61784
Dedecah. latus	24,465	4.40594.36721

Vberiùs *num.* 255. sed practicè, & ex Circini motu de horum solidorum Transfiguratione differemus.

De Solidis egredientium angulorum.

Figur. 125.

DEdimus aliquas angulorum egredientium Figuras, cùm de Superficiebus differebamus: illam doctrinam ad Solida aliquando transtulimus, & aliqua valde pulchra elimavimus. Architectis, aut etiam Aurifabris proderit illa cognoscere, ut aliquando utantur, si velint laborare accuratiùs. Modum edissero.

In hedrâ relinquitur margo, vel limbus, ut sit (dicam Hisp. *como un cayrel, o passamano*) & delineata basi, quæ, ut opto, sit hedrâ minor, super illam, Pyramis erigatur. Habebam Viennæ, dum Monasteriorum Monserratensium essem Abbas, argenteam lampadem, quam admirabantur Artifices, & delineatam sæpius miserunt in Hispaniam, & Galliam. Erat Icosahedrum: & postèà excisis angulis ex hedris hexagonis & pentagonis componebatur. Singulis hedris, relictâ margine aliquali, insistebat Pyramis, quam globus auratus terminabat.

Possunt aliter & aliter ornari hedræ, pendet enim à voluntate singulorum ornatus.

NOTA.

De Figuris implentibus locum.

Num. CCXXXIV.

COmplere locum dicuntur Figuræ, quæ nullum spatium relinquunt. Tales sunt Triangulæ, Quadratæ, & Sexangulæ, ut patet. Aliqui demonstrationes magno verborum, & numerorum apparatu contexunt, sed res, quæ nudis oculis percipiuntur, ulteriori probatione non indigent. Circuli, & Ellipses

non

non implent locum: Sed neq; illum implent Pentagoni, Heptagoni, & cæteræ plurium angulorum figuræ.

At, quia locus, propriè non intelligitur de superficie, sed de solido: examinare oportet, quænam figuræ impleant locum? Sanè Globi non implent: non implent Ova, non Cylindri, non Coni, &c. Implent autem Cubi, Parallelipipedi, & aliqua Solida irregularia.

Perpendant hanc doctrinam bene, qui cõponunt continuam Quantitatem corpusculis: quam enim illa figuram, in Aëre, v.g. habere poterunt, ut fluere possint, & vacua motu suo nulla spatia relinquere? nec patiar eos de vacuo non esse sollicitos; quoniam, si bene rem examines, *corpus carens corpore*, aut *quantitatem continuam carentem quantitate continuâ*, Vacuum esse reperies. Illud igitur duo contradictoria implicat in suo quiditativo conceptu.

Alstedius *in Encyclopæd. libr.* 15. *Geometr. part.* 1. *cap.* 9. §. 2. ingeniosè discurrit, & ait. *Parallelipeda rectangula octo complent locum. Aristoteles docet octo solidos angulos Cubi complere locum: Sed hæc Geometria non est prõa.* &c. *Emendetur hæc Aristotelis Geometria.* &c. & posteà §. 4. subjungit. *Tria Corpora complent locum solidum. Vt in planis, sic in solidis triplex figura complet locum. Et in planis quidem triangulum parallelogrammum (vulgo quadratum, & oblongum) & sexangulum sunt completiva loci superficiarii: in solidis autem pyramis, cubus, & octaëdrum sunt completiva loci solidi. Nimirùm, si figuræ conjunctis angulis efficiant in plano rectos 4, vel in solido 8. complent locum. Itaque Aristoteles non rectè docuit, pyramidem duntaxat, & cubum in solidis complere locum 3. Diagonius octaëdri potest duplum lateris 4. Si quadratum de latere octaëdri duplicetur, duplicati latus erit diagonius. Vt latus octaëdri sit 6. quadratum 36. duplicatum 72. cujus latus $8\frac{8}{17}$ est diagonius.*

LIBER SEPTIMVS.

De Figurarum Geometricarum Metamorphosi.

Figurarũ Metamorphosis est unius in alteram conversio: &, quia prima omnium Circulus, Ellipsin in Circulum, & Circulum in Ellipsin convertamus.

Num. CCXXXV.

Vt ellipsim transfigures in Circulum, sume mediam proportionalem inter majorem, & minorem Ellipseos diametrum, & habebis diametrum quæsiti circuli. Proponitur ellipsis, cujus altera diametrus est 4. altera 9: duco igitur 9. in 4. & adquiro 36. cujus radix quadrata dat 6. pro diametro circuli aream ellipseos exhaurientis: nam inter 4. & 9. medium proportionale est 6.

Vt ex Circulo facias Ellipsim, sume duas diametros alteram minorem diametro circuli, alteram majorem: ita distantes inter se, ut sint minor se habet ad diametrum circuli, ita hæc ad majorem se habeat. Vnde, si Circuli diameter sit 6. & minor Ellipseos diameter sit 4. major debebit esse 9: ut enim 4. ad 6, ita 6. ad 9. se habent.

De Quadraturâ Circuli.

Num. CCXXXVI. *Figur.* 66.

ANtequam ad areæ transfigurationem venias, debebis circularem ad rectam reducere lineam.

Omitto Veterum opinionem asserentium se habere diametrum ad circumferentiam, ut 1. ad 3: vel veriùs semidiametrum ad circumferentiam, ut 1. ad 6: quia Hexagonus Circulo multò est minor.

Proximius accedit Archimedes, diametrum dividens in 7. partes, & ex his 21. circumferentiæ accensens. At etiam 21. angulum figura inscripta Circulo, eo minor est. Michaël Havemannus in Geometriâ compendiosè adornatâ *pag.* 23. *Si diametro triplicatæ addas septimam ejusdem diametri partem, linea inde nata paululùm minor erit circumferentia. Rursus, si diametro ter assumptæ addas decem septuagesimas-primas* $(\frac{10}{71})$ *diametri partes, linea hinc nata paululùm major erit circumferentia. In parvis circulis illa differentia exigua est, nec admodum notabilis: at in magnis notari poterit.* Sed hallucinatur evidentissimè: nam ista linea $\frac{10}{70}$ est major ista $\frac{10}{71}$ (quis enim dubitet septuagesimas partes septuagesimis-primis majores esse?) Ergo, si illa tametsi major, addita triplæ diametro est minor circulo, hæc erit multò minor. Ergo hæc doctrina aliter erat temperanda. Porrò videtur Havemannus legisse, & non bene intellexisse Archimedem hujus proportionis authorem. Ipse enim *in libr. de Quadraturâ Circuli. Theor.* III. sic inquit. *Omnis Circuli perimeter est tripla diametrus, & adhuc excedit minori, quàm septimâ parte diametri, majori autem, quàm decem septuagesimis primis.* Ergo Circuli perimetrum constituit Archimedes inter duos terminos, nimirùm, inter $3\frac{10}{71}$: & $3\frac{10}{70}$: ita, ut sit major illo, & minor isto. Et, quia differentia videtur insensibilis, nomine Archimedis circumfertur Conclusio, quæ statuit in Circulo contineri tres diametros, & adhuc unam septimam partem.

Hæc profectò inventa ab Archimede Diametri ad Circulum proportio (videlicet, ut 7 ad 22.) est in praxi sufficiens; nec enim in Astronomiâ, Musicâ, Architecturâ, &c. requiritur major præcisio. Omnia enim, quæ apud Astronomos de tertiis, quartis, quintis, &c. leguntur, visûs potentiam superant, & aut superstitiosè traduntur; aut fortè, ne minutiæ multiplicatæ in aliquod scrupulum primum adscendant. Quando chordam Musicus in millenas partes vult dividere, & divisionum loca circulis contendit demonstrare, non cantat, non audit, sed intelligit, cùm tamen in aure, & sono Musica, non autem consistat in mente. Architecti in suis Circumferentiis non sunt de minutis solliciti, & inter pulveres, & rudera, sive munimenta militaria, erigant, sive palatia Regia ædificent, figuram 22. angulorum jubent, sumi pro Circulo, nec ex hac suppositione, aliàs falsâ, quidpiam oritur, ob quod sensibilem reprehensionem incurrant.

His tamen non obstantibus figura 22. laterum, non habet latera, quæ præcisè diametri septimam partem exæquent. Circulus habeat grad. 360.00′000″. ergo per 22. dividatur.

1	022	360.00.000	
2	044	022	1
3	066	140.	
4	088	132.	6
5	110	08.0	
6	132	06.6	3
7	154	1.40.	
8	176	1.32.	6
9	198	08.	
10	220	6.6	3
		1.4	
		1.32	6
		.08	
		66	$3\frac{14}{22}$
		14	

Circulum divido hic cum Recentioribus in grad. 360. gradum in 100. minuta: & minutum in 1000 secunda.

Ergo latera Figuræ 22gulæ, subtendunt angulum grad. 16.36. $363\frac{14}{22}$. Media pars est grad. 8. 18. $181\frac{18}{22}$, cujus sinus est 14231. ejusque duplum 28,462. & tantum est latus figuræ 22gulæ. Ioannes Alstedius *Encyclopædiæ libr.* 15. *part.* 2. *cap.* 4. *pag.* 368. progreditur ad fractiones, seu majorem radium, & jubet hoc latus esse 28,462 = 96.

Videamus modo, quantum importet septima pars Diametri.

64513 2(6
712.00.000 = 0 0
0 28.571 = 4 2

Latus igitur Figuræ 22gulæ: tametsi sensibiliter à septimâ Diametri parte non differat, si ad calculum reducatur, minor est. Ergo Archimedis Regula dabit semper Circulum majorem vero. Pono exemplum.

Si 7. *dant* 22. *tunc* 100. *quot data sunt?*

Mul-

```
   132   64(5
71|22.00 =00 0.A
  3.14 =28 5.B
  3.14 =15 9.C
       =12 6.D
```

Multiplico igitur 22. per 100. & habeo A. divido per 7. & habeo B. At debueram habere C. ut inferiùs videbimus. Ergo numerus, quem mihi dedit methodus Archimedæa, est $\frac{126}{1000}$ major vero.

NOstrorum avorum ævo multò subtiliùs fuit hæc proportio examinata; erat enim

Diam.	10;000,000	vel 20;000,000.
Circũferẽtia	31;415,926	vel 62;831,852. *min.*
	31;415,927 $\frac{1}{2}$	vel 62;831,855. *mai.*

Scripsit Christianus Hugenius *de Circuli magnitudine Inventa*, & Lugduni Batavorum anno 1654. edidit, & ex sexagintangulo proportionem intra terminos istos continuit.

Diameter	10,000;000,000.
Circumferentia	31,415;926,533. *min.*
	31,415;926,538. *mai.*

Sed ex aliis figuris, quæ pluribus protuberant angulis, ad terminos istos pervenit.

Diam.	1,000:000,000;000,000.
Circũferẽtia	3,141:592,653;589,792. *min.*
	3,141:592,653;589,794 $\frac{1}{2}$ *mai.*

At miror Hugenium non vidisse Ludolphum à Cõllen, qui ante ipsum scripserat de Quadraturâ Circuli; & proportionem hanc multò longiùs promoverat: videlicet ad istas lineas.

Diam.	100!000,000:000,000;000,000
Circũferẽtia	314!159,265:358,979;323,845 mi.
	314!159,265:358,979;323,846 ma.

Num. CCXXXVII.

Hanc proportionem, ut meliùs examinatam Christophorus Griembergius, & alii post Ludolphum admiserunt: Ergo pro Geodæsiâ rebusque practicis, ita se habere diametrum ad circumferentiam, ut 100. ad 314. vel ut 1. ad $3\frac{14}{100}$ supponamus. Aut, quia vulgò diameter ponitur partium 200. ut 200. 628. hanc esse proportionem dicamus. Habemus nihilominùs, unde gratias rependamus Hugenio: quia cùm contemplatio communis huic inniteretur Theoremati, *Omnis Circulus est major quâcumque figurâ inscriptâ & minor circumscriptâ*, ipse inter figuram inscriptam, & circumscriptam duas medias proportionales sumens ad Veritatem propiùs accessit, demonstrando, *Quòd duabus sumptis polygonis proportione mediis inter inscriptum circumscriptumque, ipsis simile, minoris eorum perimeter circumferentiâ Circulo major exisiit: reliquum verò polygonum eâdem proportione Circuli aream exsuperat.*

Hac doctrinâ præmissâ omnes quæstiones, quæ de Circulo, & Globo possunt moveri, resolvemus.

Num. CCXXXVIII. *Fig. 66.*

Quomodo linea circularis in rectam convertetur? Sume Circuli diametrum *AB*; & illam divide in 7. partes: duc lineam rectam CB, quæ 22. harum partium exæquet, & illa erit æqualis Circulo. *Vel aliter.* Sume lineam B21. quæ sit tripla Diametri, & ei adde particulam C21. quę sit septima Diametri pars & CB. erit recta linea æqualis Circulo DEBL. Hæc doctrina fundatur Propositione I. Archimedis, quæ scitè statuit, *Omnem Circulum esse æqualem Trigono rectangulo, cujus, quæ quidem ex centro, est æqualis uni earum, quæ circa angulum rectum, perimeter autem basi.* Clariùs. *Omnem Circulum esse æqualem Trigulo, cujus altitudo dicti Circuli radium & perimetrum basis exæquet.*

Quomodo facies Circulum, qui sit æqualis lineæ rectæ? Lineam rectam datam (nempe CB) in 22. partes divides: & ex eis sumes $3\frac{1}{2}$ pro radio. Ergo centro A & radio AB $3\frac{1}{2}$ duc Circulum BLDE. Et dic hunc Circulum esse æqualem lineæ rectæ CB.

Quomodo Circuli aream mensurabis? Aut totam circumferentiam in semiradium (quartam partem diametri) aut totum radium in mediam circumferentiæ partem duces. Pono exemplum: & ne fractionibus præpediar, majores numeros assumo. Sit Diameter 28. Radius 14. Semiradius 7. Sit Circumferentia 88. & Semicircumferentia 44.

Radius	14	*Semirad.*	7
Semicirc.	44	*Circumf.*	88
	56		56
	56		56
Area circ.	616	*Area circ.*	616

Si hujus numeri 616. radicem quadratam exextraxeris, habebis 24 =816. Et tantum erit latus Quadri, quod æqualem Circulo superficiem contineat.

Assumpsimus diametrum 28. quadruplò majorem, quàm alii cum Archimede assumunt. Sed quanta erit Area Circuli, cujus diameter sit 7. & quantum latus Quadrati, quod illam exæquet? ℞. Vbi lineæ quater, aream 16. vicibus majores sunt. Divido igitur aream 616. per 16. & retineo 38 =5. Et divido lineam 24 =816. per 4. & reperio 6 =204. Circulus igitur, cujus diameter est 7. & Quadrum, cujus latus est 6 =204: ejusdem capacitatis sunt.

Quomodo Circulum in Triangulum, aut Quadrum convertes? Sume lineam HN æqualem circumferentiæ, & lineam KH æqualem radio, & forma Triangulum KHNK, & dic illum esse Circulo AGB æqualem.

Hic Triangulus in quadratum transibit, si secerutra linea in duas partes æquales dividatur. Nam Triangulus KHNK, & Parallelogrammum IHNOI. & Parallelogrammum KHMLK. habent areas æquales. Poterit in Quadratum transire juxta ea, quæ dicentur statim.

NOTA I.

Num. CCXXXIX.

MAtthias Hafenreffer apud Ioannem Henricum Alstedium *libr. 15. part. 1. cap. 8. pag. 323. a.* Templum Salomonis descripsit, & de Diametri, & Circuli proportione sic philosophatur. [Licèt quænam sit vera proportio diametri circuli ad ejus circumferentiam, vel areæ quadrati ad aream circuli nondum sciatur: iam olim tamen cognitum fuit, quod *diametri ad circumferentiam proportio* non tantum sit, secundum Archimedem in libello de dimensione circuli, minor quàm tripla sesquiseptima $3\frac{1}{7}$, id est, minor quàm 7. ad 22. attamen maior quàm tripla superpartiẽs decem septuagesimas primas $3\frac{10}{71}$, qualis est 71. ad 223. hoc est, factâ reductione ad eandem denominationem in numeris quidem minimis, minor quàm 497. ad 1562. attamen maior quàm 497. ad 1561. sive, qualium diameter est partium 10000,0000. talium circumferentia est minor quàm 3,1428,5714. attamen maior quàm 3,1408,4507. (quos Archimedis terminos, licèt neotericorum aliqui impugnent, expugnavit tamen adhuc nemo) sed etiam Purbachio *in præfat. tractatûs de sinubus, & chordis*, teste, quòd ea proportio sit ficut 20000. ad 62832. hoc est, qualium diameter est 10000. illius numeri medietas, talium circumferentia sit quàm proximè 31416. Et quidem, si exactum calculum sequamur, certum est, eam proportionem, secundum verissimam, & exquisitam numerationem, qualium semidiameter est partiũ 10000,0000,0000,0000, 0000,0000,0000,00. esse minorem quàm 3. 1415.9265.3589.7932.3846.2643.3832, 80. tamen maiorem quàm 3, 1415. 9265. 3589.7932.3846.2643.3832.79. Ad hanc subtilitatem hîc quidem nos devenire nonvolumus contenti, quod qualium diameter est 10000,0000. talium circumferentia verissimè sit minor quàm 3.1415.9266. attamen maior quàm 3.1415.9265. Quæ, ut præsenti nostro instituto accommodemus, aliæ duæ propositiones assumendæ sunt. Harum prior manifesta est *ex 1. propositione Archimedis de dimensione Circuli*: videlicet. *Quòd semidiameter Circuli ducta in semicircumferentiam producat aream eius.* Per hanc propositionem, data circuli diametro part. 10000. computatur vera eius area partium 7853. 9816. quàm proximè. Alteram Euclid. *lib. 12. prop. 2. Element.* demonstrat. *Quòd Circuli sive Circulorum areæ, eam habeant inter se rationem, quàm à diametris descripta quadrata.* Per hãc propositionem cognitis duorum Circulorum diametris, cognitaq; alterius illorum area, area alterius similiter mox patebit. Etsi alii quoq; sint modi aream ex diametro computandi, hæc tamen via per regulam proportionum omnium brevissima est. Secundum eam ergo numerorum hæc fiet collatio.

Circuli, cujus diam. quadr. est 1,0000,0000.
Ejus area est 7853. 9816.
Ergo, si diametri quadratum sit 318311.
Area ejus circuli erit $250000\frac{961}{1000}$.

Area ergo circuli, cujus semidiameter æquat rectam à portâ ingressûs in templum, ad duas tertias altitudinis Sancti Sanctorum, est 250001, vel paulò minor, videlicet $250000\frac{961}{1000}$ ferè, ideòq; quàm proximè æquat totius templi quadratam aream 250000, unicâ solummodò unitate, nec illâ plenâ, eam excedens.

Ecce admirandam Geometriam, quam Ezechielis, seu potiùs summi Architecti hæc templi structura suppeditat. Nimirùm Circulus, cuius semidiametri quadratum componitur ex coacervatione quadratorum harum trium rectarum I. ex rectæ, à portâ ingressûs in templum, ad ejus intimum centrum, seu locum altaris cubitorum 250. quadrato 62500. II. ex rectæ, à medio templi puncto sive ab altari, ad stationem Propitiatorii, in Sancto Sanctorum cubitorum 130. quadrato 16900. III. ex rectæ, à basi è directo sursum versus cælum, ad duas tertias Sancto Sanctorum cubitorum $13\frac{1}{3}$, quadrato $177\frac{7}{9}$. Is, inquam, circulus est æqualis, quàm proximè, totius templi areæ; hoc est, si hypothesin ad thesin reducamus: *Circulus cuius semidiametri quadratum colligitur ex quadratis numerorum* 250. 130. & $13\frac{1}{9}$. vel, quod idem est, *cuius integra diameter æqualis est potentia potentiis duplicatorum illorum numerorum*, scilicet 500. 260. $26\frac{2}{3}$, *ex quorũ quadratis* 250000. 67600. & $711\frac{1}{9}$, *colligitur quadratum diametri* $318311\frac{1}{9}$, *is circulus*, inquam, *est æqualis quadrato de* 500. *hoc est, quadrato* 250000. *quàm proximè*. Item, si hi numeri per fractionis adhærentis numerum 3, reducantur ad eandem denominationem, fient ii manente priori inter se proportione 1500. 780. 80. quibus ulterius ad minimos sive inter se primos numeros reductis, correspondent 75. 39. 4. Itaque.

Circulus, cuius diameter est radix quadrata ex 7162. *numero collecto ex quadratis* 5625. 1521. 16. *numerorum* 73. 39. & 4. *æqualis quàm proximè quadrato* 5625. *producto ex* 75. *trium horum datorum numero maximo*.

De hac quadraturâ Circuli sic pronuncia[t] *Keplerus*: dicamus quadratum de 75. æqua[re] aream Circuli, cujus diameter sit radix quadrati compositi ex quadratis 7. de 39. de 3. *Mestlinus* horum trium numerorum harmoniam non minoris faciendam judicat, quam Archimedeam circumferentiæ ad diametrum proportionem. Sicut enim hæc in minoribus, ideòque intellectu facillimis, atque ad omnem operationem, & applicationem accommodatissimis numeris, videlicet $3\frac{1}{7}$, qualis est 22. ad 7. proponitur: ita etiam hi 75. 39. & 4. numeri, hoc est, $18\frac{3}{4}$, $9\frac{3}{4}$ & 1. grandes non sunt, sed minuti ceptuque faciles, ideòq; in calculo tantò magis grati.] Plura vide apud Haffentefferum *loc. cit.*

NOTA II.

An exacta Circuli Quadratura possibilis sit

Num. CCXL. *Figur. 67. & 38.*

NVmeros veris proximos dedimus, non enim exactos promisimus, cùm Circulum Sphœram-ve volebamus ad Quadrum, vel Cubum reducere. Modò in examen veniunt verba Ioannis Grammatici, qui *in lib. 2. Physic. text.* 15. sic inquit. *Geometrie Principium est Circumferentiam adæquari non posse rectæ Lineæ*. An-ne debebimus ei assentiri?

Respondeo primò Propositionem veram à Principio differre; non enim omnis Propositio vera est Principium; sed, quæ, vel est per se nota, vel à Scientiâ subalternante demonstrata, & subalternatæ servit, ut Ectheses securas eliciat.

Respondeo secundò hanc Propositionem *Circumferentia non potest adæquari lineæ rectæ*, nec esse veram; nec si esset vera, *Geometriæ Principium* posse dici. Et demonstro hoc posterius: Non enim est per se nota, & ex rerum connexione conspicua: nec est ab aliquâ Scientiâ, quæ sit prior Geometriâ, demonstrata: nec in Geometriâ, vel unicam conclusionem parturit. Ergo temerè *Geometriæ Principium* appellatur. Immò etiam destruo illud prius argumento, quo passim utuntur Peripatetici. Convertam oculos ad Figur. LXVII. & sic inquam. Ecce unum Quadrum, & duos Circulos. Circulum Quadro inscriptum esse minorem Quadro certum est. Et Circulum superscriptum esse majorem Quadro etiam est certum. Ergo Quadrum inter hos duos Circulos habet determinatam Tantitatem, estque major inscripto, & minor superscripto. Iubeatur igitur, vel mirâ continuâ successione crescere quousque majorem exequet, vel superet: vel major continuâ successione decrescere, quousque ad minoris quantitatem perveniat. Tunc sic: Circulus major decrescendo, & minor crescendo, transiverunt per omnia media, quæ sunt inter ipsos. Ergo aliquando tetigerunt illam determinatam Quantitatem, quam habet Quadrum intermedium. Ergo tunc fuerunt æquales Quadro. Ergo Quadratura Circuli non est impossibilis. Ergo dari Circumferentia potest, quæ lineam rectam exæquet. Hanc esse claram, & manifestam demonstrationem asserunt Aristotelei; at me manet scrupulus; nam in simili formâ argumentabor, & nihil concludam. Considero itaque Figur. XXXVIII. & angulum contingentiæ esse minorem omni rectilineo suppono. Et sic discurro. Angulus ADF, quem format Circulus rectam lineam attingens, habet quantitatem determinatam, quâ dari potest major, minor, &c. Est tamen minor angulo rectilineo E D F. Ergo hic ipse angulus E D F minuatur, quousque linea DE in lineam DF incidat. Stante igitur hypothesi angulus ille decrescens per omnia media transivit. Ergo aliquando fuit æqualis angulo contingentiæ. At est consequens falsum. Ergo hic colligendi modus fallax est.

NOTA III.

An exacta Quadratura Circuli inventa sit?

Num. CCXLI.

PRo parte affirmativâ stat Pater à S. Vincentio S. I. insignis Mathematicus, qui duobus magnis voluminibus Circuli Quadraturam expedit. Stat Dominus Kinner, Geometra subtilissimus, qui à Patre de Sancto Vincentio totus militat, & illos duos Tomos, quanti sunt, ad brevem Synopsim reduxit. Stat Clarissimus D. Ioannes Marcus Marci, in Vniversitate Pragensi Primarius Medicinæ Professor, Regni Bohemiæ Physicus Senior, suæque Majestatis Cæsareæ Medicus Cubicularius, qui duobus libris ingeniosissimis jam per Motum, (& Quantitatem successivam) jam per Lineas, Superficies, & Solida (adeòq; per Quantitatem permanentem) viginti quadrandi Circulum vias aperuit, quæ cum applausu in Scholâ leguntur. Illas Sebastianus Christianus Zeidler, Medicinæ Doctor, & Professor celebravit his numeris.

Circum Quadrata mutari posse Figurâ
Æquali, docuit Magnus Aristoteles.
Nec tamẽ inventũ hoc bis sæcula dena dederũt:
Tu totidem reddis Facta Quadrata modis.
Dux tibi Luna erat in Quadratã versa Figuram;
Hæc eadem Famã ducet in Orbe tuam.

Pro parte negativâ stat aliquorum Gallorum, Anglorum, aut etiam Hollandorum Severitas, qui oculatissimè Patris de S. Vincentio librum examinarunt, dicuntque non pauca à Viro Magno supponi, quæ sicut nec ipsi possunt demonstrare esse falsa, sic nec ipse esse vera persuasit. D. Kinnerum socium faciunt discriminis, adeoque inferunt, eorumdem esse Demonstrationem hypotheticam, quæ erit tunc demum absoluta, quando demonstrentur hypotheses. Clarissimi D. Doctoris Ioanni Marci venerantur ingenium; unde ad eumdem celeberrimus Kircher, *Scribit P. Mersennus Opera Tua Parisiis multum placere; rogat, ut Te incitem ad similia plura luci danda*: dicunt tamen animositatem, quam anno 1648. in libro, quem inscripsit, *De proportione motûs, &c. & Circuli Quadraturâ*, præ se tulit, remisisse in libro altero, quem edidit anno *Proh fera fata! arens fLos CaDIs IMperII.* (1654.) illum enim insignivit hoc Titulo, LABYRINTHUS, *in quo via ad Quadraturam Circuli pluribus modis exhibetur*. Ecce non pollicetur Quadraturam Circuli, sed Viam ad Quadraturam Circuli; & hanc, ne facilem, aut expeditam aliqui judicent, jubet per ambages Labyrinthi transire.

Hic erat Controversiæ status sub initium anni 1666. At 20. Maji affixa est Bruxellis; & ad Europæ Vniversitates transmissa de hoc argumento publica Provocatio, & Con-

certatio, ex quâ lineas mihi necessarias exscribo.

D. Henricus Alcaforado, Eques nobilis, & Commendator Ordinis Christi, Tribunus Legionis Germanicæ; quique post impensam Regiæ, & Catholicæ Majestati in bellis operam per triginta-duos annos, tum in Belgio, tum in Cathaluniâ, eidemque adhuc servit Legioni Hispanicæ insertus in hoc Belgio.

Dicit. &c. Item, quod invenerit, quam proportionem habeat circumferentia Circuli ad Diametrum; rem itidem hactenus incognitam. Rursus quomodo quadranda sit superficies contenta Circulo præcisè, & Geometricè determinando in quantitatibus discretis, aut rationabilibus, quid possint singula latera parallelorum quadratorum in rectangulis; quod est dare quadratum æquale superficiei circulari. Demonstrabit autem hæc omnia in quantitatibus discretis, quæ sunt numeri: & in quantitatibus continuis, quæ sunt lineæ, & quidem Geometriâ practicâ. Quod sanè invenire non potuit antiquus Archimedes Geometra excellens, neque magnus Euclides, neque ingens multitudo Geometrarum modernorum, qui deinceps sunt exorti; neque à Professoribus ullis, in Academiis, pro Cathedrâ fuit expositum. Ingens enim verò hac ex parte obstaculum Arithmeticæ, & Geometriæ objectum fuit hactenus; cùm ignoratum fuerit, quâ ratione mensura danda fuerit superficiei circulari: quæ tamen unica via est determinandi Sphæram Mundi, Opus tamen eximium Dei; & tam necessaria Astronomis, ut principiis secura habeant, per quæ ad majores ausus nitantur, aliasque figuras planas determinent dependentes à Circulo, quas nemo hactenus ritè potuit dimetiri.

Multa pollicetur Vir strenuus; &, ne videatur hæc promissio fundamento carere, illam quatuor millium ducatorum, & iterum aliorum quatuor millium Concertatione tutatur.

Sanè Circuli Quadraturam impossibilem esse, nec Ioannes Grammaticus, nec alius mortalium demonstravit: esse possibilem putant se Peripatetici demonstravisse. Pollere ingenio D. Henricum probat assiduus triginta mensium labor, quem in mensuris figurarum planarum, & corporum inquirendis impendit; qui enim intellectu onerantur, in mathematum examine non perseverant. Illuminationes, quas in Scientiarum meditatione experimur, sunt missæ à Deo; qui suæ gratiæ splendores distribuit pro beneplacito suæ voluntatis. Vnde, qui aliis in indagatione multarum Veritatum affulsit, cur non potuerit affulgere D. Alcaforado? Si non patiaris me à potentiâ ad actum pro D. Tribuni defensione procedere, inculcesque. *Parturiunt montes, nascetur ridiculus mus*, respondebo tales circumstantias in Provocatione hac occurrere, ut suspicari quidquid prudenter liceat, nihil autem determinatè pronunciare. Pertum habet Typo librum, quem cum desiderio exspectamus. Legemus, admirabimur, exosculabimur; &, si fortè aliquid occurrat, quod non placeat, etiam cum urbanitate rejiciemus. De hac ipsâ Provocatione, & Concertatione lateras nonnullas scripsi, quæ inter Mathematicas habebunt locum. Nos pergamus ulteriùs, ne Demonstrationum filum excursu fusiore abrumpamus. Interim, quia in suâ Geometriâ practicâ nos est D. Tribunus Circuli præcisam Quadraturam docturus, quam dicit Astronomis esse necessariam, rescire optarem. *Quid Geometria Practicæ, & quid Astronomiæ sit cum exactâ Circuli Quadraturâ commune?* Vtraq; centesimas partes curare solet, sed millesimas utraq; negligit. Ergo neutra indiget præcisâ Quadraturæ notitiâ, nec enim in Astronomiâ agitur de uno secundo, nec in Architecturâ militari de arenæ grano; sed calculi procuratur facilitas, quæ exulat, quando ad minutiores divisiones venitur. Porrò, seu aperire fossas, seu erigere rotundas turres, seu fundere, onerare, displodere, &c. tormenta bellica, &c. sive describere unam regionem, aut etiam totam terram, aut etiam totum cœlum, &c. sive tandem angulos rectilineos, aut sphæricos metiri libeat, siquidem in praxi de 30", nemo disputat, Archimedis inventio, utpote simplicissima, sufficit: & majores numeri praxin non juvant, sed impediunt.

Demonstrat hoc FERDINANDEA AMUSSIS, ingeniosus, & eruditus liber est, in quo Problemata universæ Matheseos, & Architecturæ Militaris præcipuè, explicat Sigefridus Hirsch. S.C.M. à servitiis Cubicul. (Hisp. *Ayuda de Cámara*,) qui, cùm primis Regulam Practicam dedisset inveniendi Radium Circuli cuicumq; Figuræ circumscripti praxim suam cum numeris veris *pag. 66.* ponit: &, quia sæpè coïncidunt, & aliquando parùm deviant (nam maxima differentia notatur in XXVI gulo: ibi enim Reg. dat 2490. pedes, cum 2487. deberet) sibi Author commodè licet, & *pag. 69.* sic inquit. *Vides quanti præcium, quàm accurata sit hæc Regula, & quàm propinqua ad Tabularum fidem sine Tabularum subsidiis accedat. Nusquam certè usque ad Potentium XXXVI. laterum, ultra semipassum* (pedes $2\frac{1}{2}$) *abeunt: quod est spatium in archi-*

tandis Munitionibus contemptissimæ exilitatis. Stat igitur exactam Circuli Quadraturam in Practicâ necessariam non esse. Firmat hanc ipsam Veritatem aliorum omnium Practicorum authoritas, apud quos omnes obtinet illa Philosophiæ Moralis Regula, *Parum pro nihilo reputatur*. Sanè tribus magnis, iisque perdoctis voluminibus PP. Pradus, & Villalpandus Templum Salomonis descripserunt, illudque curiosâ multorum Problematum solutione exornarunt; interim, quoniam tractabant Practica, Archimedeâ Circuli ad suam diametrum proportione (videlicet, 22. ad 7.) contenti, subtiliorem omnem considerationem inutilem esse judicarunt. Vide *Tom. 3.* qui inscribitur, *Apparatus Vrbis, ac Templi*, videlicet *part. 2. libr. 1. cap. 4. propos. 9. pag. 294. & seqq.* Ergo D. Alcaforadus agat cum Speculativis, si se putat exactam Circuli Quadraturam invenisse, non enim audietur à Practicis.

Et quidem Quadraturam Circuli apud Motum perpetuum jam à multis annis doctiores Mathematici collocaverunt: &, ut finem huic argumento imponam, hanc historiam enarro. Me anno 1654. dum essem Romæ, Eruditissimus D.N. invisit, seque invenisse Motum perpetuum gloriabatur; addebat se indigere pecuniis, ut instrumenta ad demõstrationem necessaria appararet. Quem donatum nonnullis aureis, & hoc Monito opportuno dimisi. *Nemini te Motum perpetuum dixeris invenisse, si velis à prudentiâ laudari. Nam homines, aut periti, aut imperiti sunt. Apud hos ob inventionis gloriam non fides majoris: nam ipsi, nec quid perpetuus Motus sit, intelligunt, nec magnum esse existimant; qui sibi loquitur Græcè, aut Arabicè, nec est, de re, quæ superat illorum captum. Apud illos verò contemnêris; quia cùm Motum perpetuum impossibilem esse supponant, aut non loqui, ut sentit; aut non sentire, ut debet illum, judicant, qui de perpetui Motûs inventione gloriatur.* Idem Alcaforado dictum esto: nec enim apud indoctos, doctos-ve, ex Quadraturâ Circuli gloriam, quam quærit, consequetur, quousque ob oculos ponat demonstrationem, de cujus possibilitate dubitatur.

De Rectilinearum Figurarum TRANSFORMATIONE.

Num. CCXLII.

INcipiam à definitione. Transformatio Geometrica, universim sumpta, est unius Figuræ in aliam conversio, ut si verbi gratiâ, vel quadretur Circulus, vel rotundetur Triângulus: ut, si etiam Triangulus in Quadratum, aut Pentagonus in Hexagonum transeat. De Circulo: & de ejus Quadraturâ disseruimus: nunc de planis Figuris disputabimus.

Figur. 52. 53. 57. 66. & 79.

OMnes Rectilineæ Figuræ, aut sunt Triâguli, aut conflatæ Triangulis: omnes enim (Regulares, aut Irregulares sint) in Triangulos resolvi possunt. Nam in Figurâ LII. & LXVI. Quadratum ABEF in duos, in Figurâ LIII. Pentagonum in quinque, in Figur. LVII. in multò plures, & in Fig. LXVI. superficies irregularis M in sex Triangulos resolvi potest.

Figur. 66. 67. & 160.

TRiangularem in Quadrangulam aream transfiguro: nec non etiam Quadrangulam in Triangularem.

Si Triangulus AHFA, quem Figura CLX. exhibet, in Quadrangulum sit convertendus; vel totam basim FH per FE semissem altitudinis multiplico, & adquiro parallelogrammum FHDEF. vel totam altitudinem FA per FG. semissem basis multiplico, & obtineo quadrangulum FGBAF.

Porrò in schemate, omnes partiales trianguli, qui delineantur, sunt æquales: & præter quadrangulum FGCEF. triangulus major habet duos: videlicet, AECA. & CGHDC. Ergo, si excidas hunc, & ponas super ABCA; sive excidas illum, & ponas loco trianguli CDHC. semper triangulum in parallelogrammum transformaveris.

Contrariam viam inîmus, quando Quadrangulum volumus in Triangulum transfigurare. Quoniam, vel duplam facimus basim,

sim, vel duplam facimus altitudinem, & per extremitates earum hypotenusam delineamus. Primum modum in Quadrangulo AFGBA reperio: nam basim FG duplam reddo, ut sit FGH. & per linearum (basis, & altitudinis) extremitates duco hypotenusam AH: & ajo Triangulum hunc AFHA, & illum Quadrangulum AFGBA esse æquales. Secundum modum, in Quadrangulo FHDEF. observo: nam altitudinem F E duplam reddo, ut sit FEA, & ab A in H hypotenusam traho.

ISte Triangulos in Quadrangulos, & Quadrangulos in Triangulos vertendi modus est communis, & in Rectangulis locum habet, in obliquangulis indiget cautione; priùs enim, quàm Rombi, aut Romboïdis in Triangulum conversio fiat, Obliquangula converti debent in Rectangula. Præterea à lege generali excluduntur Trapezia; & ideò alium modum faciliorem, & universaliorem cogitavimus; quem impræsentiarùm trademus, & dilucidabimus.

Ne sit necessarium semper circumloqui aliquos terminos, seu voces, quibus in hoc Articulo specialiter usuri sumus, breviter exponamus.

Basis *est linea inferior, quam ad libellam in schematibus istis protrahimus.*

Altitudo *est linea, quæ normaliter subrigitur super basim; & quantum, vel linea, vel tota figura se subrigat à basi, metitur.*

Facies Quadranguli *est illa linea (in nostris schematibus dextera) ultra quam basis, ut Triangulo serviat, protrahitur. Hujus lineæ supremum punctum dicatur* Frons.

Ergo altera linea, quæ à basi erigitur Dorsum, *& summam ejus punctum* Occiput Calx *poterit nominari.*

His terminis sic expositis, Canonem generalem proponamus.

Vt Quadrangulum qualecumque (Rectangulum, Obliquangulum; Rombum, Romboïdem, Trapezium) in Triangulum, Rectangulum vertam, ab occipite duco diametrum: à fronte diametro parallelam, & iam habeo Triangulum orthogonium, cuius basi dat initium Quadranguli Calx, finem parallela deducta: & altitudinem dat perpendiculum in dorso Quadranguli.

Modo discurramus per singula Quadrangulorum genera; &, an stet Regula, quam esse generalem, diximus, examinemus. Et ne mensurarum muratione implicemur, in his Quadrangulis, quos impræsentiarùm adhibemus, erit longitudo 100. altitudo 100. & inclinatio (sicubi fuerit) 45. grad.

Figur. 161.

Sit Quadratum ABFO *convertendum in Triangulum.*

Ab O (occipite) traho diametrum OF: ab F (fronte) parallelam FC. quæ basim pertinget in C. Ergo Basis Trianguli postulati erit AC: altitudo AO. Hûc Triangulum Quadrato illi esse æqualem pronuncio: & Æqualitatem sic ostendo. AB 100. ducta in AO 100. dat 10000. Ergo tantum erat Quadratum. Progredior. AC 200. per 50. semissem *lineæ* AO multiplicata, dant similiter 10000. Quadratum ergo, & Triangulum sunt æqualia.

Si Parallelogrammum EFIHE, *quod immediatè sequitur, sit triangulandum.*

Ab occipite H traho diametrum HF à fronte I. parallelam IF, quæ basim pertinget in G. Ergo basis trianguli postulati erit EG, & altitudo EI. Et hîc etiam reperitur æqualitas. Area Parallelogrammi est 10000: tantam enim dat basis EF 100. per altitudinem EI 100. multiplicata. Area autem Trianguli est etiam 10000. huc enim pertinget basis EG. 200. per 50. seu semissem altitudinis multiplicata.

Si Parallelogrammum KLNOK (*cuius est in alteram partem inclinatio*) *in Triangulum converti debeat.*

Ab occipite O. traho diametrum OL, (in hoc schemate cadit perpendiculariter,) & à fronte N duco lineam N M diametro parallelam, (erit etiam perpendicularis) quæ basi terminum constituat in M. Postulati igitur Trianguli basis erit KM. altitudo KP. ut anteà. Ergo manet æqualitas.

Si Trapezium QRTSQ. *sit in Triangulum defigurandum.*

Propter hanc, & sequentem operationem hic Canon erit magnificiendus.

Ab occipite S. traho diametrum SR. & à fronte T, duco lineam T V parallelam diametro. (SQ se habebat ad QR, ut 1. ad 2. ergo TR se habere debet ad RV, ut 2. ad 4.) Hæc parallela basi terminum præfigit in V. Ergo postulati Trianguli basis erit QV. altitudo QS. Modò examinemus. An conservetur æqualitas.

Porrò

Porrò in Trapezio Q R T S Q. Parallelogrammum QRBSQ. habet in basi 200. in altitudine 100. Ergo habet in areâ 20000. Est duplò majus Triangulo SBTS. Ergo totum Trapezium est 30000.

Trianguli autem basim QV. 600. per 50. semissem altitudinis QS multiplico, & facio etiam 30000.

Trapezio igitur dato Triangulus à nobis delineatus, æqualis est.

Si tandem Trapezium YZÆXY *conformandum Triangulum debeat.* [Hoc Trapezium à præcedenti non magnitudine, sed solâ positione distinguitur: nam faciem in dorsum commutat.]

Ab occipite X traho diametrum XZ, & à fronte Æ lineam Æ w. diametro tractæ parallelam: quæ basi terminum præfigit in w: ita, ut tota basis sit Y w. (sicut XY. & YZ. erant æquales, sic ÆZ, & Zw. sunt æquales.) Altitudo Trianguli est YX.

Non est necessarium mensurare Trapezium, nam sola positione à præcedenti differt: ac ideò habet 30000.

Trianguli autem basim Yw. 300. per 100. semissem altitudinis YX. multiplico, & obtineo 30000.

Trapezio igitur ultimo etiam Triangulus, à nobis ex lege descriptus, est æqualis.

❡Num. CCXLIII. *Figur.* 68.

SEd quo modo parallelogrammum rectangulum ad quadrum æquilaterum reduci poterit? Exponam. Sit in Figurâ LVIII. parallelogrammum ADFG, quod ad quadrum æquilaterum debeo reducere. Centro D. & radio DF, duco quadrantem FE, ita, ut linea DE sit æqualis lineæ DF: & tota linea AE, lateri utrique simul sumpto. Lineam AE bisecto in C: & centro C; & radio CA, vel CE, duco semicirculum AIE. Et lineam DF promoveo in peripheriam I. & pronuncio Quadrum æquilaterum, quod formabitur supra lineam DI. (tale est DIHBD) esse æquale Parallelogrammo GFDAG. Ostenditur: quia linea DI, inter AD, & DE (latus maius & minus) medium proportionale est.

Hoc ipsum confirmatur in numeris. Sit linea GA, part. 4: linea AD partium 9: aio latus Quadri æquilateri esse medium proportionale inter latus maius & minus: hoc est, inter 4. & 9. Medium sanè proportionale inter hos terminos est 6: & 4. in 9. dant 36: & 6. in 6. dant 36.

Figur. 68.

Sed quid facturi erimus, si Parallelogrammum non sit rectangulum? Non debet addi lateri maiori AD. latus minus LA; sed altitudo huius lateris, quæ est AG. Et hoc tantummodò adnotato, secundum doctrinam præcedentem procede.

Figur. 128. & 129.

PEntagonum in Triangulum transfiguro. Suppono ex Euclidis *libr.* 1. *propos.* 37. & 38. Triangulos, qui eamdem basim habent, & intra easdem parallelas se subrigunt, æquales esse: & posteà, sive Pentagonus sit regularis, sive irregularis hoc modo in Triangulum verto. A vertice F. duco lineas FA, & FB. & per angulos G & D. illis parallelas IH. & KC. Tunc sic. Trianguli FGA. & FHA. sunt super eamdem basim FA. & inter easdem parallelas FA. & IH. Ergo sunt æquales. Et Triangulos FDB, & FCB esse etiam æquales eodem modo demonstro. Et infero, Triangulum HFCH, & Pentagonum AGF DBA. æquales esse.

❡Num. CCXLIV. *Figur.* 130. & 131.

IN Triangulum Hexagonum converto. Si Regularis, aut fortè irregularis sit, si habeat duo latera æqualia, & parallela ex doctrinâ Euclidis, quam tradit *libr.* 1. *propos.* 37. facili negotio transformabitur. Nam ducam lineas HB, & GC. & ipsis parallelas KA & LD. Ergo Triangulus HIB, & HAB sunt æquales. Ergo Trianguli GFC, & GDC sunt æquales. Quia sunt super eamdem basim, & inter easdem parallelas. Tunc à puncto D duco lineam DE, ipsi BC æqualem. Et pronuncio Triangulum AHEA, Hexagono BIH GFCB. æqualem esse. Nam CHD. & CGD. sunt æquales. Et DHE, & HCG. sunt æquales. Cætera iam demonstrata sunt.

Figur. 67.

HExagonum in Triangulum transfiguro. Tametsi præcedens operatio inverti possit, & huc traduci, volo speciali schemate hanc conversionem illustrare.

Sanè in Sexangulo HILS, centrum est A. semidiameter maior cadit in angulum ut AL. minor est perpendiculum, & cadit rectà in latus, ut AB. Itaque ex B in C duco lineam, quæ omnia latera exæquet; & ex centro A duco lineam in C. & pronuncio Triangulum ABCA æqualem esse Hexangulo HILS.

Præterea hunc ipsum Triangulum ad Quadran-

drangulum facili negotio reduco. *Vel* enim, biſeco altitudinem BA in F. & ex lineâ FB,& totâ baſi BC. formo Parallelogrammum FBCEF. *vel* ſumo totam altitudinem AB. & ſemiſſem baſis,nempe B3.& ex his duabus lineis conformo Parallelogrammum AB3DA. & pronuncio

Hexagonum HILSH
Trigonum ABCA
Tetragonum FBCEF } æqualia eſſe.
aut etiam AB3DA

Quibus omnibus ſubdupli ſunt, adeoque inter ſe æquales Tetragoni FB3GF. AFGDA. G3CEG.

Figur.79.

ET *quomodo irregulares ad regulares Figuras reducemus?* Converte oculos *ad Figur.* LXXIX. irregularis eſt: ut in regularem tranſeat, debet in Triangulos dividi, quod præſtant ſubtiles lineæ HE,HC,& HB. In ſingulis Triangulis debet dimitti perpendiculum, qualia ſunt HF, EK, HD, & AI. & poſteà iuxta doctrinam traditam *num.* 238. procedi.

De Solidorum
TRANSFORMATIONE.

OCcurrit primo loco Globus:corpus notiſſimum & perfectiſſimum.

Sphæræ ſuperficies invenitur, totam diametrum in circumferentiam circuli maximi ducendo. COROLLARIUM I. *Ergo Semiradius per totum Circulum multiplicatus dabit Aream Circuli.* Vide Algebram num. 194. COROLLARIUM II. *Ergo Sphæræ ſuperficies ad circuli maximi ſuperficiem quadrupla eſt.* Euclides *libr.6.prop.* 1. Archimedes *libr.* 1. *de Sphær. & Cylindro prop.*31. Conſidera ſequentes numeros.

A	B	C	D	E
22	11	7	7	$38\frac{1}{2}$
$1\frac{3}{4}$	$3\frac{1}{2}$	$5\frac{1}{2}$	14	
$38\frac{1}{2}$	$38\frac{1}{2}$	$38\frac{1}{2}$	14	77
			154	154

In A,B,& C. quæritur ſuperficies plana Circuli:& invenitur:*vel* ducendo totam circumferentiam 22. in ſemiradium $1\frac{3}{4}$: ut in A: vel ſemiſſem circumferentiæ (nempe 11.) in totum radium $3\frac{1}{2}$: ut in B. *vel* totam diametrum 7.in $5\frac{1}{2}$ quadrantem circumferentiæ ut in C.Inventâ areâ planâ circuli: nempe $38\frac{1}{2}$ quæritur ſuperficies convexa totius Globi habetur, *vel* multiplicando 7. (totam diametrum) per 22. (totam peripheriam) ut in D ubi eſt ſpecialis modus multiplicandi per 22 *vel* quadruplicando $38\frac{1}{2}$ (aream Circuli) ut in E.

Num. CCXLV.

Ergo, ut citò te expedias, in quâcumque Circulorum, aut Globorum metamorphoſi utaris ſequentibus numeris.

		Logarith.
Diameter	7 = 0	0.84510.
Semidiameter	3 = 5	0.54407.
Circumferentia	22 = 0	1.34242.
Area Circuli	38 = 5	1.58546.
Sphæræ ſuperficies	154 = 0	2.18752.

Vide Chriſtophorum Clavium in Ioannis de Sacro-boſco Sphœram *pag.* 236

Num. CCXLVI.

Sed quomodo Sphæræ ſoliditatem determinabimus? Multis modis poterimus. Præcipuos dabo.

Primò. *Ducatur area maximi circuli in duas tertias partes diametri.* Nempe $38\frac{1}{2}$ in $4\frac{2}{3}$ & prodibit $179\frac{2}{3}$ Sphœræ quæſita ſoliditas.

Secundò. *Ducatur bes areæ maximi circuli in totam diametrum.* Attende. Area maximi circuli in 3. partes dividatur, & ex $38\frac{1}{2}$ habebimus $12\frac{5}{6}$:cujus duplum erit $25\frac{4}{6}$. Per hunc numerum, qui areæ $38\frac{1}{2}$ bes eſt,multiplicetur diameter 7. & reſultabit $179\frac{2}{3}$.

Tertiò. *Ducatur Radius in tertiam partem ſuperficiei ſphæræ.* Oſtenditur. Superficies ſphœræ erat 154. triens $51\frac{1}{3}$:Et $3\frac{1}{2}$ per $51\frac{1}{3}$ multiplicata,dant $179\frac{2}{3}$.

Quartò. *Ducatur ſemiſſis ſuperficiei circuli maximi in 4. tertias partes diametri.* Verbi gratiâ. Superficies circuli maximi erat $38\frac{1}{2}$: ejus ſemiſſis $19\frac{1}{4}$. Diameter erat 7.ejus triẽs $2\frac{1}{3}$: ergo 4. trientes erunt $9\frac{1}{3}$: Cæterùm $19\frac{1}{4}$ per $9\frac{1}{3}$ multiplicata, dant $179\frac{2}{3}$.

Quintò. *Ducatur duplum diametri in trientem ſuperficiei circuli maximi.* Porrò duplum diametri eſt 14. & ſuperficies circuli maximi eſt $38\frac{1}{2}$: ejus triens $12\frac{5}{6}$:& factâ multiplicatione $179\frac{2}{3}$.

Num.CCXLVII.

Quâ viâ cognoſcemus Cubi, & Sphæræ proportionem? Inſtituatur hæc analogia. *Vt tripla diametri ad dimidiatam circumferentiam (vel, Vt ſextuplum diametri ad totam circumferentiam) ita Cubus diametri ad ſoliditatem ſphæræ.* Sanè diameter erat 7. ejus triplum 21. ſextuplum 42. Circumferentia tota erat 22. dimidiata 11.Et Cubus radicis 7.eſt 343. Ergo, ut 21. ad 11. (vel, ut 42. ad 22.) ita 343. ad $179\frac{2}{3}$.

Termini rationales. *Si* 21. *dant* 11. *tunc* 343. *quid dabunt?* Vel iterum. *Si* 42. *dant* 22. *tunc* 343. *quid dabunt?*

1	021	042	343		343				
2	042	84	343		343				
3	063	126	3773.A		343				
4	084	168	7546.C		343				
5	105	210			7546.B				
6	126	252	3773			7546			
7	147	294	21	1		42	1		
8	168	336	16			33			
9	189	378	147	7		294	7		
10	210	420	20			40			
			189	9	D	378	9	E	
			14			28			

In primâ analogiâ 343. multiplicata per 11. dant 3773. ut in A. & hæc 3773. diviſa per 21. dant $179\frac{14}{21}$: ut in D. Ergo Sphœræ ſolidum erit $179\frac{2}{3}$.

In ſecundâ analogiâ 343. multiplicata per 22. dant 7546. ut in B.aut in C.& diviſa per 42.dant $179\frac{28}{42}$:ut in E.Inter 28.& 42. eſt proportio,ut 2.ad 3.Ergo Sphęrę ſolidum erit iterum $179\frac{2}{3}$.

Solent hìc aliqui agere de inventione Emiſphærii, aut tertiæ partis Sphœræ. Sed quo fructu? Qui enim invenit integram, ſciet illum numerum in duas, tres, aut quaſcumq; partes ſecare.

Num. CCXLVIII.

Quo autem modo inveniemus Cubum, cujus latus, ſeu radix ſit data Sphæræ diameter?

Invertendo analogiam, quam paulò antè dedimus: nam, ut 11. ad 21. vel 22. ad 42. ſic ſoliditas Sphœræ ad molem Cubi quæſitam. Et, quia hucuſque ſoliditas Sphœræ nobis fuit $179\frac{2}{3}$, Cubus erit 343. cujus radix eſt 7. Operationem ſubjicio.

		Logarithmi.
Vt	11	1.04139
ad	21	1.32222
Ita	$179\frac{2}{3}$	2.25446
		3.57668
ad quem?		2.55329

Sanè Logarithmus 2.55329.dat 343. cujus radix cubica eſt 7.

Poterit idem Cubus faciliùs,& ſine ambagibus immediatè inveniri, ipſammet Circuli diametrum cubando, hoc eſt, per ſe multiplicando.

Num.CCXLIX.

Habes Globum, vis tibi dari Cubum illi æqualem: aut habes Cubum, & poſtulas, ut in Sphæram convertatur.

Monet nos Ioannes Henricus Alſtedius *Encyclopædiæ ſuæ libr.* 15. *cap.* 4. *pag.* 374. *b.* quòd diameter Globi 220.& latus Cubi 420 dant Globum tantiſper majorem. Et diameter 223.& latus 426.dant Globum tantiſper minorem.

Ioannes Baptista Villalpandus *in apparatu Vrbis, ac Templi tom. 3. part. 2. libr. 1. cap. 5. propos. 11. pag.* 298. hanc viam init, ut quæstionem resolvat.

Diameter Circ. max. A ——— 7
Ejusdem bes B ——— $4\frac{2}{3}$
Media proportional. *c* ———
Altera med. proport. *d* ———
Latus Quadrati E ——— $6\frac{205}{1000}$

Sphœræ datæ diameter in plano delineetur, & sit A. Ejus bes sit B: linea, quæ duas tertias partes contineat. Super A formetur Circulus, & quæratur quadratum ipsi æquale, cujus latus sit E. Posteà inter B & E assignentur duæ mediæ proportionales; nempe *c* & *d*.

Sic autem materiâ præparatâ fiat Parallelepipedum, cujus quadrata basis habeat pro latere ipsam E: (ac propterèa sit æqualis areæ maximi circuli in dictâ sphœrâ) & pro altitudine ipsam B. Et hoc Solidum erit æquale datæ Sphœræ. Pono exemplum. Sit datæ Sphœræ diameter 7. Ejus bes erit $4\frac{2}{3}$. Area Circuli, cujus diameter est 7. inventa fuerat $38\frac{1}{2}$. Hujus logarithmus est 1.58546. & semilogarithmus 0.79273. dat radicem quadratam numeri $38\frac{1}{2}$, quæ est $6\frac{205}{1000}$. [Balthassar Capra in Circulo proportionis adsignat numero 38. radicem 6 =164. & numero 39. radicem 244. Ergo numero 38 =5. radicem 6 =204. Calculus ergo bene fluit.] Modò inter B & E quærantur duæ proportionales.

	Logarithmi.
B $4\frac{667}{1000}$	0.66900
E $6\frac{205}{1000}$	0.79273
Differentia	12373
Triens differ.	$4124\frac{1}{3}$

Sunt igitur proportionales.

	Logarithmi.	*Linea.*
B	0.66900	4 =667
c	$0.71024\frac{1}{3}$	5 =131.5
d	$0.75148\frac{2}{3}$	5 =642.7
E	0.79273	6 =205

Fiat igitur Parallelepipedum super linea E ita, ut latus basis sit 6 =205. & area 38 æqualis areæ Circuli. Ipsum autem habeat altitudinem B. 4 =667. Et istud erit æquale Globo, cujus diameter sit 7.

Demonstratur clarissimè Globus, cui continebat $179\frac{2}{3}$. At hoc Parallelepipedum etiam complectitur $179\frac{2}{3}$: Sunt ergo æquales. Majorem suasimus num. 243. Minor probatur. Nam, si basis Parallelepipedi 38 =5, ducatur per altitudinem 4 =667. dabit 179 =67 quod demonstratur.

1	038500	4	154000
2		6	231000
3		6	231000
4	154000	7	269500
5			1796795[illegible]
6	231000		
7	269500		
8		Est igitur	$179\frac{2}{3}$
9			
10			

Et, quia Balthassaris Capra, Nobilis Mediolanensis, numeris usus sum, illosque assumpsi ex libro, propter quem tantas illi [illegible] Galilæus movit difficultates, hîc obiter Lectorem moneo, litem illam toram à me in Systagmate de Instrumentis Geometricis [illegible] rum ad tribunal vocari: & quidquid deinceps sit, Radicum Tabulas non esse à Galilæo desumptas; nam, quæ apud Capram reperiuntur, sunt meliores, utpotè, quæ totam tatem dividunt in 1000. particulas, cùm [illegible] men Galilæus divisione, quæ in 100. partes contentus fuerit.

Sed quomodo hoc Parallelepipedum in Cubum poterit transfigurari? Respondebo *Numer.* 254. Interim nunc brevissimè dico [illegible] hoc Parallelepipedo te esse facturum Cubum, si ex illis quatuor Proportionalibus [illegible] E.

[illegible], E. sumpseris *d.* 5 =6427. pro Cubi radice. Et hoc in numeris breviter, & clarè persuadeo.

1	060822	343203	0000	
2	121644	304110		5
3	182466	39093		
4	243288	36493	2	6
5	304110	2599	8	
6	364932	2432	88	4
7	425754	166	92	
8	486576	121	644	2
9	547398	45	276	
10	608220	42	5754	7
	49029	2	7006	B
	7			
	343203.A	Ergo 5 $\frac{6427^2 7006}{10000\ 60822}$ C		

Si dentur Globus Cubusque, mole æquales, si diameter illius sit 60822. radix Cubi erit 49029. Hos numeros, ut proximos veris Galilæus, ejus Illustrator Matthias Bernaggerus, & alii Mathematici assumunt. Examinemus ergo, an illorum Assumptio inferat nostros numeros. Considera analogiam sequentem.

Si Globi diameter	6 =0822.O
Dat radicem Cubi	4 =9029.P
Tunc Globi diameter	7 =0000.Q
quid dabit?	

Multiplico P per Q. & adquiro 343203. ut in A. Hunc numerum divido per O. & adquiro B. & explicatiùs C. Ergo, si unitas in viginti-mille particulas dividatur, differentia, siqua est, unam ex istis non attingit.

ALITER. Globus & Cubus, qui dicebantur æquales 179 =679500. continebant. Porrò inveniuntur hi numeri.

5 =6400. *Cubus*	179 =406164.
5 =6500. *Cubus*	180 =362125.
Differentia inter S & T	955921.
Noster numerus erat	179 =679500.
Differentia inter S & X	273336.

Ergo Cubo 179 =679500. *respondet radix* 5 =6427.

Num. CCL.

Si detur Cubus, & debeat in Sphœram converti, aliter disponendæ sunt lineæ. Sequentes accuratè considera.

Tertia proportionalis	*h* ———
Latus Cubi dati	F ———
Diameter Sphæræ fictæ	F ———
Latus Cubi ei æqualis	G ———

Dati Cubi latus sit F. Finge Sphœram, cujus diameter sit etiam F dato lateri æqualis. Hanc Sphœram fictam in Cubum converte: & ejus latus pones in G. Et hanc analogiam institues. Vt G latus Cubi ficti ad F diametrum Sphœræ fictæ: sic F latus Cubi veri ad *h* diametrum Sphœræ veræ.

De Solidis Pyramidibus.

Num. CCLI. *Fig.* 69.

INter corpora primum, & simplicissimum est Conus: nempe Pyramis, cujus basis est agonia (hoc est, monogramma: videlicet, circularis, ovalis, vel elliptica.)

Ad prisma, seu columnam ejusdem altitudinis se habet, ut 1. *ad* 3. Ejusdem altitudinis consultò dico, vidi enim sæpè viros doctos allucinari, & altitudinem cum longitudine confundere.

Hinc patet Conum DSED, & BTCB, quia sunt ejusdem altitudinis, & æqualem habent basim, esse æquales: nam in primo, non debet mensurari linea ES, aut DS, sed perpendiculum SO: & in secundo, non linea CT, aut BT, sed perpendiculum TA. Divido igitur perpendiculum TA. in tres partes æquales, & ajo PRIMÒ, *Molem solidam Prismatis, aut Columnæ, quæ sit ejusdem altitudinis cum Cono, & formetur inter parallelas* HF & AE. *ad molem Coni triplam esse*. SECUNDÒ, *si formetur Columna inter parallelas* LM & AE; *Conus autem, ut antea, inter* HF & AE, *illa erit dupla*. TERTIÒ, *Si Conus sit triplò altior: hoc est, si ille formetur, ut anteà, inter parallelas* HF & AE, *Columna autem inter* IK & AE, *erunt æquales*.

Num. CCLII. *Figur.* 70.

Æquicrurium Conorum, quorum latera æqualia sunt superficies demptis basibus inter se sunt, ut basium diametri. Archimedes *de Sphær. & Cylindr. libr.* 1. *prop.* 14.

Excludimus à computu baſes, & ſic rem expedimus. Sit Conus BDC æqualtus, ac Conus T S V. Dico ſuperficies Conicam ſe habere, ut diametros.

Superficies Coni, & Cylindri æqualtorum, quorum baſis eſt eadem, ſe habent, ut 1. ad 2. demptâ baſi. Archimedes *libr.* 1. *de Sphær. & Cyl. prop.* 13. & 14.

Sicut de Cono reſpectu Columnæ rotundæ, ſeu Cylindri; ſic etiam de Pyramide rectilineâ reſpectu ſui Priſmatis, (Parrallelepipedi) ſeu Columnæ rectilineæ philoſophabimur.

Num. CCLIII. *Figur.* 69.

Obeliſci ſunt Coni, aut Pyramides decurtatæ, quæ ad apicem, & faſtigium non veniũt: qualis eſt RaeXR: cujus baſis eſt RPQXP. *Quomodo hæc menſurabitur?* Abſolvam illam in chartâ uſq; ad faſtigium *d*; & poſteà paulatim procedam. Sic inquam.

Supponamus unum pedem in quadro talis lapidis ponderare 100. libris præcisè: baſim eſſe quadratam normaliter, habereque in ſingulis lateribus ped. 9. altitudinem, ſeu perpendiculum à *d* dimiſſum, eſſe ped. 90. His poſitis facili negotio me expediam. Multiplico latus RX ped. 9. per latus RP. ped. 9. & habeo ped. 81. hos multiplico per altitudinem 90. & habeo pedes quadratos 7290. Et tot ajo contineri in Priſmate, ſeu Columna quadrilatera R *b f* X: adeoque hoc Priſma pendêre libris 729, 000.

Num. CCLIV. *Figur.* 69.

Cognitis Priſmatis mole, & pondere ad notitiam Pyramidis facili negotio perveniemus. Numerum 7290. divido per 3. & habeo 2430. Pronuncio igitur totam illam Pyramidem RdX continere ped. cubicos 2430. & ponderare libris 243, 000.

Sed Obeliſcus non perveniebat ad *d*, ſed ad *a*: nondum igitur ejus molem, aut pondus cognoſcimus. Progrediamur.

Pyramis in baſi RX habet 9. ped. in *d* nonniſi punctum: ergo, quia altitudo ejus dividitur in tres partes æquales lineis Y K, & L M. linea Y Z erit pedum 6. & linea *a e* pedum 3. Pyramidem igitur *aeda* examinemus.

Num. CCLV.

Baſim 3. multiplico per ſeipſam, & habeo 9. hunc numerum multiplico per 30. (tanta enim eſt altitudo *ad*) & habeo 270. Priſma ergo *acoe* tantum eſt. Et hujus numeri triens 90. molem pyramidis hujus metitur. Ergo Pyramis *aeda* 90. pedes cubicos continet.

Tota Pyramis RdX continebat pedes ſolidos 2430. aufero ſegmentum *aeda* pedum eorumdem 90. relinquo ergo in Obeliſco RaeX, pedes ſolidos 2340. hoc eſt, pondus libras 234, 000.

Num. CCLVI. *Figur.* 70.

Conum, quomodo in Globum convertemus aut contrà?

Si detur Semiglobus BACGDFB. *& ſuper eâdem baſi Conus* BACDB: *hic Conus erit media Semiglobi pars: ergo quarta pars Globi integri.*

Si Coni baſis ſit maximus circulus Globi, & Coni altitudo contineat quater radium Globi, erunt æquales. Conſtat ex præcedenti.

Si detur ſuperficies quadra æqualis circulo HI. *& ſupra illam erigatur Pyramis, cujus altitudo quater contingat Globi radium; hæc Pyramis erit æqualis Globo.*

Priſma hujus Pyramidis, erit triplò majus illâ, adeoque triplò major Globo. Ergo, ſi altitudo Priſmatis dividatur in tres partes ſingulæ, erunt æquales Globo. Et hic eſt modus.

Si cujuſcumque corporis ſolidi moles præcognoſcatur; & dati numeri eruatur radix cubica, reperietur latus Cubi, qui ſit æqualis illi figuræ.

Circulum maximum Globi quadruplica, & habebis extrinſecam ſuperficiem totius Globi. Axioma certiſſimum, & receptiſſimum; jam olim ab Archimede demonſtratum *lib.* 1. *propoſ.* 31. *de Sphærâ, & Cylindro.*

Sed quomodo aliorum Corporum regularium extrinſecam ſuperficiem metiemur? Metiamur unam hedram: hunc numerum per hedrarum numerum multiplicemus, & habebimus numerum deſideratum.

Parallelepipedi in Cubum converſio.

Num. CCLVII. *Fig.* 71.

VAlde neceſſaria eſt hęc doctrina, & ideò ſeorſim debuit dilucidari: occurrit enim ſæpè, nec ab omnibus bene cognoſcitur.

Num. CCLVIII.

Sit parallelepipedum AGD. cujus latitudo BC. ſit 4. longitudo CD. 9. altitudo CG. part. 48. Inter BC, 4. & CD, 9. quæro mediam proportionalem, [quæ erit radix quadrata æqualis arcæ BCDHB. nam 4. in 9. dant 36. & 6. in 6. dant 36.] Inter iſtum numerum 6. & altitudinem parallelepipedi C G partium 48. quæro duas proportionales, & hos 4. numeros in continuâ proportione reperio. [6; 9; 13½; 48.] & ſumo ſecundum, & ajo eſſe latus, ſeu radicem Cubi. Et ſic demonſtro. In parallelepipedo

4. *per* 9. *dant* 36.
& 36. *per* 48. *dant* 1726.

At verò in Cubo.

12. *per* 12. *dant* 144.
& 144. *per* 12. *dant* 1726.

Parallelepipedi in Cylindrum, aut è contrà, Converſio.

Num. CCLIX. *Figur.* 71.

CYlindrus, & *Parallelepipedum, ſi ejuſdem altitudinis ſint, ſe habebunt, ut baſes.* Ergo (1) ſi detur Cylindrus, & ſit formandum Parallelepipedum æquè altum, quod eamdem molem contineat; deſcribatur quadratum BCDH. circulo KNM æquale, & ſuper hoc erigatur Parallelepipedum: & erit Cylindro æquale. Ergo, (2) ſi detur parallelepipedum, & quæratur Cylindrus æquè altus, quí ejus molem exæquet, deſcribatur circulus KNM, qui quadrato BCDH æqualis ſit, & ſuper hunc circulum Cylindrus erigatur.

COROLLARIUM. *Columnæ rotundæ, ovales, ellipticæ, aut quorumcumque angulorum, ſi æquè altæ ſint, & in principio, medio, & fine æquè craſſæ, habebunt inter ſe proportionem, quam baſes.* Ergo, ſi ſuperficies FGH, & ABC. inæquales ſint, 10. 11. & 12. & tamen altitudines HI. BD. ſint æquales, ipſæmet columnæ erunt, ut 10. 11. &c. inter ſe.

NOTA.

De mutuâ Platonicorum Corporum Transfiguratione.

Num. CCLX.

PRoderit addere curioſum, & breve omnium Transfigurationum Compẽdium: nempe, Tabulam, ex quâ quodcumque Corpus Platonicum poſſimus in quodcumque convertere. Illa ſunt Sphœra: Tetrahedrum, vel Triangularis Pyramis: Octohedrum: Hexahedrum, ſeu Cubus, Icoſahedrum: & Dodecahedrum: & omnia hæc Solida in unâ Sphœrâ concipiuntur inſcripta, & hoc modo transfigurantur.

Convertuntur Solida Regularia, ſeu Platonica eidem Sphœræ inſcripta,

videlicet:	*Sphæra.*	*Tetrahedr.*	*Octohedr.*	*Cubus.*	*Icoſahedr.*	*Dodecahed.*
In Sphær.	0.00000	−0.21298	−0.51051	−0.06247	−0.02179	+0.14651
In Tetr.	+0.21298	0.00000	+0.06247	+0.15052	+0.19120	+0.35950
In Octoh.	+0.15051	−0.06247	0.00000	+0.08805	+0.12873	+0.29703
In Cubum	+0.06247	−0.15052	−0.08805	0.00000	+0.04068	+0.20898
In Icoſah.	+0.02179	−0.19120	−0.12873	−0.04068	0.00000	+0.16830
In Dodec.	−0.14651	−0.35950	−0.29703	−0.20898	−0.16830	0.00000

Linea, quæ adſumitur in Sphœrâ, eſt Radius, ſeu Semidiameter: &, quæ in aliis Figuris adſumitur, eſt Latus.

Si cognoſcas Semidiametrum Globi, omnia Solida dabit prima numerorum Columna. Pono exemplum. Datur Globus, cujus radius eſt 100, 000. quantum erit latus Octohedri, quod Globo prædicto inſcribatur?

	Logarith.
A. 100, 000.	+5.00000. B
Vnde	+0.15051. C
E. 141, 421.	+5.15051. D

Sumo Radium datæ Sphœræ, ut in A. cujus logarithmus eſt B. Sphœra in Capite, & Octohedrum in latere habent in angulo communi 0.15051. Hęc ſubſcribo ipſi B, ut in C. Summa eſt D. 5.15051. quæ eſt logarithmus numeri 141, 421. Pronuncio igitur in Sphœrâ, cujus Radius ſit 100, 000. inſcribi Octohedrum, cujus Latus ſit 141, 421.

Si non cognoſcam Radium Spheræ, adhuc ex unius Solidi cognitione potero in alterius cognitionem venire. Pono exemplum. Proſtat inſcriptus Sphœræ Cubus, cujus latus eſt, 115, 470. diametrum Sphœræ neſcimus.

Non

Non vis me examinare, quanta sit Sphœræ diametrus: & tamen jubes, ut determinem, quantum erit latus Icosahedri, quod eidem Sphœræ inscribatur?

	Logarith.
F.115,470.	+5.06247.G
Vnde	−0.04068.H
K.105,145.	+5.02179.I

Scribo latus datum in F.ejusq; logarithmum in G.Venio ad Tabulam; &,quia, ubi est *Cubus* in capite, & in *Icosahedrum* in latere, angulus communis dat −0.04068.hunc ipsum numerum subscribo ipsi G. Posteà conjungo G,& H(&,quia alter est negativus,minor aufertur à majori,)& habeo I. nempe logarithmum numeri 105,145. Tantum est ergo latus Icosahedri quæsiti. Dico igitur Cubum cujus latus sit 115,470. & Icosahedrum cujus latus sit 105,145. eidem Sphœræ posse inscribi.

AEqualitas horum Solidorum est solummodò extrinseca: quoniam habent latera inæqualia,& inæqualem magnitudinem, capacitatem, & gravitatem: & tota extrinseca æqualitas in hoc consistit, quod in eidem Sphœrâ inscribantur. Modò Solida æque gravia, æquè magna, & æquè capacia inter se transformemus. Tabulam ergo præcedenti similem componamus.

Transfigurantur Corpora Platonica æquè magna, seu gravia,

videlicet:	*Tetrahedr.*	*Octohedr.*	*Sphæra.*	*Cubus.*	*Icosahedr.*	*Dodecahedr.*
In Tetr.	0.00000	+0.17398	+0.21594	+0.30955	+0.42957	+0.59406
In Octoh.	−0.17398	0.00000	+0.04194	+0.13557	+0.25559	+0.42008
In Sphær.	−0.21594	−0.04194	0.00000	+0.09361	+0.21363	+0.37812
InCubum	−0.30955	−0.13557	−0.09361	0.00000	+0.12002	+0.28451
In Icosah.	−0.42957	−0.25559	−0.21363	−0.12002	0.00000	+0.16449
In Dodec.	−0.59406	−0.42008	−0.37812	−0.28451	−0.16449	0.00000

Hîc (& nota id bene) Sphœræ non radius, sed diameter, & aliorum Corporum latera inter se comparantur.

Vis Corpus convertere in aliud Solidum æquè capax? *Ergo sume Corpus convertendum in capite; & illud, in quod fit conversio, in latere angulusque communis dabit numerum addendum logarithmo corporis convertendi.* Pono exemplum. Habeo Sphœram, cujus diameter est 60,822. & volo formare æquè magnum, & æquè ponderosum Tetrahedrum.

	Logarith.
L.60,822.	+4.78406.M
Vnde	+0.21594.N
P.100,000.	+5.00000.O

Diametrum Sphœræ convertendæ scribo in L. ejus logarithmum in M. Posteà quæro Sphœram in capite, & Tetrahedrum in latere,& angulus communis exhibet +0.21594. & hoc subscribo in N. Summa dat O. logarithmum numeri 100,000. Tantum est igitur latus quæsiti Tetrahedri.

Si contrà Tetrahedrum haberem,vellemq; Globum æquè capacem conformare.

	Logarith.
Q.100,000.	+5.00000.R
Vnde	−0.21594.S
V.60,822.	+4.78406.T

Deberem scribere latus Tetrahedri, ut in Q. & ejús logarithmum, ut in R. Posteà deberem quærere Tetrahedrum in capite,& Sphæram in latere, & in angulo communi inventrem −0.21594. Et hunc num subscriberem in S. Et,quia habent diversa signa(nempe,+ &−. Summa esset T. nimirùm logarithmus Sphœræ, cujus diameter sit 60, 822. ut in V. Ergo Tetrahedrum, cujus latus sit 100 000. Et Sphœra, cujus diameter sit 60 822.eamdem magnitudinem, & pondus habent.

LIBER OCTAVVS.

De Augmento, & Imminutione Figurarum.

DVæ Quæstiones sub initium occurrunt, quarum videtur necessaria solutio. Est prima. *An Geometriæ uti numeris liceat? An, si fortè in tractatione magnitudinum assumat numeros*, ΜΕΤΑΒΑΣΙΝ ΕΙΣ ΑΛΛΟ ΓΕΝΟΣ *committat?* Est secunda, *An liceat Geometræ Quantitatis continuæ examine imitari Arithmeticos discretam Quantitatem examinantes?*

Num. CCLXI.

Ad primam *Encyclopædiæ libr.* 15. *part.* 1. *cap.*6. *pag.*310.*b.* his verbis respondet Alstedius. [Etsi Geometria magnam partem sui est generis & juris, neque aliter quàm Geometricè tractabilis: attamen parte quâdam numeris associatur, & iis explicatur; & vicissim numeri, geometricarum affectionum interpretes,geometricis vocabulis appellantur, puta *planus*, *quadratus*, *cubus*, à geometrico plano, quadrato, cubo: quorum umbræ quædam tales sunt numeri. Nimirùm hîc attenditur similitudo quantitatis continuæ, & discretæ. Itaq; *Aristoteles* 7.c.1.*Post*, ait, Arithmeticam demonstrationem magnitudinum accidentibus convenire, cùm magnitudines numeri fiunt. Et Proclus ait,quidquid in geometriâ ΦΑΝΤΟΝ ΚΑΙ ΓΝΩΣΤΟΝ, *explicabile & cognoscibile* sit, numeris explicari & cognosci.]

Ad secundam posset aliquis dicere Geometriam non debere imitari Arithmeticam: est enim nobilior & prior: nam sicut unum est prius multis, ita est prior quantitas continua quàm discreta: illa enim est una, & hæc multæ: nam numerus multas unitates complectitur. Interìm, priùs traditur in Scholis Arithmetica, quàm Geometria; quia habet clariores & evidentiores demonstrationes;&, quia analogæ sunt, & Arithmetica linearum Legibus promovetur, & Geometria numerorum Regulis adjuvatur. Ergo,ut nihil huic Syntagmati desit in hoc ultimo libro Geometriæ Arithmeticam inseramus.

Quatuor profectò sunt operationes Arithmeticæ: Aggregatio, Subtractio, Multiplicatio, & Divisio. Has impræsentiarùm Geometricè traditurus sum, quidquid Arithmeticus numeris exhibet, lineis expositurus. Præcipuum fundamentum Resolutionum exhibendarum à Pythagorico Triangulo desumetur: in illo enim quadra, quæ in costis formantur simul sumpta, illud, quod in hypotenusâ conformatur,exæquant. Vtar præcipuè Circulo; sed hanc tu doctrinam aliis poteris regularibus figuris appropriare.

De Lineis.

Num. CCLXII.

OPortet eodem ordine progredi, quo hucusque venimus, ut omnis vitetur confusio. Agam igitur primò de lineis, secundò de angulis, tertiò de superficiebus, quartò de corporibus solidis.

Tres, vel quatuor Positiones immediatè sequentes volui omittere,ne mihi, sicut olim Euclidi, insultarent Æmuli, & dicerent, adduci, & suaderi nimis clara, quæ universi sine Præceptore cognoscunt. Sed doctrinæ ordo postulat, ut etiam præmittantur clarissima, ut ad obscuriora velut per gradus progrediamur. Accedit, quod hæc ipsa, quæ ego leviter tango, ab aliis exponantur subtilissimè, unde saltem video debuisse à nobis etiam illa tractari. Vide interìm Samuelem Marolois à Theodoro Verbeeck dilucidatum *à prop.* 27.

Num. CCLXIII. *Figur.*72.

D*Atæ lineæ aliam æqualem addo*. Datur linea AB. & jubetur mihi, ut DE ei æqua-

æqualem addam. Lineam datam in longum produco; & sumpto circino, centro B & radio BA. duco circulum, qui cadat in C: & ajo lineam AC esse æqualem lineæ AB & DE simul sumptis.

Datæ lineæ addo inæqualem. Sint lineæ DE & TV, quæ sunt inæquales conjungendæ. A puncto EV demitto perpendiculum in G: lineam GE bifariam divido in F: & centro F, & radio FD. duco arcum in H, & affirmo lineam DH. esse duabus datis æqualem.

Hic modus divisionem supponit, quam nondum tradidimus. Ergo aliter, & multò faciliùs operemur. A puncto S demitto perpendiculum in O. & centro P & radio PO. duco arcum in H: & lineam HI. esse æqualem duabus datis pronuncio.

Num. CCLXIV. *Figur.* 72.

A datâ lineâ determinatam partem aufero. Dantur lineæ PI, & RS inæquales: & jubes, ut minorem auferam à majori; & sic procedo. A fine lineæ S demitto perpendiculum SO, quod majorem secabit in O, & sublatâ PO, hoc est, lineam OI. remanere pronuncio.

Num. CCLXV.

A datâ lineâ proportionalem partem aufero. Datur linea *pq.* & jubes, ut ab eâ auferam, unam, duas, tres, quatuor, &c. sextas partes. Duco lineam *am*, cujuscumque magnitudinis, illamque divido in 6. partes, & numeris puncta divisionum distinguo. Tunc centro *a*, & radio *am*, duco arcum *mk*, & sumptâ longitudine lineæ *pq.* ab *m* in *k.* seco arcum in *k*, & ab *a.* duco lineam *ak.* posteà duco arcus, 5*i*, 4*h*, 3*d*, 2*c*, 1*b*: his arcubus adjungo chordas, & aio chordam *mk.* esse æqualem lineæ datæ *pq.* chordam verò 5*i.* esse unâ sextâ parte minorem; chordam 4*h.* duabus sextis (hoc est, tertiâ parte:) chordam 3*d.* tribus sextis (hoc est, semisse) chordam 2*c.* quatuor sextis (hoc est, duabus tertiis) & tandem chordam, 1*b.* quinque sextis.

Sicut lineam *pq.* in sextas partes secuimus, possemus in alias quotcumque, lineam *am.* in illas dividendo.

Num. CCLXVI. *Figur.* 72.

Ratio huius veritatis, quia omnes isti triangli sunt similes, & ideò quâ proportione imminuuntur latera, debent imminui etiam bases.

Operatio esset brevior, & arcubus non indigeremus, si loco illorum erigeremus perpendicula: nam, si recta ☉ ☼ cuiuscumque magnitudinis divideretur in 6. partes, ut anteà; & ex ☼ erigeretur perpendiculum ☉ æquale lineæ *pq*; & à puncto ☉. ducerentur linea secreta in *v*; tunc perpendicula erecta à intermediis punctis decrescerent proportione, quâ anteà. Sit loco Regularum Schema.

A lineâ datâ abstulisti particulam, jubes, ut ab aliâ Ego lineâ, maiori, vel minori, quam exhibes, similem (hoc est, proportionalem) partem auferam. Hoc Problema ab Arithmetico per Regulam trium facili negotio expeditur; nam, si à lineâ 12. modulorum abstulisti modulos 4: & lineam 9. mod. exhibeas, auferam ego mod. 3: nam sicut se habent 12. ad 4; ita 9. ad 3. Lineis autem sic conficitur operatio.

Erat linea △ *k*; ab illâ abstulisti partem *gk*, & das mihi lineam △ ☼, ut ab illâ auferam similem partem. Ex datis lineis formo angulum cuiuscumq; magnitudinis, nempe *k* △ ☉ à *k* in ☼ duco lineam *k* ☼: & posteà à *g* duco lineam *g* ☉, ipsi *k* ☼ parallelam, & assero lineam △ ☼ secari in ☉ secundum datam rationem: nam sicut se habet △*g* ad *gk*, ita se habet △ ☉ ad ☉ ☼.

Num. CCLXVII. *Figur.* 15.

DIvidendi, & multiplicandi Operationes pertinent ad Regulam trium. *Si enim* jubeas 4. per 5. multiplicari, dicam, *Ut* 1. *ad* 4. *ita* 5. *ad* 20. Et, si jusseris 20. per 4. dividi, dixero, *Ut* 4. *ad* 1. *sic* 20. *ad* 5.

Vnam lineam per aliam multiplico. Formavi Parallelogrammum rectangulum, & alteram per alteram multiplicavi.

Rectam finitam bifariam seco. Centro A. & C. arcus describo ad libitum, suprà, & infrà: & per pũcta sectionum D & E lineam traho, quæ datam dividet in partes æquales lineam AC. Euclides *libr.* 1. *propos.* 10.

Sphæricam bifariam seco. Ex Euclide *lib.* 3. *propos.* 30. Illa, vel est integer circulus, vel circuli pars. *Si primum*, duco quamcumque lineam per centrum, & adquiro duos semicirculos. *Si secundum*, ab A, & C extremitatibus arcûs AFC duco arcus secretos ad D. à sectionis puncto duco lineam DE in centrum dati arcûs, & illum bifariam seco in F. Sed bifariam arcum datum AEC. quid, si circuli centrum nesciero? Ab extremitatibus A C. ducam arcus supra, & infra: D, & E puncta sectionum notabo: & per illa ducam lineam DE, quæ bifariam secabit arcum in F. Hinc per rectam lineam, & arcum eodem modo partes duas secari.

Figur. 126.

Sanè datam lineam, unâ, & eâdem Circini aperturâ, in duas, in tres, & in sex partes divido.

Sit linea dividenda A B. Centro B, & radio BA duco arcum C A I: posteà centro A. arcum CBI. & centro I. circulum ABXP. Duco lineam ClO. & ipsi parallelas AN, & BX. Deinde NX. PQ. CN. CX.

His lineis tractis, dico primò lineam A B esse divisam in duas partes in L. quia arcus CAI. & CBI. sunt æquales. Dico secundò esse divisam in tres partes; videlicet in R & S. nam triangulus Isosceles NCX. & RCX. sunt similes, ergo habent lineas proportionales. At perpendiculum CO. est triplum, quia CL: ergo basis NX est tripla, quàm RS. Ergo BS. SR. RA. sunt æquales. Dico tertiò esse divisam in sex partes: quia RS est divisa in L. Ergo RL, & LS sunt sextæ partes.

Figur. 127.

Datam lineam unâ, & eâdem Circini apertûrâ in duas, quatuor, octo, sedecim, & sic in infinitum, partes divido.

Linea secanda sit AB: dicatur habere modulos 64. Centro A. & radio AB. duco LBR. & cõservatâ Circini apertûrâ centro B. traho arcum OAV. & per sectiones I & P. transiens linea IP. dividet A I bifariam in C. Deinde centro C. duco arcus LO, & RV. & à sectionum punctis duco lineas LR, & O V. Ergo tota linea AB. divisa in punctis ECGH. & singulæ partes habent modulos sedecim. Posteà, si centro H. & centro E, ducam arcus secantes, erunt in KQ, & in PS. & subdividentur lineæ EC. & CH. in P. & in F: Ergo singulæ partes habebunt modulos 8. Centro P, & F fiet alia subdivisio in partes modulorum 4. & sic in infinitum possem progredi.

Num. CCLXVIII. *Figur.* 73.

Secundum datam lineam iam divisam, aliam non divisam interseco.

Hanc Quæstionem proponit, & resolvit Euclides *libr.* 6. *probl.* 2. *prop.* 10. & nos rem expedimus facillimè. Sit linea CG. in puncta *d. e. f.* divisa: & debeat linea H B eâdem ratione dividi. Et sic procedo. Duco indefinitam lineam A C: supra illam perpendiculariter erigo lineam C G divisam in punctis *d, e, f.* posteà in aliquali distantiâ, puta in puncto B. erigo lineam dividendam BH. Posteà per harum linearum capita GH. traho lineam G H A. quæ in puncto A impingit in lineam AC. Tandem à puncto A, in puncta *d, e, f*, duco lineas A*d*, A*e*, A*f*: & assero lineas CG, & BH eâdem ratione esse divisas.

Si dividenda maior sit quàm divisa, tunc divisa ponetur in B. & dividenda in C. & fiet operatio eodem modo.

De Angulis.

Num. CCLXIX. *Figur.* 91.

DE Angulorum essentiâ, speciebus, passionibus, & proprietatibus disseruimus superiùs *à num.* 148. Aliqua ibi tradidimus, quæ specialia, & paucis nota iudicamus. Nunc vocat nos Additio, Subtractio, Divisio, & Multiplicatio.

Porrò Angulos subtendunt, & metiuntur arcus; & arcus sunt portiones Circuli. Qui igitur sciat lineam sphœricam augere, & imminuere, multiplicare, & dividere, sciet, & Angulos. Sanè practicè, & mechanicè facilis est omnis operatio: at, ut procedamus speculativè, oportet fundamentales demonstrationes penetrare.

Quomodo igitur angulum in duas partes æquales dividemus? Frustra id interrogas, qui *n.* 261. arcum quemcumq; in duas partes æquales didicisti dividere, quoniam eâdem operatione, quâ arcus, dividitur Angulus, repugnat enim arcum dividi, quin angulus etiam dividatur. Quam ob rem, si Angulus dividendus sit DBC. centro B, & radio quantocumq; ducatur arcus CD: posteà centro C, & radio quo volueris, duc arcum secretum ad E, & deinde centro D, & retento radio, duc arcum secretum ad E, qui priorem secet. A sectionis puncto E, duc lineam rectam in B. & hac Angulum DBC dividi in duas partes æquales pronuncio.

Aliter. *Ex eisdem duobus circumferentiæ punctis, sit lineæ ad centrum, & ad circumferentiam ducantur, illæ concursu suo duplò maiorem angulum formabunt, quàm istæ.* Demonstratur ad oculum: Quoniam, si puncta sint F, & C. arcus erit F D C, quadrans

circuli, adeoque 90. grad. A punctis ergo F, & C ducantur lineæ in centrum, & in circumferentiam, & habebimus Angulos FBC rectum, & FAC acutum. Aio rectum acuto duplò maiorem esse: & ostendo: nam in Rectangulo ABF crura sunt æqualia: ergo Anguli A, & F sunt æquales. Tunc sic. Omnes huius Rectanguli Anguli simul sumpti exæquant duos rectos, hoc est, habent 180. grad. Angulus B est rectus. Ergo reliqui duo sunt æquales uni recto. At sunt inter se æquales: Ergo alteruter est æqualis dimidiato recto: adeoque subtendit arcum BI. grad. 45. Est autem Angulus GAB. æqualis Angulo FBC. At arcus BI est æqualis arcui IG. Ergo Angulus B A I. erit æqualis Angulo I A G. Ergo uterq; simul Angulum GAB. seu FBC. exæquant. Stat ergo Angulum, qui in centrum, respectu illius, qui in circumferentiâ ponitur, duplum esse.

Ex hac doctrinâ dividere Angulum DBC. in duas partes æquales, facili negotio poterimus. Sit praxis. A puncto D & C lineæ in circumferentiam protrahantur, quæ concurrent in A. Ergo Angulus DBC. erit duplò minor. Ergo à puncto B ducatur linea B E, quæ sit parallela ipsi A C. Ergo Angulus D A C, & EBC erunt æquales. At ille erat Anguli D B C dimidium. Ergo etiam istæ. Angulus ergo DBC divisus est in duas partes æquales.

Num. CCLXX. *Figur.* 82.

Sed quomodo dividetur in tres? Caruerunt hac demonstratione Ptolemæus, & antiqui: illam paucis verbis expedio. Sit arcus B H G F. aut Angulus B C F, in tres partes æquales dividendus. Duc igitur chordam FB. & posteà lineam CG. hac lege, ut lineæ I F & G F sint æquales. Aio arcum G B esse duplum arcûs FG: adeoque angulum FCB, & arcum FHB. fuisse in tres partes æquales divisos.

Nam, si FG & FI. æquentur, erunt anguli FGI. FIG. CFG. CGF. æquales, *per 4. propos. libr.* 1. & GFI. & GCF. etiam æquales, *per 32. prop. libr.* 1. Ergo, quia *per propos.* 20. *lib.* 3. angulus à circumferentiâ F. si æqualis sit angulo à centro C. duplum arcum subtendet, manet arcum G H B, qui respondet angulo GFB duplum esse arcûs GF, qui tenditur ab angulo GCF.

Quo autem modo Angulus triplicabitur? Si operatio invertatur. Sit GCF, Angulus tri- cãdus. Ducatur linea FG. Ergo ducatur li- FI. quę formet Angulum GFI. equalẽ Ang- lo GCF. Hæc ipsa linea FI. protrahatur, & cabit circumferẽtiam in B: & ex B linea ducatur. Pronuncio igitur Angulum F respectu Anguli G C F triplò majorem

Majoris claritatis gratiâ arcus in gra- dividamus. Datur Angulus GCF tripla- dus: & habet grad. 40. Et, quia Angu- in centro Circuli, arcus FG, erit grad. militer. Ergo, si Angulus GFI. qui est in cumferentiâ, sit etiam grad. 40. arcus GB grad. 80. qui additi gradibus 40. dabunt cum F G B grad. 120. cui corresponder gulus BCF. Ergo, si ille prior Angulus bebat grad. 40. & hic posterior, habet 120. lum, ut jubebatur, triplicabimus.

Vtramque operationem per numeros, linearum mensuras reponamus. Et primò; *Angulum triplicemus.* Sit itaque Angulus triplicandus graduum 16. 0′. & quæra Angulus grad. 48. 0′.

Inveniantur quatuor numeri continuè proportionales, quorum primus sit Sinus totus, & secundus Anguli triplicandi subtensa. Hic *secundus triplicetur, & à numero ex triplicatione resultante auferatur quartus, & relinquatur Anguli triplicati subtensam.* Explicatur: quoniam,

Vt CF ad FG, ita FG. ad GI. & ita GI. ad IL.

nam triangula CFGC. FGIF, & GIL. G. sunt similia. Dicimus ergo, quod lineis FG, GI & HB. simul sumptis (vel, quod idem est, lineæ FG triplicatæ) lineam FB, si addatur linea LI. esse æqualem.

Hanc Regulam *in Trigonometriâ Britannicâ cap.* 3. *pag.* 4. Henricus Gellibrandus hisce verbis proponit. *Quæratur data subtensa Quadratum, & Cubus. Cubus ablatus è subtensa triplicata relinquet subtensam triplæ peripheriæ.* Dicit verum, sed loquitur Arabicè, non Latinè: nam, si dentur 4. continuò proportionales 1000. 500. 250. 125. Ego non scio cur secundæ respectu vocari tertia *Quadratum* debeat, & tertia *Cubus*. Interim, quid ipse, quo sensu voces accipiat, explicat, tollitur æquivocatio. Dixerat enim. *Dicantur* AB. BC. CG, GH. *continuè proportionales.* Ergo AB *Radius, sit Vnitas, erit* BC *Latus*, CG *Quadratum*, GH *Cubus. Si per Quadratum, & Cubum intelligamus secundum, & tertium continuè proportionalium ab Vnitate: nempe à radio* AB, *quem ponimus esse Vnitatem.*

Num. CCLXXI. *Figur.* 92.

Regula clarissimè poterit demonstrati. Quoniam, si sit Angulus BAC major gradi- 60. tres Anguli BAC, CAD, & DAE, ex- cient semicirculum: eruntque DC, & EH parallelæ: & AB, BC, CG & GH. continuè proportionales. Quam ob rem, inscripta BE, quæ Angulum triplum subtendet una cum quartâ proportionali GH, æquabitur tribus subtensis BC. CD. DE. simul sumptis, (33. *propos. libr.* 1.) His positis Operationem expediamus.

A *Radius Circuli*	10,000;000,000.
B *Subtensa grad.* 16. 0′.	02,783;462,019.
C *Tertia proportionalis*	00,774;766,081.
D *Quarta proportionalis*	00,215;653,196.
E *Triplum subtensæ*	08,350;386,057.
F *Differentia inter* D. & E	08,134;732,861.

Sint A. B. C. D. quatuor continuo proportionales. A est Sinus totus. B est grad. 16. 0′. subtensa, nam Sinus grad. 8. est 1, 391; 731, 039. & duplum 2, 783; 462, 019. Triplum ipsius est E. Si autem ab E auferam D. habebo F. subtensam grad. 48. 0′.

Aliud exemplum in minori subtensâ expediamus.

Radius Circuli	100,000;000,000.
Subtensa grad. 2. 26.	004,246;648,681.
Tertia proportionalis	000,180;340,250.
Quarta proportionalis	000,007;658,417.
Subtensæ triplum	012,739;946,043.
Differentia	012,732;287,626.

Tanta est ergo subtensa grad. 7. 18′. Quia omne trinum perfectum, ut dicitur, addamus aliud in majoribus subtensæ numeris.

Radius Circuli	1:000,000;000,000.
Subtensa grad. 74. 0.	1:203,630;046,304.
Tertia proportionalis	1:448,725;288,366.
Quarta proportionalis	1:743,729;285,917.
Subtensæ triplum	3:610,890;138,912.
Differentia	1:867,160;852,995.

Hæc autem Differentia ponit ob oculos subtensam grad. 222. 0′. Subtensam adhuc majorem adsumamus.

Radius Circuli	100,000;000,000.
Subtensa grad. 117. 34′.	171,042;707,205.
Tertia proportionalis	292,556;076,878.
Quarta proportionalis	500,395;833,987.
Subtensæ triplum	513,128;121,615.
Differentia	012,732;287,628.

Ergo subtensa grad. 352. 42′ (hoc est, grad. 7. 18′) tanta est.

Figur. 89.

Si angulus, qui triplicari debet, sit grad. 120. maior; triplicatus excedet totum Circulum, inverti Operatio debebit: &, ut Operationis inversio intelligatur, Figuram propositam consideremus.

Sit Angulus triplicandus B A C, quem chorda BC subtendit: cui æqualis sit chorda CF, & chorda FG; quæ excedit Circulum à B in G. Ergo FG, BG. erunt parallelæ. Tunc BG continuetur utrimque. Et fiant BC, BD, CF, GH; CH, HE æquales. Ergo ABC, BCD, CDE erunt similia triangula, adeoque erunt AB, BC, CD, DE, continuè proportionales. Tunc aufer BD, GH, & HE, quarum singulæ sunt æquales ipsi BC. manebit BG, excessus supra integrum Circulum. Hinc igitur erit Regula.

Inveniantur quatuor numeri proportionales, quorum primus sit Sinus totus, & secundus chorda, quæ Angulum triplicandum subtendit. Hæc chorda triplicetur: & triplicata à quarto proportionali auferatur, & relinquet excessum supra Circulum, qui quærebatur.

Pono exemplum. Datur Angulus 147. grad. & Angulus grad. 441. quæritur. Respondeo hunc Angulum exhiberi non posse, sed tamen posse designari excessum supra integrum Circulum. Considera sequentes numeros.

Radius Circuli	100:000,000;000,000.
Chorda g. 147. 0′.	191:763,946;973,638.6
Tertia proport.	367:734,113;589,084.8
Quarta proport.	705:181,450;586,952.4
Chorda triplicata	575:291,840;920,915.8
Differentia	129:889,609;666,036.6

Hæc autem est chorda gradûs 81.

Discrimen harum duarum Regularum est, quod, quando tres Anguli sunt minores Circulo, quarta proportionalis est minor subtensa triplicata, & ideò debet illa ab istâ excidi;

cídi; hic autem contrà,& ideò triplum chordæ auferre à quartâ proportionali debet. Ergo istæ duæ Regulæ reducentur ad unicam, si his verbis proponatur.

Proponantur quatuor lineæ proportionales, quarum prima sit Sinus totus, & secunda chorda Anguli, qui erit triplicandus. Hæc data chorda (seu secunda proportionalis) triplicetur. Et differentia, quæ inter hanc chordam triplicatam, & quartam proportionalem intercedit, erit chorda Anguli, qui quærebatur.

Illa differentia invenitur, auferendo lineam minorem à maiori.

ALITER possemus hanc Quæstionem dissolvere. Quoniam, si jubeas Angulum grad. 147. 0′: triplicari, cùm ter adsumptus totum excedat Circulum, jubes tibi excessum designari. Ergo loco Anguli grad. 147. sume Angulum grad. 27. (hoc est, excessum supra grad. 120. seu trientem Circuli) & per Regulam priorem chordam Anguli grad. 81. (qui respectu grad. 27. triplus est) poteris invenire.

Num. CCLXXII. *Fig.* 89.

QVo modo Angulus CAB. *quintuplicabitur?* facillimo. Duc chordam BC. & posteà forma angulos CBV. & VBP. æquales Angulo BAC multiplicando. Protrahe lineam BP. in G, & habebis Angulum GAB, qui quinquies Angulum CAB. complectatur.

Si numeris uti volueris, hanc obsérvabis Regulam. *Pone sex lineas continuè proportionales, quarum prima sit Sinus totus, & secunda chorda, quæ quintuplicandum subsstendit. Tunc subtensa unâ cum sextâ proportionalium subtendentem angulum quinquies majorem, & quartam proportionalium quinquies sumptam, exæquat.* Quam ob rem, si Angulus gr. 10. 0′. quintuplicandus sit, sic procedemus.

Sinus totus	100,000;000,000.
Subtensa grad. 10. 0′.	017,431;148,549.
Tertia proportionalis	003,038;449,397.37
Quarta	000,529;636,628.04
Quinta	000,092;321,747.40
Sexta	000,016;092,740.93

Primò igitur subtensa graduum 10. 0′. quintuplicabitur: aut per legem communem sic.

017,431;148,549

5

087,155;742,745

aut compendiosiùs, datum numerum bi[illegible] tiendo, & reliquum præscribendo, ut co[illegible] spicis.

I II I II

2]017,431;148,549.0.A

008,715;574,274.5.B

087,155;742,745.0.C

A. est numerus multiplicandus per 5. qui tamen divisus per 2. dat B. & hìc si præscribatur, (hoc est, si omnes characteres per unam sedem præmoveantur) dat C numerum, qui respectu ipsius A est quintuplus. Vel tandem adhuc compendiosiùs, Sinum graduum 5 0′. præscribendo.

Sinus grad. 5. 0′.	008,715;574,274.
Chord. g. 10. *quintupl.*	087,155;742,745.D
Sexta proportionalis	000,016;092,741.E
D & E *simul*	087,171;835,486.F

Supereſt, ut Quartam proportionalem modò quintuplicemus. Et, quia possemus variis modis, secundum paulò ante traditum eligamus. Illa erat

I I I

2]000,529;636,628.04.G

000,264;818,314.02.H

002,648;183,140.2 .I.

087,171;835,486. .F

Diff. 084,523;652,345.8 .L

Proportionalis quarta quintuplicanda est G. Bisecta dat H. & H præscripta dat I. quæ se habet ad G, ut 5. ad 1. Hanc I. aufero ab F, & adquiro L. quæ est grad. 50. 0′. subtensa.

Eâdem arte poterimus hanc chordam adsumere, & ejus angulum quintuplicare.

Rad. (*Sinus totus*)	100,000;000,000. M
Chorda gr. 50. 0′.	084,523;652,346. N
Tertia proportion.	071,442;478,062.62.O
Quarta	060,385;791,786.50.P
Quinta	051,040;276,717.26.Q
Sexta	043,141;106,050. R

Quintuplicatur N. per bisectionem.

I I I I

084,523;652,346.N

042,261;826,173.S

Etiam per bisectionem quintuplicatur P.

I I IIII I

060,385;791,786.50.P

030,192;895,893.25.T

His positis computus instituatur.

S. *præscripta*	422,618;261,730.S
R. *Propor.* V.	043,141;106,050.R
Simul S. & R.	465,759;367,780.V
T. *præscripta*	301,928;958,932.T
De *inter* V. & T.	163,830;408,848.X

Est autem X. chorda grad. 250. 0′. (hoc est, grad. 110. 0′.)

De Practicâ Circuli divisione.

Num. CCLXXIII.

AGo de peripheriâ non de areâ, & opportunè meditationem hanc præcedenti subjungo, quoniam circularis peripheriæ divisionem Angulos dividendo, & subdividendo promovemus.

Circulum aliqui per continuam bisectionem dividunt, & per arcus subsequentes procedunt.

Gr.	′	″	‴	
360	0	0	0	
180	0	0	0	Circulum superiùs speculativè divisimus; nunc, quia Practicam magis consideramus, aliam viam ingredimur, & Lineali, & Circino instructi, illum dividere, & subdividere in gradus, minuta, & secunda tentamus.
90	0	0	0	
45	0	0	0	
22	30	0	0	
11	15	0	0	
5	37	30	0	
2	48	45	0	
1	24	22	30	
0	42	11	15	

At in divisione ultimi arcûs patiuntur graves difficultates.

Hanc ob rem, alii meliori consilio primò circulum in sex æquales partes dividunt: nam chorda graduum 60. exæquat radium. Tunc, vel per 2, vel per 3, vel per 5. Sextantis partes subdividunt, prout numeri videntur postulare, ut conspicis.

Gr.	′	″	‴	
360	0	0	0.	*per* 6
60	0	0	0.	*per* 2
30	0	0	0.	*per* 2
15	0	0	0.	*per* 3
5	0	0	0.	*per* 5
1	0	0	0.	*per* 2
0	15	0	0.	*per* 3
0	5	0	0.	*per* 5
0	1	0	0.	*&c.*

Hæc videtur commodissima, & facillima Circuli dividendi methodus, ut Mathematica Organa conformentur: interìm in Practicorum gratiam Resolutiones subsequentes adjungo.

Figur. 133.

Circulum in tres partes æquales divido. Aliter. *Triangulum æquilaterum in Circulo inscribo.*

Centro A. duco Circulum EIOV. Demitto perpendiculum EO: & centro O. duco arcum VAI. Conjungo puncta EVIE. Et inscripsi Circulo Triangulum, & Circulum in tres partes divisi.

Figur. 134.

Circulum in quatuor partes æquales divido. Aliter. *Quadratum Circulo inscribo.*

Circuli delineo diametrum AC. quam secet orthogonaliter DB. Iungo puncta AB CD. & inscripsi Quadratum Circulo, illumq; divisi in 4. partes.

Figur. 135.

Circulum in quinque æquales partes divido. Aliter. *Pentagonum Circulo inscribo.*

In Circulo BCF. Practici ducunt diametros IC. & BE se ad angulos rectos secantes. Semidiametrum AC. bifariam dividunt in K. Centro K. & radio KD. ducunt arcum BG. Deinde centro B. & radio BG. trahunt arcum GH. & pronunciant arcum BH. esse quintam Circuli partem. Ergo ductis chordis Pentagonum BCDFHB. inscribunt. An-ne bene?

Linea AC 100. Ergo AK 50. Sed quanta erit KB? Si BA sit Sinus totus, & AK sit Tangens, BK erit Secans. Vbi autem Tangens est 50 = 00. Secans est 111 = 80. *Vel aliter.* Linea AC 10. habet in □ 100. linea AK habet

in

in □ 25. simul 125. Radix 11 = 180. ut anteà.

Porrò, si à GK 11, 180. auferam AK. 5. manet GA. 6 = 180. Sed quanta erit GB? Inter Tangentes linea 6 = 1801. respondet Secanti 11 = 7556. Verus numerus est 11 = 7557. Ergo secura est Regula.

Figur. 133.

Circulum in sex partes æquales divido. Aliter. *Hexagonum in Circulo inscribo.*

Si centro O, & radio OA. arcum VAI. duxero: tunc VO. & OI. erunt sextæ Circuli partes. Ergo hoc modo Hexagonus inscribitur Circulo.

Figur. 136.

Circulum in septem partes æquales divido. Aliter. *Heptagonum inscribo Circulo.*

Centro C. & radio CA. duco arcum EA. Traho chordam EC. Ex A demitto perpendiculum AO in chordam istam: & ajo, hanc lineam AO. esse latus Heptagoni Circulo inscripti.

Videtur esse operatio mechanica: periclitemur igitur, an bene procedat.

Linea OC. est sinus grad. 30. part. 50. 000. & linea OA. est 86602. Ergo, si hæc est latus Heptanguli semilatus erit 43301. Arcus Heptanguli, seu septima pars Circuli est grad. 51. $25\frac{5}{7}$. Semissis est grad. $25.42\frac{10}{14}$.

Hujus sinus est	43384
Supponebatur esse	43301
Ergo est differentia	83

Quam tamen ex Samuele Marolois Theodorus Verbeeck *libr.* 1. *prop.* 36. & alii Ingeniarii judicant non esse sensibilem in praxi.

Figur. 134.

Circulum in octo partes æquales divido. Aliter. *Octangulum perfectum Circulo inscribo.*

Postquam Circulum in 4. partes æquales divisero, singulas in binas adhuc subdividam, & habebo 8. partes. Chordas deinde ducam, & subdividam, & obtinebo 16. Et hac viâ, si progredi placeat 32. & 64. & 128. &c.

Figur. 137.

Circulum in novem partes æquales seco. Aliter. *Enneagonum (Figuram novem angulorum) Circulo inscribo.*

Practici mechanicè rem expediunt. Ducunt Circulum CBA. cujus diametrum DAB. sufficienter producunt. Et à C deneant costam Octanguli CL, & Decang CI. Has duas lineas protrahunt usq; ad metrum, ut sint CLG, & CIE. Tunc lin EG bifariam secant in F. Et tandem du lineam FC. dicunt dare latus Enneangul Theodorus Verbeeckius ex Samuele M lois in Geometriâ Practicâ. Sed non a punctum difficultatis.

Non dividit arcum IL, quia scit Vir ingeniosus, non posse circulum dividi in sc ejus mensuram nescimus, & ideò illum putamus metiri, cùm chordas, & sinus timur. Et sanè costa Enneagoni inter Dec goni & Octagoni costas non est Arithmet media.

Porrò Latus Octagoni subtendit arcum gr. 45. 0′. cujus semissis est grad. 22. 30′. habens Sinum rectum 38268. Ergo chorda Octanguli est 76536.

Latus Enneagoni subtendit arcum grad. 40. 0′. cujus semissis est gr. 20. 0′. habens Sinum rectum 34202. Ergo chorda Enneanguli est 68404.

Latus Decagoni subtendit arcum g. 36. 0′. cujus semissis est gr. 18. 0′. habens Sinum rect. 30902. 70. Ergo chorda Decang. est 61805. 40. Alstedius ponit 61803. 39. Videtur esse sphalma: & pro 3. 39. legi debere 5. 39.

Modò comparemus hos numeros, & differentiam meditemur.

Latus Octanguli	76536
Latus Decanguli	61805
Differentia	14731
Semidifferentia	7365
Addita minori	69170
Latus Enneanguli	68404
Differentia	766

Hac ergo viâ latus Enneagoni emergeret 766. partibus majus quàm deberet.

Vt hoc fugerent inconveniens Practici, noluerunt sumere medium inter chordas CI & CL. sed recurrerunt ad lineam EG. quam bifariam secuerunt in F. Sed neq; hac ipsi viâ ad punctum difficultatis pervenerunt. Vide attende.

Duc CK parallelam ipsi AB. Nunc centro C. duc quadratum Circuli AK. Ergo lineæ CE, CF, CG. erunt Secantes, & AG, AF, AE. Tangentes. At non dividit bifariam angulum [illegible] qui GE Tangentium differentiam di[vi]. Hac igitur non ibitur illuc. Sanè anguli ACG. vel GCK. est grad. 45. 0′. Tangens AG. 100000. Est autem angulus ECK. 36. 0′. ergo angulus ACE. erit gr. 54. 0′. Tangens 137638. Modò ineamus computum.

Tangens grad. 54. 0′.	137638
Tangens grad. 45. 0	100000
Differentia	37638
Semidifferentia	18819
Et addita minori	118819
Tangens grad. 50. 0.	119175
Differentia	356

Hac viâ emergeret angulus GCF minor debito: adeoque angulus ECF, & costa Enneanguli majores debito. Sed quantus est error?

Numerus supputatus	118819	> 04
Tangens grad. 44. 55′.	118823	> 70
Tangens grad. 44. 54.	118753	

Pro 60′. sunt 70. unitates: uni secundo, una & una sexta pars debetur. Dat ergo Regula arcum, & angulum grad. 0. 5′. 3″. majores, quam deberet.

Vnde constat Enneagoni latus, non per aliquam Regulam immediatè, sed per Tabulam Sinuum, quæ à magnis hominibus, & summo labore est composita, inveniri debere. Nam hoc latus, quidquid de Regulâ Practicorum sit, est 68, 404. particularum, quarum Sinus totus est 100, 000.

Figur. 135.

Circulum in decem partes æquales divido. Aliter. *Circulo Decagonum inscribo.*

Circulus habet gradus 360. Ergo decima pars continet 36. Huic arcui correspondere chordam 61, 805. diximus: & invenitur, latera dividendo Pentagoni.

Figur. 137.

Circulum in undecim partes æquales divido. Aliter. *Hendecagonum (Figuram undecim laterum) Circulo inscribo.*

Hoc latus Practici eodem modo, quo latus Enneagoni deducunt. Quoniam à C in I. delineant Dodecagoni latus, & Decagoni latus à C in L. Et protractis lineis in E, & G. dicunt lineam FC scindere in loco debito arcum CL. At jam demonstravi in Enneagono per hanc Regulam errorem 5. minutorum committi. Ergo illi non possumus fidere, sed post magnos labores, quos subierunt, qui Sinuum Tabulam concinnarunt, asserere Hendecagoni latus esse part. 56, 346. 51. quarum Sinus totus est 100, 000. 00.

Figur. 133.

Circulum in duodecim partes æquales divido. Aliter. *Dodecagonum (Figuram duodecim angulorum & laterum) Circulo inscribo.*

Nimirùm, latera & arcus Hexagoni dividendo bifariam.

Circulum in tredecim æquales partes divido. Aliter. *Figuram Regularem tredecim angulorum inscribo Circulo.*

Frustra te fatigabo Regulis, cùm tandem necessarium sit ad Tabulam Sinuum recurrere: & inde concludere hujus figuræ latus esse part. 47, 863. 13. & subtendere arcum gr. $32.\ 43\frac{7}{11}$.

Figur. 136.

Circulum in quatuordecim angulos æquales divido. Aliter. *Circulo Figuram quatuordecim angulorum inscribo.*

Ex Figurâ septem angulorum deducitur, bifariam arcus, latera, & angulos subdividendo.

Figur. 138.

Circulum in quindecim partes æquales seco. Aliter. *Quindecim laterum Figuram Circulo inscribo.*

In Circulo AHBE inscribo Triangulum CABC. & Pentagonum CDFGEC. Demitto perpendicularem CH. Et pronuncio arcum GB. esse quintam-decimam Circuli partem: quod sic demonstro. Arcus HG est decima Circuli pars; nam est semissis arcûs FHG, quæ erat quinta. Arcus HB est sexta, quia est semissis arcûs AHB. qui erat tertia.

HG. *Decima Circuli pars*	gr.	36
HB. *Sexta Circuli pars*		60
GB. *Differentia*		24
Quæ multiplicata per 15. *dat*		360

In idem recideret, si solum Pentagonum inscriberes: & centro H. & radio HI. arcum IB produceres.

Huc-

Hucusque pervenire placuit, qui ulteriùs velit progredi, non laborabit nimium, si Tabula Sinuum juvetur. Multas etiam figuras poterit per meram bisectionem construere: si tamen latera Figurarum angulorum 7. 9. 11. 13. 17. 19. & cæterorum imparium numerorum per demonstrationem invenerit, erit de literariâ posteritate benemeritus.

De Superficiebus.

POssumus hîc omnes quatuor Regulas (Additionem, Subtractionem, Multiplicationem, & Divisionem) conjungere: nam, si detur una figura, & petas, tibi alteram exhiberi, quæ dupla sit, duo iubes (1) illi datæ figuræ aliam æquè magnam addi, & (2) illam per 2. multiplicari: &, si petas, tibi exhiberi alteram, quæ subdupla sit, quæ dimidiatam aream occupet, duo similiter iubes (1) illam quidem in duas æquales partes dividi, (2) ab illâ aliam, quæ dimidiati valoris sit, decircinari. Et Additionem Subtractioni, & Multiplicationem Divisioni coniungo, quia eisdem Regulis ipsæ formantur.

Vt aliquid in praxi definiam, revoco in mentem Pythagoricum illud Triangulum sublimium prodigiorum parentem, qui lineis ut 3. ut 4. & ut 5. componitur; si enim figuram, quæ in hypothenusâ formatur, esse æqualem aliis duabus, qui in costis formantur (nempe, simul sumptis) ponatur, suborientur consequentiæ notabiles.

Num. CCLXXIV. *Figur.* 74.

EX *duobus circulis tertiũ conformo: nimirùm duobus illis simul sumptis æqualem.*

Iubes, dem tertium Circulum, cujus area, areas circulorum A B, & C D simul sumptas exæquet: & Ego sumo lineam GH æqualem radio AB; & lineam HI, æqualem radio CD; & illis formo angulum rectum G H I: addo hypotenusam GI, & concludo circulum, cujus radius sit GI, circulis datis simul sumptis æqualem esse.

Circulum à circulo aufero. Et hæc Operatio est simillima præcedenti.

Iubes, ut aream circuli dati minoris, auferatur ab areâ circuli majoris: hoc est, ut dem circulum, qui cum circulo AF exæquent circulum CE: & sic procedo. Sumo lineam GH, æqualem ipsi A B radio circuli minoris, normaliter ab H produco lineam secantem HI. Deinde sumo radium circuli majoris, centro O duco arcum, qui scindat lineam secantem in I: & ajo, circulum, qui formabitur supra radium HI. additum circulo AF, aufere circulum, cujus radii sit GI. Ergo, si minor circulus à majori auferatur, manebit circulus, qui formabitur supra radium HI.

Num. CCLXXV. *Figur.* 75.

QVando circulum, aut qualemcumque figuram duplicamus, triplicamus, quadruplicamus, quincuplicamus, &c. multiplicare dicimur: & hoc modo debemus procedere.

Exhibetur Circulus BCGF; si autem petatur, ut alium duplum, triplum, quadruplum, &c. describam. Ego hoc modo procedam.

Ducam lineam B C. & dicam Circulum, cujus radius sit BC. esse duplum Circuli, cujus radius erat A C. Ergo, si AB sit æqualis ipsi B C. Circulus D H est duplus Circuli B C G.

Ducam lineam B D. & in Rectangulo BDAB. tres lineas considerabo, & dicam... Circulum, qui pro radio sumit hypothenusam, Circulos super cruribus formatos exæquare. Ergo, si assumatur linea AE. æqualis ipsi BD. Circulus EI. Circulis DH. & CG. simul sumptis, erit æqualis. Ergo isti tres Circuli, se habebunt ut 1. 2. 3. successivè: dabis super radium BE alium Circulum ducaturque ut 4. Ergo, sic poteris in infinitum procedere.

Num. CCLXXVI. *Figur.* 76.

Doctrina posita est certissima; at videretur alicui schema esse obscurum, & linearum transpositione implicatum; ergo addam aliud facillimum, & evidentissimum.

Centro igitur A, & radio AB ducatur circulus BCD. Ducatur horizontalis linea GC per centrum A, & illi parallela F E, tangens circulum in puncto B. Ab E demitto perpendiculum, quod tangat circulum in puncto D. His positis, ajo circulum, qui fiat supra radium A E esse duplum circuli dati. Ergo puncto E duco arcum in alteram parallelam, & à puncto inferiori erigo perpendiculum ad alteram: à puncto superiori duco arcum ad alteram, &c. Perpendicula inferiùs distinguo numeris, & pronuncio A 1, esse radium duplicis circuli: A 2, dupli: A 3, tripli: A 4, quadrupli, &c.

Num. CCLXXVII. *Fig.* 77.

Quadruplus circulus habet radium duplum, decuplus quadruplum. Demonstrant id decies quadratæ, quia 1. dat 1. 2. dant 4. & 3. dant 16. & adfirmat Figura LXXVI. quam facilè.

Si AB, & AC sint radii duorum circulorum æqualium: erit BC radius circuli æqualis illis simul sumptis. At B D est æqualis ipsi B. ergo BC, & BD sunt radii circulorum duplorum. Ergo DC erit radius circuli quadrupli. Sed linea CD est dupla lineæ CA. Ergo circulus, qui habet radium duplum, habet aream quadruplam. Ergo, qui habet radium bis duplum, habebit aream quater quadruplam, &c.

Num. CCLXXVIII. *Figur.* 77.

Triplum circulum, quincuplum, &c. facillimo negotio invenies: si enim centro C, & radio CF, ducatur arcus FE, erit CE radius circuli simpli; CB dupli: ergo BE tripli. *Item*... Linea AF est radius quadrupli: AB simpli: ergo BF quincupli. *Et tandem.* Linea AF est radius circuli quadrupli: linea AG etiam quadrupli: Ergo linea FG erit radius circuli octupli, &c.

Num. CCLXXIX. *Figur.* 87.

Si sit Circulus B K E G multiplicandus, ducatur ejus diameter EB, & in quatuor æquales partes dividantur per lineas perpendiculares EF, DI, AG, CH. & puncta perpendicularorum inferiora, & punctum B jungantur lineis EB, IB, GB, HB. Et has lineas sumendo pro radiis, sic pronuncio.

Circulus, cujus radius sit BH, est æqualis circulo BK. quia B H. latus Hexagoni, & radius sunt æqualia.

Ille, cujus radius sit BG, est duplus, quia angulus BAG. est rectus, & AB, & AG sunt radii circuli BK.

Ille autem, cujus radius est BE, est quadruplus: nam, quando lineæ sunt duplò majores, areæ sunt quadruplæ.

Circulus BLM, cuius radius est BI. est triplus: nam circulus, cuius radius est BE, exæquat circulos, quorum radii sint EI, & IB. simul sumptis, nam angulus E I B rectus est. Ergo, si à circulo radii EB, aut feram circulum radii EI. manebit circulus radii IB. Radius EB. dabat circulũ, cujus area erat 4. Radius EI, est latus Hexagoni, quod est æquale radio EA, circuli BK, qui simplus est, & in areâ habet 1. Ergo sublato 1. à 4. manent 3. Ergo radius BI. dat circulum, cujus area sit 3.

Doctor Ioannes Marcus Marci in ingeniosissimo illo libro, qui *Labyrinthus, in quo via ad Circuli Quadraturam pluribus modis* (videlicet, viginti) *exhibetur*, inscribitur, incipit ab hoc circulo, & ait. *Si major circulus* LBM. *secet minorem* L K B, *& à sectionibus* L *&* B *productæ diametri* LM *&* BE, *abscindant singulæ quartam partem diametri alterius circuli, habebit hic ad illum rationem subtriplam.* Hæc est prima Propositio, quæ est basis, & fundamentum totius libri: quam dilucidat sic. *Diameter* LM *majoris circuli ex* EB *diametro minoris circuli abscindat* E D. *&* E B *ex* L M *partem quartam* L D. *habebit circulus* L B M. *majòr ad minorem* LKBG. *rationem triplam.* Sed quomodo probat? His verbis. *Cùm tam* LD. *quàm* DE. *sit pars quarta diametri, erunt similia segmenta* L O B D. *ac* LDEL. *Est autem* BD *tripla ipsius* ED. *Igitur dicta segmenta* LOBD. *atque* LDEL *erunt in eâdem ratione triplâ.* At ego concedo consequens, & consequentiam nego. Sanè hi duo circuli sunt in ratione triplâ, non autem, quia BD ad DE, & MD. ad DL. sunt triplæ. Nam, si hæc esset ratio, multa sequerentur, quæ sunt falsa. Considera lineas sequentes.

Quia BD *est tripla ad* DE *circulus major ad minorem est triplus.*

Ergo, si BD. *sit quadrupla, quincupla, sextupla, &c. ad* D E. *circulus major ad minorem erit triplus, quadruplus, quincuplus, sextuplus, &c.* Quod falsum est. Est igitur circulus major triplus, sed non ob causam adsignatam à Doctore Marco.

Circulus, cujus radius est EB. erat quadruplus, & ille, cujus radius sit EF simplus: Ergo ille, cujus radius est F B erit quincuplus.

Circulus, cujus radius erat L I. erat triplus: Ergo ille, cujus radius est LM. erit sextuplus.

Ergo supponendo circulum LBM esse minorem, & majorem per BM ducendo potest progredi multiplicatio. Vel etiam sine novis circulis supponendo circulum, cujus radius sit AB habere in areâ 6. poterimus procedere proportionaliter.

Circulus, cuius sit radius CD habebit areâ, quæ sit quarta pars areæ, quam complectitur circulus BKE. Ergo circulus, cuius radius sit CH habebit tres quartas partes: nam angulus

HCB est rectus, & circulus ductus super radio CB.additus circulo formato super radio CH.circulum, cuius est radius BH.exæquat.

Et huius circuli B K E area se habet ad aream circuli, cuius radius sit DB.ut 4.ad 9.

Nam ex circulo B3 aufero circulum D1.o$\frac{3}{4}$. & manebit D B duplum, & quartam simpli partem continens.

Num.CCLXXX. *Fig.*74.

SIcut Circuli multiplicatione augentur,sic etiam divisione minuuntur; ergo doctrinam datam à fine ad initium recurrentes Circulum subduplum, subtriplum, subquadruplum, &c. proponamus.

Centro G,& radio GO quantocumq; formo circulum, quem divido normaliter lineis KM,& OP in quatuor partes æquales: Deinde centro N, & radio NP,vel NG,duco umbratilem circellum P G. & aio se habere circulum ad circellum, ut 4. ad 1. circellum ad circulum ut 1.ad 4. Ostenditur; quia, ex Pythagoræ demonstratione Quadrata,(Circuli, & quæcumque aliæ figuræ) quæ formantur super crura Rectanguli simul sumpta,æqualia sunt, Quadrato (Circulo, & cuicumq;alii figuræ)quod super hypotenusa formatur.

Hinc discurrimus sic. Si diameter GP. dat Circulum, ut 1.diameter GM.dabit etiam ut 1.& diameter PM.ut 2. Et,quia Circuli, quos darent diametri PM, & MO. essent æquales, & angulus PMO rectus, Circulus, cuius diameter esset PO, esset ut quatuor. Et propter eamdem rationem, quia diameter K M dat Circulum ut 4.lineæ HL, & ML. si esset diametri, darent duos Circulos,qui simul essent ut 4.Vnde etiam in Circulis linearum, & superficierum hæc servatur proportio.

Diameter.	*Area.*
1	1
2	4
4	16
8	64
16	256
32	1024
64	4096

Primus numerus est hypotheticus, cæteros, qui ab illo derivantur, exhibere poterit Tabula Radicum Quadratarum.

Sanè, ut in quâcumque proportione circulum diminuamus, oportet invertere ordinem demonstrationum præcedentium, quia Divisio opponitur Multiplicationi: Quamob rem, Circulus imminuere poterimus, per *num.*266.multiplicavimus.

NOTA.

CIrculo, figurâ nobilissimâ, in Operationibus præcedentibus usi sumus;quâ methodo alterum alteri addi, quâ alter ab altero auferri,quâ quantuscumq;multiplicando augeri, aut divisione imminui debeat breviter,& clarè docuimus: doctrina hæc debet adhiberi quascumq;Figuras regulares [imò etiam irregulares, modò similitudo omnimoda observetur in Figuris] extendi: eâdem enim arte agere poteris de Triangulis, Quadris, Parallelogrammis, Pentagonis, Hexagonis, Polygoniis, &c. &, ut aliquo exemplo id ostendam Triangulum, Rectangulum, Quadrum, &c. in exemplum proponam.

Ostendimus Circuli aream, cujus diameter dupla sit, esse quadruplam,(& hinc omnia adfirmantur,quæ de Circulo *dicta.*) Idem ajo de quocumque Triangulo. Nam, si area Rectanguli ABDA, valeat 10. area Rectanguli A C E A valebit 40. iste enim secundus quatuor primo æquales complectitur. Item, si Quadrum I L K H I valet 12. Quadrum INMGI valebit 48. hoc enim quatuor Quadra primo æqualia, ut vides, apertè complectetur.

Stat igitur, sicut de Circulis, sic de aliis Figuris esse philosophandum.

Num. CCLXXXI. *Figur.*78.

SIcut de Circulo, sic de omni figurâ rectilineæ, regulari, aut irregulari, est philosophandum.

Figuræ similes quæcumque illæ sint, si unam lineam habeant in proportione duplâ, habebunt cæteras in proportione duplâ(aliis enim non essent figuræ similes) & arearum proportio erit quadrupla. Hoc demonstratio ocularis persuadet.

Nam Quadratum ABDE & ACGI. sunt similes:&,quia latus AB, & AC habent proportionem duplam, eamdem retinent cæteri latera. Interim, area Quadrati majoris est quadrupla. Nam ABDE, BCFD, DFGH, EDHI. sunt quatuor quadrata æqualia quadrato minori.

Idem dicito de Triangulis perfectis KLO, &

KMP. habet enim major lineas duplas, & eam quadruplam: nam ibi quatuor expressa, eaque æqualia distinguuntur Triangula. Eadem dicito de Triangulo imperfecto *acf.* in quo etiam quatuor sibi similia reperiuntur Triangula.

Num.CCLXXXII.*Figur.*78.

VT datam figuram diminuam, multæ succurrunt viæ:interim angulum unum ergo, in quó meliùs possit diminuta delineari formari. Est autem figuræ diminutio, mirabilis figuræ descriptio, manentibus angulis eisdem, & lineis analogis.

Jubes Quadratum ACGI(aut Triangulum KMP.aut *acf*)sic diminui,ut illud, quod formatur, sit prioris quadrans. Omnes ego lineas divido in binas partes, & puncta lineis, quæ sint lateribus parallelæ, conjungo, & in Quadrata habeo 4. æqualia, & similia quadrangula: & in alterutro triangulo habeo quatuor æqualia, & similia Triangula.

Si Quadrangula non sint parallelogramma, aut si plurium laterum figuræ sint, imminutio fit, ut in S Q Z. Modum habe. Ab alio angulo, in quo volo figuram describere, duco lineas occultas ad omnes alios angulos: posteà lineam SQ, verbi gratiâ, in datâ proportione seco, nempe in R: deinde ab R duco lineam RV parallelam ipsi QY: & VX parallelam ipsi YZ; & X T. parallelam ipsi Zw. & hac operatione manent lineæ S Q. SY. SZ. Sw. eâdem ratione divisæ.

Num.CCLXXXIII.*Figur.*78.

SIcut figuras istas imminui, sic potero illas augere; quoniam sicut ex Quadrato ACG ex majoribus figuris: nempe ex Quadrangulo ACG, & ex Triangulo KMP. & ex *acf*, per diminutionem prodierunt minores figuræ: sic per auctionem ex minoribus poterunt majores oriri. Nam, si detur irregulare Pentagonum SRVXT. & debeam alium similem quadruplò majorem delineare, ab S duco lineas SQ.SY.SZ.Sw.produco. Et sumpta linea SQ. duplo majore, quam est SR. traho QY.parallelam ipsi RV;& YZ parallelam ipsi VX; & Zw parallelam ipsi XT: & figuram SQYZw conformo,quæ alterius respectu sit quadrupla.

Num.CCLXXXIV.*Figur.*76.

Si sit Triangulus in partes æquales, aut æquales dividendus; puta, si sit campus dividendus in tres partes æquales, satisfaciet Geometriæ, non autem Oeconomiæ, qui divisa basi L O in tres partes, ab angulo K duxerit ad illa puncta lineas. Et quidem illa tria Triangula sunt æqualia: at inepta, ut arentur: nam rusticis quadrati campi commodiores videntur. Iubes ergo, ut hunc eumdem Triangulum in quatuor æquales partes dividam, lineis videlicet, quæ basi parallelæ sint. Et ego, sic procedo.

Num.CCLXXXV. *Figur.*86.

Lineam AB divido in duas partes, & duco lineam parallelam ipsi B C, & sic majoris Trianguli quartam partem excido. Hoc *in Figurâ* LXXVII. Triangulus P K M demonstratione oculari persuadet. Ergo, si nunc *in Fig.*LXXXVI.Triangulus ille minor est majoris quadrans, ergo area D E C B erit dodrans, & debebit in tres adhuc æquales partes dividi. Et hoc sic præsto. A puncto E. super lineam A C, erigo perpendiculum æquale ipsi A E, & centro A, & radio A K duco arcum KF. & à puncto F erigo perpendiculum priori parallelum, & æquale in L.& centro A, & radio A L duco arcum L G. & posteà traho lineas FH, & GI. & assero illum Triangulum in 4. partes æquales divisum esse. Ratio est Pythagorica: in Rectangulo Figura, quæ super hypotenusa formatur, duabus aliis, quæ super cruribus formantur, simul sumptis, æqualis est. Ergo, si Triangulus,cujus latus est AE.continet 1.ille, cuius latus sit A K,seu A F, continebit 2. & ille,cuius latus sit AL, seu AG. continebit 3. & tandem ille, cuius latus sit A M, seu A C. continebit 4. Areæ igitur E D A F, & FHDE, & GIHF, & CBIG, sunt æquales. Vide, quæ diximus *num.* 267. ubi similem viam inimus.

*Figur.*152.

Quadrangulum lineis ab uno angulo emergentibus, in partes æquales divido.

Exhibetur Quadrangulus A B D H A. in tres partes æquales dividendus. Duco diametros HB,& AD. Lineam HB.in tres æquales partes divido in punctis F & G: ab illis duco lineas GC, & FE.diametro AD parallelas. Et tandem à puncto A in C & E lineas demitto. Et Quadrangulum in tres æquales partes sectum fuisse pronuncio.

*Figur.*153.

Triangulum à puncto in aliquâ earumdem lineâ dato in tres partes æquales divido.

Figura, quæ in tres partes secari debet, est AECA: & designatur punctum D. unde divisio fiat. Hanc ipsam lineam, in quâ est punctum D, divido in tres partes æquales, & noto puncta divisionum characteribus 1. & 2. Et ab illo ipso puncto D in A duco lineam DA: & à 1. & 2. lineas 1B, & 2F ipsi DA parallelas. Addo lineas BD. & FD. & manebit Triangulus in partes æquales divisus.

Figur. 154.

Pentagonum, etiam irregularem, ab angulo designato divido in tres partes æquales.

Exhibetur Quinquangulus irregularis ABEFIA. & præcipitur, ut illum ab angulo A dividam in tres partes æquales. Protraho hinc inde basim HC. Duco lineas FA, & EA. nec non HI parallelam ipsi FA: & CB parallelam ipsi EA. Et ductis lineis HA. & CA. Dico primò Triangulum HACH esse æqualem Pentagono. Et *num.* 139. demonstrationem habes.

Lineam H C in tres partes æquales divido, & erigo lineam 1G parallelam ipsi FA: & lineam 2D. parallelam ipsi EA: noto puncta GD. & ex illis lineas GA, & DA describo. Et dico secundò Pentagonum AIFEBA. per lineas AG & AD. fuisse divisum in tres partes.

Figur. 155.

Quadrangulum inter duas parallelas descriptum, cuius alteræ duæ non sunt parallelæ, à puncto in alterutro latere parallelo adsignato in duas æquales partes seco.

Detur Quadrangulum ABCDA. inter parallelas AL & DC. Sit linea AD modulorum 14. AB. 36. AC. 44. Et assignatur punctum E, quod distat ab A, modulis 15. His præmissis, ut à puncto E traham lineam, quæ hanc superficiem ABCDA, in duas partes æquales dividat, postulatur. Sic procedo.

Lineam AB. protraho indefinitè. A punctis B & C perpendicula duco: nempe BG & CK. Lineas BK & DC bifariam divido, & per medias duco lineam I H. quæ secat lineam BC in Q. Hinc intersecо lineam QR. ipsis BA & CD. parallelam. Addo lineam indefinitam DL, quæ transiens per Q. lineam superiorem AB, &c. secat in L.

Hæc Figura, sic delineata me docet *Primò*, lineam RQ. inter AB & DC esse Arithmeticè mediam. *Secundò*, Paralle logrammum AIHDA esse dato Quadrangulo æquale. *Tertiò*, bisectionem postulatam iam esse factam, tametsi non eo modo, quo postul[abat]tur: nam Parallelogrammum AIHDA (qu[od] datum Quadrangulum exæquare dicimus bifariam dividitur per lineam RQ. Sanè [hæc] ipsa linea, quæ Parallelogrammum bisa[riam] dividit, (nam partes AIQRA, & RQHD[C] sunt æquales) Quadrangulum datum in d[uas] inæquales partes scindit, (pars enim RQCD[A] est maior alterâ parte RQBAR) ita tamen d[i]vidit, ut, si trigonium QHCQ. ab initio[ad] parte excisum superiori accensuero, & pu[n]ctum C puncto B consolidavero, fecero d[uo] parallelogramma æqualia, quæ simul, d[atum] Quadrangulo ABCDA sint æqualia, & fe[ci] parata illud in duas æquales partes dividu[m]. *Quartò*, lineam DQ, si ulteriùs protractam ita secturam fore lineam superiorem *in L*, u[t] punctum L distet ab I. quantum *Lab A. Vi*de constat lineam A L lineæ AI, duplam esse: quia Rectangulus DRQ. est æqualis, & similis Rectangulo QIL. Ergo RQ. vel AL. & IL sunt æquales. *Quintò*, Quadrilaterum ABCDA. & Parallelogrammum A I H D A conversa in Triangulum fuisse: *quoniam ipsa* Triangulo ALDA sunt æqualia. *Hæc* inciderter notare volui, quæ ingenium acuunt, & mentem illuminant, ut ex his lemmatibus in aliis speculationibus, aut operationibus ingenioſas deducere consequentias possimus. Venio ad demonstrationem postulatam. Sic inquam.

A puncto E (hoc mihi designatur, ut inde Quadrangulum dividam) *duco lineam secretam in* D: *à puncto* I. (in quo linea AL bifariam dividitur) *duco aliam secretam in* F. *quæ alteri parallela sit. Tunc audaciter ingenii acumen evagino, & lineam* EF *percutio, & hoc ictu datum Quadrangulum in duas partes æquales divido.*

Probo manifestè per numeros. Linea A E. erat 15. Ergo, siquidem ED, & IF sunt parallelæ, HF. erit 15. Ergo DF. 25. & RT. (quæ est media Arithmeticè inter AE, & DF) erit 20. Prætereà AB. erat 36. & DC. 44. Ergo RQ. erit 40. & AL. 80. Tandem altitudo DA erat 14. Et sic utor his numeris.

Multiplico lineam AD. 14. per RQ. 40. & adquiro 560. Tanta est ergo area Quadranguli ABCD. eritq; eius semissis 280. Videamus modò. An area AEFDA. hanc summâ exeqpet. AD. erat 14. & RT. erat 20. & factâ multiplicatione, sunt 280. Ergo exactè concluditur.

Præterea Triangulus A L D A dicebatur datum Quadrangulum (nempe, ABCDA) exquare. An-ne hoc dicebatur bene? Li. AL. 80. per AR. 7. semissem altitudinis ltiplicata, dat 560. Omnia ergo, & singula e conspirant.

Figur. 157.

Ergo, si Lemmatibus totâ hac Meditatioadquisitis adjuvari velimus, poterimus Caem facillimum ferre, nimirùm.

Vt Quadrangulum A B C D A, *quod inter as parallelas procurrit, lineâ à puncto* E *deâ in duas partes æquales dividatur, lineam* . *per medium duc. Hanc bifariam seca in* T. *& non solum ab* E. *sed à quocumque puncto* veniat, *modò transeat per* T. *illud Quaangulum dividet in duas partes æquales.*

Non igitur tot lineis, & suppositionibus gemus, quot Samuel Marolois, Theodo- Verbeeck, & alii assumunt.

Porrò punctum T. hanc superficiem ita li-, ut à lineis *af, be, cd,* & à quâcumque, à lineâ AB veniat, & per T transeat, in s partes æquales dividatur.

Figur. 156.

Eamdem superficiem in tres, quatuor, vel res partes divido, nempe lineis ab uno, & eo- puncto demissis.

it idem Quadrangulum, quod antea: li- BG. IH. KC. RQ. & AL. sint ductæ, ut an- & priorem magnitudinem servent. E pũm, quod ut anteà 15. modulis distabat ab sit illud, unde debet fieri hæc trisectio. eam igitur AL, in tres æquales partes di- o, & noto divisionum puncta in M & N. aho lineam ED: & NF, & MO eidem pa- elas describo. Tandem à puncto E, in F O duco duas lineas, & assero, me datum adrangulum in tres partes æquales divie.

Porrò linea AL. 80. divisa in 3. partes, dat $\frac{2}{3}$. Ergo linea AN est modul. $26\frac{2}{3}$: & linea M modul. $53\frac{1}{3}$. Ergo, si à singulis auferam . (totenim habet A E) D P. erit modul. $\frac{2}{3}$: & DO. $38\frac{1}{3}$. Et ex P ad O. erũt $26\frac{2}{3}$. Sa-, si tota Quadranguli area erat 560. Ejus ens erit $186\frac{2}{3}$. Videamus modo, an hæc antitas in superficie AEPDA reperiatur.

Si A E est 15. & D P $11\frac{2}{3}$: erit differentia $3\frac{1}{3}$: semidifferentia $1\frac{2}{3}$: quæ, vel ablata à lineâ A E, vel addita lineæ D P. dabit lineam RS. modul. $13\frac{1}{3}$. Hanc per lineam A D. 14. multiplico

14	$26\frac{2}{3}$
$13\frac{1}{3}$	7
42	D. 182
14	E. $4\frac{2}{3}$
A. 182	
B. $4\frac{2}{3}$	F. $186\frac{2}{3}$
C. $186\frac{2}{3}$	

& reperio $186\frac{2}{3}$, ut in C. Quoniam 14. integra ducta in 13. dant 182. integra, ut in A. Et 14. ducta in $\frac{1}{3}$ dant $4\frac{2}{3}$, ut in B. Vtrumq; verò $186\frac{2}{3}$. ut in C. Ergo linea EP. fuit bene tracta.

Transeamus ad secundam lineam, & Triãgulum POEP. mensuremus. Altitudo D A est 14. semialtitudo DR. 7. basis PO est æqualis ipsi NM. adeoque modulorum $26\frac{2}{3}$. Videamus modo. An hic Triangulus summam illam exæquet?

Porrò, si 26. integra per septem multiplicem, habebo 182. integra, ut in D. Et, si duos trientes similiter per 7. multiplicem, habebo 14. trientes, hoc est, 4. integra, & 2. trientes, ut in E: Summa dabit mihi 186. integra, & 2. trientes, ut in F. Ergo etiam secunda linea fuit bene tracta.

Processi per numeros fractos, quorum usum proportionalem in Arithmeticâ reprobavi, omnia enim per decades (10. vel 100. vel 1000. &c.) frangi desidero: potuissemque me ab horum trientum meditatione eripere, omnia integra dividendo in 3. partes. Interim, ne positum numerum mutarem, illum debui frangere. Et, qui bis per fractos multi-

tiplicatio fieri debuit, ut esset in calculo varietas, semel Multiplicatorem volui, & iterum Multiplicandum esse fractum. Et quidem

2. trientes multiplicare per 7. est sumere 14. trientes, qui dant 3. integra, & 2. trientes.

14. autem integra multiplicare per unum trientem, est 14. integra dividere in 3. partes, quarum singulæ habeant 4. integra, & 2. trientes. Et ostenditur. Quia 14. integra per 1. integrum multiplicata sunt 14. integra. Ergo per semissem multiplicata, erunt 14. semisses, vel 7. integra. Ergo per trientem multiplicata, erunt 14. trientes, hoc est, 3. integra, & 2. trientes.

Figur. 158.

Linea RQ. *intermedia in tres partes æquales dividatur: divisionum puncta sint* S *&* T. *Tunc à quocunque puncto lineæ* A B *in quodcumque punctum lineæ* DC *ducantur lineæ, modò transeant per puncta* S. *&* T. *& se non decussent, etsi contingant, hoc Quadrangulum divident in tres partes æquales*. Et hac illud methodo in 4. 5. 6. aut etiam plures partes dividi poterit.

Sanè Quadrangulum ABCDA. lineis *bn* & *ek* in tres partes dividi oculis percipitur, & non debet probari: nam, si lineæ DC. RQ. A B. & per consequens cæteræ omnes intermediæ dividuntur in tres partes æquales: ergo, & superficies etiam dividitur in tres partes æquales.

Si ducatur linea *a m*, aut *c o*. tantum auferunt ex unâ parte quantum addunt ex alterâ. Ergo partes *AamDA*, *AbnDA*, *AcoDA*, sunt æquales. Et idem dicito de lineis, quæ transeunt per T.

Lineæ *oc*, & *ch*. hoc Quadrangulum in tres æquales partes dividunt; etsi se contingant in *c*. Cæterùm, cùm linea *c o* trientem unum excidit, non potest alium excidere linea *bg*. nam priorem decussat in *p*. excidit particulam *b p*. & non definit in lineâ D C, sed in *g*, ante quàm eò perveniat, finitur.

Figur. 159.

Quadrangulum ABCDA *irregulare, cujus linea* AB *est in tres partes æquales divisa punctis* HIK: *lineis ab iisdem punctis eductis, in tres æquales partes divido.*

Non festinemus, multa enim utiliter considerantur.

Si hoc Trapezium mensurare volueris, illud poteris facere, aut aream internam ductâ lineâ, aut ab A in C, aut à B in D, in duo Triangulos dividendo, aut exteriùs illud ambiendo, ut in Quadratum EBGFE transeat.

Sanè, ut hoc Trapezium in Triangulos convertatur, hac viâ solent procedere. Ab angulo A in angulum B rectam trahunt, ab B in K eidem parallelam perducunt: unde Triangulus AKFA sit æqualis Trapezio.

Ergo, ut ad operationem veniam, lineam DC in tres æquales partes divido notatis punctis LM. Posteà lineam DK similiter divido in tres partes notatis punctis HI. Ergo his notatis punctis, cætera citò expedientur.

Ab A duco lineam AL. & ipsi parallelam ab I in N. Iungo puncta NL: & primam divisionem jam habeo: nam AHLDA est tertia dati Trapezii pars.

Ab A in M traho lineam AM. & ab H ipsi parallelam HO. Iungo puncta OM. & divisionem absolvi. Nam lineis NL, & OM illud datum Trapezium in tres partes æquales, quarum lineæ DL, LM, MC. etiam sunt æquales, dividitur.

Figur. 162.

A Quadrato dato lineis, quæ lateribus sunt parallelæ, partem posiulatam (determinatam aut proportionalem) excîdo.

Viam obscuram, & difficilem ineunt Practici, clariora nos delectant, & juvant.

Datur Quadratum ABCDA. & postulatur, ut lineis EG, GH, HI, IE. æquidistantibus, & parallelis, zonas marginales, æquales latas auferam, & ita Quadrum quartâ parte, v. gr. diminuam.

Vna res sola, & ipsa summè facilis, postulatur, cùm multæ, & variæ, & difficiles postulari videntur. Petitur itaque, ut dem tantum Quadrum, quod hoc à Te exhibito quantum Quadrum, quod hoc à Te exhibito quantum parte sit minus. Ergo debebo hoc Quadrum in datâ proportione imminuere; & posita omnia, quæ postulantur, præstare.

Vt imminutio fiat, Quadratum KMBN describo. Latus NB in quatuor partes divido. Tractâ lineâ LO unam excîdo. Et Parallelogrammum LOBM, quod remanet, in Quadrum perfectum converto. Id hoc modo præsto. Lineam NB promoveo. Et centro B. & radio BM duco quadrantem Circuli MQ. Ergo linea OB erit modulorum 3. & BQ. 4. Illam divido bifariam in S. Et posito centro S. & radio SO, vel SQ. describo semicirculum ORQ. & addens lineam BR. aufe-

eam

rem esse inter OB, & BQ. Geometricè metior. Ergo Quadratum, cujus latus sit BR. est quartâ parte minus, quàm illud prius, quod debebat imminui. Lineam SR bifariam secco in T: & centro B. & radio BT. duco arcum TV. Et tunc linea BV. metietur longitudinem lineæ FG, vel FE: & VX metietur lineam GY. hoc est, zonarum latitudinem.

Figur. 163.

A dato Quadrato gnomonem aufero, qui in data, aut tali proportione sit.

Exhibes Quadratum ABCDA. à quo excidi postulas gnomonem ADEFGBA. qui sit quarta pars totius Quadrati.

Ad figuram CLXII. redeo. Et ex ipsâ summo lineam BR. & ipsi facio æquales CE, & CG. & Quadrum CEFGC delineo: quod continet modulos tres. Ergo, si totum Quadrum complectebatur quatuor: gnomon continet unum.

Figur. 164.

A Trapezio gnomonem in datâ proportione excîdo.

Pono ob oculos Trapezium ABCD. cujus, si omnes lineas duplò minores fecero, habebo Trapezium IGEDI. quod sit quadrans totoris, & gnomonem se triplò majorem relinquat. Ergo hæc operatio dependet à generali doctrinâ, quæ docet Superficiem quamcumque, priori remanente figurâ in propositâ proportione imminuere.

De Solidis.

Num. CCLXXXVI.

Additio, Subtractio, Multiplicatio, & Divisio, & operationes cætera, si agamus de Solidis, paulò operosiores, & implicatiores sunt, at illas ad claritatem, & brevitatem reducemus.

Frequenter succurrit Problema illud, quod quærit, *Quomodo Cubus Cubo addatur?*

Per numeros res expeditur facillimè. Nam, si alter Cubus habeat in latere 8: alter 9: & copulari debeant: prior Cubus habebit unitates cubicas 512: posterior verò 729. Et simul erunt 1241. & radix erit inter 10. & 11. quoniam radici 10. respondent 1000. & radici 11. respondent 1331. Ergo, si daturi sumus numerum similem vero, dicemus radicem esse $10\frac{241}{331}$. Per logarithmos major posset inveniri præcisio: at utrobique summa brevitas, & facilitas.

Per lineas non caret difficultate Operatio. Condemnantur, & meâ sententiâ injustè, Patres Pradus, & Villalpandus, qui *in Apparatûs Vrbis, ac Templi tom. 3. part. 2. libr. 1. cap. 5. problemate 13. pag. 298.* difficultatem hanc proponunt, & sic discurrunt. *Si dati Cubi æquales inter se sint (vel duo, vel plures) facile in eumdem Cubum coaugmentabuntur, si duæ quævis lineæ accipiantur, quarum una altera toties contineat, quot sunt Cubi adsignati, & mox Cubus unus inveniatur, qui habeat ad unum è datis eam rationem, quam major linea habet ad minorem: Cubus enim ejusmodi inventus æqualis erit omnibus datis.* Ad quid hæc omnia? (inquit Æmulus) Breviùs potuissent dicere, *Si dentur quatuor Cubi æquales, quæratur unus, qui ad unum ex datis sit quadruplus, & hic omnes quatuor continebit.* Sed hoc ipsum est, quod quæritur. Condemnantur injustè, inquam Ego, nemo enim, aut tenetur, aut potest, in singulis locis omnia dicere: & ipsi, doctrinam quam Problemate VII. dederant, Probl. XIII. supponunt. Ex ipsis igitur Ego procedo sic.

Dantur 10. Cubi æquales ipsi A: & jubeor illos in unam summam, & unum Cubum redigere. Vel quod in idem recidit, Datur unus Cubus, & jubeor illum per 10. multiplicare; hoc est, dare unicum, qui decies datum contineat. Cubi dati radix, aut una linea sit 10. ergo moles erit 1000. Ergo decuplus erit 10,000. Tunc non valebit dicere, *Vt tota moles Cubi minimi dati [nempe, 1000.] ad totam molem Cubi decupli quæsiti [nempe, 10,000.] ita linea* A *[nempe, 10.] ad quam?* Operatio dat lineam B [nempe, 100.] Hæc analogia non valebit, quia Cubus, qui habet decuplò non habebit decuplò majorem molem, non habet decuplò majorem radicem. Interìm, non est inutilis hæc analogia; licèt enim non det radicem, quam inquirimus, juvat, ut illam inveniamus: nam inter A 10. & B 100. quæro duas medias proportionales.

Linea A.	10.	Logar.	1,00000
Linea B.	100.		2,00000
Differentia			1,00000
Triens			0,33333

Quatuor ergo proportionalis manent in hac analogiâ

A.	10.	Log. 1,00000
D.		1,33333
E.		1,66667
B.	100.	2,00000

Capio ergo lineam D, & ſuper ipſam formo Cubum quæſitum. Linea D. habet logarith. 1. *33333*. cui reſpondet numerus naturalis $21\frac{1}{2}$: nempe Arithmeticè $21\frac{739}{1487}$: & Logarithmicè 21 =544. nam

Radix 21. *dat Cubum*	9261
Radix 22. *dat Cubum*	10648

Ergo inter iſtas duas eſt Radix $21\frac{1}{2}$: quę Cubo quæſito correſpondet.

Sic Pradus, Villalpanduſque; Sed nos faciliùs. *Nam, vel* immediatè radicem cubicam numeri 10,000. inquirimus: *vel* inter 1. & 10,000 [aut etiam logarithmicè, inter 0,00000. & 4,00000.] duas medias proportionales quærimus, & minorem eſſe quæſiti Cubi latus edicimus. Si enim ex Logarith. 4,00000. trientem ſumpſerimus, habebimus 1.*33333*. ut anteà.

Num. CCLXXXVII.

SVbtrahuntur interdum unus, duo, tres, vel plures Cubi (æquales, aut inæquales) à majori, & hoc facili negotio expeditur. Attende.

Latus Cubi majoris A——C
Latus Cubi minoris D——F
Tertia proportionalis G——
Quarta proportional. H——

Sit linea CI. ipſi H æqualis: & ſcindatur Cubus major per IK. & aſſero ſolidum ICBKI. eſſe Cubo minori æquale. Et ſic oſtendo.

Quatuor lineæ A. D. G. H. ſunt continuè proportionales. Ergo quadratũ primæ (quod eſt baſis cubi majoris) ad quadratum ſecundæ (quod eſt baſis cubi minoris) ut prima ad tertiam. Euclides *libr. 6. prop.* 20. Eſt autem ex æquo, ut A ad G, ita D ad H. Ergo Diſtitudo Cubi minoris ad H. ſeu CI. altitudinem parallelepipedi CK. habet eamdem proportionem, quam baſis CB. ad baſim EF. Sunt ergo inter ſe æqualia Cubus minor, & Parallelepipedum exciſum ex Cubo majori. Euclides *libr.* 11. *propoſ.* 34. Reſiduum autem poteris cubare, ſi volueris.

Si plures ſint Cubi auferendi, poteris ſucceſſivè procedere, & abſcindere unum poſt alterum.

Hinc patet, quomodo addi Cubus Cubo poſſit. Nam, ſi addendus ſit Cubus DEF ipſi Cubo ABC. poſtquam cognoveris Cubum minorem, & Parallelepipedum CK *æquales* eſſe: ſi hoc Cubo majori addideris, habebis Parallelepipedum, quod duos illos Cubos exæquet: quod poſteà poteris in Cubum transformare, ſi placeat.

Num. CCLXXXVIII.

DIviſio fit per ſubtractionem *æqualium* partium; nam, ſi Cubus habeat 10,000. cubicas partes, & ſit in decem Cubos æquales dividendus, ſinguli habebunt 1000. partes. Et, ſi inter duas lineas, aut numeros; nempe, 1. & 1000: duas medias proportionales quęram, reperiam 1. & 10. & 100. & 1000. [nam, ut ſe habet 1. ad 10: ſic 10. ad 100: & ſic 100. ad 1000.] & dicam ſingulorum quæſitorum Cuborum latus eſſe 10: ſuperficiem 100: molem 1000.

Majori alii linearum apparatu, & molimine Quæſtiones præſentes expediunt, at nos voluimus brevitati, & facilitati conſulere.

SIcut de Cubo, ſic etiam de Sphœrâ, aut quolibet ſolido corpore philoſophamur. nam, ſi Cubus, qui habet duplum latus, quàm alter, habet molem octuplam: etiam habebit octuplam Sphœra, quæ habeat duplum radium. Et, ſic ſimiliter de cæteris ſolidis (modò inter ſimilia computus inſtituatur) diſcurre. Fruere, & vale.

SYN-

SYNTAGMA QVARTVM.

GEOMETRIA SPECIALIS.

NIMIRVM,

GEODAESIA,

CVIVS EST,

ΓΗΝ ΜΕΤΡΕΙΝ,

Terram metiri.

PROOEMIVM.

ITA obtinuit interdum impropria dictionum acceptio, ut censeantur, metaphoricè sumi, si in propriâ significatione sumantur. Sæpè speciei nomen non-nisi pro genere accipitur: sæpè contrà generis nomen pro specie determinatâ usurpatur. Exempla nonnulla subjicio.

Num. CCLXXXIX.

Ferro apud Hispanos ferrum est: & equorum soleas, quia ex ferro fiunt, *herraduras* vocamus: unde oritur verbum *herrar*: dicimus enim, *que se yerra vn caballo, quando se le ponen herraduras*. Interìm, *herradura* soleam, quæ imponitur bruto, significat, non metallum; unde interdum legimus habuisse ad pompam solenniorem equos *herraduras de plata*: ac, si Latinus diceret, *ferra argentea*.

Itali ferrum vocant *ferro*, & in hac voce supparem habent parallaxim: crates enim, quia ex ferro fiunt, *ferrate* vocant: & tamen hoc vocabulo figuram exprimunt, & non metallum, dicunt enim, quod erat in illa fenestra, v. g. *vna ferrata di legname.*

Animal apud Latinos genus est, & tamen Hispanicè *Animál*, significat animal irrationale. Vnde quidam, cui objiciebatur, quòd esset animal, ingeniosè respondit. *Ego quidem sum ánimal, non verò animál*: accentus enim acceptionem Hispanam à Latinâ distinguit.

Argentar verbum Hispanum est, & ab argento deducitur, nec tamen argentare significat, sed rem metallico colore tingere: unde coreum (nam de coreis propriè verificatur) dicimur, *argentar con oro*, inaurare: *argentar con plata*, argentare.

Quebrar la cabeza, ad literam, est caput frangere: interìm, sumitur metaphoricè, & dicitur de re molestâ, quæ obtundit caput. Hæc metaphorica & impropria acceptio est tam communis, ut D. Hieronymus Cancer impropriè loqui visus sit, quia phrasim hanc præter morem in propriâ significatione usurpavit: sic enim cecinit:

Contaros quiero esta vez
Muy sin nota de grossero
En mi fineza,
Que a noche a mas de las diez
Tuue vn cierto quebradero
De cabeza.

Vide meam Rhythmicam *pag.* 213. Vulnerarunt ipsum in capite, & ideò dicebat, *que habia tenido vn cierto quebradero de cabeza*: & loquebatur præter communem usum: quia vocem, quam in impropriâ usurpare solemus, in verâ & propriâ significatione usurpabat.

Num. CCXC.

Hæc dicta sint, ut vox ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ bene à Lectoribus intelligatur. Egi de hoc nomine in Geometriæ Generalis Prologo art. 2. num. 4. sed, quia ibi vocem cum omnibus impropriè sumpsi, & nunc præter omnes in verâ & propriâ significatione accipio, sumo secundum calamum, ut communissimam vocem exponam.

Est Græca, sed jam Latio donata. Cicero 3. *de finib.* explicat, cur vocibus Græcis utamur. *Quanquam ea verba*, ait, *quibus ex instituto veterum utimur pro Latinis, ut ipsa* Philosophia, *ut* Rhetorica, Dialectica, Grammatica, Geometria, Musica, *quanquam ea Latinè dici poterant, tamen quoniam usu percepta sunt, nostra ducamus.* Est tam certa & evidens, ut teste Cicerone *libr.* 4. *Acad.* non tam suadeat, quam homines ad assentiendum cogat. *Geometræ provideant*, inquit, *qui se profitentur, non persuadere, sed cogere.* Quos idem Author *ibid.* tam oculatos esse putat,

ut

ut dixerit, *Quomodo, aut Geometres ea cernere poteſt, quæ, aut nulla ſunt, aut internoſci à falſis non poſſunt.*

Porrò hæc olim Ars ſpeciali utebatur Dialecticâ, quæ procedebat per interrogationes. unde 1. *Tuſc.* Cicero. *Socrates interrogat quædam Geometrica de dimenſione Quadrati.* nam Geometræ argumentabantur ſic. *Hoc Theorema eſt verum, aut non? Quid dicitis? Si eſt verum, habemus intentum. Si non eſt verum, ſupponamus eſſe falſum. Adnuitis? Ex hac noſtrâ ſuppoſitione tam multa inferemus abſurda, tam multa impoſſibilia, ut non vos ſuaviter in noſtram ſententiam trahamus; ſed nolentes volentes cogamus negare, quæ dicitis; & idipſum, quod modò negatis, aſſerere.* De hoc argumentandi modo egi *in Prol. Algebræ nu.* 18. ubi ex falſo non poſſe ſequi verum, evidenter oſtendo. Non enim argumentandi vis in eo conſiſtit, ut falſum, ſi eſſe verum dicatur, verum inferat, ſed, ut falſum prima Principia, quæ manifeſta, & per ſe nota ſunt, deſtruat: unde, cùm Antagoniſta manifeſtæ Veritati aſſenſum negare non poſſit, cogetur, vel invitus ad Præmiſſas redire, & dicere, *Ex veris, falſa ſequi non poſſunt. Sed ex tali, vel tali Præmiſsâ ſequitur hoc, vel illud, quod evidenter falſum eſt, Ergo illa eſt falſa.* Hac methodo ſuas Poſitiones Archimedes demonſtrat. Theorema I. de centro gravitatis, ſic perſuadet. *Sint inæquales gravitates* A, B. *& ſit major* A. *& æqualiter repens à longitudinibus* AG, GB. *Demonſtrandum, quod minor eſt* AG, *quàm* GB. *Non ſit enim minor.* &c. Ecce, ut demonſtret, quod eſt minor, adſumit hypotheſim, quod non ſit minor, ut ex illâ inferat impoſſibilia. Theorema II. probat ſic. *Dico, quòd magnitudinis ex ambabus magnitudinibus compoſitæ centrum eſt* G. *Si enim non; ſit ejus, quæ ex ambabus* A, B, *magnitudinibus, centrum gravitatis* D. *ſi poſſibile eſt*, &c. Et tamen hoc probat eſſe impoſſibile, & ſic ad priorem poſitionem revertitur. Porrò hic dialecticandi modus, conducit ad claritatem & facilitatem, unde 1. *Tuſc.* inquit Cicero. *Ita faciles Interrogationes ſunt, ut gradatim reſpondens eò perveniat, quaſi Geometrica didiciſſet.* Et quidem Geometriam evidentius concludere, quàm Philoſophiam, *libr.* 4. *Acad.* teſtatur idem Author, dicens. *Quod, ſi Geometricis rationibus non eſt crediturus, quæ vim afferunt in dicendo, ne ille longè aberit, ut rationibus credat Philoſophorum.*

Num. CCXCI.

Et quidem, licèt hæc omnia de Geometriâ generali, & ſpeculativâ (cujus nomen tametſi improprium in Scholis obtinuit) verificentur: clariùs & manifeſtiùs de ſpeciali (quam volui vocari *Geometriam*, ſumpto vocabulo in propriâ & genuinâ ſignificatione) nam altera Geometria eſt ſpeculativa & agit de rebus intelligibilibus, quæ percipiuntur mente; hæc autem eſt practica, & agit de rebus ſenſibilibus, quæ perſpiciuntur oculis, & manibus poſſunt palpari.

Geometria igitur, quam hoc Syntagmate ſpecialiter tradimus, dicitur à ΓΗ, quod eſt *Terra*, & ΜΕΤΡΕΩ, quod eſt *metior*, quia finis ejus eſt ΓΗΝ ΜΕΤΡΕΙΝ, *terram menſurare*. Alii, quia vocem *Geometria* in ſuâ ſignificatione uſurpare non audent, hanc Scientiam malunt vocare ΓΕΩΔΑΙΣΙΑΝ, quaſi *Artem dividendi terram*, nam ΔΑΙΩ ſonat *dividere*. At hæc Ars non dividit terram, ſed metitur, *Geometria* igitur, ſi vocum rigor placeat, & non *Geodæſia* vocari debet. Nec ego primus, qui vocem hanc veræ, & propriæ ſignificationi reſtitui, nam Leonhartus Zublerus *in ſuo novo Inſtrum. Geometric. cap.* 1. ſic inquit. *Geometria, Ars eſt bene dimetiendæ terræ: nec tantùm terra totius, ſed ſingularum etiam ejus partium; veluti, regionum, fundorum, montium, urbium, caſtellorum, machinarum.* &c.

Ab aliis appellatur *Gromatica*, nimirùm, Latino vocabulo; nam *Groma* (vel, ut Nonius vult *Gruma*) eſt machinula, quâ regiones cujuſque agri internoſci poſſunt: Græci ΓΝΟΜΟΝΑ dicunt, &, quia liber, quo noſtra metandi, & loca opportuna in bello capiendi rationem tradidit, campi partes, & regiones diſcernit, *Gomaticus* dicitur: nam ſic Hyginus illum inſcripſit, quem de hoc argumento evulgavit.

Num. CCXCII.

De hac arte multi Viri clari ſcripſerunt: & poſt alios curioſè & ingenioſè Laurenbergius; quem, qui legerit Græcam, & Romanam eruditionem, & Matheſin ſubtiliorem, addiſcet. Me alia vocant: eſſe brevis cogor: non tamen obſcurus diminutus-ve. Ergo omiſſis ſuperfluis, magis neceſſaria ponantur.

AR-

ARTICVLVS I.

De Gromaticæ Inventoribus, & Antiquitate.

Excitat Philomuſos Artium nobilitas, quæ ab Antiquitate, & præſtantiâ Inventorum dependet. Hanc ob rem, antequam Scientiam explicem, aliqua de ejus inventione præfabor.

Num. CCXCIII.

Ab ipſo Mundi initio occœpit locorum diviſio & diſtinctio; non enim exercebant terram, Dei filii ingenioſi & induſtrii, ut filii hominum torperent ocio, & alienis laboribus abuterentur. Nec à ſanguine & fratricidio incepit dominiorum diſcretio; opinor enim ſanguinem præceſſiſſe. Attentè legi debet Caput IV. Geneſeos, in quo multa reperio, quæ longo Commentario indigerent. Hæc verba videntur fortiſſima. *Porrò Adam cognovit Hevam uxorem ſuam*, (ergo quidquid Ioannes Helmontius, & alii dicant, ſentiant-ve, copulam Adami & Hevæ matrimonium præceſſit) *quæ concepit, & peperit Cain, & dixit, Adquiſivi virum à Ieovâ: rurſuſque peperit fratrem ejus Habel. Et fuit Habel paſtor ovium, Cain verò agricola. Fuit autem in fine dierum,* (erat igitur etiam tunc aliqua menſura, & numerus dierum, finem habens, & iterum, & iterum rediens; *Annum* hodie eam vocamus) *ut adduceret Cain de fructu terræ oblationem ipſi Ieovæ. Habel quoque ipſe adduxit de primogenitis pecudum ſuarum, & de adipe earum: reſpexit autem Ieova ad Habel, & ad oblationem ejus: ad Cain verò, & ad oblationem ejus non reſpexit. Et iratus eſt Cain valde.* &c. *Dixitque Cain ad Habel fratrem ſuum: Egrediamur foras,* (erant ergo intus. Ergo erat aliquis locus muro cinctus ſacrificiis deſtinatus. Ergo antiquiſſima eſt templorum religio.) *cumque eſſent in agro, inſurrexit Cain adverſus fratrem ſuum Habel, & interfecit eum.* Omitto alias ponderationes, & infero. Ergo etiam tunc erat bonorum diviſio. Obtulit Cain non fructus Habelis, ſed ſuos: & Habel de primogenitis pecudum ſuarum, non ergo de primogenitis pecudum Caini. Illud enim *ſuarum*, quod ponitur expreſsè in textu, dominiorum diſtinctionem ſignificat; ita, ut fructus terræ eſſent Caini, non Habelis: & pecudes, Habelis eſſent, non Caini. Aliàs enim, ſi unicus eſſet utriuſq; rei oblatæ dominus, utranq; uterque offerret; & dominus Deus, ſi acceptaſſet agnos, utrique faviſſet; &, ſi reſpuiſſet ſegetes, aut grana, non eſſet, cur alter offenderetur potiùs, quàm alter. Ergo diviſerat illis Adamus terras, ne vel Habelis pecora Caini ſegetes, aut hortos depopularentur: ne vel Cainus fratris ſui greges arceret à paſcuis, & rixarum occaſio naſceretur.

Num. CCXCIV.

Hinc patet fuiſſe tandiu indiviſam terram, quandiu non fuerunt in illâ homines, qui illam poſſent dividere. Ergo ætas aurea, quam Ovidius deſcribit his numeris:

Ante Iovem nulli ſubigebant arva coloni:
Nec ſignare quidem aut partiri limite campum
Fas erat.

ſecundum prius attributum fuit in paradiſo ante Adami peccatum: & ſecundum poſterius paucis annis in mundo.

Peccavit Adam, & fuit condemnatus hac ſententiâ. *Maledicta terra propter te: in labore comedes ex eâ cunctis diebus vitæ tuæ. Spinas & tribulos germinabit tibi; & comedes herbas agri. In ſudore vultûs tui veſcêris pane:* &c. Ab ipſo igitur mundi initio Adamus Hevaque erant coloni, & terram agrorum ſubigebant. Limites non ponebant, quia, cùm eſſent ſoli, non habebant, quibus limites ponerent. Venerunt ad adoleſcentiam filii: & nota fuit ſanctis parentibus ſuperbia, & audacia Caini, &, ut nulla eſſet inter fratres diſcordia, inceperunt partiri limite campum. Incepit tunc ætas ferrea, quæ poſteà magis, & magis incruduit creſcente hominum inſolentiâ, & malitiâ. Illam ſic Ovidius deſcribit.

Sub Iove Mundus erat, cũ ferrea venerat ætas,
Paulatìm fugêre Pudor, Verumque, Fideſque,
Communemque priùs, ceu lumina Solis & auræ
Cautus humum longo ſignavit limite menſor.

Limitem definiebat aut fluvius, aut arbos, &, ubi nihil erat naturâ loci idoneum, ut campum à campo diſcerneret, impoſuerunt ſignum artificiale, nempe, cumulum lapidum, aut ſaxum magnum. Virgil. *Æneid.* 12.

—*Saxum circumſpicit ingens*,
Saxum antiquũ, ingẽs; campo, qui fortè jacebat,
Limes agro poſitus, litem ut diſcerneret arvis.

Sanè termini fuerunt agris impoſiti, ut Poſſeſſores amicè, & tranquillè conviverent, & non indigerent Iudicibus, qui partes audirent, & ſententiam proferrent, cùm ſaxa ipſa in limitibus erecta ſufficerent, ut lites omnes, quæ poſſent ſuboriri, diſcernerent. Erant ante Saturni in Italiam adventum indigenæ belluino more diſſoluti, & ſicut Solis radiis, & auræ communis beneficio, ſic incultâ regione, & ſponte naſcentibus fructibus utebantur: ſed ediſſerente Naſone:

Is genus indocile & diſperſum motibus altis
Compoſuit, legeſque dedit, Latiumque vocari
Maluit, his quoniam latuiſſet tutus in oris.

Porrò Saturnus Latinos diſperſos, & ſeorſim poſitos collegit, compoſuit (hoc eſt, ſimul poſuit, & ad oppida, & urbes reduxit) legeſque dedit, vi quarum unuſquiſque cognoſceret, quibus rebus poſſet uti, & à quibus abſtinere deberet. Hic fuit ille Sylvanus, qui magno hominum bono in ſylvas veniẽs, lapides finales imponens, incolas ad vitam humanam reduxit. Eoſdem fortè ſucceſſu temporum confuſos Numa Pompilius reduxit, ὡς ἐπίσκοποι φίλιας καὶ εἰρήνης, ut eſſent quidam immortales epiſcopi; cuſtodes & tutores amicitiæ, & pacis. Ita *in Quæſt. Rom.* Plutarchus.

Num. CCXCV.

Si ſemel ſtatuti termini immutabiles eſſent, non indigerent novâ curâ mortales, ut arvorum lites diſcernerentur: at rivi & fluvii, qui poſſeſſiones diſtinguunt, curſum mutant; & quantum ab hac ripâ abradunt, tantum ſæpè alterius ripæ poſſeſſori condonant: arbores, aut ſeneſcunt ævo, & tandem pereunt, aut etiam dejiciuntur vicini poſſeſſoris malitiâ; & ideò non ſunt omninò idoneæ, ut lites univerſas dirimant: tandem ſaxa innundationum impetu dimoventur, & præjudicarent plurimis, ſi jus dicere permitterentur. Hoc hodie in multis locis áccidit, & frequenter in Flandriâ, ubi mare ſæpè ruptis aggeribus multorum poſſeſſiones inundat, & diſtinctiones delet, ita, ut nulla ſigna ſufficiant, ut poſſeſſores antiqui fundos ipſiſſimos, quos prùs habuerant, poſſint recuperare. Hoc accidit ſingulis annis in Ægypto, quam Nilus alluvione transformat, & ominibus deletis limitibus defigurat. Ergo quærendæ fuerunt diviſiones, quæ eſſent immutabiles, & indelebiles; quæ, nec injurias temporum, nec inundationes fluminum pertimeſcerent. At, ubi hæ collocandæ? non in campis, ſed in ipſo intellectu. Et quis illas in ſpirituali tabulâ imaginaret? Geometricos fundos metiendi Scientia; quam ideò invenerunt Ægyptii, quia ſine illâ non poterant agros antiquos conſervare. Hanc fuiſſe reperendi, & inveniendi Geometriam occaſione teſtantur univerſi Geodætę. Hanc ob cauſam Soſiſtris Ægyptiorum antiquiſſimus Rex in ſcholas Geometriç inſtituit, ut haberet Geometras, quibus uteretur, ut ſingulis antiquas poſſeſſiones poſt Nili inundationem redderet. Scientiam hanc, ut toti regno neceſſariiſſimam Reges poſteriores foverunt & honorando Geometras, nobilitarunt.

Ab Ægyptiis illam ad Græcos pervenille Herodotus in Euterpe teſtatur.

Num. CCXCI.

Eamdem à Græcis ad Latinos tranſiiſſe insinuant nomina: nam *Geometria, Geodeſia*, &c. voces ſunt Græcæ, non Romanæ. Illarum tanti fecerunt noſtri Principes, ut ipſam dicerint, & honorarint, putantes non poſſe ſe dignitati ſatisfacere, ſi tam neceſſariam Facultatem neſcirent. Proderit legere Leonhartum Zublerum, qui *Novum Inſtrumentum Geometricum* (ſic ſuum Librum inſcribit) Walliæ Principi dedicat, & in Epiſtolâ nuncupatoriâ ſic ait. *Etenim ſive Geodætica, ſive Chorographica illa noſtra ſpecies, ex his ipſis Mathematicis Scientiis ſunt petita, quæ plerique omnes Heröici Imperatores magnopere ſemper amârunt, vehementerque coluerunt, idque Alexandri illius re, & nomine Magni, Iulii Cæſaris, Caroli etiam Magni, Friderici II. Caroli V. & aliorum, qui, vel nobilium, vel ſtudio optimarum artium, vel alio genere laudis præſtantes eximiique fuerunt, exempla illuſtriſſima locupletiſſimè teſtantur: quæ efficiat omnes diſciplinis illis, quæ ob certam ſuam quam pariunt, ſcientiam, κατ' ἐξοχὴν Mathematicæ ſolæ vocantur, & maximopere delectatos, & egregiæ eruditos fuiſſe.* Et hic obiter laudandi ſunt Imperatores, qui, ſi ſatis tè Gromaticam Scientiam ignorarunt, nihilominùs queſtiones de fundorum terminis ſæpe luerunt à Iuriſperitis decidi, ſed ad Geodætas remiſerunt. Et meritò: docet enim Iuriſprudentia, reſtitui debere unicuiq; campos, & agros, qui ſui erant: at hos eſſe Gellii, & non Gallii, non docet; nec habet fundamẽta, unde poſſit ad ſententiæ prolationem venire. Hinc Theodoſius, & Valẽtinianus Imperatores Cyro, cui Orientis habenas commiſerant, edicto Cæſareo præceperunt, ut Geodætarum iudicio cauſæ eiuſmodi deciderentur. Et Auguſtus Auguſtus, & alii multi Imperatores dicantes, nec Theologiam, nec Iuris-prudentiam huic arbitrio ſufficere, ſanxerunt, ut *de ventis, de bubus tractet Arator, Nauta de ventis, de bubus tractet Arator, Defendat Miles mœnia, Paſtor oves.*

Horum hodie prudentiſſimorum Cæſarum Germani (Superi, & Inferi) inſiſtẽdo veſtigiis, Arces omnes mechanicas, ſine quibus cõſtare non poteſt Reſpublica, diſtribuere per tribus; & ſicut Aurifaber, exempli gratiâ, qui homicidium commiſit, à Magiſtratu Civitatis iudicatur, & condemnatur: ſic ille, qui contra Artem peccavit, iudicatur à Præſidibus tribus; non enim poteſt Iuris-peritus ſcire, an argenteus ſcyphus habeat à lege præſcriptos characteres? An impurioris metalli mixtione infectus, Artificem in Artis leges peccaſſe teſtetur? Huiuſmodi ergo cauſæ Artem earumdẽ Profeſſoribus ſunt relinquẽdę.

Num. CCXCVII.

Hoc uberiùs proſequi volui, quoniam annis elapſo in Civitate N. arſit inter Automatopœos difficilis ſuborta altercatio; quæ tamen à Principe ſupremis Œconomis commiſſa fuit; ac, ſi idem eſſet gubernare aulam, & neceſſaria providere familiæ, ac Horologia elimare, & de illorum perfectione, aut imperfectione diſcernere. In hac enim opinione Ego fui, ut non Theologi, non Iuriſperiti, non Politici, ſed Automatopœi, probi, & docti, in Iudices eligerentur.

ARTICVLVS II.
De Menſuris Geometricis.

Geometria (ſumo vocem in ſignificatione rigoroſâ) *Eſt ars menſurandi terras*: ergo non poterit ſuo muneri ſatisfacere, ſi non habeat mẽſuram aliquam determinatam; quâ campos, & agros metiatur. Menſura, ut à Petro Apiano *Coſmographiæ ſuæ cap.* 12. docemur, *eſt longitudo finita, & nota, quâ ignotam locorum diſtantiam ſenſibili experimento metimur.*

Num. CCXCVIII.

Veteres minimam menſuram eſſe voluerunt hordei granum, aſſerentes digitum 4. granis componi: at iam obſoleverunt grana: unde Ioannes Laurenbergius in Gromaticæ cap. V. *Minima menſurarum pars eſt* digitus: *quidquid enim intra digitum metimur, partibus reſpondemus, ut dimidiam, aut tertiam.* Caſimirus Sicmienowicz Artis magnæ Artilleriæ *part. 1. libr. 1. cap. 13. Vncia, Pollex, Digitus major, Germanis* Zoll & Daum. *conſtat 4. granis hordei, & in partes 12. quæ* lineæ *dicũtur, diſpeſcitur.* Mẽſuræ cõmuniores hæ ſũt.

Palmus habet[a]	4 *digitos.*
Dichas	2 palmos.
Orthodorum	2 palm. 3. dig.
Spithama (*Græcè, Lichas*)	3 palmos.
Pes (b)	4 palmos.
Pentadorum (*Pigon*)	5 palmos.
Seſquipes (*Cubitus*)	6 palmos.
Gradus	2 *pedes.*
Paſſus ſimplex	2 *ped. & med.*
Paſſus Geometricus	5 *pedes.*
Orgya (*Sexpeda*)	6 *pedes.*
Canna in Italiâ	8 *pedes.*
Calamus	9 *pedes.*
Pertica	10 *pedes.*
Plethron (*ſtadii ſextans*)	21 paſſus.
Stadium (c)	125 paſſus.
Diaulus (2. *Stadia*)	250 paſſus.
Hippicum (4. *Stadia*) (d)	500 paſſus.
Milliare Ital. (8. *Stadia*)	1000 paſſus.
Dolicos (12. *Stadia*)	1500 paſſus.
Signes, aut (*maximum*(e)	60 *ſtadia.*
Schœnum in ⅓ *mediocre*	40 *ſtadia.*
Ægypto (*parvum*	20 *ſtadia.*

a] Lamina II. Geodæſiæ, ſub titulo *Dimenſio manualis*, ob oculos ponit, quomodo menſurentur, & diſtinguantur Digitus, Vncia, Palmus, Dichas, Spithama, & Pes.

b] Ex Pedibus componitur Paſſus, ut in eadem lamina conſpicitur. Inter pedem, & pedem relinquit unum pedem fœmina, dum graditur, & ideò paſſus fœmineus *gradus* dicitur. Fortiores ſunt paſſus viriles, nam inter pedem, & pedem relinquunt ſeſquipedem ſpatii, ut *ibid.* ſub titulo *Dimenſio pedalis* conſpicitur. Qui feſtinat, inter pedem, & pedem ſpatium quatuor pedum relinquit, & hujus paſſus ſunt, qui *Geometrici* ſolent vocari.

c] Stadium hominis curſum metitur. Erat apud Græcos 100. paſſuum: ad illud Hercules ad 125. protraxit.

d] Hippicum eſt equi curſus: inde enim nomen trahit;

tractum, quem uno curſu peracturi ſunt equi, Hiſp. *la carrera* vocatur.

e] Videtur eſſe iter unius diei: nam pedites ſeptem, aut octo milliaria ſolent una die peragere.

Hodie menſuræ cæteræ à pedis menſurâ dependet: & hæc apud varias provincias, aut etiam civitates eſt varia, ut in laminâ conſpicitur. Imò in eâdem civitate variæ ſolent eſſe menſuræ, ſicut interdum pretia, Auctor de limitibus. *Alii voluerunt, ut Pertica 48. palmorum eſſet, quæ ad manus 12. pedes habet: Idcircò putamus Miniſteriales Imperatorum, majores in accipiendo, minores in dando menſuras habuiſſe.* Et Pediaſimus. *In venditionibus adhibemus minorem Perticam; idque jure communi, ut pauperum ſubveniamus egeſtati: venditor enim emptore pauperior exiſtimatur: in aſſignationibus autem majori utimur Perticâ, ut acceptæ majoris emolumenti ſint poſſeſſoribus.* Ergo magnâ debet uti circumſpectione Geodæta, cùm agrum, aut campum metitur, tenetur in Reſolutione dicere, & explicare, quâ menſurâ (quâ perticâ, quo pede) utatur: nemini enim iniuria fit, cùm omnia ponuntur ita clarè, ut nemo conqueratur, ſeque, vel deceptum, vel aggravatum aſſerat.

Num. CCXCIX.

DE Pedis diviſione Philander Commentator Vitruvii *ad libr. 3. cap. 3.* hæc habet. *Sciendum itaque Pedem principio in Palmos 4. id eſt, Digitos 16. diviſum fuiſſe (quod fatentur præter Vitruvium Columella, Frontinus, Iſidorus, & alii.) Quæ ratio, cùm paulò difficilior, & minùs expedita videretur, qui ſecuti ſunt, Pedem pro Aſſe habentes, eum quemadmodum & omne aliud integrum (quod* Aſſem *nominaverunt) in 12. æquas partes diviſere. Unam portionem* Vnciam *dixerunt: duas* Sextantem: *tres* Quadrantem: *quatuor* Trientem: *quinque* Quincuncem; *ſex* Semiſſem: *ſeptem* Septuncem: *octo* Beſſem: *novem* Dodrantem: *decem* Dextantem: *undecim* Deuncem: *duodecim* Aſſem *ſive* Pedem. *Eas Vncias noſtri, cùm viderent, Pollicibus quadrare, non amplius* Vncias, *ſed* Pollices *nominarunt. Et certè, ſi componas tres Pollices, quatuor Digitos efficient. Hic non ago de obſervatione illâ, quâ apud Frontinum libr. de aquæ-ductib. Digitus alius vocatur* Rotundus, *alius* Quadratus, *& Rotundus tribus undecimis ſuis Quadrato minor traditur, Quadratus autem tribus quartisdecimis ſuis Rotundo maior.*

Vt paulò antè dicebamus, omnes aliæ menſuræ à Pede pendent, qui apud gentes varias eſt varius. Immò in unâ, & eâdem civitate duo genera pedum reperias, quorum alterum aſſerente Swentero Norinbergę duplici mensura tur Pede: Civico (vulg. *Stadiſchuch,*) qui ad ciis, ſeu pollicibus 12. & Mechanico (vulg. *werckſchuch,*) qui 11. dumtaxat componitur. Pedum, quibus diverſæ Gentes utuntur, differentias ex Dogeno Caſimirus *locis* curatè dimenſus, cum Rhenano, quem Rhinlandicum vocant, compoſuit, & hunc habere particulas 100. (lege 1000.) ſupponens Tabellam ſequentem ſcripſit.

	Ex Dogeno, & Snellio.
Amſtelodamenſis (a)	968
Antuerpienſis (b)	909
Alexandrinus	1100
Antiochenus	1360
Argentinenſis (c)	891
Babylonicus	1172
Batavicus	924
Bremenſis	934
Brielanus	1060
Capitolinus	950
Dordracenſis	1050
Goëſanus	954
Græcus antiquus	1042
Hafnienſis (d)	934
Lithvanus	950
Londinenſis (e)	968
Lovanienſis	909
Mechlinienſis	890
Middelburgenſis	960
Norinbergenſis	974
Pariſienſis (Regius) (f)	1055
Polonicus	950
Rhinlandicus	1000
Romanus antiquus (g)	1000
Samius	1200
Toletanus	867
Venetus (h)	1120
Ziriceenſis	988

Et hæ ſunt proportionales pedum menſuræ. Lamina I. Geodæſiæ nonnullas determinatas exhibet: in quâ notare oportet Pedem Norinbergenſem apud Sigefrid. Hirſchium *in Amuſſi Ferdinandeâ* eſſe *ab.* apud alios verò Authores eſſe *ac.* Et Pedem Romanum, ſeu Rhinlandicum apud willebrordum Snellium

in ſuo Eraſtothene Batavo eſſe *de*, & alios *df*.

pleriſq; ex adſignatis menſuris VVillebrordus Snelipſum illas exploraſſe, & examinaſſe teſtatur.
preſſi menſuram iſtam ex Dogeno. Servatur hodie elodami in curia Pes Geodæticus, cujus menſura ad ium tranſmiſſa dedit part. 904.
t ibi ferreus Pes pro curia poſitus, quem menſuravit ius.
alem hic Dogenus à Snellio abeſt: ille enim ponit 891. hic verò 824.
it ex Hafnia tranſmiſſius ad Snellium, qui aſſerit eſſe lem Bremenſi.
odini in curia, quæ vulgò dicitur, de *Guit Halleipſis* ur, ferreus iſte pes aſſervatur, qui eſt toti regno com-
Pariſienſi Pede ſic ſcribit Snellius. *Pariſienſis*, Re- *ditus ex Buteone expreſſi: quem enim hic typis divul- , eſt particularum* 1038. *Hic, ſi adjicias partem ſexa- am, fiet partic.* 1055. *Eum verò adhuc exſpecto.*
nt variæ antiqui Pedis Romanorum menſuræ. Do- , Snellius, & alii communiter, volunt eſſe æqua- Romano. In marmoreo Epitaphio T. Statilii Vol. Apr. ciorum Menſoris exſtat ſculpta pedis menſura part. cui correſpondent alii lapides, qui in Vaticano, Co- , & aliis hortis hodie proſtant. Vide Philandrum *in ad Vitruvium libr. 3. cap. 3.* Sed, & Merſennus duas uras adducit, alteram partic. 950. & alteram partic.
anc menſuram deſumpſit Snellius ex libro de Fortifi- ne, quem Buonajutus Lorinus anno 1609. Venetiis , & *Hercotectonicem* dixit: &, quia liber impreſſus addidit ſexageſimam partem, ut veram haberet ma- dinem.
Johannes Hevelius *in Selenographia cap. 8. pag. 214.* ea- partium, quarum Pes Rhinlandicus eſt 1200. earum Pariſienſem eſſe 1266. & Gedanenſem 1096 = 8.

DVBIVM.

An habeant Scriptores modum, quo in libris impreſſis poſſint dicere, Pes talis, aut talis tantus eſt?

Num. CCC.

PLerique omnes Authores, qui de Geodæſiâ ſcripſerunt, in ſuis libris impreſſis nobis ob oculos ponunt unam lineam cum hac, vel alio ſimili lemmate, *Pes Rhenanus*. Et interrogas. *An poſſimus huiuſmodi menſuras conſidere?*

Negativè reſpondeo: & addo ex ſolâ conſentiâ, quam authores habuerunt, dum libris uterentur impreſſis, magnam menſurarum varietatem, & confuſionem natam fuiſſe. In typo ſculpitur mẽſura exacta: hæc charta madidæ imprimitur: charta, cùm ſiccatur, contrahitur, & longitudinem exhibet minorẽ typo. Hanc circino curiosè ſumit alius Author; curat exactiſſimè ſculpi; imprimitur: &, quia charta, ut dicebamus, dum ſiccatur, contrahitur, iterum menſura imminuitur. Vnde contingit, ut omni humanâ diligentiâ adhibitâ, ſi per multos Authores una, & eadem menſura tranſeat, fiat denique fallax, & inutilis. Et, ut id aliquo exemplo dilucidem: quia quotidie novi libri eduntur de Architecturâ Militari; ſupponamus primò, chartam madidam contrahi ſui corporis ſexageſimâ parte; & ſiccam eſſe 59. quæ madida fuerat 60. ſupponamus ſecundò pedis menſuram ex ferreo autometro ad me per decem Authores, quorum unus habuit ex alio, proveniſſe. Duo ſunt Poſtulata, quæ rationabiliter concedi poſſunt: nam chartam per ſexageſimam partem imminui Snellius aſſerit, & cum diſtinctione, quam poſteà dabimus, admitti poteſt: & certiſſimum eſt, paucos, aut nullos Snellios reperiri, qui curias adeant, ut ferreum pedem explorent, & inde menſuras adſumant. Hac duplici hypotheſi præmiſsâ ſic diſcurro.

Logarith.		
0.00729.93.	A	
0.07299.3	B	
3.00000.00.	C	1000
2.92700.70.	D	$845\frac{1}{3}$

Differẽtia inter 59. & 60. eſt 729.93. ut in A. Hæc (*nunc*) per 10. multiplicatur, ſi præſcribatur, ut in B. &, ſi ſubducatur à C. qui numeri 1000. eſt logarithmus, relinquet D. cui reſpondent 845 = 3. Linea igitur, quæ priùs habebat 1000. particulas, poſt decem editiones non-niſi 845 = 3. habebit.

At, dices, adhibenda eſt cautio, quam, ut vidimus, adhibebat Snellius: qui menſuris in libris impreſſis repertis addebat ſexageſimam partem. Lego de Pede Veneto. *Eſt partium* 1101. *quibus, ſi ſexageſimam partem adjicias, efficientur partes* 1120. *pro Pede Veneto.* De Pede Pariſienſi, quem ex Buteone ſumpſerat, ſic inquit. *Eſt particularum* 1038. *Hic, ſi adjicias partem ſexageſimam, fiet part.* 1055.

Sed duo ſunt, quæ me morantur, cùm cautelam hanc lego. Vnde ſciam ego chartam per ſexageſimam, & non minorem, aut majorem partem fuiſſe contractam? Et, licèt con-

concedatur, non-niſi ſexageſimâ eam imminui, mihi non erit cautum abciſione ſexageſimæ partis, ſi ille Author, quo utor non ex Pede ipſo ferreo, qui aſſervatur in curiâ, ſed ex alio Authore, qui fortè etiam ab alio habuerat, hanc menſuram deſumpſit.

Num. CCCI.

His præmiſſis, ut Quæſtionem expediam, has Propoſitiones adſumo. Eſt

Prima. *Charta dilatatur, cùm madefit; & cùm exſiccatur, contrahitur.*

Secunda. *Hæc differentia in diverſis chartæ generibus eſt diverſa: major in eâ, quæ ſimilior bibulæ; minor in eâ, quæ ſolidior, & firmior.*

Tertia. *Eadem charta plus in latum, quàm in longum contrahitur.* Corollarium I. *Ergo nullus eſt in libris impreſſis Circulus, ſed omnes figuræ, quibus circuli repræſentantur, ſunt ellipticæ.* Corollarium II. *Ergo, ſi liber ſit in folio, aut in octavo, major diameter cadet ad perpendiculum: ſi autem ſit in quarto, ad libellam.* Si, quarum laminæ diameter habet 628. in chartâ diameter major habet 622. minor verò 618. folia ſecundum altitudinem contrahuntur particulâ centeſimâ-quintâ: & ſecundum latitudinem particulâ ſexageſimâ-tertiâ. Et, ſi hæc doctrina eſt vera, allucinatus fuit in ſuâ cautelâ Snellius, qui in chartâ inter altum, & latum non diſtinxit.

Quarta. *Menſuræ Pedum, quæ in libris impreſſis reperiuntur, omnes ſunt minores, quàm deberent.* Patet, quia charta illas à typo excepit, dum eſſet madida, & dilatata; eaſdemq; modò, quando eſt exſiccata, & contracta, nobis exhibet.

Quinta. *Imminutio hæc multiplicatur, quando menſura ex libro impreſſo ſumitur, & iterum in aliam editionem tranſit.* Patet, quia, cùm in libro impreſſo menſuræ ſint minores, quàm deberent; typi, qui illas exæquant, ſunt minores debito: poſteà figuræ impreſſæ ſunt minores typis, creſcit ergo imminutio; &, ſi plures editiones, & novi typi fiant, imminutio pluries multiplicabitur.

Concluſio. *Ergo, non habemus modum, quo in libro impreſſo menſuram aliquam poſſimus poſteris communicare.* Hæc propoſitam Quæſtionem dirimit, & Poſitionibus, quas præmiſi, fundatur. Nota tamen obviam iri poſſe huic infortunio, vel ex maiori parte, ſi uno tantùm chartæ genere utatur Author, & exploret accuratè priùs, quantum illa altum, & quantum in latum contrahatur, tantum maiores typos faciat, ut poſt contractionem menſuræ legitimam retineant quantitatem.

Num. CCCII.

Vt omnia hæc meliùs intelligere poſſis, producam Ioannem Hevelium, Nobilem Dantiſcanum, virum verè curioſum, qui omnæ Icones, quas æri inſculpſerat, chartæ preſſis non reſpondere videns, differentiam fuit accuratè dimenſus, & *Selenographiæ* 8. *pag.* 214. monet Lectorem his verbis. *Diametrum autem phaſium Lunæ delineandarum non majorem quatuor circiter digitis Rhinlandicis, aſſumere cogitabam, ne nimium laboris inde mihi crearetur, qui eo major fore, quo figurarum forma eſſet amplior, ut facile eſt conjectare: ſed deprehendens autem, in tam exiguâ formâ, omnia, & ſingula, depingi haud poſſe, ideòque ampliorem diametrum ad delineandas phaſes elegi, quæ ſe in proportione habet ad pedem Rhinlandicum Fortificatorium ſeu Romanum Antiquum, ut* 628. *ad* 1200. *ſive ad Pariſienſem Regium, ut* 628. *ad* 1266. *ad Gedanenſem, ut* 628. *ad* 1096$\frac{4}{5}$. Neq; eſt, *quod mireris, Benevole Lector, ſi, proportionem hanc examinaturus, omnes figuras, ſeu illarum diametros, paulò minores deprehenderis: ſuas enim, papyrum, cum ad imprimendum humectatur, ſe propter humiditatem, dilatare, poſtmodumq; quando ſicceſſit, ſeſe iterum conſtringere, & quidem nõ ſemper in proportione æquali, ſive quà longitudinem, ſive quà latitudinem, cum unius generis papyrus, majori dilatationi & compreſſioni ſit obnoxia, quàm alterius generis. Noſtra quidem papyrus, in quâ figuræ æneæ ſunt excuſæ, decem particulis in latum ratione pedis Rhinlandici, in longum verò, tantummodò ſex part. eſt conſtricta; quòd plerumque omnis generis papyro accidit, ut magis in latum, quàm longum coëat. Hinc igitur omnes figuræ, quæ in ipſis laminis æreis, exquiſitiſſimè ſunt rotundæ, ratione impreſſionis fiunt figuræ ovalis; ſecundum quam proportionem omnes res aliæ, quæ circulo comprehenduntur, figuram impetrant. Optandum equidem eſſet, aliter ſeſe res haberet; verùm cùm variatio iſta ſit per quam exigua, ac parùm obſervabilis, vix quicquam detrimenti affert. Cæterùm, ſi figuræ noſtræ alterâ ad hæc vice, à quopiam adum-*

brari æque incidi deberent, certè multum terrumperent; eò quòd ſimplex illud vitium antecedens, ex conſtrictione ortum, duplicatur: adeo, ut proportio macularum, & diametrorum prorſus perturbaretur, vitioſaque evaderetur: licèt enim extremus Lunæ Limbus ſatis rotundus duci poſſet, non ſequitur inde totum, & eo comprehenſa; in debitam formam reducta. Quæ propterèa refero, ne quis forſan putet in delineatione, ab obſervatore, erratum eſſe commiſſum, ſed, quod ſemper hoc vitium, ſi tamen ita appellari meretur, ex naturâ rei proficiſcatur.

Num. CCCIII.

EX Pedibus componuntur Vlnæ, & tamen aliter, & aliter in diverſis provinciis. Matthias Dogen laborem adhibuit, ut eas ad numeros communes reduceret: ex quibus conſtat, quod partium, quarum Pes Rhinlandicus habet 1000. habeat Vlna

Amſtelodamenſis	2196
Antuerpienſis	2210
Dantiſcana	1842
Erfordienſis	1326
Florentina	1846
Francofurtenſis ad Mænum	1760
Hamburgenſis	1842
Leidenſis	2187
Lubecenſis	1842
Londinenſis	2904
Magdeburgenſis	2105
Norinbergenſis	2205
Oudewaterana	2190
Pariſienſis (a)	3808
Polonica (b)	1900
Revalienſis	1768
Rigenſis	1768
Toletana (Vara)	2600
Vlyſſiponenſis (Varra)	2662

(a) Vlnam Pariſienſem, quam Dogenus jubet eſſe particularum 3808. colligit Caſimirus, ex his, quæ Merſennus adducit, eſſe particul. 3820.
(b) In Polonia, ut teſtatur Caſimirus, Vlna conſtat 2. pedibus. adeoque partic. 1900.

Num. CCCIV.

EX Pedibus quinq; conſtat Paſſus Geometricus, & ex Paſſibus 1000. deberet Milliare: at *Milliarii* nomine intelligimus menſuram variam, & in ſingulis provinciis diverſam. Omnia Milliaria ad Pedes reduxit Dogenus, ex quo lineas ſubſequentes ſcribo.

Milliare	Pedes	Paſſ.
Ægyptiacum	25000	5000
Anglicum	5455	1091
Burgundicum	18000	3600
Flandricum	20000	4000
Gallicum (Lieu)	15750	3150
Germ. parvum	20000	4000
Germ. mediocre	22500	4500
Germ. maximum	25000	5000
Hollandicum	24000	4800
Helveticum	26665	4333
Hiſpanicum (Legua)	21270	4254
Horarium iter	15000	3000
Italicum	5000	1000
Lithvanicum (Mila)	28500	5700
Moſchoviticum (warſta)	3750	750
Polonicum (Mila)	19850	3970
Perſicum (Paraſangua)	18750	3750
Scoticum	6000	1200
Suecicum	30000	6000

Cùm Pedes ſint inæquales, & in ſingulis provinciis diverſi, non potuerunt Milliaria ad unicam communem menſuram reduci, ſed ſemper cùm pedes, aut paſſus in Milliari numeramus, de illis loquimur, qui ſunt in illâ provinciâ communes.

Hinc patet non eſſe mirandum Coſmographos, qui in diverſis ſæculis, & regionibus de magnitudine Terræ ſcripſerunt, inter ſe per multa milliaria diſtare: nam tametſi idem dicerent, diverſis numeris exprimerent, prout *Milliarii* nomine intelligerent majorem, aut minorem menſuram. Et fortè, ſi adhiberetur labor, & examinaretur, quantæ fuerint menſuræ, quibus ſunt uſi ſinguli, inter illorum Reſolutiones non eſſet tam magna diſtantia.

OMnes hæ Menſuræ ad Lineam pertinent: ſed, & ſunt aliæ quadratæ, &, quæ ad Superficiem ſpectant. Illis Agrimenſores, quos vocant, utuntur, & ad Iugerum reduci videntur.

Erat autem Iugerum apud Romanos antiquos ager latus ped. 120. latus ped. 240. unde continebat in areâ pedes quadratos 2880. Apud Polonos, tametſi pes ſit quantus Romanus, eſt tamen Iugerum multò majus: nam illud, quod ab ipſis dicitur *Lan role*, & vocatur à Germanicis *Morgen*, & *Iaule*, & vocatur à Germanicis *Morgen*, & *Iauchart*, à Belgis *een bunderlands*, à Gallis *Arpent*, habet in latitud. funem 1. ſeu pedes 150.

in

in longit. verò funes 3. ped. 450. Ergo totum Iugerum complectitur pedes quadr. 67500.

Vnum Manſum, ſeu Modus unus agri, Polonicè *Włoka*, Germanicè *Hube*, & *Huſe*, eſt ager, cujus longitudo ſit pedum 4500. & latitudo 450. unde tota continet area pedes quadratos 2025000. Caſimirus Manſum 30. Iugera quadrata continere pronunciant. Prodit numerus, ſi cum Polonis Iugerum 67500. pedes quadratos habere dicatur.

ARTICVLVS III.

De Inſtrumentis, quibus ſi vellent uti Geometræ, exactius campos, montes, ſylvas, &c. metirentur, & expeditiùs integras Provincias delinearent.

OMnia Organa, quibus, aut Terras, aut Cœlos metimur, vel ſunt integri Circuli, vel notæ Circulorum partes (ut Sextantes, Quadrantes, Triętes, &c.) vel, ſi Quadrata ſint, etiam reducuntur ad Circulum, ſine quo nec eſſe, nec intelligi poſſent; quoniam lineis tangentibus ipſa formantur.

Num. CCCV.

PRimum Inſtrumentum, quo Geometra Practicus carere non debet, delineatur facillimè, & habet uſus in Matheſi præclaros. ΤΡΙΠΑΕΥΡΟΝ illud vocari volui, & in Laminâ IX. quæ eſt Geodæſicarum prima, depinxi: picturamque impræſentiarùm paucis verbis exponam.

Centro A. & radio AB. deſcribitur ſemicirculus BCD: quem in gradus (&, ſi Inſtrumenti magnitudo permittat, in minuta) divido. Regula AE eſt infixa Inſtrumento, & ſupra centro A, altera regula AF, deduci poteſt, & arcus BC angulum A, quem in concurſu hæ duæ regulæ faciunt, metitur. Hæ duæ regulæ in partes minutiſſimas dividuntur. Si illæ 1000. ſint, ſufficient. Additur tertia regula, in ſimiles partes diviſa: quæ habet quadrantem affixum, qui in gradus etiam debet eſſe diviſus. Hæc tertia cu[rſor] unitur regulæ fixæ AE: & curſor poteſt [ſe] mari vite, ubicumque volueris. Hæc [ter]regula, quia tendere obtuſos angulos [co]dum cogitur, per partes 2000. percurre[re] hìc obiter nota, ut omnis vitetur confu[ſio] lineam AE, *primam*; AE, quæ in eodem [ſi]A torquetur, *ſecundam*; & EF, quæ [in]diſtantias metitur, & angulum A ſubten[ſa] mihi eſſe *tertiam*. His ergo nominibus [in]per utamur.]

Num. CCCVI.

Ajo in hoc parvo inſtrumento totam Trigonometriam contineri: nec eſſe neceſſari[um] ſumere calamum, ut Triangulus aliquis [re]ſolvatur; nam omnia, & ſingula debet [ex]hibere hoc Tripleurum. Caſus poſſibiles, [de] agamus de datis, ſunt pauci.

I. *Dantur omnes anguli, & quæruntur lineæ.*

II. *Dantur omnes lineæ, & quæruntur anguli.*

III. *Dantur duo anguli, & una linea: & quæruntur cætera.*

IV. *Dantur duæ lineæ, & unus angulus: & cætera inveſtigantur.*

In primo caſu non potero habere determinatè linearum magnitudinem, ſed proportionem tantùm. Exprimo igitur primum angulum in A. Do primæ lineę longitudinem 600. ex. gr. & eò traho curſorem, & tertiam lineam. Do igitur ſecundum angulum in G. Ergo ſecunda, & tertia linea in debitâ magnitudine ſe ſecabunt in F. exprimentque longitudinem, quam haberent, ſi prima haberet 600. Quod, ſi prima plures, aut pauciores partes ſit habitura, tunc præſcribet hanc analogia, *Vt 600. ad numerum, quem recta habet prima linea, ſic numerus, quem in Tripleuro habet altera, ad illum, quem habet in re.*

Poſſe creſcere, & imminui lineas, quæ, varientur, aut alterentur anguli, Triangulus KLV. in Laminâ eâdem oſtendit; nam parallelæ QM, RN, SO, TP. triangulos numero & minores conſtituunt, qui tamen manent ſimiles, & in nullo angulo patiuntur augmentum, aut imminutionem.

In ſecundo caſu habebo angulos determinatè: nam poſito curſore in puncto, qui poſtulat primæ lineæ longitudo, ultimum ſecundæ, & tertiæ puncta concurrent in F. ubi de

habebo primum triangulum in A, ſecundum in E: tertiuſque erit complementum ad duos rectos: nam in omni triangulo omnes tres anguli, ſimul ſumpti, ſunt æquales duobus rectis.

Num. CCCVII.

Hinc patet, cùm dicitur in tertio caſu dari angulos, præmitti aliquid, ex quo colligatur poſſe omnes tres cognoſci. Ergo Geodætes, cùm vult hunc caſum reſolvere, cognoſcat tertium angulum priùs, ut cum majori claritate procedat. Poſteà angulum, qui adjacet lineæ notæ, exprimat in A. Linea nota ſit AE. Exprimat alterum angulum in G. & lineæ ſecundæ, & tertia ſe decuſſantes in F ſibi ipſis longitudines debitas præſcribent.

Tertius caſus dupliciter proponi poteſt: nam, vel angulus clauditur datis lineis, vel alteri adjacet.

Si claudatur: ponò angulum notum in A. Curſorem G. traho ad ultimum punctum lineæ AE: & tertiam lineam inclino, quouſq; tranſeat per F ultimum punctum ſecundæ. Ergo tertiæ lineæ longitudo erit EF: ſecundus angulus conſpicietur in E: & tertius erit complementum ad duos rectos.

Num. CCCVIII.

Si angulus non claudatur datis lineis, ſed adjaceat, illum colloco in A. eumdemque formo duabus lineis, AE notâ, & AY ignotâ. Profectò linea nota, cui adjacet, ſit AE. Curſus claudit longitudinem punctum E. Ergo ob angulum, quem formant in A. lineæ, & AE & AY, ſunt immobiles. Tertiæ lineæ longitudo ſcitur; ergo inclinetur in ſecundam, quouſque ſuo ultimo puncto F, illam attingat: & determinabit ſic longitudinem lineæ ſecundæ, quæ erit AF.

Ecce Trigonometria, quanta eſt, & omnes caſus difficiles, qui in illâ occurrunt, & ſigno numerorum, & tabularum apparatu explicantur, & deciduntur, hìc ſolvuntur lineis, ita, ut Veritatem videre oculis, & manibus palpare poſſimus.

IN Laminâ X. quæ Geodæſiæ eſt ſecunda, proponitur integer Circulus, & inſcribitur, *Organum Geodæticum Horizontale*. Fabrica eſt, qualem imago à nobis delineata præ ſe fert. Primò haſta, in quam inducitur, terræ infigitur, chordiſque, ſi fuerit, neceſſarium firmatur, ut in Laminâ IX. conſpicitur. Superponitur Circulus, & eouſque volvitur, quouſque acus magnetica in lineâ, quâ debet, quieſcat. Tunc motâ regulâ per dioptram objectum Geodætes obſervat, & in quam plagam, aut ventum illud vergat, interſpicit.

Num. CCCIX.

LEonhartus Zublerus Tigurinus in ſuo novo Inſtrumento Geometrico *pag.* 55. Organum, quod Philippus Albinus, Senator Francofortenſis, anno 1536. &, quod Nicolaus Stupanus, Philoſophiæ & Medicinæ Doctor, anno 1577. publicarunt, commendat, & ſuum publicat anno 1607: quod quidem eſt ſemicirculare, & illis ſimile, quæ nunc conformantur Auguſtæ, & ob compendium faciliora putantur. Illud in eâdem lam. IX. exhibeo, & *Semicirculum Gromaticum* vocari jubeo. Quo debeat modo elimari, non explico, nam curioſus Artifex plus figuram inſpiciendo intelliget, quàm, ſi multas paginas legat, aut longos diſcurſus auſcultet. Eodem ipſe Zublerus anno alium libellum publicavit, quem *Fabricam & Vſum Inſtrumenti Chorographici* inſcribi voluit, in quo ad Quadratam tabellam totam artem reducit. Omnia Inſtrumenta, ut dicebamus, in idem récidunt: &, quia omnes ex Circulo naſcuntur, ſingulis uti ſciet, qui uti didicerit Organo Circulari: & per omnia ad unam, & eamdem concluſionem, & reſolutionem venîtur, modò in uſu error non committatur.

Poſſumus eodem Inſtrumento amplitudinem horizontalem, & altitudines ſupra horizontem in azimuthis obſervare: poſſumus diverſis; nos in X. Lam. dictâ facilioris doctrinæ gratiâ duo poſuimus: Circulum integrum pro amplitudinibus, Quadrantem pro altitudinibus obſervandis.

Num. CCCX.

SEd, quia non caret ſuâ moleſtiâ ad libellam Horizontale Organum collocare, & aliquando citò ſunt obſervandæ diſtantiæ, inveni Manuale Inſtrumentum, quo angulos & lineas ſatis exactè obſervare poterimus. Erit ſimile illi, quod Tycho *Progymnaſm. cap.* 4. *pag.* 337. delineat; quod quandiu ſibi ſervavit, Geometra *Geodæticum Circinum* poterit nominare. Figuram exhibet Lamina XI. quæ inter Geodæticas eſt tertia.

Eſt hoc Organum ſimillimum Circino: habet enim duo crura CA, & BA, quæ concur-

runt in A, ubi in axe communi torquentur. Ad H & I. ſenſim aperiuntur per vitem, quæ

Grad. Angul.	Paſſus, vel Pedes.	Grad. Angul.	Paſſus, vel Pedes.
1	1.745	46	103.553
2	3.492	47	107.237
3	5.241	48	111.061
4	6.993	49	115.037
5	8.749	50	119.175
6	10.510	51	123.490
7	12.278	52	127.994
8	14.054	53	132.704
9	15.838	54	137.638
10	17.633	55	142.815
11	19.438	56	148.256
12	22.256	57	153.987
13	23.087	58	160.033
14	24.933	59	166.428
15	26.795	60	173.205
16	28.675	61	180.405
17	30.573	62	188.073
18	32.492	63	196.261
19	34.433	64	205.030
20	36.397	65	214.451
21	38.386	66	224.604
22	40.403	67	235.585
23	42.447	68	247.509
24	44.523	69	260.509
25	46.631	70	274.748
26	48.773	71	290.421
27	50.953	72	307.768
28	53.170	73	327.085
29	55.431	74	348.741
30	57.735	75	373.205
31	60.086	76	401.078
32	62.487	77	433.148
33	64.941	78	470.463
34	67.471	79	514.455
35	70.021	80	567.128
36	72.654	81	631.375
37	75.355	82	711.537
38	78.129	83	814.435
39	80.978	84	951.436
40	83.910	85	1143.005
41	86.929	86	1430.067
42	90.040	87	1908.114
43	93.252	88	2863.625
44	96.569	89	5728.996
45	100.000	90	Infinita.

à K, ſic elimari debet, ut coclea tendat oppoſitas partes, ut aperiantur quidem ra, non autem aut luxentur, aut trepid Hic Geodæticus Circinus habet in ex tatibus crurum pennacidia ED, inter q pi debent objectorum diſtantiæ. Habet cum FG. qui gradus 60. procurrit: & in centro ad A dioptram foramine tu rebratam, quæ tollit omnes difficulta quas ab inexſpectato incidit Tycho, u tur *loc. cit.* Poſteà Circini ſic formati arcu viditur in ſexaginta gradus: gradus ſingu 10. aut 100. partes (non in 60.) hæc e denaria diviſio ſemper conducit ad calc facilitatem. Gradibus integris præter n rum ſucceſſivum, & ordinarium, habent dum & paſſuum numeros, qui in Tabu præſenti leguntur.

Arcus in 60. gradus diſtinctè dividi, & ornari numeris poterit, etſi pedalis ſit verum obſervandi ſecuritas, & poſtulata præci poſtulat, ut Geodæta, qui velit Artem ſuam exercere cum laude, duo Inſtrumenta elimet pedale alterum, quo uti in obſervationibus queat, quæ minorem præciſionem requirant al terum triplo, vel quapruplo majorem, qu diſtantias obſervet, quando præciſio exqui ſita petatur.

ARTICVLVS IV.

De notitiis Speculativis, quæ requiruntur ante praxim.

Num. CCCXI.

RUSTRA à Geometris Practicis (Agrimenſoribus) nonnulla ſubtiliores requiri, qui, ut plurimum Matheſeos Speculativæ rudes, & quâdam tantùm generali notitiâ Principiorum tinguntur, quam ſufficere putant, ne ſenſibiliter errent in praxi. Paucis igitur prænotare hic debebo: omnia clara; obſcuriora enim Practicis non prodeſſe ſuppono. Incipiam igitur à Definitionibus: & Theoremata nonnulla ſubjiciam. Sit

I. *Geometria (ſumpto videlicet nomine in ge-*

neraliſ, & communi ſignificatione) eſt Ars menſurandi. Non dico eſſe Artem bene mensurandi, non enim ad male operandum danda, ſed Artes. Græcè deberet dici METPIKH: ſed uſus prævaluit, & nomen genericum, ſpecificum eſt ſpeciem, & nomen ſpecificum, genericum ſignificare. Porrò *Ars Metrica* (Facultas menſuratrix) vox eſt abſtractiſſima, & universaliſſima in ſuo genere, & tamen non accipitur abſtractiſſimè, & universaliſſimè pro genere, ſed determinatiſſimè pro Arte, quæ Syllabarum quantitates metitur: nec eſt hodie in Europâ, qui *Metricæ* nomine aliud intelligat. Cæterùm *Geometria*, cujus ſignificatio eſt determinata, & ad terram contracta, accipitur tamen generaliſſimè, & universaliſſimè, & ſignificat Artem menſurandi, ut ſic præſcindendo à quâcumque re, in particulari menſuranda. Quem vocis abuſum, ut *in Geom. num.* 4. notavi, *in Epinomide* reprehendit. Plato, & tam exacerbatus, ut vocem *Geometria* ONOMA TE AOION, *ridiculum nomen* appellet. Sanè Geometria, Generalis, ſi uſus permitteret, deberet nominari METPIKH. Sed, quis vulgo inſipientius dicet? Apud Belgas habet opportunum vocabulum, nam vocatur MEETKONST, *Ars menſurandi*.

II. *Geometria (ſumpto nimirùm nomine in ſignificatione ſpeciali, & contractâ) eſt Ars menſurandi terram.* Applaudet nobis Plato, quod vocem veræ ſignificationi reſtituimus, & ridiculè loqui non volumus. Dicitur etiam *Geodæſia*, quod terram diſtinguendo dividat. Etiam *Gromatica*, quod in agris menſurandis utatur machinula, quæ *Groma* dicitur. Habet appoſitiſſimum nomen apud Belgas, dicitur enim, *De land meetkonſt*, ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ, *Ars menſurandi terram*. Vnde *Landtmeten*, ΓΕΩΜΕΤΡΕΙΝ, *menſurare terram*: & *Landmeter*, ΓΕΩΜΕΤΡΗC, *qui terram menſurat*.

Hic igitur *Landmeter*, Geometra, *Terram menſurans*: ſequentia meditetur Theoremata.

Num. CCCXII. *Lamin.* II.

III. *Punctum eſt initium Quantitatis, quod nullas partes continet.* Sic loqui placuit, ne in quæſtionem inducerer, quę inquirit, An Vnitas poſſit vocari *Numerus*, aut Punctũ *Quantitas*? in quâ non conveniunt Authores, & poteris dicere alterutrum. Reſpice literam A.

IV. *Linea eſt fluxus puncti.* Sanè, ſi punctum B tranſire jubeatur ex B ad C, motu ſuo conſtituet lineam BC. ALITER. *Linea eſt Quantitas in longum protenſa, nullam latitudinem habens.*

V. *Superficies eſt fluxus lineæ in latus.* [Et quidem, ſi linea B C moveri jubeatur in latus, verſus D. motu ſuo deſcribet Superficiem BCED. cujus extenſio major (nempe, BC) *longitudo*: minor (BD) *latitudo* vocatur. ALITER. *Superficies eſt Quantitas in longum, & in latum protenſa, nullam profunditatem habens.*

VI. *Corpus Mathematicum eſt fluxus Superficiei.* Et hinc patet, nos non agere de corpore Phyſico, quod Philoſophi alio modo deſcribunt: & hîc obiter noto, Authores agentes de compoſitione Continui, ideò implicari, quòd ſæpè corpus Phyſicum cum Mathematico confundant, & argumentis Mathematicis in re Phyſicâ utantur. Sed de hoc uberiùs *in Geometr. Specul. libr.* 2.] Porrò, ſi ſuperficiem BCED. extendi ad libellam conſideres, & poſteà labi in profundum jubeas, B cadet in G. (C in I) D in F (& E in H) & ſuo illa Superficies lapſu Solidũ (ſeu Cubũ) ſeu Corpus Mathematicum BDFC exactè, & perfectè deſcribet. ALITER. *Corpus eſt Quantitas protenſa in longum, latum, & profundum.* ALITER. *Corpus eſt Quantitas habens longitudinem, latitudinem, & profunditatem*, ut M. Inter Superficies nulla perfectior Circulo, & inter Corpora nullum nobilius Globo.

VII. *Circulus eſt figura, unicâ lineâ comprehenſâ, cujus omnes lineæ à centro ad circumferentiam ductæ ſunt æquales*, ut KLMN. nam à centro V. nempe VK, VL, VM, VN. & omnes, quæ ad circumferentiam trahuntur lineæ, ſunt æquales.

VIII. *Globus eſt Corpus, unicâ ſuperficie comprehenſum, cujus omnes lineæ à centro ad ſuperficiem ductæ ſunt æquales*, ut conſpicis in P. Eſt enim in illo globo punctum P. quod centrum dicitur, à quo univerſæ lineæ, quæ in ſuperficiem veniunt, ſunt æquales.

Multæ ſunt linearum claſſes, ſeu ſpecies: illas jam expoſuimus proprio loco: multa, quæ in Speculativâ ſubtiliter edifſeruntur, ignorare poterunt practici, quibus ſufficit ſcire linearum alias eſſe Rectas, & alias Curvas, ſeu Circulares.

IX. *Linea recta eſt inter duo puncta breviſſima.*

ſima. Non poteſt aliter clariùs explicari. Exemplum ob oculos ponit BC. quoniam linea, quæ à B in C ducitur, ſi trahatur per Q. erit longior, & non poterit eſſe brevior, quàm ſi trahatur per O.

X. *Linea ſphærica eſt Circuli pars.* nam ulteriùs protenſa in ſe redibit, & Circulum deſcribet integrum: ut linea RS. quæ ſupra centrum T. formatur, &, ſi protraheretur in ſe rediret.

XI. *Parallelæ ſunt lineæ æquidiſtantes*. Ergo in eâdem Superficie duci debent. Ergo in infinitum ductæ nunquam concurrent. Tales ſunt V X & Y Z. Et nota hìc obiter, *æquidiſtare* pertinere ad Parallelarum eſſentiam: *non concurrere*, eſſe proprietatem in ſecundo modo, nam competit omni, ſed non ſoli: ſunt enim etiam aliæ lineæ, quæ ad ſe ſemper accedunt, & in infinitum ductæ non concurrunt.

XII. *Angulus eſt duarum linearum concurſus*, ut videre eſt in lineis *ab*, & *cb*, quæ concurrunt in *b*.

XIII. *Angulus Acutus eſt, qui minor Recto*, ut KV*d*. NV*d*. *&c.*

XIV. *Angulus Obtuſus eſt, qui major Recto*, LV*d*, MV*d*, &c. Tam Acutus, quàm Obtuſus *Obliquus*, hoc eſt, *Non-rectus* nominatur.

XV. *Figura plana eſt area, quæ lineis clauditur: & ab angulorum numero denominatur*. Vnde *Triangulus* dicitur figura trium linearum. *Quadrangulus*, figura quatuor linearum, *Quinquangulus*, figura quinque linearum, &c. quot enim lineæ, tot etiam in figurâ ſunt anguli. *Denominantur etiam Trianguli ab angulorum qualitate.* Nam *Rectãgulus* dicitur, qui habet unum angulum rectum: *Obtuſangulus*, qui habet unum obtuſum: & *Acutangulus*, cujus omnes anguli acuti ſunt. Tam Acutangulus, quàm Obtuſangulus ſolet appellari *Obliquangulus*. Aliæ denominationes, quæ ab angulis ſumptæ, minus neceſſariæ videntur. *Etiam à cruribus, ſeu lateribus denominantur.* Vocatur enim ΙCΟΠΛΕΥΡΟC cujus omnes lineæ, & anguli ſunt æquales: & hic ſolet dici *Perfectus*. ΙCΟCΚΗΑΗC habet duo latera æqualia, & duos angulos. CΚΑΛΗΝΟC habet omnes angulos, & latera inæqualia. Omnium horum Triangulorum differentias exprimit undecima Lamina.

Etiam ſunt multa Quadrangulorum genera. *Quadratum* dicitur, cujus omnes lineæ & anguli ſunt æquales. *Parallelogrammum*, cujus bina latera ſunt parallela, & diviſibile in Rectangulum, & Obliquangulum. *Trapezium* dicitur, cujus anguli, & latera ſunt inæqualia.

Omnes Figuræ Polygoniæ componuntur ex Triangulis, & Triangulos reſolvi poſſunt. Sic Quadratum *y z w æ* componitur Triangulis *yzw*, & *zwæ*: & Pentagonus *naopb*: Triangulis *noa*, *nopn*, *npb*: & Hexagonum *qrtxus*. Triangulis *rsq*, *rst*, *stu*, *utx*.

XVI. *Perpendiculum dicitur linea ab angulo in latus oppoſitum ad normam cadens*: Talis in Rectangulo eſt *ef*: in Æquiangulo eſt *gh*: in Iſoſcele eſt *ik*, & in Scaleno *lm*: talis etiam in Parallelogrammo obliquangulo eſt *op*.

Et hìc obiter præſciri oportet, in quocumque Triangulo rectilineo omnes tres angulos ſimul, æquales eſſe duobus rectis, adeoque grad. 180. complecti. Hinc patet primò, in omni Triangulo datis duobus angulis tertium ignorari non poſſe. Hinc ſecundò, in Rectangulo duos *acutos* ſimul ſumptos æquales eſſe uni recto, ſeu grad. 90. unde, ſi alter noſcatur, alter etiam noſcetur: nam, ſi alter eſſe grad. 25. aſſeratur, dicam; [Auferentem 25. ex 90. manent 75. ergo alter angulus acutus tantus eſt.] Hinc terziò, in Iſoſcele, cognito angulo baſi oppoſito, alios duos neceſſariò innoteſci: nam, ſi ille grad. 30. continere dicatur, ſic procedam. [Angulus oppoſitus baſi continet grad. 30. ergo anguli duo, qui apud baſim ſimul ſumpti grad. 150. ablatis enim 30. ex 180. remanent 150. At hi ſunt æquales inter ſe, ergo ſinguli habent grad. 75. quoniam, qui 150. in duas æquales partes dividat, 75. & 75. obtinebit.]

Siqua ſupponi potiùs hìc à nobis videat, quàm demonſtrari, ſcias nos in hoc ſyngrammate nolle omnia, quæ in Geometriâ Speculativâ demonſtravimus, iterum dilucidare; ſed inde aſſumere, quæ Praxi ſufficiunt, & Circinum, & Lineale concernunt.

XVII. *Triangulus Sphæricus eſt, qui in Globi ſuperficie formatur: qui componitur arcubus*. Et hic etiam ab angulis, vel *Rectangulus*, vel *Obliquangulus*, vel *Acutangulus*, vel *Obtuſangulus* denominatur.

XVIII. *Circulus maximus vocatur, qui Globum dividit in duas partes æquales*. Talis eſt in Sphærâ, Æquinoctialis, Ecliptícus, Horizon, Meridianus, Coluri, &c.

XIX. *Circuli minores dicuntur, qui Globum dividunt in duas partes æquales*. Tales ſunt in Sphærâ, Paralleli, Tropici, Circulus Arcticus, & Antarcticus, Almicantharati, &c. In Trigonometræ circulis maximis, aut eorum partibus Triangulos ſuos conformant: datur caſus in Praxi, qui nos cogat ad Circulos minores recurrere.

Hæc ex Geometriâ Speculativâ prælibaſſe ſufficiat: qui uberiorem doctrinam, quâ ego non indigeo, deſideret, conſulat noſtram Geometriam, in quâ omnia methodo accuratâ tractantur.

ARTICVLVS V.

De Definitionibus, & Propoſitionibus Practicis.

Num. CCCXIII. *Lamin.* 9.



Portet, ut Geometra Practicus à Puncto indiviſibili incipiat, & illo ſuas Lineas componat, Lineis Superficies, & Superficiebus Cubos.

Pũctum eſt aliquod corpus, longum, latum, profundum, quod tametſi mentaliter, aut etiam realiter dividi poſſit, ſit tamen in hominum prudentum judicio tam contemptibilis extenſionis, ut adhiberi prudenter poſſit, ac, ſi eſſet prorſus indiviſibile. Et hoc vocatur *Punctum Practicum*.

Sed quantum eſſe poterit illud? In Geodæſiâ ſolemus unum, aut alterum pedem negligere. Snellius *in Eraſtothene Batavo libr. 2. cap. 7.* ſic ait. *Differentia inter hujus, & quinti Problematis numeros, duntaxat ſeſquipedis, quod, vel optare improbum videbatur. Atque adeo, cùm utriuſq; operis eventus eumdem numerum nobis additat, de iſtorum locorum diſtantia ampliùs dubitare fas non eſt.* Ergo Snellio teſte coïncidunt numeri, qui differunt per unum, aut alterum pedem: unde Sigefridus Hirſchius *in Ferdinandeâ Amuſſi propoſ.* 50. *pag.* 69. ut commendet Regulam, quam deberat, ait, *Vides quanti pretii, quàm accurata ſit, hæc Regula, & quàm propinquè ad Tabularum fidem ſine Tabularum faſtidiis accedat. Nuſquam certè uſque ad Polygonum* XXXVI. *laterum ultra ſemipaſſum abeunt, quod ſi ſpatium in architectandis munitionibus cõtemptiſſimæ exilitatis*. Ecce pedes duos, & dimidium Vir doctus pro indiviſibili in Militari Architecturâ adſumit: nos ergo nullo modo carperet, ſi unicum adſumeremus. Cæterùm, quia in Architecturâ Civili unicus pes non poteſt negligi; multa enim fiunt, quorum ad paucos pedes ſe extendit longitudo, *Punctum indiviſibile Practicum* Granum eſſe dicamus: nam, infra Granum menſuram minorem non cognoſcimus: & ideò Granum in minores partes non dividitur. Converte igitur oculos ad Laminam IX. & conſidera Definitiones ſubſequentes.

Num. CCCXIV.

I. *Punctum Practicum eſt corpuſculum Granum exæquans*. Tale eſt Cubus I. qui nunquam in Praxi dividitur. Et hujuſmodi Indiviſibile. *Punctum ſolidum* vocari poteſt.

II. *Linea Practica eſt, quæ ex ſolidis Punctis componitur*. Et talis eſt K L. quam corpuſculorum ordo ſucceſſivus conſtituit.

III. *Superficies Practica eſt, quã Lineæ ſolidæ adhærentes componunt*. Et talis eſt MNOPM. quæ eſt longa, & lata 10. punctis, profunda verò unico puncto. [Certè, ſi non curetur profunditas, Linea Practica erit, ut C D: & Superficies Practica erit, ut EFGH.]

IV. *Solidum Practicum eſt, quod componitur ex Superficiebus*. Et tale eſt SQRT. quod decem Superficies, quarum ſingulæ ſunt, ut MNOPM. conſtituunt.

Ecce in Speculativis Continuum componitur ex partibus ſemper dividuis, ut opinatur Ariſtoteles: & in Practicis componitur indiviſibilibus, ut priores cum Zenone Phyſici opinabantur: qui rident Ariſtotelem, argumenta contra ſe à Matheſi ſumentem, ipſi enim Continuum Phyſicum componunt ex punctis indiviſibilibus phyſicè, quorum ſingula ſint vera, & realia corpuſcula, quæ mathematicè in infinitum dividantur. Sed de hoc accuratè *Geometriæ Speculativæ libr.* 2. diſputavimus.

ARTICVLVS VI.

De Praxi Geometricâ.

CAmpus, qui menſurãdus eſt, (magnus, aut parvus ſit) erit, aut Sphœricus, aut Ellipticus, aut Rectilineus: & nunc, vel Triangularis, vel Quadrangularis, vel Polygonius: de ſingulis breviter diſſeramus.

De Campo Circulari.

Num. CCCXV. *Lamin.* 10.

SI verè circularis ſit, (ſed hoc rarò contingit) cognitâ diametro cognoſcitur circumferentiâ, & contrà: illa enim ad hanc ſe habet, ut 7. ad 22. (non enim in Geodæſiâ majori præciſione indigemus.) Ergo, ſi campus ſit, qualem Figura I. præ ſe fert, circumferentiam BCDEB multiplica per ſemiſſem radii A B: vel etiam, ſi malueris, ſemiſſem circumferentiæ per totum radium AB. & habebis areæ capacitatem circulo incluſæ. Doctrinam hanc exemplo aliquo dilucidemus.

In campo BCDEB. menſus ſum circumferentiam, & reperi perticas 88. infero diametrum eſſe perticarum 28. [nam, ſicut ſe habent 22. ad 7. ita 88. ad 28.] Si diameter eſt 28. radius erit 14. & ſemiradius 7. multiplico igitur 88. per 7. & invenio 616. perticas. *Vel aliter*, ſemiſſem circumferentiæ, nempe 44. duco in totum radium, qui eſt 14. & invenio iterum perticas 616. Cùm autẽ ſingulæ contineant centum pedes in ſuperficie, ut conſtat ex perticâ quadratâ EFGH, quam exhibet Lam. 9. ad lit. EF. ſexcentæ, & ſedecim perticæ, 61.600. pedes quadratos continebunt.

88	44
7	14
616	176
	44
	616

De Campo Elliptico.

Num. CCCXVI. *Lam.* 10.

OValis ad illum reducitur, & duas diametros inæquales habet, ut patet Figurâ II. in quâ radius major eſt GI. & minor GF. Multis modis aream ovali peripheriâ contentam metiri poſſes; at te facilimum docere volo. Sume inter utrumque radium medium proportionale, & hic erit radius Circuli illi Ovali, aut Ellipſi æqualis. Sed quomodo habebitur medium proportionale? dicam. Duc alterum radium in alterum, ex reſultante numero extrahe radicem quadratam, & habebis radium, quem quæris. Pono exemplum. Sit FG. 4. & GI. 9. duco 4. in 9. & habeo 36. cujus radix quadrata eſt 6. Dico igitur radium 6. dare Circulum Ellipſi æqualem.

Scholium.

Num. CCCXVII.

DIximus in Circulo, (Ellipſin ad illum reduximus) ſi diameter ſit 28. futuram peripheriam 88. & aream 616. Biſecemus hos numeros; eruntque 14. & 44. & 308. Biſecemus iterum, eruntque 7. & 22. & 154. Hæc erit diametri, circumferentiæ, & areæ proportio. Ergo tametſi uti 28. 88. 616. aut 14. 44. 308. aut etiam 7. 22. 154. perinde ſit, ſumamus minimos, majoris facilitatis gratiâ, & illis logarithmos cooptemus.

Numeri.		Logar.	Differentiæ
Diameter	7	0.84510	
Circumf.	22	1.34242	A 0.49732
Area	154	2.18752	B 0.84510

Ergo, ſi habeas unum ex his tribus; (videlicet, diametrum, circumferentiam, aut aream) alia duo per logarithmos conſequêris.

Primò datur radius campi circularis perticarum $10\frac{1}{2}$: ergo diameter erit pert. 21. cui reſpondet Logarithmus 1.32222. Tunc ſi

Logarithmus Diametri	1.32222	21
Addo ipſum A	0.49732	
Ergo logarith. Circumf.	1.81954	66
Addo huic ipſum B	0.84510	
Ergo logarith. Areæ	2.66464	462

Eſt

Ergitur diameter perticarum 21. circumferentia 66. & area 462. his enim numeris logarithmi reſpondent.

Vel iterum. Datur peripheria, & quæritur diameter, & area.

Logorithmus circumf.	1.81954	66
Aufero ipſum A	0.49732	
Ergo logarith. Diametri	1.32222	21
Logarithmus circumf.	1.81954	66
Addo ipſum B	0.84510	
Ergo logarith. areæ	2.66464	462

Diameter eſt minor circumferentiâ, & hæc minor areâ: cùm quæritur numerus minor, differentia adimitur; cùm major, additur.

Vel tandem datur area, & quæritur circumferentia, & diameter.

Logarithmus areæ	2.66464	462
Aufero ipſum B	0.84510	
Ergo logarith. circumf.	1.81954	66
Aufero ab hoc ipſum A	0.49732	
Ergo logarith. diametri	1.32222	21

Ergo uno ex his tribus cognito, ſummâ facilitate ad aliorum duorum cognitionem venimus. Et hæc de figuris curvilineis breviter dixiſſe ſufficiat; ad rectilineas tranſeamus.

De Triangulo.

Lam. 10.

IN omni trium linearum figurâ duo ſunt à Geodætâ conſideranda: baſis, & perpendiculum. Ergo, ſi Arithmeticâ utatur, Regulam hanc obſervet.

Baſis per ſemiperpendiculum: aut ſemibaſis per totum perpendiculum multiplicata, dabit aream quæſitam.

Si utatur Logarithmica, hanc Regulam obſervare debebit.

Summa logarithmorum baſis, & ſemiperpendiculi: aut ſumma logarithmorum ſemibaſis & totius perpendiculi, eſt logarithmus areæ.

Intelligat bene, & mente retineat hanc doctrinam Geodæta, & inveniet in praxi nullam difficultatem.

De Triangulo Rectangulo.

Num. CCCXVII. *Lamin.* 10.

PErpendiculum ex angulo acuto demiſſum coincidit cum latere. Ergo alterum latus in ſemiſſem alterius duc, & habebis aream, quam quæris. *Verbi gratiâ.* Sit in Figurâ III. latus HL perticarum 124. & latus HO 150. Ergo, vel duc 124. in 75: vel 62. in 150. & habebis ſuperficiem quæſitam.

124	150	124
75	62	150
620	300	000
868	900	620
9300	9300	124
		18600

Poteris, ſi volueris, ducere unum latus in alterum, (nempe, 124. in 150.) & reſultabit numerus 18,600. qui biſectus erit 9,300. ut anteà: ſed, quia facilius eſt minores numeros multiplicare, ſemper perpendicula in duas partes æquales dividemus.

Omnia hæc per logarithmos faciliùs, & breviùs expediuntur. Conſidera ſequentes numeros.

124	2.09342
75	1.87506
9300	3.96848

vel aliter.

150	2.17609
62	1.79239
9300	3.96848

Alterutro modo procedas, ad numerum 9300. pervenies.

De Campo Triangulo Acutangulo.

Num. CCCXVIII. *Lamin.* 10.

QVarta Figura ob oculos ponit Triangulum tribus angulis acutis conſtitutum. Ergo, ſi menſurandus ſit campus quartæ huic Figuræ ſimilis, Geodæta menſuret unum latus; (puta XY.) & poſito bacillo in angulo oppoſito (puta in T) per lineam XY diſcurrat, quouſque linea veniens à T lineam XY, ad angulos rectos interſecet: (& hoc erit in V.) metiatur igitur lineam VT. quam vocet perpendiculum, & juxta doctrinam generalem procedat: nempe, aut multiplicando totam lineam XY per ſemiſ-

ſem

ſem lineæ VT: aut ſemiſſem lineæ XY. per totam VT.

De Campo Triangulo Obtuſangulo.

✠Num. CCCXIX. *Lamin.* 10.

ILlum poterit eodem modo expedire: nam in Figur. V. ſi unum baculum infigas in S. Et lineam MR menſus fueris, poteris ex M in R procedere, quouſque radius viſibilis veniens ab S. in lineam MR ad rectos angulos incidat, (ſit in Q.) tunc lineam MR voca baſin; lineam verò QS perpendiculum: & poſteà, vel totam baſin per ſemiſſem perpendiculi, vel totum perpendiculum per ſemiſſem baſis multiplicando, ad quæſitæ areæ cognitionem pervenies.

Si facilitatem amas, ſit tibi baſis latus maximum angulo obtuſo oppoſitum. Si autem volueris uti alio latere, perpendiculum cadet extra baſin, quod rarò non carebit moleſtiis. Vis, ut baſis ſit latus RS. ergo illam lineam produc, & infixo baculo in M. angulo oppoſito perge per lineam SH, quouſque ad punctum venias, in quo linea ab M veniens lineam SH normaliter dividat, (nempè, in K.) Tunc perpendiculum KM menſura, & ejus ſemiſſem duc in totam baſin SR (nota bene, in SR dico; non in KR) aut totum perpendiculum MK in ſemiſſem baſis S R: & habebis quantitatem areæ, quam quæris.

In eaſdem incides difficultates, ſi lateri MS juſſeris eſſe baſi: tunc enim perpendiculum iterum cadet extra campum, (nempe, ab R in O:) & aream invenies, aut multiplicando totam lineam MS. per ſemiſſem lineæ RO: aut ſemiſſem lineæ MS. per totam lineam RO.

De Campo Quadrangulo.

✠Num. CCCXX. *Lam.* 10.

SI normalis ſit, & omnes angulos rectos habeat, facili negotio expedietur: nam in Figur. VI. ſi totam lineam NP. multiplices per totam PO. habebis ſuperficiem, quam quæris. Verbi gratiâ. Eſt atrium 84. pedibus longum, latum 56. eſt ſternendum lapidibus quadratis pede magnis, (*Loſas* Hiſpanus nominat) & inquiris, quot lapides (*loſas*) habere debeas?

84	84 Log.	1.92428.
56	56 Log.	1.74819.
504	Summ.	3.67247.
420	Reſpondent	4704.
4704		

Per Arithmeticam multiplico 84. per 56. habeo 4, 704. & ajo tot pedes quadratos illo atrio comprehendi: & hanc ob rem totidem lapidibus (loſis) pedalibus ſterni poſſe.

Et per Logarithmicam multò me facilius expedio. Iungo logarithmos numerorum 84. & 56. & ſummæ numerus 4,704. ut ſuprà, reſpondebit.

✠Num. CCCXXI.

Si non ſit normale, ſed parallelogrammum, (hoc eſt, ſi latera oppoſita ſint parallela, non tamen angulos rectos conſtituant, ut in ſeptimâ Figurâ conſpicitur) non debet latus duci in latus, (& *in hoc vidi interdum* à Geodætis errores, *aut ex malitiâ, aut ex ignorantiâ committi*) *ſed latus in* perpendiculum. Ergo ab angulo C in lineam ZB duc perpendiculum CA, quod lineam ZB normaliter dividat in A. & tunc lineam ZB multiplica per perpendiculum CA. & magnitudinem ſuperficiei incluſæ illis lineis parallelis invenies.

Si lineæ oppoſitæ parallelæ non ſint, tunc Trapezium (ſic enim vocatur hæc Figura) debebit lineâ DB. in duos triangulos dividi. & poſteà ſinguli ex doctrinâ ſuperiùs tradita poterunt menſurari.

De Campo Polygonio.

✠Num. CCCXXII. *Lam.* 9.

PLerique omnes campi ſunt polygonii, & quia facilè in triangulos diſſolvuntur, facili negotio menſurantur. Si enim Geodæta Figuram, quæ in Lam. IX. *Ager irregularis* dicitur, jubeatur menſurare, ſic procedet. Ab angulo F (aut quocumque alio: ſed non inde incipere volumus) ad omnes angulos lineas promittet, (videlicet FH, FA, FB, FC, FD.) & habebit multos triangulos. Poſtea ducet perpendicula (FO, DN, CL, AK, HG, GM.) Deinde menſurabit perpendicula, & lineas, in quæ cadunt perpendicula; & angulas lineas per ſemiſſem ſui perpendiculi aut

(aut ſemiſſem ſingularum linearum per totum ſuum perpendiculum) multiplicabit; numeros ex multiplicatione reſultantes in unam rediget, & hæc erit area, quam quærit.

De Sinuoſis lateribus.

Lam. 9.

Sæpe contingit latera, non duci ad lineam rectam, ſed undosè procedere, ut in eâdem Figurâ latus BC: & tunc Geodæta indiget prudentiâ, ut lineam rectam ſumat, quam ſiquid alicubi auferat, tantundem addat alibi, & ſic ablationem additione compenſet. Hoc facimus, ubi ſpiræ ſunt parvæ; quoniam, ſi magnæ ſunt, debent ad circuli portionem redigi, & ſingulatim menſurari.

De modo menſurandi.

✠Num. CCCXXIII. *Lam.* 9.

Si ſingulas lineas metiamur, non indigebimus in Triangulis angulorum notitiâ: ſed ſi nos juvant, ut ad linearum cognitionem veniamus, ſæpe enim campus tam magnus eſt, ut ſingulas lineas non poſſis funiculo metiri, etſi velis. Ergo tunc angulos metire, & hoc modo procede.

In Figurâ eâdem (nempe, quæ *Ager irregularis* inſcribitur) ſi repræſentet integrum territorium, quod ad aliquot ſe milliaria extendat, cùm intermedias lineas, nec catena, nec funiculo metiri poſſis, exteriores menſurandas aſſume.

Sit tibi exempli gratiâ linea meridiana AF: nempe Auſter in A, Boreas in F. Tunc ſume angulos, quos conſpicere poſſis ab A: nempe, HAB, ABC, BCD, CDE, DEF, EFG, FHA. Conſultò dixi, *quos conſpicere poſſis*. nam, ſi unum, aut alterum videre nequeas, non ideò turbari debebis; quoniam aliis menſuris juvaberis. Deinde à puncto F angulos GFH, HFA, AFB, BFC, CFD, DFE. & hæc prodet. Obſervatio, ut priorem fuiſſe benè factam ostendas. Et, ſi non ſolum angulum, ſed inclinationem reſpectu lineæ Meridianę obſerveris, & curioſiùs, & ſecuriùs procedes. Tandem, aut catena, aut funiculo lineas externas menſurabis: videlicet, AB, BC, CD, DE, EF, FG, GH, HA. Vna quidem ſufficeret: ſed menſurando omnes conſulitur ſecuritati.

✠Num. CCCXXIV.

His peractis te in domum confer, & in mēſâ planâ, & lęvi duc lineam AF, quę repręſentet meridianâ: & à centro F, conſervando angulos obſervatos, duc lineas indefinitas, FH, FG. & iterum FB, FC, FD, FE. quas *indefinitas* dixi, quia non habent longitudinem determinatam, ſed debent produci in finem menſæ. Tunc utens *Parvo-pede*, nota longitudinem primæ lineæ, nempe à te obſervatam, quæ erit ab F in G. In G igitur, ſume angulum FGH. & duc lineam GH; quæ erit, quantam obſervaſti, & ſcindet lineam EF in H. Et in H, ſume angulum GHA, & duc lineam HA, quæ erit, quantam obſervaſti, & ſcindet lineam FA in A. Centro A, ſume angulum HAB, & duc lineam AB, quæ erit, quantam obſervaſti, & lineam FB ſcindet in B. Poſito circino in B, ſume angulum ABC, & duc lineam BC, quæ erit, quantam obſervaſti, & ſcindet lineam FC in C. Tranſiens ad C, ſumes angulum BCD; & duces lineam CD; quæ erit, quantam obſervaſti, & ſcindet lineam FD in D. Et tandem in D, ſumes angulum CDE; & duces lineam DE, quæ erit, quantam obſervaſti, & ſcindet lineam FE in E. Poſtremò circino conſtituto in F, ſi bene operatus es, habebis angulum GFE, & lineas obſervationi correſpondentes.

✠Num. CCCXXV.

Iuſſi omnes lineas exteriores menſurari, ſed habitis angulis exactè ſufficeret menſurari primam (nempe FG.) ſed, quia magnetica acus non eſt tam vivida, neque Geodætarum inſtrumenta tam magna, ut de 4. vel 6. minutis judicare poſſimus, debent lineæ iuvare angulos, ut ſecuriùs reſolutio procedat.

Ductis omnibus his lineis in mensâ, ſumo normam, & perpendicula in ſuas lineas demitto. Et habeo totum illum campum, aut territorium in formâ minori (analogâ tamen, & proportionali) depictum.

His ritè factis, ſumo circinum, ΜΙΚΡΟΠΟΔΑ, (*parvum-pedem*) & ſingulas lineas, & perpendicula dimetior, & inſtituto computu, & lineis per ſemiſſes ſuorum perpendiculorum multiplicatis, ad cognitionem ſingulorum Triangulorum devenio: qui ad ſummam redacti, dabunt aream, quam quærimus. [Vocavi *Parvum-pedem* lineale metallicum in grana diviſum: &, quia in delineatione granum pro pede ſumitur, illud *Parvus pes appellatur*.]

De Murorum, & Fossarum Mensurâ.

Num. CCCXXVI.

IMpendis Phidiam, &, quia murum ille marmoreum erexit altum 25. ped. crassum 3. & longum 160. & ad rationes opere absoluto venitur, pactum postulo, ut quid Phidiæ debeatur, definiam. Ex pacto debetur argenteus, & quadrans pro pede. Inveniam ergo solidorum, qui sunt in muro, pedum numerum, & quadrante addito numerum argenteorum inveniam.

Altitudo	25	*ducta*
in crassit.	3	
dat	75	*qui ducti*
in longitud.	160	
facto	00	
debito	450	
computu	75	
dant molem	12000.	*Est*
Quadrans	3000.	*Ergo*
Summa	15000.	*pretium.*

Habet igitur prædictus murus in mole suâ, 12,000. pedes solidos, pro quibus debentur Artifici 15,000. argentei.

Si placeat per Logarithmos discurrere, Logarithmos crassitudinis, altitudinis, & longitudinis conjunge, & habebis solidum: adde logarithmum exhibens unius pedis pretium, & scies, quantum Phidiæ debeatur.

Crassitudo	3	*Log.*	0.47712.A
Altitudo	25	*Log.*	1.39794.B
Longitudo	160	*Log.*	2.20412.C
Moles	12,000	*Summ.*	4.07918.D
Pretium	$1\frac{1}{4}$	*Log.*	0.09691.E
Debentur	15,000	*Summ.*	4.17609.F

Ecce A, B, & C, logarithmos crassitudinis, altitudinis, & longitudinis conjunxi, & habui D. qui mihi dedit totam molem, nimirùm pedes quadratos 12,000. Pretium unius pedis respondet logarithmo E, & tunc D & E simul sumpti dant F, qui pretium quæsitum definit.

Sicut de muris, sic de fossis philosophandum est: quoniam, si fit aperienda fossa 16 pedibus longa; 3. lata, & 25. profunda, & pro pede argenteus, & quadrans promittatur, computus in idem redibit.

ARTICVLVS VII.

De Distantiarum, & Altitudinum observatione.

Toti huic Articulo servit Lamina XI. quæ est Geodæticarum tertia.



Æpè cõtingit non posse funiculo sumi distantias, vel quod nimis longæ illæ sint, vel inaccessibiles, & ideò debemus ingenio juvari; &, quæ ab aliis, magnis libris sunt dicta, paucis verbis exponere. Dabimus Artem certam, & Regulas indubitatas; quæ, si bene reducantur ad praxim, in nullum Geodætam errorem, aut allucinationem inducant.

Hostilis fossæ latitudinem, & etiam muri ab aquâ altitudinem sine ullo instrumento observare.

Num. CCCXXVII. *Lam.* 11. *Fig.* 1.

AB observandi modo summè facili, & summè utili incipio, quem à Moyâ didici, multos docui, & sæpissimè exercui. Venio ad linguam aquæ, ad oram fossæ civitatis obsessæ, non datur tempus, ut organa Mathematica afferam; non ut ab aliis adducta componam, aut compositis utar. Sto: Pilam alam (Hisp. *la falda*) demitto, quousque linibus totam terram ulteriorem tegat, & solum aquam oculis conspiciendam permittat: pileo intacto me subtraho (nam in morâ periculum) nostra munimenta ingredior, & in loco ad libellam formato (nempe, in AB) prima notam conformo in A; sto; & observo, in quem lapillum, aut herbulam medius visualis per limbum pilei ductus, perveniat: &, ut video, incidit in B; & tantam esse latitudinem fossæ pronuncio. Ergo communi ulnâ utens, quot sint pedes sub A in B, explioro, & quanta sit fossæ latitudo, pronuncio. Deinde. Volo scire etiam, quanta sit muri civitatis hostilis altitudo supra aquam? Revertor iterum; & induco adhuc pileum quousq; eadem ala totum murum in aquâ repræsentatum obtegat; & ad munimenta revertor; & locum, cui priùs insistebam insistens (nempe, A) sto; & iterum observo, in quem lapillum, herbulam-ve, radius visualis incidat: & incidit in C, ut video. His factis baculum AE apparo, qui à pavimento ad meos oculos exactè perveniat; illumque in pedes, & pedis particulas (digitos) divido (pone esse pedum 5. & dig. 6.) sic discurro. Ut se habet linea CA mihi nota, ad AE altitudinem baculi (aut meorum oculorum à tellure distantiam) sic linea CB, mihi etiam nota, ad B D altitudinem muri mihi in aquâ repræsentati.

Rudis videbitur hic modus, sed à facilitate laudandus, & omninò sufficiens, ut in militiâ obsessoribus prosit, quando de paucis pedibus non disputatur.

Murum locorum distantiam ex parallaxi definio.

Num. CCCXXVIII. *Lam.* 11. *Fig.* 3.

VIdemus à longè (nempe, à D.) urbis hostilis turres duas; A & B. & desideramus cognoscere longitudinem muri AB; & distantiam AD, aut BD.

Constituti in D. sumamus angulum ADB: (sit graduum 30.) Et inde per lineam D A progrediamur in C; & ibi constituti sumamus angulum A C B. (sit graduum 60.) Et posteà metiamur lineam C D. (sit passuum 1000.) & dicamus universa cognosci.

Porrò in triangulo DCBD, una linea, & omnes anguli sunt noti. Lineam CD dimensi sumus. Angulum CDB observavimus. Angulus BCD, est complementum anguli BCA ad gradus 180. Et angulus CBD ignorari nõ potest: nam, si à duobus rectis anguli BCD, & CDB auferantur, quod remanet, metietur angulum CBD. Ergo ex Trigonometriâ innotescẽt lineæ CB & BD. Dicam igitur esse

Lineam	CD	*passuum*	1000.
Lineam	CB		1000.
Lineam	AB		866.
Lineam	AC		500.
Lineam	AD		1500.
Lineam	BD		1732.

Si nolis ad Trigonometriam recurrere, in mensâ magnâ, planâ, & lævi, duc lineam A D. Et à puncto D numera 1000. parvos passus in C. Posteà angulo grad. 30. duc lineam DB: & angulo grad. 60. lineam C B, quæ se scindent in B. A B dimitte perpendiculum in A. Et tunc sine aliis Tabulis, aut Trigonometricis Regulis, solùs circini ope, in omnium linearum cognitionem devenies.

Turris altitudinem ex parallaxi cognosco.

Num. CCCXXIX. *Figur.* 3. *b.*

AMo claritatem, & ideò numeros præcedentes repono. Sit Obeliscus E B, quem metiri desidero. Constituto oculo in C & pede in F. observo angulum A C B grad. 60. Subtraho me ex C ad D, & angulum ADB esse grad. 30. reperio. In lineâ F G numero 100. pedes. Est ergo

Linea	DC *aut* GF	100.	*ped.*
Linea	CA *aut* FE	50	
Linea	DA *aut* GE	150	
Linea	AB	$86\frac{6}{10}$	
Linea	AE	$5\frac{4}{10}$	
Obeliscus	EB	92	

Linea AD. est ocularis, & distat à terrâ quantum oculi: nos facilioris calculi gratiâ pedes $5\frac{4}{10}$ posuimus: Observator assumere poterit majorem, aut minorem lineam, modò in illâ collocet centrum Instrumenti.

Ab umbrâ, ut Turris noscamus altitudinem; lucem recipio.

Num. CCCXXX. *Figur.* 4.

VMbræ longitudo Turris altitudinem prodit: non solùm meridie, sed quâcumque horâ determinatâ. Sed quomodo?

Ex Ephemeridibus scio locum Solis meridie (additâ parte proportionali etiam quâlibet horâ.) Locus dat declinationem, & declinatio altitudinem. *Pono exemplum.* Sum Ratisbonæ sub altitudine Poli grad. 49. 0. die 23. Iunii mane anno 1613. Horâ 10. non multò post ipsum solstitium inveni umbram turris partheniæ esse pedum 58.

Eodem momento diſtabat Solis centrum à vertice F gradibus 34. 36. & ſublatis 15. minutis pro ſemidiametro Solis, tunc diſtabat ſuperior Solis limbus grad. 34. 21. Ergo angulus A D B eſt etiam grad. 34. 21. Ergo angulus DBA grad. 55. 39. Tunc ſic.

Vt Sinus totus	Log. 10.00000
ad Tang. gr. 55. 39.	10.16530
Ita BA *umbra ped. 58.*	1.76343
ad quod ?	11.92873
Ad AB *pedes* $84\frac{868}{1000}$	1.92873

Erat igitur turris ab A ad D. pedum 85. ferè. *Aliter*. Facilius ſine ullis tabulis ſic procedo. In chartâ, aut mensâ lineam BA, longitudinem umbræ produco. Erigo AF perpendicularem indefinitam. Poſteà quadrante observo altitudinem Solis: addo 15'. & centro B & arcu G I. noto altitudinem Solis ex G, ad I. Protraho lineam D I, quæ ſecabit A F perpendicularem lineam in D. & eſſe AD altitudinem turris definiet.

NOTA.

Caſus nonnullos propoſitos ab Amico reſolvit.

Num. CCCXXXI.

TAmetſi ea, quæ dicta viderentur ſufficere, ut omnis caſus (quicumque occurrat) reſolvatur: non enim ullus eſt à Gemmâ Friſio in Radio poſitus, aut à Galilæo in ſuo Circino expreſſus, aut à Balthaſare Caprâ dilucidatus, qui non reduci ad illos poſſit, quos hoc articulo decidimus. Cæterum, quia varietas delectat, & venit in manus Epiſtola, quam olim ſcripſi ad Marchionem de Torres, quando Geodæticum Circinum ad ipſum miſi; ſumam inde aliqua, quæ poterunt meo Lectori prodeſſe. Conſulerat ille me in materiâ Geodæticâ, & ad eum miſi Circinum, & has Practicas Reſolutiones.

Num. CCCXXXII. *Lam. 11. Fig. 5.*

DIſtantiam inter duos terminos in eodem plano, ad quorum tantum alterum accedere poſſim, inveſtigo.

Sit fluvii latitudo A B, quam metiri deſidero. Ad marginem B patet aditus, ad A non patet: quo ergo modo procedam.

Figo baculum in B: inde concipio lineam B C, quæ cum A B formet angulum rectum in B. Et hunc angulum, & iſtam lineam ſine negotio inveniam, ſi utar Organo Horizontali. Poſteà aperio Geodæticum Circinum ad grad. 45. & ſubtraho me per lineam BC. quouſque arborem A, & palum B angulo grad. 45. perſpiciam: quod continget in D. Pronuncio igitur tantum me inde diſtare à B. quantum B ab A. Metior itaque lineam DB. & BA fluvii latitudinem ſcio.

Aliter. AB per lineam BC progrediar tantum paſſ. venio ad C. Aperio Circinum, & diſtantiam inter A & B. obſervo. Et paſſus quibus diſtat B ab A, in arcu numeratos metiar. Vnde, ſi à puncto illo C. quod diſtat à B. 100. paſſib. A & B. angulo grad. 30. obſervem, in eodem gradu reperiam paſſuum numerum, nempe, 50. & dicam inter A & B tantam eſſe diſtantiam.

INterſtitium inter duos terminos ejuſdem plani, etſi ad neutrum accedere poſſim, determino.

Inter arborem A & turrem F, ſcire debeo diſtantiam: &, quia interfluit Danuvius, ad neutram accedere poſſum. Ergo procedam ſic.

Progrediar per fluminis marginem, quouſque ego arbor, & turris ſimus in eâdem lineâ rectâ: quod continget in B: ibi ſignum impono & ad angulos rectos egrediens per lineam BC. invenio locum, in quo diſtantia AB. fit 45. grad. nempe D. & alterum ulteriùs, in quo puncta FB. angulum grad. 45. ſubtendant, & hoc erit in E. Ergo dicam lineam B D eſſe æqualem ipſi A B. & lineam B E, ipſi B F. adeoque lineam DE ipſi AF.

Aliter. Scio ex præcedenti obſervatione FAB eſſe in lineâ rectâ; FBC eſſe angulum rectum: lineam B C eſſe 100. paſſ. Ergo ex C. ſumo angulum BCA, & BCF. Ergo in meo habebo, quot paſſibus diſtat B ab A & B ab F. Ergo differentia erit diſtantia inter A & F. Vnde, ſi angulus BCA. ſit 26. grad. & angulus B C F. grad. 39. tunc inter B & A erũt 48 = 773. & inter B & F. paſſ. 80 = 988. adeoque inter A & F. paſſ. 32 = 205.

Num. CCCXXXIII. *Figur. 6.*

ALtitudinem turris ad quam accedere poſſum, dimetior.

Aperio Inſtrumentum ad grad. 45. & recedo à turri quouſque hoc angulo capiam punctum CB. habens alterum Circini brachium libellam, ut in HDI. conſpicitur. Hoc acet in F. addo lineam FS. æqualem ipſi FD. diſtantiam meorum oculorum ab ipſo mento metitur. Et aſſero lineam AB altinem turris, & lineam AS æquales eſſe. Metior itaque lineam S A. & ad altitudinis cognitionem devenio.

Aliter. Ab A in quamcumque cœli plagam numero centum paſſus, nempe in G. Hoc poſito altero crure ad libellam, altitudinem turris (nempe, lineam CB) obſervo: & paſſus, qui in arcu notantur, eamdem lineam CB. exæquant. Addo altitudinem meorum oculorum (nempe EG, vel CA) mihi notam, & habeo totam altitudinem turris. [*Porrò*, E G, paſſuum 100. diſtantiâ, non jam lineam CB, ſed ipſam AB obſervare volueris, ſenſibilem errorem non incurres.]

Num. CCCXXXIV. *Figur. 6.*

SUm in G. videò turrem A. & ejus altitudinem metiri debeo. Accedere ex G turrem paſſus non poſſum, immò nec à G regredi. Hæret nihilominus apud palatium, cujus porta eſt in G, & una feneſtra in L. Hinc ergo dictæ turris altitudinem, & diſtantiam determino.

PRIMÒ, ut omnia ordinatim procedant, metior lineam G L. altitudinem feneſtræ à terrâ. Pone eſſe paſſuum 25. SECUNDÒ, angulum KLA, ſeu puncti A profunditatem, quam eſſe graduum 17. reperio: Ergo, ſi angulus KLA eſt grad. 17. angulus ALG erit grad. 73. cui reſpondent in Inſtrumento paſſ. 317 = 085. Iam igitur cognoſco lineam AK, cui enim æqualis ipſi GL. Sanè paſſus, qui in arcu ponuntur, ſupponunt diſtantiam oculi L ab angulo recto G. 100. paſſuum. Vt ergo 100 = 000. ad 317 = 085. ita 25 = 000. ad 79 = 271. Tanta eſt itaque diſtantia turris. TERTIÒ cognitâ turris diſtantia, ſic ad altitudinis notitiam devenio. Sumo ex G altitudinem turris A B. & illam obſervo angulo 73. grad. quibus reſpondent paſſ. 119 = 175. Et inſtituo hanc analogiam. *Si* 100 = 000. *dant* 119 = 175. *tunc* 79 = 271. *quid dabunt?* Vel faciliùs, omiſſis fractionibus. *Si* 100. *dant* 119. *tunc* 79. *quid?* Dabunt 94.

Num. CCCXXXV. *Figur. 6.*

Datâ turris ad quam non datur acceſſus, altitudine, deſinio diſtantiam ab oculo.

Eſt turris AB alta paſſibus 25. ſum in G. & diſtantiam à G ad A inveſtigo. Sumo Circino lineam A B. grad. 30. Ergo, ſi angulus A G B grad. 30. angulus ABG erit grad. 60. quibus reſpondent paſſ. 173 = 205. Vnde oritur hæc analogia. *Si* A B 100. *dat* A G 173 = 205. *tunc* AB 25. *dabit* AG 43 = 301.

Num. CCCXXXVI. *Figur. 6.*

DAtâ turris altitudine, & oculo in ſummitate poſito, duorum locorum in eâdem lineâ cum turre exiſtentium diſtantiam inveſtigo.

Sit turris AB. alta paſſib. 50. Oculus ponatur in B. & ſit duorum punctorum S & G menſuranda diſtantia. Sumo angulum ABS. graduum nunc 50. paſſ. 119 = 175. & angulum ABG. grad. 65. paſſ. 214 = 451. & paſſuum differentia 95 = 276. Hi paſſuum numeri ſtarent, ſi turris alta eſſet 100. paſſib. At eſt alta paſſ. 50. ſolummodò. Ergo hi numeri dividantur bifariam. Diſtabit ergo S ab A paſſ. 59 = 587: & G ab A paſſ. 107 = 225: & tandem S à G paſſ. 47 = 638. Ergo juvabimur hac analogiâ. *Sicut* 100. *ad altitudinem turris, ſic numerus in Inſtrumento expreſſus ad veram illorum locorum, tum à turre, & tum à ſeipſis diſtantias*. Major eſt difficultas, ſi res illę, quarum diſtantia à ſummo turris faſtigio determinanda eſt, non ſint cum turri in eâdem lineâ.

Si ſint menſuræ ut anteà: AG 107 = 225. paſſ. AM (ut, & AS) 59 = 587. paſſ. & angulus MAF grad. 27. Si ſupra menſam planam ducam lineam GA. & puncto A angulo GAM grad. 27. lineam AM. Si longitudinem prioris lineæ determinavero in G, & poſterioris in M. linea, quæ à G in M tranſeat, determinabit diſtantiam rerum, vel locorum G & M. *At hæc ipſa faciliùs expediam per Tripleurum. Ponam angulum in A. & poſitâ primæ lineæ jubebo, ut ſit* 107 = 225: *ſecundæ, ut ſit* 59 = 587: *& tertia, quæ has duas lineas conjuget, lineam* MG *metietur*.

Num. CCCXXXVII. *Figur. 6.*

EX duabus diverſis feneſtris diſtantiam alicujus rei in plano horizonte exiſtentis determino.

Pono exemplum. Sumus in palatio G. videtur à longe turris A. & jubeor diſtantiam GA definire. Sanè, ſi feneſtræ à plano horizontis altitudinem ſciam, non indigebo duabus ſtationibus, ſed unica mihi ſufficiet: nam *Sicut Sinus totus* LG *ad tangentem* GA. *ſic altitudo feneſtræ* LG *ad lineam* GA. Sed me neſcire

ſcire lineam GL ſupponis; & tantùm me cognoſcere lineam LN (feneſtrarum diſtantiam.)

Conabor experiri, an poſſim in turri AB. reperire feneſtram, aut lapidem, aut notam viſibilem, in quam cadat linea LK, quæ ad libellam ex feneſtrâ L. deducitur. Si talis nota percipiatur, expedita res eſt: adſcendo enim in turrim N. & quantus ſit angulus LNK obſervo: & citò me expedio, dicens. *Vt Radius* NL *ad tangentem* LK: *ita* NL *feneſtrarum diſtantia, ad lineam* LK. Sed ponamus talem notam in ſenſum venire non poſſe. Vel etiam nullam ibi eſſe turrem, ſed ſolùm quæri diſtantiam hominis, qui eſt in A.

Adſcendo ad feneſtram L. & mihi angulus GLA eſt grad. 60. & GAL grad. 30: tranſeo ad feneſtram N. & angulum GNA grad. 55. & GAN grad. 35. eſſe obſervo: diſtantia feneſtrarum, nempe, LN eſſe 24 ⩵572. paſſ. dicatur. Tunc ſic. Si AG ſit Sinus totus, (hoc eſt, paſſuum 100 ⩵000.) tunc GL tangens grad. 30. erit paſſ. 57 ⩵735. & GN tangens grad. 35. erit paſſ. 70 ⩵021. & diſtantia feneſtrarum LN erit paſſ. 12 ⩵282. At hæc feneſtrarum diſtantia eſt duplò major. Ergo etiam diſtantia punctorum G & A. Linea igitur, quæ à G in A tranſit, paſſus 200. numerat.

In ſimili caſu ſemper ſtat hæc analogia: *Sicut differentia tangentium ad feneſtrarum* L & N *diſtantiam, ſic Sinus totus ad lineam* AG.

Etiam ſtabit hæc. *Sicut differentia tangentium ad feneſtrarum* L & N *diſtantiam: ſic major tangens ad altitudinem feneſtræ eminentioris* N. *& ſic etiam tangens minor ad altitudinem* L *feneſtræ inferioris.*

Num. CCCXXXVIII. *Lam.* 11. *Fig.* 7.

Profunditatem putei cognitâ diametro inquiro. Sit diametro AB pedum 10: angulus BAC 70. grad. & ped. 274 ⩵748. & tanta eſſet profunditas BC. ſi linea AB eſſet 100 ⩵000. at eſt 10 ⩵0000. tantummodò. Ergo profunditas illa eſt 27 ⩵4748. *Quoniam, ut* 100. *ad numerum in Inſtrumento repertum, ſic putei diameter (aut murorum diſtantia, ſi atrii ex ſuperiori parte menſuretur profunditas) ad altitudinem* BC.

Num. CCCXXXIX. *Figur.* 8.

Vallis, ad quam non datur acceſſus, profunditatem ex montium verticibus obſervo.

Inter montes A & B. ſit vallis D. cujus profunditas eſt determinanda. Si in monte habuero duas ſtationes: unam ſuperiorem in C. alteram humiliorem ut in E; & diſtantia illarum FC nota ſit, ſcire potero vallis profunditatem. Nam, ſi DG jubeatur eſſe diámetrus: altera tangens erit GH: altera vero GC. Earum differentia HC erit nota: ſunt & anguli noti, ergo, & cæteræ lineæ noſcuntur. *Quoniam, ſicut differentia tangentium ad lineam* HC. *ita tangens magna ad* GC. *& parva ad* GH. *& Radius ad* DG.

ARTICVLVS VIII.

De ΓΕΩΜΟΡΦΙΑ, *ſeu Terræ Figurâ. Quomodò ſciri & demonſtrari poſſit, cujus illa figura ſit? An ſit elliptica, & non perfectè ſphærica?*

Num. CCCXL.

GEometria, Coſmographía, Geographia, Hydrographia, cognatæ & affines ſunt Scientiæ, & tametſi illarũ videatur diſtinctio ab arbitrio pendere, illas ego, ut decentem Facultatem ab Vtente diſtinxero. Geographía & Hydrographía circa globum Telluris verſantur: iſte ipſe globus eſt terraqueus, (ex terrâ & aquâ compoſitus) qua terreus à Geographo, quâ aqueus ab Hydrographo conſideratur. Neuter de ejus ſubſtantiâ & qualitatibus pronunciat, nam hoc ad Phyſicum ſpectat; uterque tamen ſuperficiem exteriorem & convexam depingit, & curæ videntur coïncidere, non enim eſt poſſibile terras à maribus & fluviis diſtinguere, quin maria & fluvios à terris etiam diſtinguamus. Coſmographía ad duas præcedentes Scientias (Geographíam, & Hydrographíam) comparatur, ut totum ad partem. KOCMOC enim eſt *Mundus*, & terræ, maria, cœli, ſydera, &c. ſunt Mundi partes. Hinc Ioannes Hevelius, Nobilis Dantiſcanus, librum illum eruditiſſimum, quem de Lu-

dè edídit, quia in ipſo partes altiores à profundioribus, ſolidas à liquidis accuratè diſtinguit, CEAHNOΦPAΦIAN appellavit: ut qui ſingulorum vellet Planetarum facies, maculas, luculas, montes, &c. deſcribere, ſingulos poſſet libros ΥΠΑΙΟΦΡΑΦΙΑΝ, ΥΠΟΝΟΤΡΑΦΙΑΝ, &c. à Planetis ſingulis denominare. Sunt, qui Coſmographíam cum Geographíâ confundant, quia *Mundi* nomine tellurem hanc intelligunt, & ideò Coſmographíam appellant, Scientiam, quæ illam depingit. Supereſt, Geometria; quæ, ſi nomen genericè ſumamus, eſt METPIKH. *Ars artium metiendi ut ſic.* quin ad aliquod objectum in particulari deſcendatur: verùm enim verò, ſi nomen ſumamus ſpecificè, & utranq; compoſitionis partem conſideremus, eſt *Ars artium terram menſurandi*. Hæc ergo dat Regulas, quibus, aut terram totam, aut ejus partes menſurare poſſimus, à quibus omnibus Coſmographicæ & Hydrographicæ dependent praxes. Hæc Regulas ipſas examinat, quibus illæ uti debeant, illæ enim in praxi jam fuiſſe bene examinatas à Docente Facultate ſupponunt.

Num. CCCXLI.

Porrò terram non eſſe planam tot Demonſtrationes evincunt, ut mirer, quâ fronte Averroës, Arzachel, & alii Hiſpani inter Arabes nati, & Philoſophiam & Aſtronomiam docti, eſſe Mahometani potuerint? nam fictus Deus, qui Mahometo Alcoranum dictavit, terram eſſe planam, ut certum, & inhabitatum ſupponit: nam, cùm omnibus bonorum ſpeciebus congeneres deliret Angelos, eſſeque in cœlis aſſerat Canes Angelicos, Equos Angelicos, Tauros Angelicos, &c. movet unam Quæſtionem, quam putat eſſe curioſiſſimam, & interrogat, cur ſub meridiem noctis in terris Galli cantent? Reſponderique: Gallum illum Cœleſtem, à cujus nutu & influxu terreni omnes dependent, illâ horâ præcinere, & omnes ad cantum excitare. Putavit igitur homo imperitus uno & eodem momento temporis in toto cœlo, in tota terrâ, aut meridiem, aut mediam noctem eſſe. Qui craſſiſſimus error Alcorani Authorem fuiſſe ignorantem evidenter oſtendit. Terra ab Ortu in Occaſum rotunda: & ſydera orientalibus citiùs oriuntur, & citiùs quàm occidentalibus occidunt. Hoc nunc temporis, diverſam horam numerant in diverſis provinciis; nam, quando Hafniæ ex. gr. eſt meridies, tunc, ut collegit Longomontanus Alexandriæ in Ægypto eſt hora 1. min. 35. poſt meridiem: & Toleti in Hiſpaniâ nondum habent meridiem, neque habituri ſunt quouſque hora 1. min. 16. pertranſeat. Eamdem terram ab Auſtro in Boream eſſe ſimiliter rotundam Poli altitudines evidenter oſtendunt, mutantur enim, prout globus terrenus in arcum agitur. Sunt aliæ multæ demonſtrationes à terrâ, & à cœlo deſumptæ: nam naves cùm diſcedunt à littore, turgere in medio aquam demonſtrant: & umbra terræ eſt terriformis, & in Lunâ eclipſatâ, non triangularem, quadrangularem, &c. ſed rotundam maculam injicit. Eſt igitur terra rotundam. Hæc omnia, utut antiquitùs dubia in Scholis fuerint, jam ſunt certa, & à nullo negantur. Eſt tamen difficultas gravis, quæ examinat, *Qualiter Terra ſit rotunda? an videlicet ſit perfectè ſphærica, an verò elliptica, aut ovalis?* Nam, ſi fortè dicatur hoc ſecundum, non erit unica in Mundo, quæ ovali figurâ ſit prædita, nam Saturnus in multorum ſententiâ eſt ovalis. Scripſi de hoc argumento multas olim epiſtolas, una eſt ad manum, quæ non periit, &, quoniam prodeſſe Lectoribus poterit, illam ſubjicio.

CLARISSIMO, ET EXPERTISSIMO
D. IOANNI MARCO MARCI,
MEDICINÆ DOCTORI,

Et in Pragenſi Vniverſitate Profeſſori Primario, Bohemiæ Regni Phyſico, & ſuæ Majeſtatis Cæſareæ Medico Cubiculario.
S. P.

Num. CCCXLII.

SCriptas à Te Pragę octavâ-decimâ recepi vigeſimâ-ſeptimâ hic Moguntiæ, quo Eminentiſſimus Anſelmi Caſimiri, Principis Electoris favor, me advocavit, & etiam detinet. Perlegi illas eâ, nimirùm, ingenii tui veneratione, quâ omnia tua, quæ, vel ad me, vel ad alios ſcribis.

Du-

Dubitas, An terra ſit ſphœrica, rationibus à motu deſumptis: dubitavi etiam Ego: &, quia apud aliquos aliquid novi cogitare piaculum, non multum ſum vociferatus; nam difficile, & arduum videtur communi adverſari ſententiæ. At hodie ſuſpiciones in rationes tranſeunt, quando tu ex Staticâ & Ego ex Aſtronomicâ in eamdem Suſpicionem, aut fortè Concluſionem incidimus.

Habeo ad manum Clarorum Virorum Epiſtolas, in quibus, non jam volùnt eſſe ſolliciti. An tellus elliptica ſit? ſed inquirunt ſolummodò. An mortalibus conceſſerit Natura modum, viam-ve, ut poſſint hanc Quæſtionem decidere? Putant enim nonnulli, etſi illa eſſet ovalis, nullo modo id poſſe ab hominibus percipi.

Lamin. 11. *Figur.* 9.

Reſpondi eſſe rationes, quæ videntur ſuadere, eſſe differentiam diametrorum notabilem, quoniam ex deliquiis partialibus cognoſcitur diameter Vmbræ. Nam obſcuratio in A & in C à B, ſemidiametrum Vmbræ metitur.

Novas hæc Speculatio experientias, & obſervationes deſiderat: dubium deponit Keplerus. Supponitque extra omnem diſputationis aliam ſtatuendum, Eclipſes totales multò breviores in cœlo, quam in tabulis eſſe; docetq; Lunam eſſe velociorem in obliquio, quàm extra. Sed hæc ultrò aſſerta velocitas mihi omninò diſplicuit: ſed, & multò magis Tychonis Brahæi animoſitas, qui audet in quâpiam Epiſtolâ ſcribere, durante eclipſi ſe obſervare per diſtantias ad fixas Lunam æqualibus temporibus ſpatia inæqualia peragere. At Obſervationes contra unum, & alterum demonſtrant toto deliquii tempore, & aliquibus horis ante, & poſt, æqualem eſſe Lunæ motum: &, quas nobis Keplerus, & Tycho conabantur obtrudere, opiniones eſſe. Cùm igitur nulla ſuppetat ratio, quæ in umbrâ Lunam eſſe velociorem convincat, intuli non velociorem Lunam, ſed umbram illâ parte breviorem; ſi ergo brevior ovalis, aut elliptica, ſi talis, & terra ejuſdem figuræ aſſerenda, nam umbra ſemper ſequitur opaci figuram magnitudinemque. Vnde, tametſi terra invariata maneat, umbra ipſa juxta Solis declinationem variatur, & maximas in Æquinoctio habet inæqualitates in Solſtitio minimas, ut patet in præſenti Fig. X. b. Nam poſitâ terrâ G Ovali, umbra GL erit ovalis; & GE rotunda; & GN. ab Sphœricâ perfe[cta] ne deficiens, erit ſimilior rotundæ quam [ovali] & quidem umbra GL eſt æquinoctialis, [in] Solſtitialis: & GM polaris; puta, ſi Sol [in] lo poneretur. Hæc de Eclipſi illâ à Te [Pa] die 14. Aprilis Anni 1642. obſervata; [quæ] conferre cum meis, & aliorum amico[rum] obſervatis ante paucos licebit dies; [modò] enim mutato domicilio chartas habem[us] dine diggerendas, nec poſſemus nec[eſſe] extrahere, quin reliquæ turbentur.

Quod obſervationem ultimæ Eclipſ[is] impedierint, nuptiæ non miror: homin[es] fœminæ, non terras, & oceanos mod[o] nonnunquam cœlos claudunt. Si Tu [ha]-fuiſſet impedimento, tolerabile; ſed, quo[d] etiâ aliena, condoleo. Sanè in multos pecc[a]-vit illa, cùm cauſa fuit, ne obſervares Eclipſ[im] & multorum exſpectationi ſatisfaceres, &c.

Num. CCCXLIII.

Patris Conradi manus oſculor: & quo-niam Vir deſideriorum ipſe ſum, vellem [a] eo doceri, quanta ipſi bipalmaris ſit quan[ti]-tas? &, ſi octo, aut plurium *digitorum*, qu[i] potuit de graduum non ſolùm primis, & ſe-cundis, ſed tertiis etiam, & quartis minut[is] judicare? Scio Patrem Siermans Matheſeos Profeſſorem Lovanii promiſiſſe Aſtrolabium ſimilis magnitudinis, in quo Syderũ ſingulo-rum loca, & arcuum minutiſſimas partes cl[a]-rè diſtinguerentur; ſed promiſit. Et modò ali-quid ſimile apud P. Conradum lego. An tranſverſales diviſiones in Aſtrolabio expre[ſſæ] ſit? Non putem. Tu ampliſſime, & pernil-ſtris Vir meo id nomine inquire: &, ſi aliqua dignum calamo fuerit, communica: quia ex-perientiâ doceor quadrantem quidem pa-vum ad prima ſufficere, ſed fiduciam longam etiam in parvo quadrante requiri. Verum enim verò, ut diſtinguantur ſecunda, (nam tertiis nihil omnino dicam) oculi non ſuffi-ciunt, quod ipſemet Tycho teſtatur. Con-ſultò dixi, *oculi non ſufficiunt*, nam inſtrumen-ta poſſunt fieri, quæ ſecunda diſtinguant; non autem ſunt in mundo oculi, qui illis in-ſtrumentis utantur.

NOTA I.

Num. CCCXLIV.

FOrtè alicui poſſet videri exactiſſima Ob-ſervatio Aſtronomica, quæ ad ſcrupulos quæ-

ſtos tranſiret, at ego indignam judicavi [ob]-one, nam debemus cognoſcere, & fate-rminos, quos oculis Natura rerum pa-præſcripſit. O utinam intra unum mi-m Stellarum obſervatio fiat. O utinam unum, aut alterum, Solis altitudines ri poſſint. O utinam intra tria, vel qua-poſſimus judicare de Lunâ. Et tamen Conradus (quem eſſe doctum, & ingenio-ſum ab aliquo negari non patiar) de quartis ſententiam ferre, quando habet unus gradus

60.	*Minuta.*
3.600.	*Secunda.*
216,000.	*Tertia.*
12,960,000.	*Quarta.*

Sanè non legi, non audivi Aſtronomum Ani-morem Tychone Brahæo, qui interdum [ſe] pollicetur, quæ ſuperant vires huma-ſicut ſunt omnes illæ nugæ, quas *Solis, & Lunæ parallaxes obſervatas* appellat, & tamen de Secundorum obſervatione *lib. Pro-gymnaſm. 1. cap. 1. pag.* 28. ait: *Inſolens ſane vi-detur jam in ſupputando, quàm in obſervando, ſcrupulosè in ipſis ſecundis Solis curſum [ad]-hibere: quia neque ullo Inſtrumento in ob-ſervationibus perceptibilia ſunt ſenſibus oculo-rum tam ſubtilem animadverſionem reſpuen-tia.* [Vide *pag.* 88. *b.*] Ergo, ſi prima Tycho-nis obſervare, & diſtinguere potuiſſe dici-tur: ſi ſecunda ſe non poſſe obſervare fate-tur quis P. Conrado tertia, & quarta po-ſſe obſervare concedet?

Reſpondit Clariſſimus D. Patrem Conra-dum diſtantias ſumpſiſſe per radium, & poſi-tali numero per tangentes ad tertia, & quarta deveniſſe. Sanè ad quinta, & ſexta poſſet ex ſuppoſitione procedere. Sed quis ei dixit adſumptos numeros rotundos eſſe, & non habere ignotas fractionum mi-nutias, quæ adimi, vel adjungi deberent?

NOTA II.

NOn eſt ſolus P. Conradus, qui ultra mi-nuta prima, ſecunda, & tertia, aut etiam quarta ſe obſervaſſe gloriatur: nam Cæſa-raunius, Matheſeos Lugduni Profeſſor, ſimi-liter huic morbo indulget. Miſit ad Amicos aliquas Obſervationes, verè ſingulas ob ni-miam præciſionem damnandas. Vnam Illu-ſtriſſimus Marchio de Torres mihi per lite-ras communicavit, ad quem inter alia has periodos ſcripſi.

IOvis, & Lunæ obſervationem, quam ad Te Cæſaraunius tranſmiſit, examinavi, & condemnavi ſtatim; qui enim tam vult vide-ri ſcrupuloſus, ut in ſyderum altitudinibus diſtantiiſque ad ſcrupulos tertios perveniat, aut eſt omninò ignarus, aut omnes nos igno-rantes exiſtimat. Contenti fuerunt Veteres, ſi intra 6. vel 8. ſcrupulos primos ſyderum loca metirentur. Iuniores, illis oculatiores, gradus in ſcrupulos primos diſtinguimus; imò interdum ſcrupulos, ſi inſtrumentis longiori-bus utamur, in duas, aut tres partes dividi-mus, non in plures. Ergo, qui non jam ſecun-dos, ſed tertios, ſe diſtinguere jactat, non debet à doctis audiri. Diligentiſſimus fuit Tycho Brahæus; non pepercit expenſis; machinis immenſis fuit uſus: & tamen ſecun-da obſervare non valuit. Fortè-ne, quod in Huenâ non præſtitit, fecit Auguſtæ, ubi ma-joribus Inſtrumentis eſt uſus? Minime. Et quidem vaſtiſſimus fuit ille Quadrans, quem in Hortis Hainzelianis conſtruxit, & *Progym-naſm. libr. 1. cap. 4. pag.* 156. deſcribit: & fuiſ-ſe 14. cubitorum aſſerit. Hoc Quadrante ma-jorem, nec olim Mundus habuit, nec hodie habet: & tamen nec Tycho, nec alii, qui illo ſunt uſi, ad ſecunda pervenire potuerunt. Conſule Hainzelianas Obſervationes, quas Tycho profert, & videbis medio omnes hinc inde minuto luxari. Auditi etiam poterit ipſemet Tycho, qui in literis Wilielmo Haſ-ſiæ Lanſgravio Calendis Martiis 1586. ſcri-ptis, non poſſe ullo inſtrumento ſcrupulos ſecundos obſervari definit: inquit enim. *Ve-autem Celſitudo tua ſpecimen aliquod eorum, quæ ex meis obſervationibus hactenus parta ſunt, habeat, adjunxi una ſolaris curſus hujus anni ex propriâ reſtitutione derivatam ephe-meridem, eamque ad longitudinem* 30. *part. cui Celſitudinis tuæ ditio Haſſia congruit, directam. Scrupula ſecunda, prout Tabulæ noſtræ in mo-tu Solis, Obſervationibus certis Geometricè fun-datæ exhibent, annotavi, non quod illa ſubtili-tas ſit ullo inſtrumento in ipſo cælo compreben-ſibilis, ut tua Celſit. optimè novit: ſed, ne negle-ctis ſecundis de ſcrupulis primis aliqua ambi-guitas oriretur.*

Porrò Inſtrumentis Tychonicis, aut aliis ſimilibus Secunda obſervari non poſſunt.

An, qui Bononiæ habitant, Radio apud Sanctum Petronium erecto (cujus Sinus totus pedum 100. eſt, & 200. aut plurium Tangens) ad Secundorum poterunt cognitionem venire, ſi debitam diligentiam adhibeant? Ne illi quidem; & hoc evidenter oſtendo.

Bononia habet Polum altum grad. 43. 57′. Ergo Æquinoctialem altam grad. 46. 3′. adde Declinationem maximam grad. 23. 30′. & habebit in Solſtitio æſtivo Solem altum, grad. 69. 33′. adeoque diſtantem à Vertice grad. 20. 27. Ergo videre oportet, quanta tunc minuta ille Radius exhibeat.

G.	′	Tang.	Diff.
20.	25	37.223	
	26	37.256	33
	27	37.289	33
	28	37.322	33
	29	37.355	33
	30	37.388	33

Ergo Solſtitialis in illo Inſtrumento umbra (vel perpendiculi à radio tranſmiſſo diſtantia) eſt pedum $37\frac{289}{1000}$: & differeniæ minutorum per 33. milleſimas pedis partes procurrunt. Ergo ſingulæ milleſimæ minores ſunt, quàm 2. ſecunda.

Geometræ Pedem in 64. grana dividunt, (nam Pes habet palmos 4. digitos 16. grana 64.) & 64. per 16. multiplicata, dant 1024. ergo 1000. per 16. diviſa, dant 64. fere. Cùm igitur 16. & 16. ſint 32. dicendum eſt minuta ibi per bina quaſi grana differre. Ergo quis 2. grana dividet in 60. partes? Et quis (nã, & additur ſecundus labor) in radio Solis per foramen tranſmiſſo ita umbram à luce diſtinguat, ut de ſecundis ferre ſententiam audeat?

Ergo, Nobiliſſime Marchio, ne te illorum Magiſterio permittas, qui ſupra Humanam Conditionem audent; obſervemus minuta Homines, & Secunda Tertiaque Angelis obſervanda relinquamus. Vale.

NOTA III.

Num. CCCXLV. *Figur.* 10.

CIrca Terræ, & Vmbræ figuram adnotato varietatem percepiſſe Copernicum, & illi calculum attemperaſſe, nihil de ellipſi judicans. Obſervabat eclipſes partiales poſtulare, ut peripheria umbræ eſſet in A: totales, ut eſſet in C. Ergo poſuit umbram in B dum parum hinc, & parum inde abeſſet; poſſet notabilis erroris damnari. Multa poſſim producere, ſed unum, aut alterum exemplum produco. Accidit Lunæ eclipſis anno 1634. die Martii 14.

	Copern.	Tych.	Gaſſe.
Penumbra			8 5
Initium	7 11	7 44	8 32
Medium	8 52	9 35	9 32
Finis	10 33	11 27	11 32
Penumbra			11 45
Tot. dur. umbræ	3 22	3 43	3 27
Tot. dur. penumbr.			3 38
Semidiam. ☉	15	16	16
Semid. Vmbræ	40	43	
Latitud. ☉ *in med.*	31	28	
Digiti eclipſati	9 36	11 18	11 0

Iſmaël Bulialdus conſtituit Vraniburgo oriundus talem Francofurtum ad Oderam, ubi vixit, & ſcripſit Origanus, 8′. temporis, & Dinianam, ubi Gaſſendus, occidentaliorem 23′. & Aquas-ſextias 26′. Diſtat igitur Dinia à Francofurto 31′. & Aquæ-ſextiæ 34′. Tot ergo minuta ſunt addenda tempori Dinienſi & Aquæ-ſextenſi, ut Francofordienſe habeatur. Præcurrunt in hac eclipſi Tabulæ: Copernicææ integrâ horâ, Tychonicæ 17′. Lunæ ſemidiametrum bis obſervavit Gaſſendus: & ſemel 15′. & ſemel 16′. invênit: Emp altera obſervatio Copernico, & altera Tychoni. Sed hoc præcipuè noto Copernicum minorem voluiſſe eſſe ſemidiametrum umbræ quàm deberet, ut in totalibus eclipſibus non ita à cœlo exorbitaret: ſed conatu irrito, ut oſtendo addendo aliquam eclipſim totalem. Exhibeatur igitur illa, quæ anno 1635. die Martii tertiâ accidit, cui reſpondent hi numeri.

	Copern.	Tych.	Gaſſ.
Initium	6 46	7 21	7 21
Immerſio totalis	7 56	8 35	8 29
Medium	8 47	9 28	9 19
Emerſio	9 38	10 20	10 [illegible]
Finis	10 48	11 34	11 12
Tota duratio	4 1	4 13	3 51
Semidiameter ☉	15	16	15
Semid. Vmbræ	39	42	[illegible]
Latit. ☉ in med.	8	8	

Kepler-

Kepler eſt tota duratio hor. 4. 16. &, ſi calculus ejus ſtat, diſtant Aquæ-ſextiæ ab Vraniburgo 39′. quod eſſe non poſſe Gaſſendus teſtatur. Porrò, ſi diſtantia ſit 26′. ut Bulialdus tenet, deviant à Cœlo Kepleri tabulæ 13′. Sanè eclipſis incepit momento Tychone præſcripto: ſed medium fit 12′. finis 22′. citiùs, quàm prædixerat. Tota duratio fuit hor. 3. 51. debuit eſſe ex Keplero hor. 4. 16′. ex Tychone hor. 4. 13. ne tanta contrahit umbram Copernicus, ut ſit tantò 39′. quæ apud alios eſt 42′. & tamen, adhuc poſitâ umbrâ 39′. eſt eclipſis duratio hor. 4. 14′. decem minutis (horæ ſextante) major verâ. Quid ergo faciendum? dicemus umbræ peripheriam eſſe in C. at tunc partialium eclipſium quantitates nimium exorbitarent: & prædicerentur multò minores, quàm decerent.

Num. CCCXLVI. *Figur.* 11.

Hic hæret Keplerus: & ſuſpicatur per luminis diminutionem in eclipſi velocitatem Lunæ tendi. Si hoc admittatur, eſt ſatisfactum illo: ſed, quis credere poterit eſſe tam notabilem illo tempore Lunæ velocitatem, ex mirum causâ, quàm Keplerus aſſignat? Keplerus diceret Solem per lucem in Lunam agere, illamque illuminando movere, ſed haberet aliquem, qui aſſentiretur. At per carentiam lucis, quæ nihil eſt, intendi motum, & velocitatem augeri, nemo prudens admittet. Hæc igitur allata à Keplero doctrina fingi videtur, non probari. Quid autem, ſi dicatur umbra terræ eſſe ovalis, & diametrus AB. alterâ minor? Debebit neceſſariò dici initium eclipſeos, non eſſe in E, ut ponunt Theoricæ, ſed eſſe in F: adeoque eam non eſſe in H, ſed in G. Si hoc ſemel detur, ſciemus in Tabulis umbræ peripheriam eſſe lineam C I K D, & ſecundam illam eclipſeon deſcriptiones, & ſupputationes procedere: in cœlo autem umbram punctis A & B terminari: Lunamq; in deliquio non eſſe in H, ſed ab F in G. tantùm excurrere. Ergo citiùs, quàm Aſtronomi putant, iter abſolvit Luna, non quia in umbrâ eſt velocior, quàm in luce; ſed, quia iter quod peregit, eſt brevius.

Res eſt, opinor, dignâ examine: in quâ non utilitate, & laude poſſet aliquis unum, aut alterum menſem impendere.

ARTICVLVS IX.

An, & quomodo poſſit cognoſci magnitudo Telluris?

OMnes in eamdem Regulam conſpirant: ſed poſteà ita illâ utuntur, ut in Concluſione non conveniant. Sanè differētia eſt notabilis; nec facilè poterimus ſcire, unde tanta proveniat. De conſequentiâ agemus mox: nunc proponamus Regulam, quâ in praxi manuduci debemus. Eſt communis & vera: & his terminis poteſt proponi.

Num. CCCXLVII.

Quærantur duo loca, quæ in eodem Meridiano ſint. Vtrobique Poli altitudo accuratè obſervetur, & ſcietur exactè eorundem in gradibus & minutis diſtantia. Poſteà paſſus Geometrici, quibus inter ſe diſtant, numerentur, & quanta ſit tota terra, inferemus.

Hæc loca in regione aliquâ planâ facili negotio invenientur: nam in regione aſperâ, ex uno oppido non detegitur aliud, & itinera rectam lineam non tenent.

Sum ergo in turri, & in eodem meridiano noto pagum, aut domum ruſticam, quæ horizontem ſtringat. Pone me eſſe in A. & notare pagum B. in eodem meridiano jacentem. Sanè, ſi altitudo Poli in A. ſit graduum 40. 0. & in B. gr. 41. 0. ſciam illa duo loca uno gradu diſtare: & lineam AB eſſe 360mam totius circuli partem. Ergo, ſi illam lineam menſurem, & poſteà per 360. multiplicem, habebo totum ambitum terræ. At illam menſurant aliqui, & dicunt 60. continere milliaria Italica: hoc eſt, 60,000. paſſus: ſeu 300,000. pedes Geometricos. Ergo ſingulis minutis ſingula milliaria correſpondent. Ergo tot in ambitu complectitur milliaria Tellus, quot continet minuta Circulus: hoc eſt, 21600. Et quidem in Hungariâ, aut in aliâ regione planâ non videretur impoſſibile unam rectam per 60. aut 70. milliaria lineam ducere: eamdemque paulatim per catenam decempedalem menſurare: nam duo Agri-

menſores menſe hoc opus abſolverent ad magnam Geographicæ rei utilitatem.

Num. CCCXLVIII.

Hæc doctrina, quæ ſpeculativè fortè infallibilis videri poſſit, in praxi eſt obnoxia graviſſimis difficultatibus, quæ olim non fuerunt ſuperatæ ab antiquis, & nunc vix poterunt ſuperari à modernis.

Differunt Geometræ, qui ſunt terram dimenſi. Sed cur?

Differunt primò, quia uſi ſunt organis minùs fidelibus, & parvis; & ideò non potuerunt intra aliquot minutâ veritatem attingere. Tempore Ptolemæi intra 5. vel 6. minuta fiebant obſervationes. In determinatione locorum A & B, quæ gradu integro diſtare volumus, pone duos (Harmocratem & Soſigenem) Stellarum obſervaſſe altitudines, & ex ipſis horum locorum (A & B) illum 70. min. & hunc 50. reperiſſe diſtantiam. Harmocrates igitur uni minuto accenſuerit paſſus 857. & Soſigenes 1200. Multò ergo majori ambitu ille, quàm iſte terram cingeret: & tamen uterque eâdem methodo & regulâ uteretur.

Differunt ſecundò, quia nomine *pedis*, *paſſûs*, & *milliarii* non eaſdem menſuras intelligunt: unde, quia pauciores menſuræ magnæ, plures parvas exæquant, poteſt contingere, ut idem Authores dicant, & tamen multum inter ſe diſſidere videantur.

Differre poſſent tertiò, ſi terra ſit ovalis, & in diverſis locis fecerint obſervationes: nam plura milliaria in uno altitudinis gradu apud Circulum Arcticum, quàm apud Æquatorem contineri, hypotheſi ſtante certum eſt.

Num. CCCXLIX.

Terram eſſe ſphœricam ſupponens cum communi ſententiâ, ex diverſâ altitudine Poli, & locorum diſtantiâ itinerariâ ſummo labore & diligentiâ, obſervatâ & menſuratâ, willebrordus Snellius, ejuſdem Terræ ambitum dimenſus eſt: & de hoc argumento ann. 1617. Lugduni Batavorum librum edidit, quem *Eraſtothenem Batavum*, inſcribi voluit: nam, ut ex Suidâ habemus, fuit Græcus Eraſtothenes, qui primus telluris circulum dimenſus 252000. ſtadiorum eſſe definiit; unde ΓΕΩΜΕΤΡΗΣ, *Orbis terrarum Menſor*, vocatus eſt. Et P. Chriſtophorus Clavius *in cap.* 1. *Sphæræ de Sacro-boſco pag.* 228. ſic inquit. *Eraſtothenes hanc ſermè ſ[ecutus] bat rationem in indagando terræ ambitu. [Ob]xit Alexandriæ gnomonem in horizonte ad [an]gulos rectos. Deinde à Sole, dum in princi[pio] exiſtebat, (& cur hanc circumſtantiam [ad]dixit? quocumque die, Sole in quâcumq[ue] Eclipticæ parte conſtituto hæc fieri potu[it] Obſervatio) intellexit duos radios tempore me[ri]ridiei projici, unum per civitatem Syenen, [ſi]tuatam auſtralior eſt, quàm Alexandria, in eodem [fe]rè meridiano, in quo Alexandria (illud ſ[ci]licet quoniam multiplicari debet, poteſt eſſe [er]roris magni cauſa) qui rectè tendebat in u[n]trum mundi, cùm Syene ſub Tropico Cancri [ſi]ta ſit: alterum per gnomonis dicti verticem [et] ita ex proportione gnomonis ad ſuam umbr[am] viâ geometricâ ſpacium inter Alexandriam [et] Syenem invênit.* Et poſteà. *Hæc autem ratio Eraſtothenis paulò aliter à Cleomede refertur quàm à Maurolyco. Hac ratione deprehendit Eraſtothenes (ſi vera retulit Author de ambitu terræ ex ſententiâ Eraſtothenis) arcum AB* (diſtantiam inter Alexandriam & Syenem) *eſſe graduum* $8\frac{1}{6}$, *ſpaciumq; itineris comprehendere ſtadia* $6183\frac{1}{3}$. *Quare per regulam proportionum collegit gradibus* 360. *nimirum totius ambitui Terræ deberi ſtadia* 252, 000. Eſto. Sed manet ſcrupulus. Et reſcire deſiderarem, quomodo Eraſtothenes lineam illam, quæ $6183\frac{1}{3}$ ſtadia dicebatur complecti, menſurare potuerit. Nam, ſi Aurigis & Tabellariis credidit, omni ſecuritate caret computus: & ſunt nimis multa ſtadia, ad hoc, ut per lineam rectam illa catenâ ductâ Geometres potuerit metiri.

Snellius igitur, ſecundus Eraſtothenes haberi vult, & novo Terræ ambitum labore & ſtudio metitur; & *libr.* 2. *cap.* 12. Concluſionem ſtatuit, inquitque: *Vnius gradus quantitatẽ in maximo terræ circulo accuratiſſimè colligendo definivimus perticis Rhinlandicis* 28500. *quarum ſingulæ* 12. *ſint pedum Rhinlandicorum, vel etiam Romanorum: hos enim inter ſe pariare ſupra evidentiſſimis argumentis ſæpe ſæpius demonſtravimus.* Et Capite ſequenti, ut quantitatem unius gradus in ſingulis parallelis definiat, iſtam ſubjicit Tabulam.

Parall.	Perticæ.	Parall.	Perticæ.
0	28500.0		
1	28495.7	46	19797.7
2	28482.6	47	19436.9
3	28460.0	48	19070.2
4	28430.6	49	18697.7
5	28392.5	50	18319.4
6	28343.9	51	17935.6
7	28287.6	52	17546.3
8	28222.6	53	17151.7
9	28149.1	54	16751.9
10	28067.0	55	16346.9
11	27976.4	56	15937.0
12	27877.2	57	15522.2
13	27769.5	58	15102.7
14	27653.4	59	14678.6
15	27528.9	60	14250.0
16	27653.4	61	13817.1
17	27254.7	62	13379.9
18	27105.1	63	12938.7
19	26947.3	64	12493.6
20	26781.2	65	12044.6
21	26607.0	66	11592.0
22	26424.7	67	11135.8
23	26234.4	68	10676.3
24	26036.0	69	10213.5
25	25829.7	70	9747.6
26	25615.6	71	9278.7
27	25393.7	72	8807.0
28	25164.0	73	8332.6
29	24926.7	74	7845.8
30	24681.2	75	7376.3
31	24429.3	76	6894.8
32	24169.4	77	6411.1
33	23902.1	78	5925.5
34	23627.9	79	5438.1
35	23345.8	80	4949.0
36	23057.0	81	4458.4
37	22761.1	82	3966.4
38	22458.3	83	3473.3
39	22148.7	84	2979.0
40	21832.3	85	2483.9
41	21509.2	86	1988.0
42	21179.6	87	1491.6
43	20843.6	88	994.6
44	20501.2	89	497.4
45	20152.5	90	0

Hinc facili negotio poterimus conferre Eraſtothenem Græcum cum Batavo. Conſidera ſequentes numeros.

Sunt in Gradu	285 00	A. *Perticæ.*
	28500	
	28500	
	5)342,000.	B. *Pedes.*
	68,400.	C. *Paſſus.*
	$68\frac{400}{1000}$.	D. *Milliaria*
Sunt in Gradu	342,000.	B. *Pedes.*
	360	
	000	
	2052	
	1026	
& in Circulo	5)123,120,000.	E. *Pedes.*
	24,624,000.	F. *Paſſus.*
	24,624.	G. *Milliaria.*
	8	
Secũdũ Batavum	196,992.	H. *Stadia.*
Secũdum Græcum	252,000.	I. *Stadia.*
Different.	55,008.	K. *Stadia.*

Si in gradu ſunt 28, 500. perticæ, vel duodecimpedæ, ut in A. ductæ in 12. dabunt 342, 000. pedes, ut in B: qui diviſi per 5. relinquent 68, 400. paſſus, ut in C: qui diviſi per 1000. manent $68 = 400$. ut in D. Major eſt ergo Tellus, quàm putant, qui ſingulis gradibus milliaria ſexagena adſcribunt.

Prætereà 342, 000. pedes, qui in gradu continentur, ut in B. ducti in 360. dabunt 123, 120, 000. ut in E. Tot ergo in toto Telluris ambitu ſunt pedes. Hi diviſi per 5. tranſibunt in 24, 624, 000. paſſus, ut in F: qui dant milliaria 24, 624. ut in G. Superat communem Geographorum calculum. Audi Andream Argolum *tom.* 3. *Ephemerid. libr.* 1. *Aſtronomic. cap.* 4. *pag.* 9. dicentem. *Cujus* (Telluris) *ambitum, comprehendendo ſimul Aquam & Terram, major pars Coſmographorum noſtri temporis conſtituit eſſe milliaria Italica* 21, 600. *tribuens cuilibet gradui longitudinis, vel latitudinis, ex* 360. (*quibus Circulus quiſpiam dividitur*) *milliaria* 60. *Sic ſtadiis* 172, 800. *Terra circumdatur, ut pluribus menſurandi rationibus innotuit.* At Snellius dedit 196,

992. ſtadia, ut in H. Ioannes autem de Sacro-boſco *cap.* 1. *Sphæræ*, ne ſuum caput novis ſpeculationibus obtundat, Eraſtothenis antiquatæ opinioni ſubſcribit, & ponit ſtadia 252, 000. ut in I.

NOTA.

Num. CCCL. *Figur.* 12.

SVb annum 1635. in Belgio invéni modum menſurandi terram, quem judicavi ſecuriſſimum, (& quidem in Theoricâ nulla occurrit periculi, aut erroris ſuſpicio, tametſi in praxi ſe ingerant refractiones, quas nullo modo poterit humana diligentia vitare.) Illum ſubſcribo.

Sit in circulo ADBF, *radius* BD. *tangens* DC. *ſecans* BC. *exceſſus ſecantis ſupra tangentem* AC. *Ergo, ſi cognoſcatur angulus* CBD. *& linea* CA. *cognoſcetur neceſſariò linea* AB: *nam* AB *eſt æqualis ipſi* DB. Hac doctrinâ præmiſsâ, quæ certiſſima eſt, pergo ulteriùs. *Sit* AC. *turris, aut mons notæ altitudinis. Ego conſtitutus in* C, *habebo Telluris limbum infra oculos; nimirùm, infra lineam* CG, *quam* Horizontem ſenſibilem, ſuperficialem-ve *vulgus appellat. Ergo magno Quadrante angulum* GCD *obſervo, & ajo illum eſſe æqualem angulo* CBD. *Hinc totum Triangulum reſolvo. Nam angulus ad* D. *eſt rectus: angulus ad* C. *eſt ex obſervatione notus: & angulus ad* B. *eſt, ut dicebamus, æqualis angulo* GCD.

Hac viâ Brugis & Dunkercæ è diverſis turribus horizontem in mari D. obſervavi, & me in obſervatione juverunt D. Bernardus Botynus, qui poſteà fuit Dunenſium Abbas, & D. Leander Bandtius, qui fuit Abbas Diſſenbergenſis. At inito computu, tam magnam Terram reperi, ut concluſionem ex Obſervationibus deductam eſſe evidenter falſam crediderim: & me laboris & itineris fruſtra inſumpti tæduerit.

Num. CCCLI.

Aliquibus annis poſt, dum honeſtæ recreationis gratiâ libros lego, hæc verba in Abbate Franciſco Maurolyco occurrunt. Ipſe enim in Coſmographico Dialogo III. ſic ambitum terræ metitur. *His præmiſſis* (inquit) *veniam ad id, quod propoſueram, modumque alium menſurandi Orbis tradam. Eligendus eſt, imprimis mons quàm editiſſimus; unde maris proſpectus latè pateat. Exiſtimo Ætham huic negotio aptiſſimam, nam ex ejus apice per plura quàm ducenta paſſuum millia in lago viſus protenditur, totuſque Inſulæ circumſpicitur. Itaque ex ſuperioribus præceptis exquirenda eſt montis celſitudo, hoc eſt perpendiculum, ab ejus apice ad maris æquabrium: deinde per Embadometriam* (Embadometriten, credo voluit dicere, inquit Snellius) *ex ipſo montis apice metiemur, quantumcumque proſpiciemus pelagi ſpatium ad peripheriam uſque horizontis extremi, mariſque contactum: quod intervallum, etſi rectum non ſit, à rectitudine tamen ſenſibili quantitate non differt ob tam exiguam circumferentiam: quibus peractis patebit eſt geometriæ noſtræ via. Intelligam enim quatuor rectas lineas: quarum prima, & iſta mentis celſitudo*: (AC) *altera* (CD) *viſualis radius à montis apice ad extremum maris contactum: tertia* (CF) *quæ conſtat ex primâ, & terræ diametro in rectam continuata: quarta* (DA) *maris peripheria à contactu uſq; ad tertiam, quæ quamvis recta non ſit, non ingrato tamen diverſitatem, ſi pro rectâ capiatur: nam, ut dictum eſt, adeò exigua erit circumferentia de Circulo in maris ſuperficie per terminos dictæ diametri deſcriptos, ut penè recta videatur. Siquidem hic ipſe Circulus erit veriſſimus Orbis ambitus. Cùm ergo prima, & quarta contineant angulum rectum, quem ſecunda ſubtendit jam ex primi elementorum Euclidis penultimâ, quadrata primæ, & quartæ lineæ, quæ nota ſunt, conſtabunt ſecundæ (quæ Circulum contingit) quadratum. Sed hoc ipſum quadratum, per penultimam tertii elementorum æquum eſt ei, quod ſit ex primâ in tertiam: datur autem etiam prima; montis ſcilicet altitudo, datur igitur etiam tertia: de quâ ſi prima abſcindatur, ſupererit terræ diametrus, ex quâ, ut diximus, ipſe ambitus elicietur.* Hactenus Maurolycus.

Difficultatem ſine causâ ingreditur Maurolycus, quam ego vitaveram: nam vult menſurare lineam AD. & hujus notitiam præmittit, quâ ego in meâ methodo non indigebam.

Clavius animadvertit non eſſe neceſſarium lineam AD metiri, ſed poſſe ſecuriùs obſervari angulum ACD. modumque traditum à Maurolyco corrigit, & ad ſummam facilitatem reducit. Et hic eſt modus, quem paulò antè tradidi, quem cogitavi, & practicavi priùs, quàm Maurolycum, Clavium, & Snellium vidiſſem. Verùm hæc, ut dicebam, nec tho-

dus, eſt propter refractiones horizontis ſenſibilis.

Num. CCCLII.

Profectò horizontis refractiones, & quà eas percurrit, præcipuè, eſſe maximas, nemo in dubium vocare poteſt; nam, & nos id ſæpiùs, & Authores diligentes ſcribunt. Snellius Patritium alicubi narrare meminit (quamvis hoc argumento abutatur Patritius, Terramque plano pede exporrigi, conetur probare) aliquid, ex quo eſſe interdum refractiones extraordinarias, & valde notabiles cognoſci poſſit; & hæc ejus verba producit. *Anno* (inquit) 1562. *nos in Cyprum navigantes, è navi magnâ, adhuc ad Venetum littus Istriæ alligatâ ſub Solis ortum, ſupra maris ſuperficiem montem in Liburniâ Aſſuero immanem, clariſſimè conſpeximus nigricantem. Distat autem à Venetiis paſſ. M. amplius 200. Oriente Sole non amplius eſt viſus. Modò, ſi tanta eſſet refractio, maris ſuperficies in medio tumida eſſet, vel totum montem, vel maximam partem viſui ademiſſet. At totus in diluculo conſpiciebatur, poſt Solis ortum nullus eſt conſpectus. Anno* 1574. *è Genuâ in Hiſpaniam navigabamus. Ultra Tolonem in Galliâ ſub auroram velo ibamus. Corſicæ inſulæ montes, imò tota ipſa inſula, uti nautæ, qui ad eam familiares habent navigationem, affirmabant, conſpiciebantur, & ipſa nigricans tota. Diſtabat autem à nobis ex longitudinis litorum computu M. paſſ. plus quàm CCC: Sole orto ab oculis evanuit. Neque tamen ante ortum mare planum fuit, aut poſt ortum in tumorem eſt auctum in medio. Experimenta hæc, & ſimilia multa nautis aſſiduè ſub oculis verſantur, quæ Geographi debuerant obſervaſſe, & annotaſſe.*

Nil concludit Patritius: non enim illa lo- videntur, quia mare in medio non tumet, ſed eſt planum, & ad libellam protenſum: ſed, quia viſuales circa horizontem radii refringuntur, & illa, quæ ſunt infra horizontem reverâ, ſupra horizontem conſpiciuntur. Hæc itaque duo Patritii experimenta accuratiùs recognoſcamus, ut quid inde inferendum ſit, videamus, ſpeculemur. Eſt profectò Tolon, ut bene obſervat Snellius, maritima Provinciæ in Galliis Civitas, uno quaſi gradu orientalior, quàm Maſſilia. Supponamus itaque Patritium è regione Tolonis in anchoris ſtetiſſe, ſub eodem parallelo cum Corſicâ, qui ſit 42dus, longitudo autem Tolonis ponitur vulgò 27. gr. 30. ſcr. Corſicani littoris occidentalis 31. gr. 40. ſcr. aut ſecundum tabulas emendatiores, illic 27. gr. 10. ſcr. hic 30. gr. 30. ſcr. parallelo 42do, ut proximè, ſub quo ex ſpeciali Tabulâ datur unius gradus quantitas perticarum 21180. differentia autem expoſitæ longitudinis eſt 3. gr. 20. ſcr. quare diſtantia ab iſtâ navium ſtatione ad Corſicam datur, ut minimum perticarum 70600. Milliare autem Italicum vetus eſt Stadiorum 8. ſive pedum quinque mille. Datur itaque intervallum milliariorum Italicorum $167\frac{1}{2}$. magna ſanè diſtantia, quam tamen Patritius propemodum duplo majorem conſtituit, cum eam dixit eſſe 300. milliarium, nunc reliqua videamus, & eorundem montium altitudinem inquiramus, ſi ex tanto intervallo ſint conſpecti. Sit in præmiſsâ figurâ AC. montis perpendiculum in Corſicâ D. Patritii navis contra Talonem in anchoris conſiſtens DA maximi Circuli peripheria quanta 70600. perticis debetur, videlicet 2. gr. 29. ſcr. Cum igitur in triangulo rectangulo CDBC. detur crus DC terræ ſemidiameter 1632930. & angulus ABC. 2. gr. 29. ſcr. dabitur quoque per tabulas ſecantium BI. 1634678. perticarum, unde deducta ſemidiametro BA: reliqua (videlicet AC) erit montis altitudo 1748. perticarum, quæ ſunt ſtadia 33. pedes 351. hoc eſt, $33\frac{1}{2}$. ut proximè. Immenſa profectò eſſet vaſtiſſimi montis altitudo. Montes quidem altiſſimos decem ſtadiorum altitudine attolli Eratoſthenem ipſum inſtrumentis dimenſum Theon ſcribit. Et Plinius narrat Dicæarchum Siculum, Philoſophum & Geometram excellentiſſimum, Regum impenſis montiũ altitudines dimensũ fuiſſe, & poſt diligẽtes obſervationes pronuntiaſſe, Pelion altiſſimũ, attolli paſſ. 1250. ratione perpendiculi, quæ exactè ſtadia decem æquant. Idem planè Geminus de Dicæarcho prodidit, quem aſſerit, Cyllenen Arcadiæ Montem Mercurio ſacrum ejuſdem etiam altitudinis deprehendiſſe. Atquì iſtos etiam ſupra nubes attolli, neq; ventis agitari, cineres immoti, & non confuſi literarum in ipſis ductus, etiam poſt luſtrum exactum imperturbati, ſunt argumento. His poſitis, Snellius argumentum conformat, cui

nunquam poterit reſpondere Patritius. Nam, ſi in Corſicâ uſpiam mons ullus extaret 33. ſtadiorum, hoc eſt, propemodum ſeſquiquadrupulus Pelii, aut Cyllenes, is ſine dubio omnium Scriptorum ſermonibus jam fuiſſet celebratiſſimus, tam ſtupendam altitudinem, haud quaquam taciturus. Quam ob rem, ſi vera ſint, quæ recenſet Fabritius, alia eſt, toto cœlo diverſa hujus phænomeni cauſa. Non videtur ex Tolone Corſica, quia mare intermedium non tumet: nam mare eſt globoſum, & in medio ſubrigitur, nec permittit, ut ex Tolone in Corſicam viſualis radius per rectam lineam protendatur. Sed videtur, quia refractio elevat Corſicæ ſpeciem, efficitque, ut ſupra horizontem videatur, quæ reverà latet infra horizontem. Porrò Corſica à Tolone in orientem abeſt 3. gr. 20. ſcr. Ideò Sol die æquinoctiali 13′20″. unius horæ ante Corſicæ exorietur, quàm Tolone. Atque ſimul cum ſuæ lucis radiis ſpeciem inſulæ, montiumque Corſicanorum ad Tolonem refractè deferet. Huic veritati Tychonis obſervationes conſonant: nam, quando Solis limbus ſummus horizontem primum ſuo contactu ſtringere deberet, jam is 34. ſcrupulis, etiam in aëre defæcatiſſimo, ſublatus perſpicitur. Quam ob rem, ſiquidem Patritius non tantùm montium juga, ſed etiam ipſum littus, & terram, ut teſtatur, perſpexit, illa refractio grad. 1. 14′.30″. fuit: quoniam in triangulo iſoſcele ABDA. angulus ad B eſt grad. 2. 29′. alii ergo duo anguli ſimul ſumpti, erunt gr. 177. 31′. ſinguli grad. 88. 45′.30″. Ergo, ſi angulum B D A grad. 88. 45′.30″. auferas à recto BDC. angulus ADC grad. 1. 14′.15″. relinquitur: adeoque tantam fuiſſe eam refractionem demonſtrationis argumenta convincunt. Sed alia etiam cauſa urget conſideratio, namque Corſicum littus occidentale montibus altis præterexitur: quod non tantum noſtri nautæ teſtantur: ſed etiam Veteres olim prodiderunt. Pauſanias Phocicis. *Exiſtimant alii* (inquit) *Corſicam inſulam, quæ à Sardiniâ non ampliùs quàm octo Stadia lato mari dividitur excelſis ſe undique montibus attollentem Favonio, & Aquiloni obtendi, quò minùs eorum in Sardiniam flatus pervadant*; quam ob rem, juga montium Sol ante ſuis radiis illuſtrat, quam littus ipſum maritimum, & noſtri nautæ uno gradu in illo parallelo propiùs Corſicam ſe interdiu cernere aſſerunt, quàm Patritius annotavit. Hinc patet illa 74′15″. quibus Corſicæ montium cies attollitur, non eſſe ex toto refractioni accenſenda, ſed ita dividenda, ut pars ob altitudini montium, pars verò refractionis diorum relinquatur. Snellius vult montium los 747. perticis ſubrigi, & ſtadia 14. ſuperare, & 45′. refractioni relinqui. Et hoc ſimilius judicat; ſed poſſet adhuc tantum montium imminuere altitudinem, nam illorum verticibus non eſſe perpetuas nives quales in Olympo, Cyllene, & aliis, qui tantùm ſtadiis attolli dicuntur, fatetur. Diminuantur ergo montium perpendicula, & augeatur refractio.

Nec contra hanc doctrinam ex Tychone poteris argumentari dicens. *Tychoni gratia refractionum debetur, nam illas per alia tempe peregrinantes in Aſtronomiam invexit, accuratiſſimè dimenſus eſt, & horizontalem 33′. aut 34′. eſſe ſtatuit. Non ergo major eſt aſſerenda.* Nec poteris addere. *Si horizontis globi Terraquei limbus per 50′. vel plura minuta attolleretur, nunquam* Sol *antequam horizontem verum attingeret, conſpiceretur. At conſpicitur. Non ergo ſpecies horizontis per 50′. vel plura minuta attollitur.*

Reſpondeo me non invidere Tychoni laudem, nam magnam fuit promeritus; ſed, quia Bernhardus Walterus centum ante Tychonem annis Syderibus refractiones accenſuit: hanc gloriam non deberi Tychoni certum eſt. Præterea, an Tycho bene fuerit menſus refractionem horizontalem dubitamus. Vtut bene eam ſit menſus, agit de cœlo ſereno, & aurâ liberâ; nam cœlo nubilo ſunt refractiones majores: & aliquæ tam extraordinariæ recenſentur, ut requiratur ad illas credendum magna urbanitas. Profert teſtem Wilhelmi Haſſiæ Landtgravii Obſervationem, quam ipſe in literis datis 14. Aprilis 1586. ad Tychonem verbis iſtis recenſet. *Aliquot jam retrolapſis annis refractionem valde ſenſibilem, tum in Sole, tum etiam in Stellis cognovimus. Semel etiam Venerem horizontem invenimus. Semel etiam Veneris Stellam occidentem, quam diligentiſſimè obſervavimus ad horæ pene quadrantem, ſuæ ſenariam apparentem, adeò, ut eo tempore motus primi mobilis nihil moveretur, atque adhuc appareret elevata duobus, & amplius gradibus ſupra horizontem, cùm totidem reverà eſſet ſub horizonte: deinde autem quaſi ad momentum*

evanuit: quæ omnia nobis videbantur (ſi viderentur) miraculoſa, niſi Vitellio in ſuis Opticis horum rationem præbuiſſet. Ergo, tales horizontales refractiones regulariter uſi 34′. dicantur, poſſunt, & ſolent caſus extraordinarii accidere, quæ illas augeant ad vel plura minuta: nam hæc Obſervatio Landtgravii, tunc ☉em gr. 4. ſeu 240′. ſubjiſſe refractionem perſuadet, ut, vel hinc veræſimilior reddatur Hollandorum hiſtoria, qui multis ante exſpectationem diebus ☉em lambere horizontem apud novam Zembram conſpexerunt. Dicemus igitur, non quotidie accidere, quæ Patritius recenſet, & illâ die fuiſſe circa horizontem vapores, qui magnam, ſed irregularem refractionem cauſarent.



Num. CCCLIII.

Tametſi præcedentia ſufficiant, ut Philometres habeat fundamentalem notitiam, ex quâ poſſit in quâcumque materiâ Geodæticâ Concluſiones individuas deducere, placuit aliquas Epiſtolas addere, quæ ad Telluris cognitionem profundiorem ſpectant, ut illam meliùs poſſit menſurare Geometres, Geodætes accuratiùs in zonas, climata, parallelos; nec-non in regiones, & provincias dividere; & pulchriùs in illâ Geographus fluviorum curſum, montium altitudinem, ſylvarum interpoſitionem, & urbium ſituationem depingere.

Quæſtionem de motu Telluris diurno, & annuo non ingredior: cùm, quia res à tam multis diſputata non videtur examine novo indigere; tum, quia à nobis in Aſtronomicis Syntagmate copioſo ediſſeritur; curioſo veriùs, quàm neceſſario: nam poſt Eminentiſſimorum Dominorum Cardinalium Declarationem, non eſt, cur de hoc argumento diſſeramus.

In Epiſtolis etiam, ubi nullus ordo ſervari videretur, ordo ſervatur: licèt enim, qui ſcribit, nullum ſervet ordinem in interrogando; qui reſpondet, ſervat optimum ordinem, cùm dubia ſingula eo, quo ſunt propoſita ordine, dirimit, & illuſtrat.

Ponam igitur primo loco unam brevem Epiſtolam, in quâ Telluris faciem exteriorem conſiderò, & Geographiæ quandam brevi ſſimam Synopſin trado: & in aliis audentiùs uſq; ad ipſum Telluris centrum penetrabo; examinaboque accuratè, quo Tellus modo ſit ponderibus librata ſuis? Et, *an in ipſâ centrum gravitatis, & figuræ ſit idem?*

EPISTOLA I.

ILLVSTRISSIMO DOMINO D. LVDOVICO DE BOLEA

Marchioni de Torres Suo, &c.

IOANNES CARAMVEL. S. P.

Bruxellæ

Tradit Geographiæ breve specimen: Telluris que exteriorem faciem in Zonas, Climata, Parallelos, &c. Regiones, Provincias, &c. accuratè distinguit.

Num. CCCLIV.



Ndiget Militiæ Tribunus Historiæ veteris, & junioris notitiâ, ut Magni Alexandri, Iulii Cesaris, Caroli V. aliorumq; militarium Imperatorum, quà terra, quà mari, felices, & generosas expeditiones meditans, habeat, quos imitetur, &, quorum exemplo sua possit imperia (Hispanus vocat *ordenes*) gubernare. Princeps profectò milites imperiis, & mandatis gubernat, & hæc ipsa mandata, ut dixi, *ordenes* ab Hispano appellantur; nam esse debent, quæ ordinent, non autem, quæ confundant exercitum: omnis enim humana authoritas, ad conservationem, & non ad destructionem concessa est. Porrò, ut militem mandata ordinent, debent esse ordinata; ut regant, recta: & Prudentia, cujus est resolutiones bellicas ordinare, & dirigere, est virtus practica, & exemplis experientiâ probatis utitur, non præceptis. Hunc in finem attentè legis, quæ à Viris magnis de exercitu Xerxis, Regis Persarum, scribuntur. Immensus fuit, suâ mole periit; nec enim erat, qui ali posset, ac propterea, nec poterat sub obedientiâ contineri. Centum, & septuaginta hominum myriadas (tot enim sunt ad Græcum calculum 170,0000: qui ad nostrum essent 1; 700,000. unus millio, & septuaginta hominum millia) conscripsit: tantumque habuit navium apparatum, ut totum Hellespontum operiret, Asiamque Europæ quasi ponte conjungeret. Et quid cum tam immenso exercitu, cum tanto navium numero, glorioſum præstitit? Apud Thermophylas à quatuor hominum millibus (attende bene: non à quadringentis, non à quadraginta, sed à quatuor millibus dixi) quos posset spum submergere, ignominiosè vincitur: & in navali certamine posteà à Themistocle apud Salaminem superatur, tanto militum suorum excidio, & navium strage, ut, qui priùs primi suis maria in sylvas converterat, vix in parvulâ cymbâ evaserit, & in Persidem redierit inglorius, ubi tandem ab Artabano, suo Præfecto, interficitur. Parvis copiis, sed bene disciplinatis, totam Asiam subjugavit Macedo. In Asiâ, Africâ, Europâ, Iulius Cæsar Aquilas triumphantes promovit: & Isabella, Hispana Amazo, illud NON PLUS ULTRA, quod Herculeæ Columnæ præ se ferebant, diruit, & parvâ classe penetravit in Orientales Indias, & novi Orbis detectione coronavit Hispaniam. In hac regione occidua pauci Iberi frequenter multas Indorum superarunt myriadas; & tandem ignotas illas Deo, & Regi subjugarunt regiones, unde-

quotannis auri, & argenti evehuntur thesauri, quibus tota Europa fruitur, & ditatur. Et alias Historias libentissimè legis, & eas inclamas. Vbi America? ubi Africa? ubi Asia? ubi Persia? & in ipsis, ubi regna, provinciæ, urbes, fluvii, montes, apud quos conseruerunt exercitus, & sunt gloriosa illustrium militum sanguine etiamnum madidi? Hæc est tua Interrogatio, Illustrissime Marchio, ad quam, ut tui ingenii vivacitati, & velocitati morem geram, respondebo brevissimè. Ergo attende.

De Vocibus.

Num. CCCLV.

Sunt, qui terram à tellure distinguant, quasi terra secernatur ab aquâ, & tamen totus iste globus terraqueus, totus iste aquæterreus debeat *tellus* vocari. At opinionem hanc non tolerat Plinii authoritas, qui *lib.* 2. *cap.* 3. tellurem ab aquâ, ut partem à composito distinguit. Ejus verba sunt hæc. *Vitam continent spiritum, & per cuncta rerum membra, totoque consertum, cujus vi suspensam in quarto aquarum elemento, librari medio sustinet tellurem.* Interim, sicut *dies*, sic etiam *terra* habet significationis parallaxim: dies enim à nocte distinguitur, & hæc vox *dies* in integre sumpta, non significat noctem; interim eadem vox vulgò sumitur pro 24. horarum circuitione, quæ diem, & noctem complectitur, unde *Genes.* 1. legitur. *Et factum est vespere, & mane dies primus*, &c. *Et factum est vespere, & mane dies secundus*, &c. *tertius, quartus, quintus*, &c. Totum hoc 24. horarum spatium Dionysius Areopagita, & post eum Basilius in Hexamero ΕΞΗΜΕΡΟΝΥΚΤΙΟΝ appellavit, quæ vox plurimis placuit, & hodie apud Astronomos est recepta. Possemus Latinè dicere *Noctiduum*, si vulgus approbaret audaciam. Ex voce Græcâ derivatur ΕΞΗΜΕΡΟΝΥΚΤΟC, *qui per tres dies, noctes durat*, apud Dionys. Ergo, sic similiter *terra* est vox, quæ bifariam sumitur: vel enim significat terram, ut condistinguitur ab aquâ: vel significat totum istum globum, qui componitur ex terrâ, & aquâ.

An tota Terra sit punctum?

Num. CCCLVI.

Multi id asserunt, sed non omnes eâdem ratione id probant. Porrò Terram respectu cœli punctum esse, nos docent Aristoteles *lib.* 2. *de Cæl. text.* 110. Ptolemæus *lib.* 2. *Almag. cap.* 6. Regiomontanus *ibid. Concl.* 4. Copernicus *libr.* 1. *cap.* 6. Ioannes de Sacrobosco *in cap.* 1. *Sphæræ*, & Clavius *ibid. pag.* 143. Maurolycus *dialog.* 1. *Cosm. pag.* 11. Alfraganus *diff.* 4. & 22. Barocius *lib.* 1. *Cosmog. pag.* 30. Ricciolius *libr.* 2. *de Sphær. cap.* 6. & alii. Adrisit Hygino hæc sententia, illamque *libr. de limitib.* ita suadet. *Cæli punctum esse Terram sic describunt, quod dicant à Polo* (Orbe Stelligero) *ad Saturni circulum intervallum esse, quod Græci hemitonion appellant: à Saturno deinde ad Iovem hemitonion: ab hoc deinde ad Martem tonum: à Marte deinde ad Solem ter tantum esse, quantum à Polo* (Aplane) *ad Saturnum; hoc est, trihemitonion: à Sole deinde tantum esse ad Venerem, quantum ex Saturno ad Iovem, hemitonium: à Mercurio deinde ad Lunam tantumdem, hemitonium: à Lunâ ad Terram tantum, quantum à Polo* (Firmamento) *ad Iovem, tonon. Sic terram punctum Cæli esse ostendunt; & Ars Musica per hæc diastemata constare fertur.* Sed quantum à Venere ad Mercurium? Omisit.

Cùm hanc audio rationem, transire permitto antecedens: jubeo transire consequens: & consequentiam nego.

Permitto sanè antecedens transire; quoniam tota Cœlestis Musica; aut consistat in sono, ut Pythagoras; aut in radiorum, & arcuum magnitudine, ut Keplerus; aut in humorum, & qualitatum proportione, ut Fludius somniat, mihi, & quibuscumque prudentibus æternum tacet.

Iubeo transire consequens consequentiâ negatâ, nam ipsum (verum, aut falsum sit) non oritur ex illis præmissis. Cantent Cœli, vel taceant. Quid inde? An ideò terra erit punctum, vel non erit?

Terram esse punctum asserit Aristoteles, & quo sensu loquatur, nos docet *lib.* 1. *Meteor.* sic enim ait. *Terræ moles, quæ totam etiam aquæ molem complexa est, nullius particulæ rationem subit, ad ambientem magnitudinem.* Nota illud *nullius*, & illud *ad*: & collige Terram sumi bifariam: nempe, in sensu absoluto, & relativo. Priori sensu, est quantam conspicimus; magna, vasta; & latissimas regiones & provincias habet: at verò posteriori, cum Firmamenti ambientis immensitate comparata, *nullius particulæ rationem subit*, est indivisibile

bile punctum, quod partes non habet. Et hic posterior sensus est, quem vocamus *Virtualem* in Ethicis, nam terra collata cum cœlo, licèt realiter aliquid sit, & verâ sit magnitudine prædita, ita se habet, ac si magnitudinem nulla haberet; nullam enim sensibilem potest formare parallaxim.

Num. CCCLVII.

Dicit Alphraganus (utor verbis Ioannis de Sacro-bosco *cap.* 1. *de Sphærâ*, illustratis à Clavio) *quod minima Stellarum fixarum, visu notabilium, major est totâ terrâ*: [Et ad hunc textum Clavius: *Non autem solus Alphraganus dicit, minimam Stellarum, quæ visu percipiuntur, majorem esse terrâ: verum etiam id ipsum omnes fere Astronomi asserunt.*] Subsumit. *Sed ipsa stella respectu totius Firmamenti est sicut punctus, & centrum. Multò igitur fortiùs terra est punctus respectu Firmamenti, cùm sit minor eâ.* Posui hanc rationem primo loco; est enim facilis, & intelligi ab omnibus potest; & non videtur posse solutionem habere.

Addam aliam quàm Ioannes de Sacro-bosco proposuerat priùs, dicebat enim. *Oculus existens in terræ centro videret medietatẽ cœli: Sed idem* (oculus) *existens in superficie terræ videt eamdem medietatem. Igitur patet, quod insensibilis est quantitas Terræ, quæ est à superficie ad centrum: & per consequens quantitas totius terræ insensibilis est respectu firmamenti.* Hæc secunda consequentia est vera, ut propositio; non autem, ut conclusio: ex parte enim ad totum non est bona methodus argumentandi: nam, siquidem aliquæ quantitates sensibiles, & aliquæ insensibiles sunt, nemini esset injurius, qui licentiam peteret agendi de sensibili minimâ. Et tamen, si tunc diceret. *Media pars est insensibilis: Ergo etiam tota est insensibilis*, poneret antecedens verum, & consequens falsum.

Num. CCCLVIII. *Lam.* 12. *Fig.* 1.

Posset aliquis negare minorem, & dicere, non videri medietatem cœli ob oculo in Telluris superficie posito: quoniam à constituto in A, videtur totum hemisphærium ECF: à constituto autem in B, nec videtur ED, nec FG, sed DCG. Ergo, ut ratio habeat vires, debet cõtra hanc solutionem roborari. Oportet igitur examinare sensuum activitatem, & inquirere. *Quanta esse debeat res, ut de illâ visu judicare possimus?*

Vt hanc Quæstionem omninò necessa-
dirimam, me juvant Copernici. Dicit
motu annuo Terram facere parallaxim
stellas fixas alio loco videndas Terrâ
constitutâ; alio, si in ♎ transferatur.
spondebat Philippus Lansbergius, Ste
quidem fixas ob motum Terræ annum
rallaxim subire, at hanc 30″ non exce
atque adeò insensibilem esse: & poste
meliùs consideratâ judicavit 30″ posse
sensum cadere, & ideò numerum istum
divisit: ut sic liceat argumentari. *Paralla*
15″ *est insensibilis. At fixæ ob annuum Ter*
motum Stellæ, non subeunt majorem, quàm
22‴. *Illarum ergo parallaxis est insensibi*
Vnde sic inquit. *In Commentationibus nostr*
quas super motum Terræ diurnum, & annu
non ita dudum in lucem emisimus, suppo
mus Stellas fixas, parallaxim facere ad ma
gnum Terræ Orbem scrup. 0′. 30″. Ex
hypothesi etiam collegimus Stellas fixas distare
Terrâ particulis 68;754,937. *quarum radius*
magni Orbis Terræ est 10, 000. *Verùm, qu*
parallaxis Stellarum fixarum ad magnum
Terræ Orbem, vel nulla est, vel saltem
sensibilis; consentaneum est, eam esse minorem
scrupulis 0′. 30″. *dimidium enim scrupulum*
primum idoneis instrumentis commodè discer-
ni potest. Adsumpsimus igitur jam parallaxim
fixarum Stellarum ad magnum Terræ Orbem
multò minorem, scrupulorum scilicet 0′ 7
22‴: *Ex quâ, & radio magni Orbis Terræ*
10, 000. *veritati propinquiorem distantiam fi-*
xarum Stellarum à Terrâ adstruimus par-
cularum 280;000, 000. Ergo, si magni Orbis
radius est 10. fixarum distantia erit 280,000.
Et, si ille est 1. hæc erit 28,000

Num. CCCLIX.

Hac doctrinâ præmissâ progredior. Ty-
cho Brahæus *Progymnasm. cap.* 7. *pag.* 48.
licèt fateatur se Stellas fixas posse tan
13, 000. Terræ semidiametris removere,
censeatur avarus, illarum Orbi semidiame-
trorum terrestrium 14, 000. radium ad
gnat. Non erit ergo necessarium calcu
instituere, ut hinc ortam metiamur pa
xim. Si enim 1. ad 28, 000. in aspectu
versitate dat 0′ 7″ 22‴: tunc AB ad AE
nempe, 1. ad 14,000. dabit 0′ 3″ 41‴. T
tus est itaque arcus ED, vel FG. Est ig
omninò insensibilis. Interim uberioris
ctrinæ causâ sequentes numeros consid
mus.

Tellus enim ab oculo posito in di-
tâ

Semidiametrorum terrestrium	Videbitur sub angulo. Gr.	′	″
20,627	0	0	20
10,313	0	0	40
6,876	0	1	0
5,194	0	1	20
4,125	0	1	40
3,438	0	2	0
1,719	0	4	0
1,146	0	6	0
60	1	55	0

Ergo tâ Firmamento despecta, si videri inde
puncto similis est.

Num. CCCLX.

Sanè sumendo hoc sensu Terram, nec à
Geometriâ, nec à Geodæsiâ, nec à Geogra-
phiâ consideratur: Punctum est, ergo non
habet magnitudinem, & extensionem, quam
metitur Geometra; non habet partes, quas
dividat, & distinguat Geodæta; adeoque, nec
certum situm, quem pingat, & describat
Geographus.

Tristud punctum est, Illustrissime Mar-
chio, de cujus divisione, & adquisitione
tam pertinaciâ contenditur: ob cujus laci-
nias minutissimas numerosi conscribuntur
exercitus, sanguis humanus crudelissimè fun-
ditur, & cadaveribus sepulchra opplentur.
Loquamur Hispanicè, Illustriss. Domine, quo-
niam si rem bene consideremus, *mas es el ruido,*
que las nuezes, omnia terrena videtur indigna
strepitu: & ille solus sapere, qui glo-
riæ Cœlestis intuitu contemnit universa ter-
rena. Audi Christianissimam Senecæ excla-
mationem: *In Præfat. quæst. Naturalium*: sic
inquit. *Quàm juvat, inter Sydera ipsa va-*
gem divitum pavimenta ridere, & totam
auro suo terram: non illud tantum dico,
quod egessit, & signandum monetæ dedit, sed,
quod in occulto servat posterûm ava-
ritia, nec potest ante contemnere porticus, &
varia ebore, auroque fulgentia, & tonsiles
silvas, & derivata in domos flumina, quam
totum circumeat Cœlum, & terrarum Orbem
cernè aspiciens angustum, & magna ex par-
te apertum mari, etiam eâ parte, quâ extat la-
tus inhospitalem, & aut usum, aut rigentem, sibi
ipse dicat: Hoc est punctum, quod inter tot gen-
tes ferro, & igni dividitur. O quàm ridiculi
sunt mortalium termini! punctum sanè est il-
lud, in quo bellamus, in quo navigamus, in
quo regna disponimus. Hæc Seneca: cujus
piissima verba ingeniosissimus P. Athanasius
Kircher ad numeros sequentes reduxit.

Vt videas rerum sit, quantula portio, verbis
Quã nos magnificis in regna superba secamus,
Partimur ferro, mercamur sanguine fuso,
Ducimus exiguæ glebæ de parte triumphos.
Illa etenim moles per se spectata seorsim
Magna quidem: si cum stellati tegmine cœli
Componas, puncti instar erit, vel seminis instar,
Hæc illa est hominum sedes, hæc illa ferarum,
Et volucrũ domus: hoc angusto è carcere quantũ
Surripit Oceani Terræ circumfluus humor,
Huc pelagus, huc adde lacus laxasque paludes,
Et quæ præcipiti labefactant flumina montes
Vertice, vel pigris stagnant immota lacunis,
Dum q; hæc vi rapiunt, hæc orbẽ gurgite mergũt,
Conditur exiguæ sub aquis pars maxima terræ,
Quod supereſt magno, velut insula parva pro-
fundo
Innatat, hæc etiam, quantum, vel squalet arenis?
Vel tumet in vastos sine fruge, sine arbore mon-
tes?
Vel nimiis ardet flammis? vel frigore torpet?
Vel jacet humano indocilis mansuescere cultu?
Vel fœcunda malis animãtum in funera succis?
O pudor, ò stolidi præceps vesania voti!
Quãtula pars rerum est, in quâ se gloria tollit,
Ira fremit, metus exanimat, dolor urit, egestas
Cogit opes ferrò, insidiis, flamma atque veneno!
Scilicet, & trepido fervent humana tumultu.

De Terrâ secundum se consideratâ.

Num. CCCLXI.

IAm didicimus Terram moraliter sumptam nihil esse, eamdem cum Firmamento collatam punctum esse; transeamus ad alteram considerationem, & illam secundum se consideremus: nam hoc ipsa sensu vasta est, & potest mensurari à Geometrâ; habet maximas partes, quas potest Geodæta separare, & dividere; ornaturque montibus, sylvis, & fluviis, &c. naturaliter; urbibus pagis arcibus, &c. artificialiter; quæ Geographus potest depingere. Adjungam huic alias Epistolas, in quibus cum Clarissimo D. Doctore Ioan. Marco de subterraneâ Terrâ disputo, &

ideò impræſentiarùm antequam infra exteriorem ſuperficiem cutioſa contemplatio ſe inſinuet, hanc externam Terræ faciem contemplemur, delineemus, pingamus.

Terram ſanè rotundam eſſe primus omnium demonſtravit Parmenides Eleates, teſte Ariſtotele, & poſteà Thales Mileſius, quos Peripatetici, & Stoici ſequuti ſunt. Quorum, ſic invaluit authoritas, ut citò hæc fuerit præſcripta apud univerſos opinio, quod ſufficere, ut aſſenſum præbeamus, putat Plinius *libr.2. cap.64.* inquit enim. *Orbem certè dicimus terræ, globumque? verticibus includi fatemur*, &c. Eamdem Canonicam facit Sacra Pagina: haberur enim Pſalm.23. *Domini eſt terra, & plenitudo ejus: orbis terrarum, & univerſi, qui habitant in eo.* & Pſalm.92. *Etenim firmavit orbem terræ, qui non commovebitur*. Communem hanc univerſorum ſententiam Coſmographi Geometricis ratiociniis demonſtrant adhærentes Ptolemæo *lib.1. cap.4. Almag.* Theoni *ibid.* Regiomontano *in Epitom. concl.2.* Martiano Capellæ *lib. 6.* Copernico *libr.1.cap.2. & 3.* Cleomedi *de mundo pag.376.* Alfragano *differ.3.* Fernelio *lib.1. Coſmotheoriæ*. Maurolyco *dialog. 1. Coſmogr.* Clavio *in Sphær. pag. 3. 117. & 197.* Borocio *libr.1. Coſmogr.* Blancano *de Sphær.part.3. tract.3 cap.4.* Argolo *in Pandoſio Sphæric.cap. 5.* Keplero *in Epitom. Aſtronom.* Copern. *à pag.17.* Quorum inventis utuntur etiam Philoſophi, ut *libri 2.de Cælo, textum* 104. dilucident.

Hinc corruunt veterum opinationes, quas eruditè refert P. Ricciolius *libr. 2. de Sphær. cap. 1.* dicens, *Terraqueum hoc, in quo degimus, Elementum, hoc eſt, ex Terrâ, & Aquâ compoſitum, columnæ ſimilem cenſuit Anaximander; Cylindro, ſeu tympano bellico Leucippus; Cono, ſeu turbini Cleanthes; ſcaphio Heraclitus; diſco cavo Democritus; menſæ planæ Anaximenes, & Empedocles; infinita verò radice deorſum niti, Xenophanes Colophonius, ut referunt partim Ariſtoteles* libr. 2. de cœlo à text.76. *partim Plutarchus* libr. 3. de placitis Philoſoph.cap.10.*& Laërtius* in eorum vitis.

Num. CCCLXII.

Supponentes igitur Terram eſſe Sphœricam, quod præter eclipſes Lunares, in quibus figura Terræ ab umbrâ exprimitur, longitudinum, latitudinum, & horarum varietas evidenter demonſtrant, ut nos ſuo loco edifſeremus; ejus ſuperficiem impræſentiarùm contemplemur, & lineis congruentibus diſtinguamus.

Num.CCCLXIII. *Lam.12. Fig.*

Globus iſte aquæ-terreus, quem [illegible] mus, circulo AHBIA repræſentatur. A polus auſtrinus, B borealis, qui enim [illegible] taret in A, haberet in vertice polum [illegible] meridionalem, & ſeptentrionalem, qui [illegible] De his duobus punctis agebat Virgilius 1. *Georg.* cùm cecinit.

Hic Vertex nobis ſemper ſublimis: at ille Sub pedibus Styx atra tenet, Manesq; profundi.

His duobus punctis ſemel in Sphœrâ notatis, non erit difficile deſcribere circulos cumcurrentes. Nam Æquinoctialis, eſt culus HI. terram dividens in duas partes æquales, & axem AB ad angulos rectos terſecans. Vocatur autem Æquinoctialis quia, quando Sol illam ſubit, (nempe, in [illegible] & ♎.) dies noctibus æquales ſunt: unde Nilius.

Libra, Arieſq; parem reddunt noctemq; diemq.

Eſt autem Æquinoctialis primus Circulus qui in Sphœrâ debet conſiderari. Et præ illum delineantur hinc inde Tropici (nempe FG, & KL.) Æquinoctiali paralleli; & ab diſtantes juxta obliquitatem Zodiaci. Et ca polos delineantur duo Circuli, (CDE Arcticus, & MON Antarcticus) quorum diameter (CE, vel MN) Tropicorum diſtantia (FK, aut GL) æqualis eſt. Eſt autem Tropicus ♋ Circulus, quem motu ſuo diurno deſcriberet Sol, ſi ſemper eſſet in primo puncto ♋: & Tropicus ♑ eſt Circulus, quem Sol deſcriberet, ſi ſemper primum punctum Capricorni teneret.

Circuli (Arcticus & Antarcticus) à Polis Zodiaci C & N. deſcribuntur, & ſemper diſtant à Polis Mundi A, & B, quantum Tropici ab Æquinoctiali.

Et quidem variæ fuerunt de hac diſtantia ſententiæ ob diverſas Aſtronomorum Veterum obſervationes: ſunt etiam hodie varii, nam alii mutari Sphœræ obliquitatem putant: & ſubdividuntur in claſſes: nam in [illegible] tationis quantitate aſſignandâ diſſentiunt, alii autem putant obliquitatem hanc invariabilem eſſe, eamque ſemper fuiſſe, & futuram eſſe grad. 23. 30'. quantam exhibent hujus temporis obſervationes, quibus non præjudicat Tychonis authoritas; nam majorem de-

[illegible]tâ Solis parallaxim adſumpſit, & ideò [illegible]nit grad. 23. 31'. 30''. Tropicos ab Æ[illegible]noctiali diſtare: unde, ſi à Tychonicis nu[illegible]is Solarem parallaxim auferas, (quoniam [illegible]nſibilis eſt) non-niſi grad. 23. 30'. erit [illegible]s & Cœli maxima declinatio. Sed de [illegible] inferiùs *num.*374. cum examinemus, an [illegible]entur Climata, iterum differemus.

[illegible] Ecliptica linea eſt, quæ conſideratur in [illegible] Culo: & eſt Circulus KG, qui altero limbo [illegible] Tropicum ♋: & altero Tropicum ♑ attingit. [illegible] eſt Solis via: & vocatur *Ecliptica*, quod [illegible]illâ accidant Luminarium Eclipſes. Hujus [illegible] Circuli axis eſt CN. Poli autem C. & N. Quia [illegible] Planetæ *hinc* inde ab Eclipticâ ſecundum latitudinem, quam habent, deviant, debuit [illegible] Zodiacus: qui eſt Zona quædam, quam [illegible]iam pertranſit Ecliptica, & hinc inde exten[illegible]itur ſecundum maximas Planetarum deviationes: quas Clavius *in Sphær.pag.*25. putat non excedere 6. grad. alii autem eaſdem [illegible] gradum octavum pervenire contendunt. [illegible]ocatur autem Zodiacus, ob animalium figuras, in quas diſtinguitur: ΖΩΟΝ enim Græcè eſt *Animal*.

Comitantur Zodiacum duo Circuli, qui [illegible]antur *Coluri*. Primus eſt ACDB. qui *Colurus Æquinoctiorum* dicitur, nam per polos [illegible]ndi A, B, & per principia Æquinoctiorum [illegible]nſit: & à Sole, in ipſo Æquinoctio tranſit. Secundus eſt BHAIB, & *Colurus Solſtitiorum* vocatur: & à Sole in ipſo Solſtitio [illegible]ringitur.

Lam.12. Fig.1.

Horizon, eſt Circulus major, ex loci ver[illegible], velut è Polo deſcriptus: dividitque Meridianum, & ab illo dividitur ad angulos re[illegible]s: & ſeparat hemiſphærium viſum ab in[illegible]. [Vertex eſt punctum altiſſimum, capiti [illegible]mminens, quod ab Arabibus vocatur *Zenith*, cui ex diametro opponitur aliud punctum, quod dicitur ab eiſdem *Nardir*.] Etymon deducitur à verbo ΟΡΙΖΟΜΑΙ, quod *terminare*, ſeu *finire* ſignificat, unde, qui *Horizon* à Græcis, *Finitor* à Latinis vocatur. Proclus, & cum eo Albertus Magnus, quidam Iuniores univerſi ſubſcribunt, docent horizontem eſſe duplicem Rationalem & Senſibilem. Rationalis, qui etiam Naturalis vocatur, eſt ſuperficies EF, quæ per A, centrum Terræ pertranſit: & Sphœram dividit in duas partes æquales. Horizon Senſibilis, quem-melius Superficialem diceres, eſt DG. qui per B. terræ ſuperficiem deducitur.

Lam.13. Fig.7.& 8.

Qui Horizontem Senſibilem eſſe planam ſuperficiem negaret, & conſiderari juberet in Fig. VII. angulum HGI. & in Fig. VIII. angulum GCK: aſſereretque, Horizontem Senſibilem eſſe umboni ſimilem: & majorem Cœli partem exhibere oculis, & minorem obtegere: etſi à communi ſententiâ abiret, à nemine poſſet reprehendi.

Lam.12. Fig.5.

Horizon in Rectum, Obliquum, & Parallelum dividitur: unde naſcitur Sphœræ Rectæ, Obliquæ, & Parallelæ diſtinctio, quam Figura V. repræſentat.

Sphœra Recta dicitur, quæ Mundi Polos A & B. habet in ipſo Horizonte. In hac Æquinoctialis, Tropici, Circuli Arct. & Antarct. ad rectos angulos, & in duas partes æquales ab Horizonte dividuntur. Qui in Rectâ Sphœrâ habitant, ſemper habent dies & noctes æquales.

Sphœra Parallela dicitur, in quâ Polus eſt in vertice, & Horizon coïncidit cum Æquinoctiali: in quâ inquam, Tropici & Circuli Arct. & Ant. ſunt Horizonti paralleli. Qui ibi habitant, toto anno habent unicum ἩΜΕΡΟΝΥΚΤΙΟΝ: vident enim ſex menſibus Solem: & aliis ſex ejus præſentiâ carent.

Sphœra Obliqua intereſt: & ſic vocatur, quæ habet Polos obliquè: videlicet, nec in ipſo vertice, nec in ipſo Horizonte: ſed in aliquo loco intermedio. Qui ibi habitant, diverſam, variamque dierum & noctium inæqualitatem ſortiuntur, ut dicemus inferiùs.

Lam.12. Fig.6.

Ignotæ fuerunt Aſtronomis Antiquis Solis Lunæ & Stellarum Refractiones; vi quarum contingit, ut Cœleſtes lampades, quando reverà ſunt infra Horizontem conſtitutæ, ſupra ipſum Horizontem appareant. Hinc patet infra Horizontem Rationalem, Refractorium adhuc collocari debere: nam, ſi in Figurâ VI. dicatur eſſe linea CD. Naturalis, ſeu Rationalis: linea OP erit Refractorius Horizon. Diſtat à Rationali grad.0.34'. reſpectu Solis, à cujus motu Geographica ſphœræ delineatio dependet. Dicitur autem *Refractorius*, quia ☼, quando ad illum pervenit, priuſquam ad Rationalem adſcendat, refrin-

gìtur, & ſupra Horizontem reſpicitur, cùm reverà ſit infra Horizontem.

Antequam ☉ appareat, eſt Aurora, quæ incipit, quando mane ☉ ad lineam Crepuſculinam adſcendit: & finitur veſpere, quando ☉ eamdem Crepuſculinam tranſit. Lineam autem Crepuſculinam in Fig. VI. repræſentat linea QR. quam communis ſententia octavo-decimo profunditatis gradu infra horizontem Rationalem deſcribit.

Tychonis & Rothmanni diſſertatio mihi occaſionem præbuit, ut duplicem Crepuſculinam delinearem, (nempe, QR. & TV.) quoniam tempore matutino priùs ☉ vapores apud Horizontem excitatos, & poſteà aërem, qui eſt in zenith, illuminare incipit: & veſpertino contrà, priùs vapores, qui in vertice, & poſteà illos, qui apud horizontem ſunt, deſinit illuminare.

Lam. 13. Fig. 8.

Quomodo fiat duplex hæc Crepuſculorum diſtinctio, in Laminæ XIII. Fig. VIII. clariſſimè repræſentatur: quoniam Terra eſt globus DLI. & nos ſumus in D, & per lineam FE, quæ nobis eſt horizon ſenſibilis, cœlum viſum (FRE) ab inviſo (EPF) diſtinguimus. Quando ☉ eſt in P. habemus mediam noctem. Hinc ille progreditur, & perveniens ad H. incipit illuminare vapores cõſtitutos in Horizonte Q. qui incipiunt primos lucis radios nobis exiſtentibus in D. communicare. Poſteà ☉ veniens ad G, illuminat aërem C. quem habemus in vertice: & tandem oritur in E: eſt meridie in R: occidit in F: aërem verticalem C. deſinit illuminare conſtitutus in E, & vapores horizontales S, conſtitutus in O.

Diſtributio Telluris per Zonas.

Num. CCCLXIV.

PRima diviſio Terræ in Zonas eſt: nam videtur illarum numerus, non tam ab arte, quàm à naturâ dependere. Quidquid Circulo Arctico CDE clauditur, vocatur *Zona borealis frigida*; quidquid Circulo Antarctico, *Zona meridionalis frigida*. Quidquid inter Tropicos (nempe, FG & KL) jacet, dicitur *Zona torrida*: & duæ Zonæ, quarum Borealis intereſt Tropici Cancri, & Circuli Arctici, & Auſtralis Tropici Capricorni, & Circuli Antarctici, vocantur *Temperatæ*. Ratio nominum clariſſima eſt. Hæc enim Terræ ſegmenta vocarunt ZONAC, faſcias aut *cingula*, nam globum cingunt. Medi dixerunt *Torridam*, quod à Sole, qui ver calis ibi eſt, torreatur. Extremas ſeu Sub lares, *Frigidas*, ob Solis abſentiam, aut e præſentiam obliquam; longo enim tem regionibus illis Sol abeſt; & cum adeſt, obliquis Tellurem radiis ferit, ut horri hyemis perpetuæ frigus expellere, aut re tere non poſſe cenſeatur. *Temperatæ* vel duæ dicuntur, quòd in mediâ regione tæ, nec adurantur ſolarium radiorum fervi dine, nec debilitate rigeſcant. De ſing primo Georgicorum Virgilius.

Quinque tenent Cælũ Zonæ: quarũ una cre
Semper Sole rubens, & torrida ſemper ab ig
Quam circũ extremæ, dextra lævaq; trahunt
Cæruleâ glacie concretæ atque imbribus ater
Has inter mediamque duæ mortalibus ægris
Munere cõceſſæ Divũm: & via ſecta per ambo
Obliquus quâ ſe Signorum verteret ordo.

Harum Zonarum deſcriptionem Vrſinus, I niuſque, & nonnulli alii interpretes ſumpta fatentur ex Eratoſthene, cujus verſus allegat Heraclitus Ponticus *in Allegoriis Homeri*. Illos poſt Delrium *in novis Comment. Se* Iunium *libr. 3. cap. 5.* & Zerdam *in libr. Georg. verſ. 233. nota. 1.* Latinè exſcribemus

Quinq; autem Zonæ rotundæ circumvolvuntur
Duæ quidem glauco ſunt obſcuriores cyano,
Vna verò ſabuloſa, torridaque & rubens,
Verberata flammis, quoniam eam partem
Sibi ſubjectam perpetuò ardentes radii torrent
Re liquæ duæ ad utrumque polum extenſæ,
Perpetuâ torpent glacie, pluviis gravantur

Et quidem illud ego ſecundum carmen n intelligo, agit enim de Temperatis, & c ipſæ dici debeant *glauco cyano obſcuriores*, no capio. Quartum & quintum libenter leger Renatus Carteſius, libenter Iuniores omn illi, qui docent calorem ignemque in aëre mero motu conſiſtere: conſultò enim violen Poëta illud *quoniam* poſuiſſe, ut genuinam rationem redderet ardoris ſummi, qui aſtur in Zonâ torridâ: quam radii Solis torrent quia verberant; quam verberant vicifſi quia torrent.

Num. CCCLXV.

Macrobius etiam Zonas iſtas ingeni deſcripſit, & apud Turnebum *lib. 20. Adv cap. 29.* legi poterit. Delrius *in novis Co Sen.* numeros hos proponit.

Mundus domus eſt maxima rerum,
Quam quinque altitonæ fragmine Zonæ
Scindunt; per quas limbus pictus
Bis-ſex Signis ſtellimicantibus
Altus in obliquo Æthere, Lunæ
Lugas acceptat.

Germanus ex Petro Daniele aliam etiam Tychonis exhibet.

At quinque Æthereis Zonis accingitur orbis;
Ac vaſtant imas hyemes, mediamq; calores;
Sic terræ extremas inter mediamq; coluntur.

Periſcii, Heteroſcii, & Amphiſcii.

Num. CCCLXVI.

REpertos in Zonis, aut homines, aut mõres, aut arbores pro diverſitate umbrarum veteres diſtinxerunt. Qui utramq; Zonam frigidam tenent, vocabantur ΠΕΡΙCΚΟΙ, quia eorumdem umbræ ſpatio 24. horarum peraguntur in orbem: quandiu enim Sol ſupra Horizontem eſt, occaſûs neſcius circumvolvitur; & tandiu volvuntur umbræ in circulũ. Zonarum temperatarum incolas vocaverunt ΕΤΕΡΟCΚΙΟΥC, quia umbræ apud ipſos Meridianæ ſemper verſus polum tenduntur. At Zonam torridam inhabitantes dicebantur ΑΜΦΙCΚΙΟΙ, quoniam diverſis anni temporibus umbras jam in Boream, & jam in Auſtrum jaciunt. Si hæc nomina Latinè deſirem exprimere, ΠΕΡΙCΚΙΟΥC vocarem *Circumumbros*, ΕΤΕΡΟCΚΙΟΥC, *Poliumbros*, & ΑΜΦΙCΚΙΟΥC, *Ambiumbros*; nam, ſi ab umbrâ dicitur *Vmbria* Italiæ regio, Apennino & Adriæ interjacens, quod propter altitudinem aliorum montium, & vicinitatem Apennini umbroſa ſit: &, ſi ab umbriâ *Vmber, ra, rum*: cur non poterit dici *Circumumber*, qui in gyrum; & *Poliumber*, qui adverſus polum; & *Ambiumber*, qui in ambas partes (Boream & Auſtralem) umbras mittit?

Periæci, Antœci, Antipodes.

Num. CCCLXVII.

PErîſcios, *Heteroſcios*, & *Amphiſcios* denominarunt Veteres reſpicientes umbram ſolemque; at *Periæcos*, *Antœcos*, & *Antipodas*, eum cum loco conferendo. Vt nomina proprie intelligas, ſcito *Nos*, &, qui reſpectu nostri dicuntur *Periæci*, *Antœci*, aut *Antipodes*, debere in eodem meridiano habitare; qui enim in diverſis degunt, has nequeunt denominationes ſortiri. Omnia explicat figura ſubſequens.

Num. CCCLXVIII. *Lam. 12. Fig. 2.*

Sit circulus meridianus PQSR. Et hæc notata puncta æquè diſtent à polis: Q & P quadraginta gradibus à boreo; R & S quadraginta ab auſtrali. In Q ſimus *Nos*; ergo in P erunt *Periæci*; in S *Antœci*; & in R, qui diametraliter nobis opponuntur, *Antipodes*. Exiſtentes in P & Q ſunt in eodem climate, in eodem parallelo; eaſdem anni tempeſtates communicant; eaſdem habent noctium & dierum incrementa: & totum diſcrimen in hoc eſt; quòd, cùm nobis eſt meridies, Periœcis media ſit nox, & cõtrà. Nobis, qui habitamus in Q. & Antœcis, hoc eſt, habitantibus in S. communis eſt meridies & media nox; nam cum Solem nos in meridiano habemus, etiam eum ibidem habent Antœci: ſed diſcrimen in anni tempeſtatibus eſt: noſtra enim hyems eſt ipſis æſtas, noſtra æſtas, hyems: dieſque nobis longiſſimi, ſunt illis breviſſimi, & contrà. Tandem illi, qui ſunt in R, nobiſq; diagonaliter õpponuntur, ſunt nobis in omnibus contrarii; die, nocte, anni, tempeſtate, &c. Quoniam noſtra æſtas eſt illis hyems; noſtra nox, dies; cùm nos habemus diem longiſſimam, ipſi noctem longiſſimam: &, cùm nobis Stellæ oriuntur, illis occidunt; &, cùm nobis occidunt, oriuntur illis.

Diſtributio Terræ per Climata & Parallelos: ad mentem Veterum.

Num. CCCLXIX.

ANtiqui Geographi Terram in Climata & Parallelos diſtinxerunt. Vocarunt *Clima*, ſpatium terræ binis circulis Æquatori parallelis comprehenſum, ita, ut ab altero ad alterum longitudo dici maximæ creſcat per dimidiam horam. Dicebant autem *Parallelos*, intra quos dies maxima differt quadrante horæ. Vnde conſequitur binos in ſingulis Climatibus Parallelos comprehendi.

Num. CCCLXX.

Ab utroque latere Æquinoctialis enumerabant ſeptena Climata, illaque ab aliquo celebri fluvio, monte, urbe, aut inſulâ denominabant. Et quidem hæc nomina ſuſtineri poſſent in hemiſphærio boreali, at in auſtrali,

australi, quoniam carere videbantur locorum & urbium notitiâ, Climata, quæ tantundem in Austrum declinabant, iisdem expressere, vocabulis præpositâ particula ἀντὶ, ita, ut primum Clima Australe diceretur ANTI△IAMEPOHC, quia primum Boreale △IAMEPOHC dicebatur.

Num. CCCLXXI.

Hanc distributionem considerarunt Recentiores nonnulli, & meritò judicarunt Veteres, non jam Globum terrenum, sed regiones sibi ipsis notas divisisse, adeoque Climat & Parallelorum numero aliquid omnino addendum. Quoniam, si dies viginti & quatuor constet horis, & sub Æquinoctiale maxima habeat 12. hor. sub Circulum Arcticum horas 24: poterunt interponi viginti-quatuor Climata, aut, si primam merare non placeat, (sed cur?) viginti-tri Tabellam ad mentem Veterum Græcor subjicio.

Climata.	Dies max.	Altit. Poli.	Denominatio.
	H. ′	G. ′	
I.	13 00	16 43	Dià Meróes.
II.	13 30	24 11	Dià Syénes.
III.	14 00	30 47	Di' Alexandréias.
IV.	14 30	36 30	Dià Rhódon.
V.	15 00	41 22	Dià Rhómes.
VI.	15 30	44 29	Dià Borysthéneos.
VII.	16 00	49 1	Dià Rhiphaíon.

Est autem *Meróe* Nili insula: *Syene* Ægypti urbs: & ejusdem Ægypti metropolis est *Alexandria*. Inter maris Mediterranei insulas celeberrima fuit olim *Rhodus*: & *Roma* olim, & nunc notissima: *Borysthenes* est Sarmatiæ fluvius: & *Rhiphæi* sunt montes, ultra quos aut nulla, aut tenuis fuit Mathematicis Græcis notitia.

Porrò, fuisse etiam olim ab antiquis exor natas classes, navigationes institutas, quæsi tas, ignotas, & distantes provincias, terrum est; de quo videri potest Ptolemæus *libr.* 1 *Geogr. cap.* 10. & 11. & *libr.* 7. *cap.* 5. Plinius *libr.* 2. *natural. Hist. cap.* 67. 68. & 108 Strabo *libr.* 1. & 2. & Matianus Capella *libr.* 6.

Si latitudinem considerem, Hipparchus apud Strabonem *libr.* 1. cognovit à Meroe ad Borysthénem, quæ est 42. grad. 28′. distantia, & tribus mensibus percurri posset. Ergo ante Hipparchum parva fuerat Principum ambitio, parva mercatorum cupiditas, & parva Mathematicorum curiositas. Eratosthenes, ut Strabo *libr.* 2. asserit, cognovit incentes sub Æquinoctiali provincias. Marinus Tyrius apud Ptolemæum à Capricorni Tropico ad Thulen, quæ est 87. grad. 0′. latitudo. Sed, quàm clara fuerit illorum de regnis remotis notitia, vel inde colligo, quod nemo hodie sciat, quæ fuerit Thule; Aristidius *libr.* 18. *part.* 3. *cap.* 7. *pag.* 569. *Scandia, quæ & Scandinevia, duo potissimum regna Norvegiæ, scilicet, & Scotiæ, cum aliquâ parte regni Daniæ continet.* &c. *Non est insula, ut putavit Ptolemæus, sed peninsula.* &c. Plinius vocat alterum orbem *ob incompertam ejus magnitudinem. Procopius verò sub nomine Thules asse-*

Mundi Veteris & Novi collatio.

Num. CCCLXXII.

EX Tabulâ præcedenti colligitur Mundum Antiquum, à Geographis veteribus descriptum, brevem esse: non enim multum illi extra Europam, aut inferiorem Asiæ partem, & superiora Africæ littora cognoverunt: nam, de remotioribus Provinciis, habuerunt aut nullas, aut valde incertas & obscuras notitias. Erit igitur Lectori gratum, si Mundum Veterem cum Novo componamus, &, qui terminos antiquos ad Tabellam reduximus, addamus etiam Tabulam, quæ repræsentet Mundum, qualem Geographi Moderni describunt: est enim Mundus ab Oriente in Occidentem totus notus: & versus utrumque Polum, licèt non totus, saltem ferè ut ob oculos ponet sequens Tabula.

CLIMATA, ET PARALLELI SECVNDVM RECENTIORES.

Clim.	Ord. par.	Max. dies	Alt. Poli	Loca per quæ transeant paralleli.
		H. ′	G. ′	
AMPHISCII.	1	12 0	0 0	*Per Malucas* [*Aurea Chersonesus distat ab Æquinoctiali 2. gr.*]
	2	12 15	4 15	*Per Taprabanem, & per Tacolam.*
	3	12 30	8 25	*Per Sinum Avalicum, Caput Viride, & per Caribanem.*
	4	12 45	12 30	*Per Meroen Insulam.* [*Saba 13. grad.*]
	5	13 0	16 27	*Per Barnagassum.* [*Hìc Veteres ponebant Meroen.*]
	6	13 15	20 14	*Per Adenum.*
	7	13 30	23 51	*Per Syenem sub Tropic.* ♋.
	8	13 45	27 40	*Per Mecham.*
	9	14 0	30 22	*Per Alexandriam.*
	10	14 15	33 18	*Per Palæstinam.*
	11	14 30	36 0	*Per Rhodum, & per Babylonem, & Arabiam Syriæ.*
	12	14 45	38 35	*Per Smyrnam: & per Seram Metropolim Cathaji.*
	13	15 0	40 56	*Per Hellespontum, & per Neapolim.*
	14	15 15	43 5	*Per Marsiliam.*
	15	15 30	45 1	*Per Venetias: & per Zeurinam ad Danubium.*
	16	15 45	46 51	*Per Helvetiam.*
	17	16 0	48 31	*Per Ostia Borysthenis, & per Ingolstadium Bavariæ.*
	18	16 15	50 0	*Per Mæotidem paludem, & per Padoliam.*
	19	16 30	51 35	*Per Coloniam Agrippinam, & per Londinum, Angliæ, Tolam, Zelandiæ, & Torgam Misniæ.*
	20	16 45	52 50	*Per Mare Balthicum.*
	21	17 0	54 1	*Per Ostia Tanais.*
	22	17 15	55 0	*Per Bullæum Angliæ.*
	23	17 30	56 0	*Per Eboracum Angliæ, Bohas Norvegiæ, & Rigam Livoniæ.*
	24	17 45	57 0	*Per Camaldunum Angliæ.*
	25	18 0	58 0	*Per Hyberniam, & Gotiam.*
	26	18 30	59 0	*Per Edenburgum Scotiæ, & Bergas Norvegiæ.*
	27	19 0	61 0	*Per Lincopiam Sedem Episcopalem in Gotiâ. Hebridas, & Orcadas Insulas, & per Viburgum, & Bergas Norvegiæ.*
	28	19 30	62 0	*Per Vltima Hyberniæ; & per Arotiam.*
	29	20 0	63 0	*Per Orcadas, & per Dalenkanliam, & Nidrosiam Norvegiæ, & Strupilum Castrum Mocoviæ.*
	30	21 0	64 0	*Per Scythiam.*
	31	22 0	65 0	*Per Finlandiam.*
	32	23 0	66 0	*Per Bergam Norwegiæ.*
	33	24 0	67 30	*Per mediam Islandiam transit Circulus Arcticus, & ibi Sole ineunte in* ♋ *dies 24. horar. est, noxque unius momenti. Huc aliqui Stulslandiam Lappiæ urbem constituunt.*
HETEROSCII. PERISCII.	34	Mēs. 1	69 0	*Per Nordhuys Castrum.*
	35	Mēs. 2	73 0	*Per Fretum Weygats; & per Gronlandiam.*
	36	Mēs. 3	78 0	*Per Novam Zemblam, & per Spitsbergam.*
	37	Mēs. 4	82 0	*Per Novam Zemblam.*
	38	Mēs. 5	87 0	*An hic tractus sit mare, vel terra nescitur: eò nondum perveneruntHollandi, qui magnis impensis per Septentrionem quærunt transitum in regionem Sinarum.*
	39	Mēs. 6	90 0	*Terra Suppolaris non-nisi punctū est Mathematicè considerata: habet Polū in vertice, videtq; Solem & Stellas circumagi.*

aſſerit. Alii Islandiam, aut aliam quamque terram, aut Inſulam Thulem appellant: ut prudenter ſuſpicari quis poſſet, hoc ab antiquis nomine Borealiſſimam inſulam, quæcumque illa ſit, indefinitè ſignificari.

Si ad latitudinem convertam oculos Eraſtothenem ab Hiſpaniâ ad Indiam cognoviſſe *libr.* 2. Strabo aſſerit, quæ eſt 128.gr.42′. longitudo. Marinus Tyrius apud Ptolemæum cognovit inſulas Fortunatas, & in Indiæ detectione non multùm profecit antiquitas.

Iuniores verò promoverunt Geographiam, & novos Mundos detexerunt. Chriſtophorus Columbus ann. 1492. auſpiciis Iſabellæ Hiſpaniarum Reginæ, Americam & alias regiones invênit. Sed, unde vocatur *America?* Notat Solorzanus *de Iure Indiarum*, per fraudem ſortitam hoc nomen; qui enim primas mappas illarum regionum edidit, fuit Americus Veſpucius, & quam Columbaniam deberet, inſcripſit Americam: &, quia illis mappis per totam Europam diſtributis, hoc nomen noſtrates didicerant, non fuit poſſibile, ut aliter doceri vellent. Ferdinandus Magallanicus 10. Auguſt. 1519. navim Victoriam ſolvit Hiſpali, & circumnavigato Orbe occidentem verſus, detecto & perluſtrato freto, quod etiam Magallanicum dicitur, per promontorium Bonæ-ſpei iterum Oceanum occidentalem ingreſſus, rediit Hiſpalim 7. Septembr. 1522. confectis obliquo itinere milliaribus 14,460. ut ipſe narrat in hujus navigationis relatione. Navis Victoria fuit magnâ omnium lætitiâ, & admiratione ſuſcepta, ornataque uno globo, qui repræſentat Mundum, & condecoratur hac glorioſâ inſcriptione, TU PRIMA CIRCUMDEDISTI ME. Sequuti ſunt alii, qui etiam poſteà totum orbem ſecundum longitudinem dimenſi ſunt: & inter ipſos Franciſcus Dracus ab anno 1577. ad 1580. nec-non Thomas Candiſch, Nobilis Anglus, ab an. 1586. ad 1588. Ecce tota Mundi longitudo eſt à Iunioribus luſtrata & illuſtrata.

Sed quid dicemus de latitudine? Mayre, natione Hollandus, dives & generoſus juvenis, ultra fretum Magallanicum deſcendit, & per aliud ingreſſus, tranſivit ad Meridionalem Oceanum: unde etiam illud fretum à noſtris dicitur *el eſtrecho de Mayre*: & à Geographis ſub grad. 58. collocatur. Putatur ulteriùs adhuc perveniſſe Guilielmus Scouthen, Hollandus, qui promontorium *de Horn* ſub altitudine Poli Auſtralis gr. detexit. Sed puto non omnes privatas Mercatorum expeditiones publici juris fi multoſque ulteriùs adſcendiſſe, quos nemus. Privato lucro inhiant navarchi, & ſolis volunt interdum ſcire itineris ma compendia. Ducor in hanc ſententiam, ter rationis veriſimilitudinem, teſtimoni ſius Mayrii; nam, cùm extra anni Soliſ vias navigaret, putaretque ſe eſſe primum qui penetrarat illa maria, deſcendit qui & recreationis gratiâ in Inſulam, in cuju tore reperit *bier-pot*, unum poculum cr ſiæ fractum. Ergo jam ubi Hollandi fuer At nemo eò pervenerat authoritate publ nam ex confœderatorum Ordinum impe publicæ expeditiones ad utilitatem pub cam publicantur. Ergo, qui eò pervênit, aliquis mercator privatus. Adfirmat hanc ſpicionem ipſemet Mayrius: nam, & *ipſe*, tributa ab Indiarum congregationibus, il impoſita, qui fretum Magallanicum tra ſeunt, (ut legem illideret veriùs, quàm fe varet) invênit novam viam, per quam M ridionalia maria ingreſſus ad terminum pe vênit optatum: ſed, dum demonſtrare no poteſt, quo tranſiverit freto, dum ludice aſſerunt, legem eſſe de fine, non de medio privatur navibus & mercibus, & ita vexatu audax & generoſus adoleſcens, ut conabue rit, & obierit.

Verùm enim verò, Septentrionem verſu frequentes ſunt Hollandorum expeditione authoritate publicâ initæ, ut tandem tran tus aliquis ad Sinas & Iaponas detegi poſſ

Groëlandia eſt inſula ab hominibus hab tata: incipit à gradu 66. & adhuc ad 77. pro tenditur: Ejus Boreales termini etiamnum ignorantur. Sub illo tractu, in quo Polus altum habent gradibus 77. per 116. cont nuos dies à Sole torrentur: & in hyeme pe 116. dies (è quibus pauculos auferet nec ſariò refractio) Sole carent. Habentque to tempore aſperrimam, & frigidiſſimam no ctem. Carent pane & vino: immò, & po ribus; nam quadrupedes tantæ cœli in mentiæ ſunt impares: & tamen omni v ſolatio, aut etiam ſubſidio deſtituti viv aluntur piſcibus, & in æſtate delectantur cupio, eò enim avium copioſa multitud regionibus inferioribus advolat.

Guiliel-

Guilielmum Barenſonium Belgam ad gr. Ricciolius *libr.* 2. *de Sphær. Element.* perſe teſtatur: nec alius meminit, qui fueprogreſſus ulteriùs. Et tamen à multis anterat Spitsberga inventa, quæ incipit à grad. & gradu 82. nondum finitur. Eſt o aſpera, & à ſcopulis, & jugis montium s nomen habet. Primus, ut Angli contê qui eò adnavigavit, fuit willougbæus, an. 3. Eduardi VI. Regis tempore. Auſtralia s regionis littora perlegerunt Guilielm Bernhardi, & Ioannes Cornelli, Batavi, Iunii, ann. 1596. Ad mediterraneam reem nemo hucuſque penetravit. An ſit inens, an verò inſula, neſcitur: caret nibus: quos fortè non tam cœli inclemtia, quàm loci ſterilitas abigit.

Quid in Mundo ultra gradum 82. ſit, ne: nam illos paucos gradus, qui manent e ad Polum, nullius Navarchi ſupera udacia. Erunt tempora, in quibus mam habeamus regionum illarum notitiam: *dies diei eructat verbum, & nox nocti at ſcientiam*. Pſalm. 18. 2.

Arò, & rari ex noſtris hominibus ultra Circulum Arcticum, quem in declione grad. 23. 30′. & diſtantiâ à Polo gr. 30′. conſtituimus, navigant: at, quia andi illa maria, jam negotiandi causâ, inveniendi tranſitum ad Sinas deſiderio, quentant, in illorum gratiam præſentem ellam ſubjungamus.

Illi, qui ſub Polo habitant, ſi fortè ibi hoes ſunt, habent diem multò majorem, m Tabula ſubſequens exhibet: quæ ab ni refractione præſcindit, & reſpicit ipſum rum Solis.

Porrò, etſi nullæ eſſent refractiones conſi ri deberet ſemidiametrus Solis habere d. 0. 15′. quam ob rem, ubi ☉ attingit gr. 24′. ♑ incipit emergere: & centro ſuo in met Æquinoctio Horizontem attingit: & us detegitur, cùm eſt in gr. ♈. 36′. ♈. Sic um ſub occaſum: in gr. 29. 24′. ♊ limbo horizontem abradit: in ipſo Æquinoctio, ntro ſuo ad Horizontem pervenit: & in gr. 6′. ♎ ſubmergitur, manſurus infra Horintem per ſex menſes.

Qui ad Auſtrum intra Circulum Antarcti habitant, quia ab ♈ ad ♎ plus temporis pendit ☉, quàm à ♎ ad ♈: habent neceſ ò noctes longiores, & dies breviores, quàm Arctici: & utrique erunt infeliciſſimi, ſi nocturno tempore debeant in illâ regione manere.

Elevat. Poli.	Arcus ſemper apparens.	Dies Continuus.
	G. ′	D. H. ′
67	22 52	22 1 40
68	40 0	42 1 16
69	52 0	54 16 25
70	61 26	64 13 46
71	70 26	74 0 0
72	78 22	82 6 39
73	84 56	89 4 58
74	92 12	96 17 0
75	96 20	104 1 4
76	105 16	110 7 27
77	111 20	116 14 22
78	117 6	122 17 6
79	122 46	127 9 55
80	128 22	134 4 58
81	133 50	139 31 36
82	139 6	145 6 43
83	144 22	151 2 6
84	149 36	156 3 3
85	154 42	161 5 23
86	159 50	166 11 23
87	164 52	171 21 47
88	169 58	176 5 29
89	174 58	181 21 58
90	180 0	187 6 39

Eſſe admittendas refractiones, certum eſt: quantæ illæ ſunt, etſi incertum ſit, non tamen à gradu latitudinis 35. ad 55. deviant multum à Tychonicis Tabulis. Poſitis refractionibus omnia, quæ de Climatibus dicta, alterari deberent: nam ☉ mane per aliquot temporis minuta ante ortum præcurrit: & per aliquot etiam poſt occaſum radiis refractis horizontem illuminat. Vnde David Origanus, cùm Tabulam de dierum quantitate exhibuiſſet, *part.* 1. *de temp. cap.* 5. *pag.* 89. quia in illâ refractiones neglexerat, ſumpſit ſecundum calamum, & aliam reſcripſit, ſub hoc titulo. *Tabula poſterior monſtrans in eâdem latitudine* (grad. 52. 20′.) *dierum, & noctium quantitatem in* ΛΟΞΩCEI *Ecliptica maximâ grad.* 23. 31′. 30″. *adhibitâ, & refractione,*

quâ 30′. Æquatoriis ☼ citius oritur, tardiùs occidit: & diem quemvis 4′. horæ majorem facit. Si ergo ob refractionem ſinguli dies 4′. horæ creſcunt: in omnibus locis, in quibus tanta, aut tanta dicitur eſſe maxima dies, dicendum ibi eſſe quatuor, vel pluribus minutis majorem eſſe, & debere iterum Climatum Tabulas novo labore ſupputari, in quibus Refractiones etiam in conſiderationem venirent. Quantæ illæ ſint Alexandriæ neſcimus: at ſatis ſenſibiles eſſe, demonſtrat Æquinoctium vernale bis eâdem die ab Hipparcho obſervatum. In Torridâ Zonâ non ſunt omninò nullæ: quoniam eſt regio nebuloſa, obnoxia pluviis, & debet refractiones habere: vel tantas, quantas Tycho Syderibus fixis adſcribit, vel non multò minores. At in Frigidâ Zonâ magnæ ſunt neceſſariò admittendæ. Sed quantæ? Hic, aut hærere debet diſcurſus, aut abſolutè divinare. Matutinas eſſe valde magnas putarem: de veſpertinis non potero idem dicere, quia perpetui Solis præſentia poteſt auram purificare.

NOTA.

Lam. 13. Figur. 12.

OB refractionem Solis 4. minutis horæ dies adauxit Origanus, illiſq; 30′. Circuli Æquinoctialis ante ortum, & totidem poſt occaſum adjudicavit. At videtur nimis negligenter computum inſtituiſſe. Sanè 30. Circuli Æquinoctialis minuta dant 2′. temporis: &, quia hìc non agitur de ſecundis, ut calculi facilitati, conſulatur, ſit Solis in Horizonte refractio grad. 0. 33′. 20″. quæ 100′. tertiam partem exæquant. Sequens Tabula omnia expedit.

Grad.	Secans.	Tertia pars.
0	100,000	33 = 333
10	101,543	33 = 848
20	106,418	35 = 473
30	115,470	38 = 490
40	130,541	43 = 514
45	141,421	47 = 140
50	155,572	51 = 857
60	200,000	66 = 666
70	292,380	97 = 460
80	575,877	191 = 959
90	Infinita.	Infinita.

Vt Tabulam bene intelligas Laminę XIII. Figuram XII. conſidera. In ipsâ Horizon- ſenſibilis eſt AB. & Horizon refractorius L… Porrò in Sphęrâ rectâ Æquinoctialis eſt … & tunc Refractio in Æquinoctiali, & in V… ticali æquales arcus metitur. Vbi altit… Poli, eſt grad. 10. ibi Æquinoctialis eſt … ubi illa eſt grad. 20. ibi hæc eſt AK. &c. &… illa eſt grad. 60. ibi hæc eſt AE. duplò m… quàm AL.

Ergo, ſi altitudo Francofurti ad Ol… eſt grad. 52. 20′. ut putat Origanus, qu… tam etiam adſumit Lansbergius (non a… gr. 52. 51′. ut Longomontanus ſtatuit) … gradui illi 52. 20′. Secans 163,648. reſpo… deat: ejuſque triens ſit 54, 549. debuit … mere non 30′. Æquinoctialis, ſed 54′. 33… quorum duplum eſt 109′. 6″. quibus … tempore reſpondet Hor. 0. 7′. 16″: Sunt ig… tur ibi multò majores dies, quàm putab… Origanus. Accedit primò, aut ſemper, … ſaltem in hyeme, eſſe majores Refractiones … quàm ſunt illæ, quæ notantur in Tychonic… Tabulis: & accedit ſecundò, *inter Horizo… tem* ſenſibilem, & refractorium, *majorem* … Tropicorum arcum, quàm Æquatoris capi … ergo etiam hujus rationem, & conſideratio… nem habere debuiſſet Origanus. Et hìc obi… ter nota, Climatum diſtinctionem in maxi… morum dierum differentiâ conſiſtere; &, qua… maximus dies in ipſo Solſtitio contingit, re… ſpectu Tropici debere refractiones aſſumi …

NOTA.

Aliqua occidentia Subpolaris Regionis explicantur.

CLauditur, ut diximus, Circulo Arctico … ex hac parte; ex oppoſitâ Antarctico … & incipit à gradu 66. 30′: in quo dies maxi… mus, ſicut & nox maxima, eſt 24. horarum … Ioſeph Langius *in ſuâ Geographiâ cap. 12. num.* 2. aliquid dicit, quod in aliis Authoribus … lego; quod tamen in Mathematico rigore … ceſpitat, & in ſenſu Morali, & Practico ſumi … non poteſt. Inquit ille. *Dies artificialis eſt 24. horarum: & nox unicum momentum.* Et, qui … hæc ipſi phraſis placuit, *cap. 33.* idem repe… agens de Iſlandiâ; *Continetur*, inquit, *… Magino inter 65. & 69. gradum latitudinis … cujus medium propemodum in Circulum Arcti… cum incidit* (dixiſſem ego, *in cujus medium pro… pemodum Circulus Arcticus incidit.*) *Vnde … circa medium Inſulæ habitant, maximum diem … aſſi-*

…um habent præcisè 24. horarum, & noctem … momenti. Nota illud *præcisè*, & illud … *entum*: agit igitur præcisè, & de momen… & non vult exponi in ſenſu Morali, ſeu … tico. Hoc autem, quod Langius (aut ve… Geographicum vulgus) aſſerit, eſt im… ſibile, ſive Ariſtotelem, ſive Zenonem in … tinui compoſitione ſequamur: & tamen … videri ſubtiliſſimè loqui Langius, ubi … imè exorbitat. Docet Ariſtoteles (ſic … eum Peripatetici interpretantur.) Con… …um (tam Permanens, quàm Succeſſivum) … partibus, & punctis componi, adeoque … gnare, ut duo in continuo immediata … puncta. Porrò lux, ſicut omnes Qualita… …materiales, ut *in Geometriâ num.* 101. do… …us, incipit extrinſecè, & in tempore, & … it in inſtanti, & extrinſecè: ſic enim ejus … ptio, & deſitio explicatur. *Nunc non eſt … ſed immediatè poſt erit. Nunc eſt lux, & … diatè poſt non erit.* Lux igitur, ſi incipit … empore, durat tempore, non igitur unico … um momento. Hinc oritur hoc argumen… *Maxima dies, quæ in Solſtitio æſtivo con… it, eſt maximæ nocti, quæ in hyemali Solſti… ontingit æqualis.* [Vel aliter. *Nox Circuli … ici eſt æqualis diei Circuli Antarctici.*] *At … momentaneus repugnat*, nam lux produ… …t in tempore. *Ergo repugnat etiam nox … mentanea. Ergo, aut nulla ibi eſt nox: aut … at tempore.* Si ad ſententiam oppoſitam, … tam Zenonis authoritate, velit nos perdu… re Langius, & Continuum componere ex … diviſibilibus; tunc ipſe, ut aliquid probare … ſit, ſupponere neceſſariò debebit, Solem … punctum indiviſibile. Et quis Geometra, … Aſtronomus tam falſum poſtulatum cō… et? Porrò, ſi ☼ ſit punctum indiviſibile, … in Solſtitiorum Coluro conſtituatur, &c. … in Circulo Arctico Telluris, tanget hori… tem in puncto. *Ergo unici momenti erit … ?* Neque hoc poſt hypotheſes iſtas ad… tam. Dies eſt, quando ☼ eſt ſupra hori… tem: non dies, quando infra horizontem: … , quando infra crepuſculinam. Ergo *no… * nomine non intellexit Langius obſcuram … tem, ſed non diem: quod condonari illi … minò debet, quoniam eſt loquutus, ut … lti. Sanè *non-dies* eſt abſentia Solis: at ve… qui in horizonte eſt, nondum abeſt, ergo … diem, & nō ad noctem pertinet illud pun… um. Ergo in Zenonis ſententiâ, horizon- tem dici, & ſuperiori hemiſphærio accenſere debemus. Ergo in illo inſtanti, in quo ☼ eſt in ipſo horizonte, dies eſt.

Sed demus Langio diem non eſſe, nihil adhuc obtinebit, quin duo nobis contradictoria concedat. Sic diſcurro. *Non eſt integrum, à quo aliquid demitur. Ergo Circulus, à quo unum punctum adimitur, non eſt integer Circulus. Ergo Tempus, à quo vel unicum momentum accidit, non eſt integrum Tempus.* Omnia admittere debent Zenoniſtæ, juxta quos nunc reſpondebat Langius. Subſumo. *At 24. horæ ſunt una, & integra Solis circa centrum Telluris revolutio*: ſingulis enim horis Mathematici 15. gradus accenſent. *Ergo illa ultima hora, cui unicum momentum deeſt, non eſt integra. Ergo aliis 23. integris addita, non facit 24. integras. Errat ergo Langius, dicendo.* Qui circa medium Inſulæ habitant, maximum diem æſtivum habent præcisè 24. horarum.

Volui cum Langio Eruditiſſimo Viro diſſerere, non quòd ipſe habeat ſingularem ſententiam, ſed, quia communis, quam ipſe tradit, limâ indiget, &, ut impugnaretur, debuit produci aliquis in particulari.

Dices, Quæſtionem hanc de inceptione, & deſitione rerum eſſe Phyſicam, & in Philoſophiâ, non autem in Geographiâ debere tradi. Ergo confunduntur Methodi, cùm in unâ Facultate tractantur, quæ debèrent in aliâ.

Reſpondeo primò, hanc ipſam Quæſtionem, utut ſerviat Phyſicæ, non eſſe Phyſicam, ſed Mathematicam, & in Geometriâ explicari debere.

Reſpondeo ſecundò, me non explicare, nec tradere hic controverſiam de inceptione, & deciſione rerum, ſed ſupponere illam jam olim fuiſſe bene à Peripateticis, & Zenoniſtis explicatam; & tantùm velle oſtendere Langium, Scholam alterutram inire velit, non poſſe ſua verba defendere.

SAnè in illâ provinciâ (aut verìus, terræ puncto) per cujus verticem tranſit Circulus Arcticus, Ecliptica Tropicus Cancri, & Horizon ſe in puncto contingunt: & per hoc punctum Eclipticam, Tropicumque Colurus Solſtitiorum interſecat. Si Sol eſſet punctum indiviſibile, & eſſet totâ die in Tropico, acciderent, quæ à Geographis dicuntur: uno enim inſtanti eſſet in ipſo

horizonte, & reliquâ die ſupra horizontem. An verò horizontis linea ad hemiſphærium ſuperius? an potiùs ad inferius? an verò ad utrumque? aut, ſi malis, ad neutrum pertineat? arbitraria res eſt: &, quæ nec ſuaderi, nec diſſuaderi efficaciter poſſit.

At ☉ non eſt unicum punctum; habet enim in diametro 30. minuta, vel plura: & in illo parallelo negari refractiones non poſſunt: unde, ſi refractioni 34′. addatur Solaris diſci ſemidiameter 15′. erunt 49′: quæ detracta à gradibus 23.30′. relinquent gradus 22.41′. Et hanc ipſam declinationem habet ☉ in grad. 16.30′ ♊: nec-non in grad. 13.30′ ♋. Anno igitur 1670. in illo Meridiano, qui per Vraniburgum, Romam, & alia loca celeberrima fere pertranſit, homines Arctici (illi videlicet, per quorum verticem tranſit Polus Zodiaci, qui motu ſuo Circulum Arcticum deſcribit) habebunt Solem

		′	″	
Die Iunii 6	*in grad.*	15	50 29	♊
Die Iunii 7		16	47 41	♊
Die Iulii 5		13	26 13	♋
Die Iulii 6		14	23 17	♋

Ergo dies non erit 24. horarum præciſè, ſed 30. aut ſaltem 29. dierum.

In nullo oppido, aut loco, in lineâ Arcticâ clauſo, oriuntur, aut occidunt Stellæ, quæ à Tropico ♋ ad Polum Boreale numerantur: & ex his, quæ à Tropico ♑ ad oppoſitum Polum refulgent, nulla omninò conſpicitur. Illæ, quæ intra Tropicos ſunt, omnes oriuntur, & occidunt illis, qui in ipſo Arctico Circulo habitant. Illi verò, qui interiùs degunt, carent illarum Stellarum adſpectu, quæ plus ab Æquinoctiali verſus Auſtrum declinant, quàm ipſi ſunt à Polo Boreali remoti. Sed hìc etiam refractionum eſt habenda conſideratio. Quam ob rem de eo, qui ſub ipſo Polo habitaret, ſic ſtatuerem. Diceremillum poſt occaſum Solis non viſurum Stellas, ni Sol ſufficienti infra horizontem tractu abſcondatur.

Sed quanta debet eſſe Solis profunditas, ut Stellæ videri poſſint? In emerſionibus matutinis, & occultationibus veſpertinis, ſic definivit Ptolemæus.

Vt videri queat	☉ *eſſe debet ſub horizontem meridianum*
	per grad.
Saturnus	11
Iuppiter	10
Mars	11
Venus	5
Mercurius	10
Ergo, ut Fixæ	12

Has Solis Profunditates Keplerus Planetarum reſpectu in Tabulis Rudolphinis mittit, monendo tamen, Venerem in maximis à ☉ elongationibus poſſe interdiu videri, quod verum eſt, nam, & Tycho ſæpè ♀ obſervavit diſtantias. Addit Gaſſendus quem poſt ☉ ortum aliquoties perſpexit. At nos curioſitatis gratiâ Ptolomæi numeros retinendo, aliquid reſolvamus, ut deſignemus viam, quam poſſint inire, qui accuratiores habeant obſervationes. Et hìc obſter nota, Reſolutioni non poſſe Refractiones obſiſtere; quoniam non agitur de calculo, ſed de viſu, qui poſitâ Refractione, *quantacumque illa fuerit, experientiam producit. Vt igitur Planetæ, & Stellæ ab eo, qui ſub ipſo Polo habitet, videri poſſint, tot gradibus declinare in oppoſitum Polum debent* ☉, *quot profunditates petuntur*. Patet: quia ibi ſub horizonte profunditas Solis declinationem exæquat. Numeros ſequentes conſidera.

	Declinatio, ſeu Profũditas ☉		Locus ☉ in Zodiaco		*Quando illuc ingreditur* ☉
					1670.
Pro	Gr.	′	Gr.	′	Mẽſ. Dies
♀	5	0	12	33 ♎	Octob. 5
♃ ☿	10	0	25	50	18
♄	11	0	28	35	21
♂	11	30	0	0 ♏	22
☀	12	0	1	25	24
					1671.
☀	12	0	28	35 ♒	Febr. 16
♂	11	30	0	0 ♓	17
♄	11	0	1	25	19
♃ ☿	10	0	4	10	21
♀	5	0	17	27	Martii 7

Illi igitur, qui habent Polum in vertice, ex Planetis, qui in ſignis Borealibus ſint, videre poterunt Venerem à die 5. Octobr. ad [illegible] Mar-

[illegible]tii: Mercurium, Iovemque à 18. Octo[illegible] ad 22. Februarii: Saturnum à 21. Octo[illegible] ad 19. Februarii: Martem à 22. Octo[illegible] ad 17. Februarii: fixaſque Stellas à 24. [illegible]obris ad 16. Februarii.

In eodem loco nulla Stella, aut Planeta [illegible] poteſt Orientalis, aut Occidentalis: quo[illegible]m, ubi nullus eſt ortus, aut occaſus diur[illegible]hæ debent denominationes ceſſare. Nul[illegible] Stella ibidem Auſtralis, aut Borealis dice[illegible]nam, ubi ſunt omnes Boreales, ceſſat hæc [illegible]ominationum differentia.

In totâ Zonâ frigidâ Homines ſunt Peri[illegible] & ſic dicuntur, quoniam in omnes Mun[illegible] partes umbras projiciunt.

Eſſe intra Circulum Arcticum multas na[illegible]nes genteſque, conſtat ex navigationibus, [illegible]s in illas regiones inſtituunt Angli, & [illegible]landi. *An num homines ſub ipſis Polis [illegible]ant*, inquit Langius, *vel qualis ibi loco[illegible] ſit conſtitutio, humana induſtria hucuſque [illegible]dum indagavit*. Sanè, ſi ibi homines [illegible], ipſi ſciunt ſe ibi eſſe: &, ſi non ſunt, vi[illegible] populi ſcient, ibi nullos homines eſſe. [illegible]go humana indagavit induſtria, an ſint ho[illegible]nes ibi, licèt nobis ignoti. Hodie nos, an [illegible] homines ibi, neſcimus, hoc enim noſtro[illegible]m Nautarum nõdum diligentia indagavit. De Cœli inclementiâ aliquid etiam hìc [illegible]toto: Langius enim agens de hominibus, [illegible]ui fortè habitant ſub ipſo Polo, ſic inquit. *[illegible]nam æſtatem, unamque hyemem habent: ſed [illegible]as illa videtur eſſe frigidior noſtrâ hyeme: [illegible]yems verò eſt acerrima, & diuturna, quòd [illegible]dii Solares toto ſemeſtri eis non luceant. Re[illegible]quo verò ſemeſtri maximè ſunt obtuſi, & obli[illegible]; atque etiam paralleli, ut reflecti non poſ[illegible]: niſi forſan* (N. B.) *diuturna Solis ſupra [illegible]rizontem commoratio, calorem excitet*. Et [illegible]gens de cæteris Arcticis. *Vnam æſtatem, ſeu [illegible]nem quamdam frigoris remiſſionem habent, [illegible] frigidiſſimam hyemem; cùm loca illa per[illegible]uâ fere glacie, & nivibus rigeant*. At in [illegible]ate ob continuas Solis revolutiones, non [illegible]rigoris tenuem aliquam remiſſionem, ſed in[illegible]enſum eos calorem perpeti exiſtimarem.

Diſtributio Terræ in Climata, & Paralleles, ad mentem Iuniorum.

☉Num. CCCLXXIII.

Iam ante aliquot annos Geographi incepérunt hanc Terræ diſtributionem faſtidire, &, aut omninò obliterare doctrinam Climatum, aut in regulas, & leges utiliores reducere. Guilielmus Blaev in Inſtitutione Aſtronomicâ de Globorum, & Sphœrarum Cœleſtium, ac Terreſtrium uſu, latinè loquitur induſtriâ M. Hortenſii, & *part. 1. libr. 1. cap. 4.* ſic inquit. *Geographorum nonnulli prioribus ſeptem duo adhuc Climata addiderunt; alii quinque: Recentiores extenderunt ea ad viginti-tria. Alii ineptam exiſtimant hujuſmodi diviſionem; primò ob ſummam, quam habent inter ſe Climata inæqualitatem (primum enim latitudine ſua complectitur milliar. 127. nonum circiter 34. vigeſimum-tertium, vel ultimum vix 1.) deinde, quia nullîus prorſus ſunt uſûs, tam facile enim invenîtur longitudo dierum maximorum, quàm numerus Climatum*.

Placuit jam Globorum formatoribus, & exſculptoribus (apud quos ſumma rerum poteſtas eſt; non enim uti poſſumus Sphœris, aut Mappis delineatis, ut volumus; ſed, ut ipſi exarant, & excudunt) antiquare diſtributionem Veterum, & Aquæ-terreum Globum, hinc, inde, in novem Climata diſcriminare, quorum cuilibet decem gradus reſpondeant. Pono Tabulam.

Altitudo Poli.	*Climata.*	Climatum nomina.
90°		
80°	*Nonum*	*Polare Boreale.*
70°	*Octavum*	*Glaciale Boreale.*
60°	*Septimum*	*Suecicum.*
50°	*Sextum*	*Germanicum.*
40°	*Quintum*	*Gallicum.*
30°	*Quartum*	*Hiſpanicum.*
20°	*Tertium*	*Ægyptiacum.*
10°	*Secundum*	*Arabicum.*
	Primum	*Æthiopicum.*
	Æquinoctialis.	* * * * *
10°	*Primum*	*Braſilianum.*
20°	*Secundum*	*Peruanum.*
30°	*Tertium*	*Paraguaicum.*
40°	*Quartum*	*Chiliacum.*
50°	*Quintum*	*Sylveſtre.*
60°	*Sextum*	*Magallanicum.*
70°	*Septimum*	*Mayrianicum.*
80°	*Octavum*	*Glaciale Auſtr.*
90°	*Nonum*	*Polare Auſtrale.*

An mutentur Climata.

Num. CCCLXXIV.

HÆc ultima Climatum diſtributio immutabilis eſt: loca enim eamdem ſemper altitudinem Poli conſervant, non enim ſucceſſu temporis Civitatum, Montium, Fluviorum, &c. latitudines, aut longitudines mutari poſſunt.

At illa Climatum diſtinctio, quæ maximi diei horas metîtur, ſi Zodiaci obliquitàs ſemper eſt eadem, immutabilis eſt: verùm enim verò, ſi hæc mutatur ævo, etiam Climata, & Paralleli debebunt neceſſariò mutari. Sanè tametſi multi Aſtronomi illuſtres Zodiaci luxationem admittant, & obliquitatem mutari aſſerant, obſiſtit univerſis Keplerus, qui *in Tabulis Rudolphinis cap. 12. num. 27.* ſic ait. *Obliquitatem Eclipticæ olim fuiſſe majorem, res non tantùm eſt dubia, ſed validis argumentis ex ipſis veterum obſervationibus à me convulſâ, & procul dubio planè falſa. Si tamen olim major eſt futura obliquitas, quàm hodie, ejus equidem rei prævidendæ facultate caremus, nec Regulam conſigere poſſumus. Proſpiciat itaque ſibi ætas quælibet ipſa, in conſtituendâ ſuâ Obliquitate: & nos pro omni ævo Aſtronomico exacto contenti erimus Obliquitate hodiernâ.* Et hanc aſſerit eſſe grad. 23. 30′. 30″. nam illud minutum, quod à Tychone additur, provenit à parallaxi, quam juſtâ majorem adſumpſit.

Sed quanta hæc eſt mutatio apud Authores, qui in Obliquitate Zodiaci varietatem admittunt? Pendet Reſponſio à Zodiaci loxoſi, de quâ ſunt variæ Scriptorum ſententiæ: obſervavit enim ſuo ævo alterutrius Tropici ab Æquinoctiali diſtantiam.

	G.	′	″
Ptolemæus	23	51	20
Mahometes Aratenſis	23	35	
Arzahel Hiſpanus	23	34	
Almeon	23	33	
Prophatius Iudæus	23	32	
Ioannes Regiomontanus	23	30	
Dominicus Maria Italus	23	29	
Io. Wernerus Noninberg.	23	28	30
Nicolaus Copernicus	23	28	20

Imminutionem hanc conſiderando Nicolaus Copernicus aſſeruit ita Zodiaci obliquitatem variari, ut maxima fuerit grad. 23. 5[illegible] & minima grad. 23. 28′. & non minor fu[illegible] ſit, ita, ut differentia inter maximam, & [illegible] nimam ſit 24′. & agatur periodus anni[illegible] gyptiis 3434. Eclipticam mediam à ve[illegible] ſeu apparente Copernicus diſtinguit: e[illegible] jubet manere immobilem, cum inclina[illegible] grad. 23. 40′. & in eâ circellum deſcrib[illegible] quo tota Cœleſtis machina (huc, illuc[illegible] 12′. libretur. [Et hìc obiter nota, non[illegible] ſtante ſententia Copernici ſub annum [illegible] Aſtronomos obliquitatem hanc fuiſſe g[illegible] 23. 30′. putaſſe: nam Clavius, qui tunc[illegible] bebat *in cap. 2. Sphæræ Ioannis de Sacro-[illegible] pag.* 302. poſtquam Regiomontani, & Cop[illegible] nici opiniones poſuerat, ſic ait. *Verumtam[illegible] ne à communi ſententiâ recedere videamur eamdem* (obliquitatem) *in ſequentibus uſ[illegible] memus grad.* 23. 30′. &c. Sub idem tempo[illegible] occœpit clamare Tycho Brahæus, & dicere Sphœræ obliquitatem, quæ ex præſcript[illegible] Copernici debebat adhuc minui, & minui jam incepiſſe creſcere: cùm tamen verò[illegible] lius ſit, utrumque erraſſe, & obliquita[illegible] tem hanc invariabilem eſſe.]

Eſſe hanc variationem 21′. tantummodo ſupponit Philippus Lansbergius, cui maxim[illegible] Zodiaci obliquitas eſt grad. 23. 52′. medi[illegible] grad. 23. 41′. minima grad. 23. 30′. & puta[illegible] in Chriſti nativitate fuiſſe maximam.

Longomontanus *in Aſtronom. Danic. lib. 2. Sphæric. Probl. 1.* putat hanc variationem p[illegible] duas quintas unius gradûs, hoc eſt, per 24′ luxari. At Theoricorum *libr. 1. cap. 4.* jube variationem hanc eſſe 22′. maximamq; Zo[illegible] diaci obliquitatem eſſe grad. 23. 53′. me[illegible] diam grad. 23. 41′. minimam grad. 23. 32′. Vulteque maximam fuiſſe anno Mundi 3600. paulò ante initium monarchiæ Græcorum videlicet 364. ante Chriſti Domini nativitatem, cujus annum primum cum Mundi anno 3964. ait coïncidere. Additque Zodiaci minimam obliquitatem accidiſſe anno Mundi 5400. hoc eſt, Chriſti 1436. ante tempora Nicolai Copernici. Decrevit igitur per annos 1800. & per totidem creſcet, ita, ut totus circulus compleatur annis 3600.

Godefridus wendelinus Antuerpiæ anno 1626. Loxiam, ſeu de Obliquitate Solis Diatribam publicavit, & *pag.* 28. ſtatuit maximam obliquitatem eſſe grad. 24. 30′. mediam [illegible] 24. 0′. minimam grad. 23. 30. Et variationem eſſe

grad. 1. 0′. præciſè. Periodum totam vi vult annis tropicis 9840. aſſeritque mam obliquitatem futuram anno Chri-8060.

go quidem ſicut Æquinoctiorum, ſic Obliquitatis variationem rejicio, & non habeo, cur Climata, & Parallelos a aliam loxoſim diſtribuam: noſtra ætas, m Cœlum habet obliquitatem metitur, quam habuerit, aut, ſi habitura olim neſcit: Veterum diffidit obſervationibus, & ideò nihil velut certum definit. Interim, ut Lectorum curioſitati ſerviam ex Ioſepho Langio *Element. Geograph. cap. 8.* Ioanne Alſtedio *Encyclopæd. libr. 18. Geogr. part. 1. cap. ult.* Tabulam præſentem adjungo: quæ maximam Obliquitatem eſſe grad. 23. 52′. & minimam grad. 23. 28′. cum ſæculo elapſo ſupponit.

Climatum appellationes.	Princip. Mediũ, Finis.	Lõg. diei vel noctis max.	Altitudo obliquit. maxima.	Poli in Ecliptícæ minima.	Paralleli.	Climatum appellationes.	Príc. Med. Finis	Lõg. diei vel noctis max.	Altitudo obliquit. maxima.	Poli in Ecliptícæ minima.
		Hor. Scr.	Gr. Scr.	Gr. Scr.				Hor. Scr.	Gr. Scr.	Gr. Scr.
Paralleli ante Climata.	P.	12 0	0 0	0 0	28	XIII. *per Bergas Norweg.*	P.	18 45	60 13	66 41
	M.	12 15	4 14	4 19	29		M.	19 0	60 51	61 19
	F.	12 30	8 24	8 33	30		F.P.	19 15	61 26	61 54
Primum Clima, per Meroen.	P.	12 45	12 30	12 43	31	XIV. *per Viburgũ Finlãdiæ*	M.	19 30	61 59	62 26
	M.	13 0	16 27	16 44	32		F.P.	19 45	62 29	62 56
	F.P.	13 15	20 13	20 34						
II. *Per Syenen sub tropico ♋.*	M.	13 30	23 48	24 12	33	XV. *per Arociam Sueciæ.*	M.	20 0	62 56	63 23
	F.P.	13 45	27 10	27 37	34		F.P.	20 15	63 21	63 47
III. *Per Alexandriam Egypti.*	M.	14 0	30 20	30 48	35	XVI. *per Dalekarlii oſtia.*	M.	20 30	63 44	64 10
	F.P.	14 15	33 16	33 46	36		F.P.	20 45	64 6	64 31
IV. *Per Rhodum & Babylonem.*	M.	14 30	36 0	36 31	37	XVII. *Per reliqua*	M.	21 0	64 25	64 50
	F.P.	14 45	38 32	39 3	38		F.P.	21 15	64 42	65 7
V. *Per Romã & Helleſpontum.*	M.	15 0	40 52	41 24	39	XVIII. *loca Norwegiæ.*	M.	21 30	64 57	65 22
	F.P.	15 15	43 0	43 33	40		F.P.	21 45	65 11	65 36
VI. *Per Venetias, & Mediolan.*	M.	15 30	44 50	45 32	41	XIX. *Sueciæ Albæ.*	M.	22 0	65 23	65 48
	F.P.	15 45	46 49	47 21	42		F.P.	22 15	65 34	65 58
VII. *Per Poloniã & Tartariã minor.*	M.	16 0	48 31	49 3	43	XX. *Ruſſiæ & Vi-*	M.	22 30	65 43	66 7
	F.P.	16 15	50 2	50 34	44		F.P.	22 45	65 51	66 15
VIII. *Per Wittebergã.*	M.	16 30	51 28	52 0	45	XXI. *cinarũ Inſularum*	M.	23 0	65 57	66 21
	F.P.	16 45	52 47	53 19	46		F.P.	23 15	66 2	66 26
IX. *Per Roſtockium.*	M.	17 0	53 59	54 30	47	XXII. *Sub circ. pol. arct.*	M.	23 30	66 5	66 29
	F.P.	17 15	55 6	6 37	48		F.P.	21 45	66 7	66 31
X. *Per Hyberniam & Moſcoviam*	M.	17 30	56 7	56 38	49	XXIII.	M.			
	F.P.	17 45	57 5	57 35			F.	24 0	66 8	66 32
XI. *Per Bodias Caſtrũ Norwegiæ.*	M.	18 0	57 58	58 27						
	F.P.	18 15	58 46	59 15						
XII. *Per Gobiam.*	M.	18 30	59 32	60 0						
	F.P.	18 45	60 13	66 41						

Si hypotheſis quam ponit hæc Tabula, eſt vera, neutrius Columnæ numeri poſſunt ſervire huic ævo, hodie enim non habemus maximam obliquitatem, nec minimam.

Et hìc obiter nota in hac Tabulâ non poſſe lineis, ſeu Parallelis ſingulis civitates congruentes adſcribi: nam civitates ſtant, illæ verò mutantur: poſſe verò regna, provincias, montes, inſulas, &c. quæ, cùm latitudinem habeant, eſſe tanta poſſunt, ut ſemper per illas, non obſtante quâcumque mutatione, Paralleli, qui Climata diſtinguunt, tranſeant.

De intenſione caloris, & frigoris in diverſis Zonis, & Climatibus.

Num. CCCLXXV.

TOrrida Zona eſt calidiſſima; Polares frigidiſſimæ ſunt; Mediæ ſunt temperatæ: & hæc varietas non dependet à Solis faciebus (quod altera ferventior ſit alterâ) non à diſtantiâ (quod intenſiùs calefaciat quò remotior) nam primum improbatum, & alterum improbabile eſt. Pendet à radiis incidentibus, & illorum potentiâ, & reflexione.

Lamin. 12. *Figur.* 4.

Philoſophia, quâ de reflexis radiis diſputat, dicitur Anacamptica, & illuſtratur Patris Athanaſii Kircheri Operibus, & præcipuè libro VII. Artis Magnæ lucis, & umbræ. Lector Curioſus illum perlegat. Ego enim feſtino, & omnia breviſſimè tracto. Conſidera Aſſertiones ſequentes. Eſt

Prima. *Pila in terram impacta, eodem angulo reſilit, quo incidit.* Probatur. Nam, ſi ſit planum pavimentum DF. & Petrus projecerit pilam ab A in E, illa reſiliet in C: ita, ut angulus A E D, ſit æqualis ipſi CEF: & angulus AEB, ipſi CEB.

Secunda. *Quò angulus* A E B *ſit minor, eò impetus incidentiæ, cæteris paribus, eſt major.* Et oſtenditur. Quoniam, ſi in lacum GHI. lapis perpendiculariter impellatur per lineam LH, (aut aliam non multum hinc inde declinantem) penetrabit aquam, & ab L incidens in H progredietur ad O. Interìm, ſi explodatur per lineam KH, non tranſibit in N, ſed ab H reſiliet in M. & ab M iterum inſiliet in P, & hinc iterum reſiliet in Q. & hoc pluries, quouſque impulſu extincto, ſuo cedens ponderi ſubmergatur.

Num. CCCLXXVI.

Hanc Philoſophicam veritatem pueri ig- rare non ſolent; nam frequenter apud flu- rum littora ſe recreant tegulas, vel lap- tegulis ſimiles per lineam K H projicien- reſultumque iteratum admiratione celeb- do. Nam, & Ego olim puer in navi trajic- ria, quæ apud Complutum eſt, ſæpe ex- ſimili Arcabuſium (ſic vocatur) diſplo- glandis reſultum iteratum percepi: & n- quemcumque incidentis corporis impet- debilem eſſe, ſi angulus KHG fuerit parv-

Hinc ad radios Solares progredior, & i- terrogo, cur mane, & veſpere ſint debil- cur meridie fortiores? cur in torridâ Zo- fervidi? cur in frigidâ elumbes? & cur i- intermediâ temperati?

Sanè Æquinoctialem habitantes, paucis radios Solis ſimiles perpendicularibus; n- bis in anno habent Solem in vertice, & a- diebus non multum ab illo diſtantem.

Ab Æquinoctiali ad Polos *radii paulatim* inclinantur, & vires hac de causâ *deperdun-*

Sub ipſo Polo habitantes (*nam ubique ho-* mines Nautæ Hollandi *repetiunt*) Solem 1- mina ♈ & ♎ ineuntem habent in horizont- & evectum ad Tropicum in altitudine gr. 23 30. qui licèt radiorum refractione juventur nunquam tamen multò evectiorem habeat Proderit Figuras has conſiderare.

Lam. 12. *Fig.* 5.

In priori Figurâ linea AB eſt axis mundi A & B poli: C D eſt æquinoctialis. Sol in Æquinoctio conſtitutus mittit radium per- pendicularem FC: qui reſilit à C in F: & que- incidentia eſt reſultu vehementior, obtundi- tur, remanet, torret, comburitque. Poſtea Sol in E altero Tropico, emittit radios ab E in C, qui reſiliunt à C in G. (Poſitus in G contra L.) Radii ſemper ſunt ſimiles perpen- dicularibus; vehementer incidunt, & in re- ſultu retunduntur, aut impediuntur; & ideo Zona apud Æquinoctialem torrida dicitur quod à Sole torreatur.

Num. CCCLXXVII.

In Figurâ ſequenti H I eſt axis mundi eſt polus Arcticus, I Antarcticus: KL æqui- noctialis. M regio intermedia, in quâ æqui- noctialis hinc, Polus inde grad. 45. elevatur. Sol in initio ♈ & ♎ erit in O. (radius incidens erit OM, & reſiliens MR:) In Sol- ſtitio æſtivo erit in N, immittetque radios ab N in

M, qui ab M reſultabunt in Q. In Solſti- hyberno erit in P. immittetque radios per am PM, qui reflectentur per MQ.

Hinc patet, cur in æſtate ſit aura calidior, m in hyeme: nam radius NM eſt perpen- ulari vicinus, & ideò robuſtus, & vehe- s: at PM valde obliquus, & diſtans eſt, deò debilis, & elumbis.

In poſteriori Figurâ ſtatus regionis Arcti- demonſtratur: qualem cœli diſpoſitio- habeant, qui polum ſuſpiciunt in verti- Linea T V axem mundi: T polum Arcti- & V Antarcticum repreſentat. Sol æqui- ium ſubiens, eſt in lineâ XY, quę eſt hori- ſenſibilis, aut ſuperficialis: tunc non ca- cit, ſed terram radiis emiſſis radit. Evehi- in Cancrum, (hoc eſt, in Æ) & tunc erigi- ſupra horizontem grad. 23. 30. quibus uid addet refractio. Radii inſilient ab Æ, & reſilient à T in Z: & ideò erunt valde iles, & inefficaces.

Num. CCCLXXVIII.

In hac regione nox erit, non quidem ob ginem tenebraſque, ſed ob frigoris rigo- tremenda, & horrida; perſeverabitque diu Sol ſe infra horizontem contineat: eſt præſcindendo à refractione (nam pa- xis inſenſibilis eſt) per ſex menſes. Sed ? Erit-ne tolerabilis? Fore frigidiſſimum munis affirmat opinio: at nonniſi calidiſ- m eſſe diuturna Solis ſuper horizontem ſentia demonſtrare videtur. Nam Rhei- *lor. 4. cap. 3. pag. 26. a.* in illuminatâ Lunæ one eſſe calorem intenſiſſimum, ſic per- det. *Cùm itaque* ☉, *haud aliter à Solis ra- illuſtretur, ac Terra, eaque irradiatio in te* (nempe, lucidâ) *pluribus diebus perdu- (nam hoc, ſi in terrâ, tempore æſtivo, ſine occultatione Solis contingeret, proculdubio circa Tellurem intenſiſſimè incaleſceret) eſſario ergo ſequitur aërem Lunarem tali re rarefactum, &c.* At in Subpolari re- ne per ſex integros menſes ☉, occaſûs, cius, terram illuſtrat, & calefacit. Ergo, t nocturno tempore ibi frigus eſt horri- m: ſic diurno erit ibidem calor intolera- is.

Sed quantum durabit Solis in hoc loco eſentia? Iam ſuperiùs expoſui. A refra- one præſcindendo, quandiu ☉ ab uno ad rum Æquinoctium perveniat. At refractio em oculis antequam ad horizontem ve-

☉ *Oriens.*	G.	′	*Locus* ☉.			An. 1670
Æquinoct. ♈	0	0				Die
Refractio	5	0				
Declinatio	5	10	17	21	♓	7. Mart.
Crepuſc. Tych.	16	30				
Declinatio	21	30	23	10	♒	11. Febr.
☉ *Occidens.*						
Æquinoct. ♎	0	0				
Refractio	0	34	1	25	♎	24. Sept.
Declinatio	0	34				
Crepuſc. Tych.	16	30				
Declinatio	17	4	15	29	♍	7. Nov.

Hinc conſtat illo anno 1670. oriturum Solem illis gentibus die 7. Martii: & occaſurum die 24. Sept. Ab 11. Febr. incepturam auroram, & veſpertinum crepuſculum in diem 7. Novembr. duraturum. A 7. Novembr. ad 7. Martii anni ſequentis habebunt crepuſculum Rothmannicum: adeoque noctem nullam; Sol enim infra grad. 24. non deſcendit.

De Caloris varietate in Climatibus, & Parallelis.

Num. CCCLXXIX.

SEd quis nobis revelare poterit, quantum calidior sit Torrida Zona, quàm Temperata, aut Frigida? Pendet hoc à Sole, à Cœlo, à Solo: nihilominùs in re, in quâ divinando potiùs, quàm discurrendo proceditur, non nimium exorbitabit, qui sequatur ingeniosissimum Athanasium Kircherum, & hanc Tabulam veram esse supponat.

Sinus versus.	Altitudo Solis.	Sinus complementi ejusdem.	Altitudines Poli respondentes maximis meridianis Solis altitudinib.
	G. M.		G. M.
0	90 0	1000	0 0
4	85 0	996	28 30
16	80 0	984	33 30
35	75 0	965	38 30
61	70 0	939	43 30
49	65 0	906	48 30
134	60 0	866	53 30
181	55 0	819	58 30
234	50 0	766	63 30
293	45 0	707	68 30
358	40 0	624	73 30
427	35 0	573	78 30
500	30 0	500	83 30
516	25 0	484	88 30
658	20 0	342	
762	15 0	258	
827	10 0	173	
913	5 0	87	
1000	0 0	000	

Incrementa frigoris. *Incrementa caloris.*

In reliquis poli elevationibus sèpè eadem ferè manet meridiani Solis maxima altitudo.

Calor est magis vehemens, & activus, quàm frigus; & ideò alio passu procurrit, & per alios gradus intenditur.

Peripatetici sunt Arithmeticâ successione contenti, & subtiliores controversias non curant, nec Geometricas proportiones morantur: at experientiæ probant per gradus Arithmeticos Qualitatum Intensionem non fluere. Quid agam? Hæc Quæstio alicubi debet accuratè decidi. Si illam dilucidem in Physicâ, dicar digredi, & Mathematica extra debitum locum tractare: si autem in Geometri illam edisseram, Quæstiones Physicas exam nare dicar, quando deberem Mathemati Sit igitur Physica, aut Geometrica, hi lam insinuare, & attingere volui, ut e uberiùs aliquando retractem.

Distributio Terræ in longum latumque.

Num. CCCLXXX. *Lam.* 14. *Fig.*

DIfficile est Sphœrica ad plana redu & dicitur in hac materiâ procedi optimè, qui minùs malè; exactè enim g bum convertere in planum impossibile e Obtinuit ante plurimos annos ovalis Tellu descriptio, qualem plurimæ Mappæ exhibe & nos in Figurâ ABEC repræsentamus, ipsâ enim A & E sunt Poli Terræ, superi Borealis, & inferior Australis. FG Circul Arcticus: M N Antarcticus. NI Tropic Cancri, KL Capricorni. Et tandem BC Æqu noctialis. Ergo stando huic figuræ Mundi lo gitudo mensuranda est à B in C. & latitud Septentrionalis à D in A, & Meridionalis D in E. In utriusque enumeratione per gra dus, & minuta proceditur: &, quia latitu do ab Æquinoctiali enumeratur, convenium omnium quoad hoc Geographorum senten tiæ. Sed unde incipiet longitudo? Hic Au thorum opiniones sunt variæ; natura enim unde incipere debeamus computare gradus altitudinis Poli exposuit, nec voluit hoc Ho minum arbitrio committere: at longitudini initia non determinavit, sed computum com misit singulorum arbitrio.

Sanè in determinando initio longitudini nonnulli gloriæ, alii utilitati studuerunt. Glo riæ uni Hispano-arabes, qui, ut honorare Toletum urbium à Mauris interceptarum caput, exordium ab illo sumpserunt: Quo etiam imitatur, fuit Tycho, qui Vraniburgi in primo limine longitudinum constitui vo luit. At utraque opinio præter gloriolam va nam nihil habet; nam Astronomos jam ad ditione, jam etiam detractione implicat, expeditior esset computus, si aut semper de beremus substrahere: &, quia facilius ad mus, quàm substrahimus, quærendus est cus notissimus, & occidentalissimus, à qu incipiat computus, & longitudinum primu fundamentum sumatur. Sed quis ille erit qui possit ministerio huic servire? Insula de Pico apud Canarias.

Mo-

Modus observandi locorum latitudines.

Num. CCCLXXXI.

MVltis modis loci latitudo cognoscitur; do præcipuos.

Primò enim observa altitudinem Solis, & mentâ Solis declinatione ex tabulis, elevationem Æquinoctialis investiga; & complementum ad quadrantem erit Poli altitudo quæsita.

Num. CCCLXXXII. *Lam.* 12. *Fig.* 6.

Præceptum illustro hoc exemplo. Sit in præsente figurâ, A polus Australis, B Borea- CD Horizon: BIDEB Meridianus: EI Æquinoctialis. Pone igitur observatam fuisse Alexandriæ die 29. April. meridianam altitudinem Solis (nempe, FD) 73. grad. 34. min. &, quia Poli altitudo quæritur, examinandum venit, quanta fuerit declinatio Solis illâ die. Tenebat Sol gradum nonum Tauri, cui respondet declinatio I F. 14. graduum, & 32. min. stando sententiæ communi, & stando Tychonicæ, graduum 14. 33'. ergo, si à linea DF auferatur linea FI. manebit ID. altitudo Æquinoctialis; & DA complementum ad quadrantem dabit altitudinem Poli: & in numeris. Si à gradibus observatis auferatur declinatio Solis IF. gr. 14. & 32. min. manebunt 59. grad. 2. min. pro Æquinoctialis altitudine; cujus complementum ad quadrantem 30. grad. 58. min. dabit altitudinem Poli Alexandrini. Quod, si Tychoni insistas, adhuc declinatio erit uno scrupolo major; ergo Æquinoctialis humilior; ergo & Polus elatior; minùm, 30. gr. & 59. min.

Secundò poteris observare altitudinem meridianam cujuscumque Syderis, tam in Australi plagâ, quàm in Boreâ: modò præcognita tibi sit Syderis ejusdem declinatio.

Exemplis præceptum dilucido. Pone anno 1650. instrumentis in Austrum directis observatam fuisse meridianam Arcturi altitudinem in G. 80. gr. 6. min. cùm igitur I G Arcturi declinatio sit 21. grad. 4. min. manebit Æquinoctialis I. alta gradibus 59. 2. min. & Polus B. grad. 30. & 58. min.

Pone eodem loco, & anno observatam fuisse versus Boream summam Alrucabæ altitudinem in M. 33. gr. 32. min. & sic discurre. Declinabat Sydus illud M. ab æquinoctiali I gr. 87. & 26. min. ergo à Polo B. grad. & 34. min. si hos ergo auferam ab altitudine CM. Syderis observatâ, habebo Polum B. altum 30. gr. & 58. min.

Pone etiam ibidem eodem anno Claram in cingulo Cephei observari in K. altam 10. gr. & 1. min. cùm teneret inferiorem partem meridiani Borealis, & dices hanc fuisse Syderis minimam altitudinem. Cùm autem illud declinet ab æquinoctiali E, arcu KE, 69. grad. 3. min. hoc est, à Polo 20. B grad. & 57. min. adde arcum KB arcui CK, hoc est, Syderis observatæ altitudini, Polumque B. gradibus 30. & 58. min. altum esse pronuncia.

Hæc duo præcepta, & omnes observationes, quas posuimus, Declinationis (aut Solis, aut Syderis) exactam cognitionem supponunt: sed quid faciendum esset, si aut ignoraremus Declinationes, aut Tabulis, qui illas exhibent, fidere non vellemus? Quid, si in toto cœlo, ne unum quidem sydus cognosceremus? Eligere quodcumque ex Borealibus, & sequi Præceptum sequens.

Ex circumpolaribus Syderibus, quæ nunquam occidunt aliquod selige (quò minus, aptius) *summamque, & infimam ejusdem altitudinem metire, & differentiam divide, & invenies altitudinem Poli, quam queris.* Vnico, aut altero exemplo rem dilucido.

Eras Antiochiæ ad Oront. anno 1635. claramque in Sede Cassiopeæ observasti in minimâ, & in maximâ altitudine, cùm meridianum subiret: fuitque priùs in N. alta 3. gr. 24. min. & posteriùs in H. 69. gr. 6. min. Erat igitur NH. altitudinum differentia 65. grad. 42. min. cujus dimidium NB, vel BH 32. gr. & 51. dat Syderis, & Poli distantiam: quæ, vel addita minori altitudini, vel ablata à majore, dabit Polum Antiochenum altum gr. 36. & 15. min.

Cæterùm, quia Stellæ prope horizontem subjacent refractioni, & tu nescis. An, & quantæ sint ibi, elige aliam Stellam, quæ cùm Meridiani inferiorem partem transit, plus quàm 20. grad. elevetur: hæc enim erit ab omni refractione immunis. Reperitur interdum in ipsâ Observatione aliquis error, aut in observante allucinatio, aut in instrumento imperfectio, & ideò juvat observationes iterare, & posteà inter se accuratè conferre. Et, ut procedamus bene, imitari poterimus Petrum Gassendum, qui, ut Dinensis Poli altitudinem reperiret, maximam, & minimam Polaris Stellæ elevationem pluries accura-

tè observavit: nempe, mense Decembri anni 1632.

Dies Decemb.	Altit. maxima			Dies Decemb.	Altit. minima.		
	G.	/	//		G.	/	//
20	46	46	00	27	41	25	0
22	46	45	30	28	41	23	30
24	46	45	20	29	41	24	0
25	46	45	15	Ianuar.			
26	46	45	30	2	41	25	30
28	46	46	0	3	41	25	30
29	46	46	0				

His positis observationibus, sic Gassendus discurrit. *Itaque, si altitudo maxima videtur fuisse 46.grad.46. min.minima 41.gr.min.25. 30.differentia utriusque erit 5.grad. 20. min. 30.sec.cujus dimidium erit distantia Stellæ Polaris à Polo Mundi: hoc est, 2.grad.40.min.15. sec.Si verò utramq; altitudinem componamus, erit compositi dimidium, Dinensis Poli altitudo: hoc est, grad.44.min.5.45.sec.Porrò eodem usus instrumento anno 1623. sub Solstitium æstivum, & inde ex meridianis variis Solis altitudinibus collegeram, publicaramque, attolli Polum Diniæ 44.grad.6.min.sed habitâ, nempe ratione Tychonicæ, tum parallaxeos, tum maximæ declinationis.* Porrò, sive sequeretur, sive abesset à Tychone, eamdem latitudinem Poli inveniret. Considera sequentes numeros.

	Tycho.			Aliàs.		
Solis altitudo observata	G. 69	/ 24	// 30	G. 69	/ 24	// 30
Parall. add.		1	4		0	0
Altitudo vera	69	25	34	69	24	30
Declin.auser.	23	31	30	23	30	0
Altitud.Æquin.	45	54	4	45	54	30
Altitud.Poli	44	5	56	44	05	30

Apud Tychonem fit compensatio; quantum enim aufert parallaxis, tantum additur declinationi. Hac ergo viâ securissimè altitudinem Poli, distantiam Syderis à Polo, adeoq; Declinationem invenies.

Modus inveniendi longitudines.

Num. CCCLXXXII.

MAgni moliminis res est, determinare locorum longitudines, & vix bene à Veteribus, aut etiam Recentioribus tradita. Hodie multis viis tentatur, nunquam satis exactè concluditur.

Ante annos paucos Emanoël Sousa, Lusitanus, qui tertiò in Indiam Orientalem navigarat, & frequentissimas observationes in usum fecerat, ex acûs nauticæ declinatione colebat locorum longitudines tradere, & eo modo passus est Madriti homo illustris ejusdem. Ejus assidui labores à Mathematicis contemnebantur, quod experientiæ solùm daret, & nulli insisterent demonstrationi: ideò laudabantur ab Aulicis, Viris Scientiarum Mathematicarum imperitis, qui, ubi audierunt, tertiò illum adnavigasse in Indias, hoc unicum sufficere, ut vera doceret, putabant. Interim, dum laudatur ab his, & abillis explauditur, Sousa in medio positus, nec coelum, nec terram tenebat. Inculcabatur argumentum, cui nunquam satisfaciebat Sousa. Dicebat Infantesius. In tali longitudine, & tali latitudine tantum declinabat acus nautica, ut constat ex Sousæ observatione. Ergo antequam observaret declinationem acûs sciebat ille longitudinem loci. Vnde ergo? Quid proderit posteris hæc observatio? Si esset in loco, ubi latitudo, & declinatio acûs correspondarent huic observationi, dicerem, ajebat Infantesius. Modò sum, ubi ante annos tot fuit Sousa; at sicut ipse tunc hujus loci ignoravit longitudinem, sic ego etiamnum illam ignoro. Hoc erat primum argumentum, quod frequentissimè objiciebatur, cui nunquàm vidi dari congruam satisfactionem. Addebatur secundum, videlicet. In eodem meridiano notamus acûs magneticæ inconstantiam; in eodem parallelo etiam: ergo nihil certi ab acu nauticâ sperari poterit.

Et quid hìc Ego. Videbam magni momenti rem affectibus huc illuc trahi: & consultus ab Indiarum consilio respondi, Auliconsilium pro Sousâ, si nihil addatur, nullius ponderis esse; multi enim milites quotannis ad Indiam Orientalem navigant, & pluries in Indiam Orientalem navigarunt, & sunt hodie tam stupidi, & indocti, quàm anteà. At eamdem rationem magni momenti esse ponderis, ut suspicemur labores Sousæ esse Reipublicæ utiles, si addamus, illum esse Astronomiæ & Cosmographiæ peritum, habere ingenium felix, fuisse diligentem & solidum, & potuisse cum fructu laborare. Hanc ergo rationem intra meræ suspicionis ter-

minos pro Sousâ statuens, bene sperare, consultoribus jussi, & Observationes postulare. Illæ, ut censeo, erant dignæ, quæ publici juris fierent, & propter illas dignus Sousa ut præmium & honorem haberet. Non desistebant Geometricæ demonstrationi. Sed quid inde, si experientiæ, & demonstrationi Sousani? Considera Sousæ discursum; *Tali die fuimus in tali insulâ: octo diebus, verbi gratiâ, nihil vidimus præter cœlum & undam, nono die ad tale promontorium perlegimus: tali navigatione usi sumus, per talem lineam navigavimus: diebus singulis observavimus altitudinem Poli, & declinationem acûs: ventus fuit semper fere similis: extrema cognoscimus, ergo etiam media ex solâ divisione arithmeticâ. Scimus igitur longitudinem loci, in quo facta fuit quælibet observatio.* Mihi videtur hic discursus sufficiens pro necessitate Rei Nauticæ: ex illo enim primum Infantesii argumentum datur congrua Solutio. Et transeundo ad secundum, illud esse pro Sousâ pronunciabam. Nam enim in eodem parallelo semper sunt acûs declinationes aliæ & aliæ; qui sciat se in tali parallelo esse, & talem observet acûs declinationem, sciet omninò longitudinem loci: nempe, plùs, minùs; non enim major certitudo in re practicâ postulatur, in quâ paucorum minutorum, aut milliarium error non curatur. At istæ observationes, sicut illa maris frequentantibus sunt valde utiles; in Europâ, & Asiâ, aut etiam in Americâ nos non possunt juvare. Ergo quærendus alius est modus certior, facilior, & universalior. Interim, quandiu alius non succurrat iste, non contemnatur.

Num. CCCLXXXIII.

OBservarunt Veteres Eclipses Lunæ: at ante telescopii inventionem non iudicarent, quoniam initii & finis momenta non possunt nudis oculis determinari. Keplerus ait Solis Eclipses esse aptiores; non credo: nam parallaxium varietate implicantur. Interim, si eadem Eclipsis (Solaris, aut Lunaris sit) Parisiis, & Romæ observetur, (minimum, utrobique bene) non poterit differentia ignorari. Nam, si finis Lunaris Eclipseos fuit observata Parisiis horâ 1. 44'. & Romæ horâ 2. 24'. dicemus illos hac occasione aliores 40. minutis temporis, seu longitudinis 10. gradibus.

Sed quid est observare Eclipsim bene? Succurrunt variæ in praxi difficultates, & interdum allucinantur in observatione, & doctissimi senes, & oculatissimi juvenes. Seligam duas, quas volo bene considerari.

Dico primò, *nullius Eclipseos initium unquam fuisse observatum.* Et ostendo: nam initium in puncto contactûs contingit, & illud invisibile est. Dicimur observare initium, quando in Eclipsi Lunari v. g. à primo semidigito Observationem exordimur; & ultimum semidigitum accuratè exploramus: & quanto tempore hic in fine percurritur, tantum initio addimus: & sic initium Eclipseos deducimus. Ergo Eclipseos initium ex Observatione infertur, non autem aliquando observatur. Huc pertinent illa Gassendi verba. *Certè ille perquàm ingenuè profitetur deesse posse paucula aliquot minuta circa designatum Eclipseos initium.* Ita *tom.4.ann.1635. die 28. Augusti. pag.* 278.

Dico secundò, *hìc in eâdem Pædiâ diversos homines in instanti illo determinando, quo Eclipsis finitur, non convenire.* Et infero *observantes hìc non posse concordare cum observantibus in loco distanti.* Consequentia est legitima: si enim isti hic præsentes inter se non conveniunt, quomodo cum absentibus poterunt concordare. Suadetur antecedens: nam dissidium manifestum est, & ob gravissimas, & notissimas causas. Illud ab objecto, & à tubis, & etiam ab oculis sumitur. Vmbræ adhæret umbrago, & non ita dispescuntur confinia, ut possint lineâ condistingui: tubi sunt inæqualis virtutis; &, qui meliores, sicut in umbrâ luculas, sic in luce penumbras repræsentant: unde malebat Wendelinus Eclipses sine tubo adspectare: & tandem, quia oculi juvenum sunt vivaciores, vident umbræ vestigia senioribus contradicentibus. Porrò Ego, qui sum Neapoli, & Eclipsim observo: scio, quænam Quæstiones de fine Eclipseos motæ sint in meâ Pædiâ; & illas, ut judico expedire, resolvo: at quid Ego scio de Observatione Amstelodami factâ? Quid scio, quam viam iniverint illi Astronomi, ut ultimum momentum præscriberent? Ergo ex hoc capite potest esse dissensus, tametsi Observatores sint docti, & omnem diligentiam adhibeant.

Reddit me timidum, ne omni Observationi confidam hæc ratio, quam considerandam propono. Observationes in eâdem Civitate

factæ ſæpe differunt: & tamen cœlum eſt idem. Ergo non tota differentia obſervationum in locorũ diſtantias debet rejici, ſed pars aliqua poteſt errori obſervantium adſcribi. Id oſtendo. Eclipſim illam, de quâ paulò antè egi, obſervarunt Romæ PP. Athanaſius Kircher, & Melchior Incofer in Societatis Collegio: & Gaſpar Bertus in ædibus particularibus: & ponunt

	Illi				*Iſte*					
	Altitud. ☉		Hor.		Alt. ☉		Hor.		Altit. * Aquilæ.	Hor.
Initium Eclipſeos	29	30′	13	56	31	45	13	42 30	19 35	13 51
Total. Immerſ.	24	24	14	45					Lyræ	
Emerſ.	8	54	16	33	25	58	14	35	18 5	14 41

Et quidem eo momento, quo illi Eclipſim nondum incepiſſe judicarunt, nempe, ☉ altâ grad. 31. 45′: hic jam putavit eſſe Eclipſeos initium. Sed, quia differentia 13′ 30″. eſſet intolerabilis in eâdem Civitate, monemur, ut examinemus bene, quinam fecerint Obſervationem, & quibus inſtrumentis ſint uſi, antequam illas admittamus. Nam, ſi fuerint indocti, nequidem eſt Obſervatio legenda: ſi docti, conſiderandum eſt, quantam diligentiam adhibuerint: nec-non, qualia inſtrumenta habuerint, & quid talibus organis potuerint facere. Et loquendo in particulari de Obſervatione præcedenti; ſi interroges, Qualis ille Gaſpar Bertus fuerit? Reſpondebit Gaſſendus. *Eſt juvenis induſtrius, atque eruditus: ſed is nempe, ut poſteà ſcripſit, perfunctoriè ſolùm id egit: puta, ut quibuſdam amicis quoquo modo rem demonſtraret: & moderationem Quadrantis, quo altitudines ſunt captæ,* (in quâ præcipuè conſiſtit Obſervationis accurata fidelitas) *commiſit cuipiam adſtantium ejuſmodi rerum non valde perito.* Sed quales alii? Viri ſanè doctiſſimi: quorum Kircher adhuc vivit, & ſuis libris Orbem literarium honorat: & Incofer, cœlum iniit, (ſcribo id cum ſpeciali erga virum ſanctiſſimum reverentiâ) & ſummum nobis pietatis exemplum reliquit. *Sed fuit illis præ manibus*, ait Gaſſendus, *puſillum ſolùm Aſtrolabium, ut minus ſit mirum, ſi prodiderit nimiam temporis anticipationem.*

ALii ad maculas Lunares recurrerunt, quæ citò deteguntur, & tranſeunt: &, quia, ut dixi, initia difficilè obſervantur, Lunam decreſcentem eligerem, & momenta, quibus montium culmina totaliter obſcurantur, notarem. Et, ut aliquid in particulari dicam, Inſula illa, quam nominat Herr… *Besbicam*, & in Propontide collocat, qui… bene circinatur, aut alia ſimilis (ſunt enim multæ) videretur aptiſſima, ut unus Con… ſtantinopoli, alius Romæ, & alius Lond… obſervaret. Hac tandem viâ horum trium l… eorum cognoſcerentur longitudines; quib… ſemel correctis, non eſſet omninò impoſſ… bile alia loca adhibitâ proportionali remo… tione corrigere, & tandem *Telluris* faciem… exactè delineare.

☞Num. CCCLXXXIV.

SAtellitum Iovialium conjunctiones, … etiam eclipſes ſunt aptiſſimæ; ſed, qu… rari ſunt, qui mundo Ioviali obſervando … impendant, non promoverunt Coſmogra… phiam. Dixi eſſe aptiſſimas, ſunt enim Pla… netulæ illi velociſſimi, & nullam patiuntur… parallaxim: &, ſi eſſent plures, qui eiſdem… horis illos locis diverſis obſervarent, poſſe… adjuvare Coſmographos, quorum facultas… ſemper indiget novis Atlantibus. Vel, ſi du… bitas, audi Io. Kepl. qui poſtquam ſummâ di… ligẽtiâ in Tabulis Rudolphinis à pag. 33. la… titudinem longitudinemq; præcipuorum lo… corum deſignaverat, in fine pag. 36. ſic inquit: *Quantum ſit incertitudinis, quantum laboris … in examinandis locorum longitudinibus; ſuo… unico exemplo docere, ex mediâ Europâ petit… Inter Romam, & Noribergam Regiomontan… ætate cenſebantur. Minuta 36. Regiom. Pro… mob. probl. 45. Wernerus habet 32. ex prim… tamen Eclipſis anni 1497. 18. Ianuarii, … bique obſervato, Romæ quidem ab ipſo H. … 24′. Noribergæ à neſcio quo H. 4. 52. … guntur Min. 28. Apianus in Aſtrolabio … Regiomontanum, & Wernerum, medium … cenſuit eligendum 34′. Mæſtinus tamen, …*

Eve-

…rardus, & Origanus Wernerum propiùs te… ſtatuentes 33. At Sthoffl…rus in Calen… non attentâ Werneri obſervatione ſta… 18′. quem videtur ſecutus Apianus poſte… in Cæſareo ſtatuens 19′. Et Maginus me… elegit inter Apiani priorem, & Sthoffle… raditionem ſtatuens 26′. Schonerus in Re… tis habet tantum 12′. quod obſervãt Mer… & Hondius in Mappis. Stadius in Ephe… habet 13′. Ianſonius in Mappâ univer… 10′. deſcendiſſe videtur. Ego potius ob… ationibus Eclipſium Lunæ duabus, Romæ … tis, ex annis 1616. 1617. quas, & ego ob… arii Lincis, conſenſui fidens, Lincium Româ … talius facio 10′. Min. quantum, & Vrani… o, per obſ. alias. Ita mihi Româ, & Vra… rgum ſub eundem veniunt Meridianum, … Noribergenſi non plus 4′. min. eſt orienta…

Hæc igitur,

…ſtriſſime Marchio, tibi omninò ſufficient, … Hollandicas, Hondii, & Bleavii Mappas …lligere poſſis, quas legere, & conſiderare …nte debes; & præcipuè Hiſpanicas, Bel… …s, & Germanicas: nam ad Aſiam, Afri… …, aut Americam te à Rege mittendum … …puto, cùm feliciter ſervias in Flandriâ. …erim, nec illæ negligendæ ſunt, contin… …enim ad Regios Senatus promoveri, & …notus regimini indigebis regionum O… …talium & Occidentalium notitiâ, ſine … …non poteris ſervire patriæ. Vale, ut op… …, &c. Datum Lovanii 4. Calendas Mar… …ann. 1637.

NOTA I.

…gor & è Tabulis pictos deſcribere Mundos. *Propertius.*

Quomodo Mappa univerſalis deſcribatur?

IMpoſſibile eſt, ita plano globum deſcribere, ut menſuræ menſuris correſpondeant exactè: & hanc ob rem, ubi exacta deſperatur præciſio, congrua & opportuna à Geometris quæritur approximatio. Duplicem … …dum Ptolemæus *libr.* 1. *cap.* 24. proponit: …orum ex Sphœræ circumvolutæ adſpectu …ndet prior; ex intuitu Sphœræ quieſcen… poſterior.

☞Num. CCCLXXXV. *Lam.* 14. *Fig.* 3.

PRior modus eſt facilior & expeditior, & in eodem capite à Ptolemæo accuratè deſcribitur: Nos tantiſper diſcedere cogimur, ut menſuras meliùs obſervemus, & facilitati & claritati conſulamus.

In Tabulâ planâ ABDC, quæ ſit duplò longior, quàm lata, ducatur linea AB. quæ biſariam, & normaliter lineâ GF in puncto E dividatur. Lineæ EB. BD. AC. & AE. biſariam ſecentur in I, & V, & T, & H. Duc lineam VIG, & lineam THG. quæ concurrent in G. quod erit delineationis centrum. His poſitis, centro G, & radio GI. vel GH. duco arcum ILH: & centro G & radio GV, vel GT, duco arcum VKT. & dico hunc arcum eſſe duplò majorem altero. Et, quia in Æquinoctiali gradus duplò latiores ſunt, quàm in parallelo per 60. grad. ab Æquinoctiali declinante, Æquinoctialem pono in TKV. & declinationem grad. 60. in HLI. Tunc lineam LK. divido in ſex partes æquales, & ſingulis denos gradus accenſeo: & ductis arcubus, Parallelos deſigno.

In Æquinoctiali, tam longi ſunt gradus, quàm alti. Ergo ſumo lineam KN. æqualem ipſi KM. & totam Æquinoctialem in partes æquales divido: lineas à G demitto, & habeo omnes meridianos deſcriptos.

Si faciem Africæ, quæ ultra Æquinoctialem deſcendit, velim etiam deſcribere, addam & Parallelos, quos Regio deſcribenda poſtulet. Decem gradus adjungo: tu adde plures, ſi velis. Sit KF æquale ipſi KM. & centro G, & radio GF. ducatur arcus FQ. qui hinc inde dividatur in 9. partes, quæ ſint æquales ipſi MO. & poſteà longitudinum puncta jungantur, ut conſpicis. Tunc Æquinoctialis erit TKV: Tropicus Cancri SR: & Circulus Arcticus Zw.

Ecce habes in ſolâ iſtâ delineatione 70. gradus latitudinis Borealis, & 10. latitudinis Auſtralis: & 180. gradus longitudinis: qui fuerunt Ptolemæo ſufficientes, ut omnes terras, quæ tunc noſcebantur, deſcriberet.

Qui non totum Mundum, ſed unam Provinciam, aut Regionem deſcribit, ſumet in formâ majori unam ex hac delineatione partem, puta *abcda*, congruentem exhibendæ regioni, & Tabulâ in gradus, aut etiam in minuta divisâ, debitis locis oppida, promontoria, montes, & cætera, quæ digna ſint notatu, adſcribet.

☞Num. CCCLXXXVI. *Lam.* 14. *Fig.* 4.

POſterior modus eſt facilis, ſi bene exponatur. In Tabulâ planâ ducatur linea AB.

AB. & dividatur in 32. partes æquales. Poſteà centro A, & radio AB. ducatur arcus EBF. qui repræſentet Aequinoctialem. Et centro A & radio AD. part. 20. ducatur arcus IDH. qui erit parallelus per 60. gr. declinans ab Aequinoctiali. Tunc lineâ DB in 12. ſpatia divisâ, ducam arcus Aequinoctiali parallelos, qui inter ſe diſtent quinis gradibus.

His peractis, ut meridianos deſcribam, incipiam ab Aequinoctiali, in quâ longitudinis & latitudinis gradus ſunt æquales. Sumam ergo arcum (gr. 10.) BL, æqualem ipſi BK, & ſic per totam Aequinoctialem diſcurrendo illam in denos gradus dividam, & poſteà in quinos ſubdividam. Notatis diviſionum punctis; nempe, hinc 9. & inde etiam 9. ut EF. comprehendat integrum ſemicirculum: tranſibo ad parallelum KM, qui ab Aequinoctiali declinat 10. gradibus. Tunc, quarum BL. erat 15. 0. erit mihi KM 14. 46′. & hoc modulo dividam hinc inde totum arcum, ut etiam 90. gradus utrinque numerare poſſim. Hinc ibo ad parallelum NO. qui parallelus ab Aequinoctiali declinat 20. grad. & ſumam pro modulo NO. partes 14. 6′. quarum modulus Aequinoctialis habebat 15. 0′. Eodem modo dividam cæteros parallelos juxta modulos, quos numeri ſequentes exhibent.

Parallelus declinans.		*Modulus, ſeu longitudo unîus gradûs.* P. /
Grad.	0	15 0 Æquinoct.
Grad.	10	14 46
Grad.	20	14 6
Grad.	30	12 59
Grad.	40	11 19
Grad.	50	9 38
Grad.	60	7 30

Diviſis omnibus parallelis, ſecundum modulum ſuæ declinationi competentem, ſupereſt, ut conjungantur puncta diviſionum, & formentur arcus, qui meridianos repræſentent: qui non debent eſſe circulorum portiones, nam ſufficit, ſi per puncta diviſionum trahantur.

Tabulâ igitur delineatâ, ut quarta hæc Figura repræſentat, poteris in illâ totam Europam, & totam Aſiam exhibere, & majorem partem Africæ, nam Promontorium Bonæſpei, Geographis antiquis ignotum, deſcr dit ultra 34. Auſtralis latitudinis gradu

Si non volueris totum Orbem, ſed aliqu tantummodò provinciam deſcribere, ex Tabulâ excerpere poteris portionem la dini correſpondentem, & in illâ totam d gere provinciæ faciem.

Num. CCCLXXXVII.

Vidi Antuerpiæ totius Mundi M apud Sinas excuſam, quam Geograph rioſus delinearat, & Sinenſibus charact bus dilucidaverat. In omnibus Tabulis, in Europâ ſculpuntur, cùm Hiſpania pon prope Q. neceſſarium eſt, ut regio Sin ſupra Tropicum Cancri, non multum diſt meridiano FG: quam ob rem, cùm ægerr ferrent Sinenſes, ſuam Patriam in ultim Mundi fines rejici (ſic præ ſe ferre vide communis delineatio) coacti ſunt noſtri h mines, qui apud ipſos peregrinantur, alt orbem Terræ deſcribere, & Canarias pon apud arcum E H. ut Sinenſis regio apud P Q. in medio Tabulæ exhiberetur. Et hi Politicum Monitum deduco. *Quoniam ſa* pe contingit magnas eſſe inter homines co troverſias de nihilo: &, quia ſapientibus, insipientibus ſumus debitores, nos debemu interdum inſipientibus attemperare. Super bi ſunt Sinenſes, & contemni non volun Patriam ſuam non patiuntur in Mundi fine rejici. Si diceremus Europæi perindeeſſe, vel hic, vel ibi Regio illa depingeretur; quæ nihil eſt prius, aut poſterius in globo; tur baviſſemus homines, qui non ſunt capaces ut id intelligant. Ergo prudentiori conſili Mappas novas deſcripſimus, ut nihil quoa ſubſtantiam mutando, illis placere valeremus.

Num. CCCLXXXVIII.

Hæc Tabulæ diſpoſitio erat olim ſufficie nam totus Mundus cognitus per paucas re giones extendebatur. Antiqui vix ad Arcti cum Circulum pervenerunt, vix tranſiverun Æquinoctialem, Sinenſium habuerunt ſubcu ſcuram notitiam, & ideò non indiguerun majori, ut Terram deſcriberent, Mappâ. Hi jus veritatis teſtes ſunt Tabulæ Ptolemæ quas Ioannes Henricus Alſtedius *Encyclop die libr. 18. part. 3. cap. 12. pag. 576. b.* ad bre viſſimam ſynopſim reducit. At his ultimis ſæculis omnia Africæ littora recognovimus Indiam luſtravimus, Americam (novum

Mun-

ndum) in occaſu deteximus; &, quia terobis notæ in Tabulâ à Ptolemæo deſcri- non capiuntur, debuimus aliter delineare bulam, ut in illâ caperetur utraque Mun- facies. Et hoc Geographi faciunt duobus dis: nempe, vel duobus circulis, vel in figâ ovali, quæ Circulum hinc inde prohat. Conſidera Figuram V.

Lam. 14. Fig. 5.

Centro B & radio DA. deſcribatur APEOA. quo linea OP. per 180. grad. progreditur, idatur arcubus ab A in E, qui repræſent meridianos, & diſtent inter ſe 30. grad. dantur hinc inde tres ſemicirculi in æquadiſtantia, ut per 90. gradus hinc, & per 90. e creſcat Æquinoctialis; unde BC. Æquitialis erit integer Circulus. Poſteà duca- HI. Tropicus Cancri; KL Tropicus Capricorni: FG Circulus Arcticus; & MN Cirus Antarcticus, &c.

Poſſet eſſe varia graduum diviſio: ſed jam tinuit, ut Æquinoctialis in partes æquales iſa excipiat Meridianos, qui ab A in E ptică curvaturâ deſcendunt.

Gradus latitudinis in lineâ AE, debent eſæquales; ſunt enim æquales in Circulo EPA. & poſteà ducuntur lineæ Æquinoli parallelæ. Et hanc formam affectant nes, aut fere Mappæ, quæ ab anno 1500. 1600. ſunt editæ.

Num. CCCLXXXIX. *Lam. 14. Fig. 6.*

AT hodie malunt in duos Circulos Mûdum dividere; ut alter Veterem Orem, & aliter novum repræſentet. Conſide- Figuram VI. in quâ A B ob oculos ponit nc Mundi partem, quam nos colimus: CD poſitam, quam incolunt Americani. Liæ, quæ videntur, ſunt notæ. EF Æquinotalis: GH Tropicus Cancri: LM Tropicus apricorni: IK Circulus Arcticus; & NO ntarcticus, &c.

Sicut lineæ globi in planum diverſis mo- projiciuntur, ſic Tellus aliis poſſet modis eometris in Mappis deſcribi; ſed nos illos ibere voluimus, qui ſunt meliores, & à ris doctis, & ingenioſis approbantur.

Tametſi, quæ dicta ſunt, hucuſque videntur ſufficere, ut unam integram provinam, delineare ſciamus, oportet aliqua imæſentiarùm dicere, quæ doctrinam partiularem tradant.

Vt una Provincia alteri cooptetur, oportet habere longitudinum, & latitudinum civitatum præcipuarum notitiam; & illas in propriis locis ſecundum longum, & latum deſignare. Longitudines, ut diximus, habentur per eclipſes, & latitudines per Solis, aut Stellæ polaris altitudines, ſi diligenter ſint obſervatæ.

Cùm non ſit poſſibile in omni pago, & arce fuiſſe expertos Aſtronomos, qui obſervaverint cœlum; ſemel bene collocatis præcipuis urbibus, loca cætera per diſtantias itinerarias deſignâtur: nam, ſi ſciamus, quantum pagus A à civitate B & à civitate C diſtet, ejus præciſè in mappâ locum deſignabit triângulus. Sed hìc Geometra indiget providentiâ; non enim ſemper ſunt oracula, quæ definiunt aurigæ; &, ut ſint vera, viæ ſunt tortuoſæ, & præcipuè, ſi provincia ſit aſpera. Ergo uti debet proportionali correctione, quando diverſæ ejuſdem pagi à diverſis civitatibus diſtantiæ non cohærent.

Si regio ſit plana, omnia poſſunt expediri feliciùs; nam ex turribus detegitur latè patens planities, & obſervari poteſt, in quonam azimutho ſingula loca jaceant. Hanc viam ingreſſi ſunt multi, ut Provincias deſcriberent, & per hanc willibrordus Snellius, non ſolum unum gradum in circulo magno fuit menſus, unde quanta eſſet tota Tellus deduxit, ſed etiam ob oculos poſuit totam fere deſcriptionem Hollandiæ.

Num. CCCXC.

Præcipuarum Civitatum Galliæ longitudines, & latitudines examinavit Iſmaëlis Bulialdi diligentia, ut conſtat ex ejus Aſtronomæ Philolaicæ pag. 3. & Ego ex illis Galliæ Mappam compoſui, quam exhibet Lam. XIV. A literâ ♎ ad ♑ deſcendunt gradus latitudinis: omnes æquales, & per 15. milliaria Germanica, aut per 60. Italica expanſi: quos diſtinguunt Paralleli, qui ad libellam ducuntur. A ♑ in ♒, gradus longitudinis numerantur, nempe, ab Vraniburgo, ubi Meridianum Aſtronomicum Bulialdus collocat, illoſq; quaternis temporis minutis diſtinguit.

In Parallelo ♑ ♒, qui 43. grad. ab Æquinoctiali removetur ♈ 6 longitudo unius gradûs eſt mill. 10. 58′. quorum ♈ ♌, eſt 5. 0′. Ergo hac proportione ab ♈ huc, illuc, hic Parallelus diſtinguitur in gradus. In Parallelo autem ♎ ♑. qui 51. grad. ab Æquinoctiali ſemovetur, longitudo unîus gradûs (nempe ♉ ♌) ſe

ſe habet ad latitudinem (ε π) ut 9. 26′. ad 15. 0′. hoc ergo modulo linea illa dividatur.

His poſitis, Meridiani ducentur: & erit Geographicum Rete delineatum. Et ſumptâ ex Bullialdi Tabulâ, aliquâ civitate, quæram latitudinem in latere Δ Φ: & longitudinem in lineâ Φ ☉, & in angulo communi ponam punctum, quod illam nobis repræſentet.

Porrò oppida, quæ expreſſa in Franciæ Mappâ vides, ex Bullialdi obſervationibus accenſuimus ſuis locis: ſuperſunt multa, quibus nulla locum deſignat Obſervatio. Hæc addi debent ex Curſorum, & Aurigarum relatione, conſideratis itinerariis à Civitate proximiore diſtantiis.

NOTA II.

Quomodo ex his tribus (longitudine, latitudine, & diſtantiâ locorum) unum ex altero inferatur.

SI duorum locorum (urbium, montium, &c. in globi Terreſtris ſuperficie ſit quærenda diſtantia, eorumdem longitudo, & latitudo conſideranda eſt: nam (1) vel differunt ſolâ latitudine: (2) vel ſolâ longitudine: (3) vel latitudine, & longitudine ſimul.

Num. CCCXCI.

Quæ differunt ſolâ latitudine, in ſententiâ communi, quot minutis, tot diſtant milliaribus Italicis, quæ nunc in uſu: nam, ut ſuperiùs vidimus, milliaria antiqua Romana ſunt majora. Italica facilè in Germanica tranſeunt; ſingula enim Germanica continent quaterna Italica: unde in Gradu ſunt Italica milliaria 60. & Germanica 15. Vt doctrinam hanc aliquo exemplo dilucidem, ponam ob oculos Meridianum Vranicum; apud quem celeberrimæ ſunt Civitates, quem Tycho Brahæus elegit, ut ibi Sydera Cœleſtia obſervaret. Illum lineâ AB ductâ deſcripſi. Civitates, quibus illuſtratur, conſidera.

Nec mireris, ſi Civitates 7′. vel 8′. hinc inde diſtantes ab hac lineâ in Tabulâ ſequenti reperias; quia hoc ipſum controvertitur; &, ut vidimus, debet examinari. Fortè nulla eſt ſenſibilis locorum quoad longitudinem diſtantia, ubi Geographis hodie collatis multis obſervationibus non-niſi valde parva videtur. Vtut ſit, ſiquidem illa, parva, aut magna, notatur, nulli errori meum Lectorem expono, cùm non ſolùm Civitates, quæ in illo Meridiano jacent, ſed etiam illas, quæ hinc inde parum abſunt, ſcribo.

A

NOMINA CIVITATVM. Ex Aſtronomia Rudolphina Ioannis Kepleri, & Philolaica Iſmaelis Bullialdi.	Occidens	Correctiones ſûr latitudines quàm longitudines.	LATITVDO G.	′
Vraniburgũ, Tychonis ſedes	0	0	55	55
Hafnia Daniæ	1		55	43
Stalſundum Pomeraniæ		4	54	30
Roſtockium	0	0	54	10
Lubeca Saxoniæ	8		53	58
Francofurtum ad Oderam		8	52	20
Magdeburgum	4		52	15
Witenberga Saxoniæ		1	51	53
Halla Saxoniæ	3		51	38
Grima Saxoniæ	0	0	51	20
Dreſda Miſniæ		4	51	6
Erfordia Thuringiæ	7		51	3
Iena Thuringiæ	4		51	0
Salvelda Thuringiæ	6		50	47
Praga Bohemiæ		6	50	6
Bamberga	5		49	57
Amberga Palatin	0	0	49	32
Norinberga Germaniæ	4		49	16
Ratisbona Bavariæ		1	49	9
Ingolſtadium Bavariæ	2		48	42
Freiſinga Bavariæ	0	0	48	24
Monachium Bavariæ	1		48	2
OEnipons Norici	2		47	5
Aquileja		3	45	45
Tergeſta Liburniæ		7	45	37
Venetiæ	2		45	18
Patavium	4		45	6
Mantua Ciſalpina	8		44	49
Ferrara Italiæ	5		44	45
Vrbinum Italiæ		1	43	35
Florentiæ Hetruriæ	7		43	10
Senæ Hetruriæ	6		42	45
Roma, Sedes Pontificis	0	0	42	2
Hoſtia Latii	0	0	41	46
Drepantum Siciliæ		1	37	10
Lilybæus Siciliæ	0	0	36	45

B

Omnes hæ Civitates apud eumdem Meridianum ſunt. Et quid, ſi in eodem jacere dicantur? In his, quarum ſ miles ſunt latitudines, magis ſenſibilis eſt longitu differentia, quàm in illis, quarum differentia lat magna eſt.

Si igitur volueris duarum ex his Civitatibus ſcire, diſtantiam hac Regulâ rem poter expediri.

Latitudinum differentiam converte in mi nuta,

& die tot illas milliaribus Italicis diſtare.

egulam uno, aut altero exemplo dilu-

	Latitudo.		*Differ.*		*Mill.*
raniburg.	55	55	13	53	833
oma	42	2			
ilybæus	36	45	5	17	317

Diſtat igitur Roma ab Vraniburgo milliar. ca comm. 833. & à Lilybæo Siciliæ mon- 317.

Num. CCCXCII.

QVæ differunt ſolâ longitudine tot, aut tot milliaribus diſtant, ſecundum Parralleli, in quo ſunt, varietatem: nam ingulis parallelis eſt alia, & alia graduum nitudo: quoniam in Æquinoctiali v. gr. gradus per milliaria 60. extenditur: & Parallelo, qui 60. grad. declinat ab Æquinctiali unus gradus extenditur tantummoper 30. milliaria.

Pariores Civitates in eodem Parallelo, in eodem Meridiano ponuntur: & raeſt; quia latitudinem ad ultimum minuſque poſſumus examinare: at in longinum determinatione, qui oculatiores voeſſe, cœcutiunt. Has ego Civitates in m fere Parallelo (inter grad. 45. 0′. & 45.) reperio.

CIVITATES. Quæ ſunt Oriétaliores Vraniburgo.	*Tempus* H.	M.	*Latitudo* Gr.	Min.
archand Sogodianæ	4	50	45	0
radum Hungariæ	0	36	45	16
cz Serviæ	0	31	45	12
war Raſciæ	0	30	45	16
ania Boſniæ	0	24	45	22

Vna hora continet 15. gr. adeoque 1′. temporis continebit 15′. loci: nam 4′. temporis gradui loci, ſeu circumferentiæ correndent.

Quantum igitur Belgradum à VVywariâ diſtat? Diſtant 4′. temporis: hoc eſt, per arcum unius gradus. Porrò gradus in Parallelo 45. grad. 10. 36′. Germanica milliaria plectitur. In Parallelo autem grad. 46. liar. 10. 25′: differentia eſt 11′: horumq; arta pars 2 = 75. Diſtant igitur Belgrad, & VVywaria milliaribus Germanicis 27 = 75′.

Tabulam continentem quantitatem unius gradûs in ſingulis Parallelis dedimus ſuperiùs *nu.* 349 juxta VVillebrordi Snellii ſententiam: at Communis opinio ſingulis gradibus in Æquinoctiali 15. milliaria Germanica accenſet: & utitur ſpeciali Tabulâ, quam apud Ioannem Alſtedium *in Encyclopæd. libr.* 18. *part.* 1. *cap.* 8. *pag.* 551. *b.* & alios Authores reperies, quam tibi dare nolui, quia non placet. Milliare Germanicum in 4. Italicæ. Italicum in 1000. paſſus Geometricus: & Paſſus Geometricus in 5. pedes, &c. dividi ſolet: cur ergo Author Tabulæ Milliare Germanicum in 60. minuta diviſit? Debuit, ut puto illa in paſſus, aut in pedes dividere, ne numeros importunos ponerent, qui non poſſent ſine reductione ſervire. Clariùs proceſſiſſet, ſi exhibuiſſet milliaria Italica, quorum unus gradus in Aequinoctiali habet 60. Vnde poterit illa Tabula corrigi hoc modo.

(1) Milliaria Germanica quadruplica, & habebis Italica. (2) Pro 15′. pone unum, pro 30′. duo, pro 45′. tria milliaria. (3) Manebunt pauciora, quàm 15. minuta, quæ poſſunt ad paſſus reduci juxta Tabellam ſubſequentem.

M.	*Paſſ.*	*M.*	*Paſſ.*	*M.*	*Paſſ.*
1	066	6	399	11	733
2	133	7	466	12	799
3	199	8	533	13	866
4	266	9	599	14	933
5	333	10	666	15	1000

Si ſemel ſic corrigatur illa Tabula, poterit univerſis prodeſſe.

Num. CCCXCIII. *Lam.* 14. *Fig.* 2.

QVia omnia fere loca tam latitudine, quàm longitudine differunt, eſt neceſſarium tertiam Regulam dare, quæ illorum diſtantias metiatur.

Si intra octo, vel decem gradus ſint conſtituta, ſuppone Tellurem eſſe planam; nam illius tumor in paucis gradibus non eſt ſenſibilis. Pono exemplum.

Sit in Fig. II. linea AD. Meridianus Vraniburgicus, qui Huenam interſecat, &, ut vidimus, per Vrbes nobiliſſimas tranſit. Lilybæum Promontorium, quod in ipſo ſubrigitur, ſit in A. & habeat latitudinem grad. 36. 45′. Sit CD. alius Meridianus occidentalior 45′. Sit in A. & habeat latitudinem grad. 36. 45′. Sit CD. alius Meridianus occidentalior diſtans ab altero tota linea AB. hoc eſt, 2. gr.

In hoc Meridiano CB. ſit Mons Fuſus in latitudine graduum 37. 30′.

In quocumq; Meridiano milliare Italicum correſpondet minuto. Ergo, quia differentia latitudinum 45′. dat lineam BC. illam dicemus per milliaria Italica 45. extendi.

In Parallelo, qui per grad. 36. ab Aequinoctiali declinat, unus gradus occupat milliaria Germanica 12. 8′: & in Parallelo, qui grad. 37. declinat, occupat 11. 59′. Eſt differentia 9′. Ergo in Parallelo AB. qui declinat gradibus 36. 45′. uni gradui ex Tabulâ Germanica milliaria 12. 2 ⩭ 25′. debebuntur. Sanè 12. milliaria Germanica, dant Italica 48. quibus, ſi addas 2′. hoc eſt, paſſus 133. & adhuc ⩭ 25. minuti quadrantem: hoc eſt: paſſ. 174. habebis colligendo omnia ſimul milliaria Italica 48 ⩭ 150¼: Et tot in illo Parallelo ſingulis gradibus debentur. At linea AB. extendebatur per 2. grad. Ergo per Ital. milliar. 96 ⩭ 300.

Menſi ſumus duas lineas: (nempe, BC. & AB.) ſed, quia tota hæc diligentia adhibetur, ut cognoſcamus tertiam, (nempe, AC.) demus Regulam, quâ dirigamur.

Quadretur utrunque crus. Quadrata rediganter in ſummam: Et ſummæ radix erit linea, quæ quæritur.

	√	□
Linea BC.	45	2055
Linea AB.	96 ⩭ 3	9292 ⩭ 96
Simul		11347 ⩭ 96
	106	11236
	107	11449
Differ.		213
		11347 ⩭ 96
		11236
Differ.		111 ⩭ 96

Ergo linea CA. $106\frac{11196}{21300}$ *vel* $106\frac{1}{2}$

Hæc doctrina, ut dixi, in parvis diſtantiis: hoc eſt, intra 8, vel 10. grad. tolerabilis eſt, nam arcus parvi rectis lineis ſunt ſimiles. At in diſtantiis magnis eſſe debet computus accuratior: unde reprehenſioni eſt obnoxius Alſtedius, qui per hanc Regulam diſtantiam voluit, inter Romam, & Hieroſolymas metiri. Sic ſuum computum iniit.

Roma & Hieroſolyma differunt latitudine, & longitudine. Latitudo Romæ eſt 41. gr. … *min.* (eſt gr. 42. min. 2.) *Hieroſolymis* 31. … 40. *min.* (32. 10′.) *Longitudo Romæ* 36. gr. … 30. *min. Hieroſolymis* 66. *gr. præciſè. Differentia longitudinum* 29. *gr.* 30. *min.* (34. 0′.) … *Differentia latitudinum* 10. *grad.* 16. *min.* … *do communis* 36. *grad.* 48. *min. pro qua* … 37. *grad. in Tabulâ: quibus reſpondent milliaria*, (Parallelo 37. grad. in Tabulâ … reſpondent milliaria 12. ſed 11. 59′: … rallelo 36. 48′: debentur 12. 1′.) *quæ* … *ferentiam longitudinis multiplicata, dant* … *Quadratum primum eſt* 23716. *ſecundum* 125316. *Summa* 149032: *cujus radix* … *milliar. Germanic. Diſtantia Romæ & Hieroſolymorum, quæ Paulus confecit appellando Cæſarem.* Act. 25.

Sunt nimis magni arcus, ut à Geographis poſſint haberi tanquam lineæ rectæ. P. Bo… ventura Cavalerius *in Trigonometria* Pr… 12. duas naves per mare, alteram ad 35. & … teram ad 58. milliar. provexerat: & tame… intra gradum unicum hæ lineæ caderent, … *Abutentes earum itineribus perinde, ac ſi fier… in lineis rectis.* Et, ſi hunc abuſum vocat, qu… de Alſtedii Suppoſitione diceret? Hanc … rem, ut curioſiùs, & exactiùs locorum exh… beantur diſtantiæ, aliam viam ingrediemur.

Num. CCCXCIV. *Lam.* 14. *Fig.* 1.

VT datis locorum latitudinibus, & longitudinibus inveniatur diſtantia, hanc Regulam obſervare debemus.

Centro A. *& radio quantocumque* (quò major, erit operatio ſecurior) *duc arcum* … LMN. *qui repræſentet Terram; cujus polus* … A. *Duc diſtinctionis gratiâ aliquos Meridianos* … AM. AL. AN. &c. *Primam Civitatem pone* … *Meridiano* AM. *& ab* M. *in* D. *numera differentiam longitudinum; & deſcribe alterius Civitatis Meridianum ab* A *in* D. *Primæ Civitatis latitudinem numera ab* M *in* E, *cujus ſinus rectus eſt* EB. *& antiſinus eſt* BA. *Ex Deſcundæ Civitatis Meridiano numera ejuſdem ſecundæ Civitatis latitudinem uſque ad* F. *Demitte ſinum rectum* FH. *& antiſinum* HA. … *tandem junge puncta* HB. [Lineam hanc … Practico dedit Circinus: Speculativo ve… Trigonometria: quoniam in Triangulo HBA … cognoſcuntur latera HA, & BA. & angulus … HAB: & ideò latus HB ignorari non potest. … *Centro* B. *& radio* BH. *duco arcum* HI. *Ergo … lineæ* HB, *&* BI. *ſunt æquales. Ab* I. *erigo perpen-*

…culum hinc in G. *inde in* K. *nempe, æqua… …s* FH. *Tunc, ſi latitudines ſint ejuſdem …minationis (vel utraq; Auſtralis, vel utraq; …alis) duc lineam* EG. *ſi verò ſint diverſæ …minationis (altera Auſtralis, & altera Boreal…) duc lineam* EK. *Et pronuncia lineam* EG … *mo caſu (lineam* EK *in ſecundo) eſſe chor… …arcûs, qui illarum duarum Civitatum di… …iam metitur. Ergo illam lineam cape inter …ſta Cirini. Qui altero puncto poſito in* M. … *um in arcu* MDL. *diſtantiam quæſitam …debit.*

…dentur Civitatum latitudines, & di… …ia; invenietur differentia longitudinum: …eſthangulus, quo ſe ſecant Meridiani, qui … illas civitates ducuntur. Operationem ſic …cies.

…me Circinum, & deſigna in Tabulâ has …: Sinus, & Antiſinus latitudinum: & dif… …tiam Sinuum: nec-non etiam datarum …uum diſtantiam. Tunc duc lineam CG … *ſtitiam: ſupra punctum* C. *erige* CE, *diffe… …am Sinuum. Tunc à puncto* E, *duc diſtan… …Civitatum, quæ incidet in punctum* G. … *poſitis, ſiquidem jam cognoſcis tres li… …ſic efforma Triangulum, Antiſinum lati… …is unius civitatis ſit* AB. *Et centro* B, *& …* BH. *qui exæquet lineam* CG. *duc arcum … & centro* A. *& radio* AO. *qui Antiſinum …rius Civitatis exæquet, duc arcum* OHQ. … *uo arcus ſe ſecant in puncto* H: *duc ergo ab …Meridianum per* H. *& pronuncia angulum …M differentiam longitudinum eſſe.*

…unc Triangulum, & alios ſimiles, pote… …ſummâ facilitate reſolvere, ſi utaris Tri… …ro, quem in Laminâ IX. delineo.

NOTA III.

De Ariſtotelis Geographiâ.

NOn invideo honorem, & gloriam Ariſtoteli. Ingenio fuit ſubtili præditus, … ævo celeber, & illa, quæ duobus To… …ipſius nomine circumferuntur, (nam ſunt …ana ſuppoſititia) laudem, & applauſum …entur. Verum enim verò, Mathematicas …entias, quas ille ignoravit omninò, ab illo … petendas, non admittet, qui obſervet, … modo ille exorbitet, cùm diſputat de … rrâ, vel Cœlo.

Varus fuit Ariſtoteles, quando parva de …reſtrium Provinciarum, & Cœleſtium motuum habebatur notitia: quod, ut oſtendam clarè, dabo Genebrardi, diligentiſſimi Chronologi, verba, quæ *ad annum Vrbis* 426. *pag.* 264. reperio. *Ante hunc* (Ariſtotelem) inquit, *inſignis Geographiæ inſcitia: quæ poſteà expeditionum Alexandri in ultimâ Aſiam beneficio emendata eſt.* [Sed parũ juvat unum terræ palmum perluſtraſſe: provinciæ enim, quas ſuo exercitu pervaſit Alexander, ſunt breves cum longitudine totius Orbis collatæ; & quantæcumq; fuerint, ſubjugatæ ſunt, non menſuratæ, ut conſtat ex Ptolemæi Tabulis, quæ tametſi 460. annis poſt obitum Alexandri deſcriptæ, non delineationem, ſed defigurationem Aſiæ continent.] Et quantum Ariſtoteles adjutus Alexandri triumphalibus expeditionibus in Geographiæ, & Hydrographiæ cognitione profecit? Genebrardus. *Et ipſe* (Ariſtoteles) *in Meteorologicis, & alibi de terrarum, regionibus, locis, fluviis, &c. loquitur, ut cæcus de coloribus.* Nullum locum in ſpecie Genebrardus producit; ſed nos expendemus inferiùs, cùm Montium ſuperbiam reducamus ad numeros, ſomniatam illam Ariſtotelis Opinationem de altitudine Caucaſi.

NOTA IV.

De Sphærâ Cæleſti delineandâ reſpectu Lunæ.

OMnes Circuli, qui in Sphœrâ ſolent cogitari, & deſcribi, Solem ipſum reſpiciunt; interim, quia ☉ eſt Luminare alterum, poterunt, & aliquando debebunt, reſpectu illius conſiderari.

Diem Lunarem ſolemus dicere totum illud tempus, quo ☉ ſupra horizontem lucet: *Noctem* autem *Lunarem* illud, quo ☉ latet infra horizontem.

Ergo *Æquinoctium Lunare*, erit punctum, in quo nox, & dies Lunares ſunt æquales.

De Solari Æquinoctio multa Geographi, duo falſa ſupponentes (videlicet, Solem eſſe punctum indiviſibile, & Refractiones non eſſe) dixerunt. David Origanus *tom.* 1. *Ephemerid. part.* 2. *de motib. cap.* 1. *pag.* 125. indulgens opinioni communi, ſic inquit. ÆQUINOCTIALIS, *qui Latinis à nocte, Græcis à die* 'ΙCHMEPINOC Æquidialis *vocatur, quod Sole hunc in principiis* ♈ *&* ♎ *tranſeunte, nox diei, & dies nocti in univerſâ terrâ,*

exceptis Solis locis ſub Polis Mundi, æquentur: item æquator ſiquidem communis menſura eſt, ad quam omnium aliorum circulorum, & punctorum Cæli, motus æquantur, & examinantur: Circulus eſt magnus à Polis Sphæræ, ſeu Mundi æquè diſtans, & Zodiacum in principiis ♈ & ♎ interſecans, &c. At ex his, quæ diximus, ſuperiùs conſtat, omnia hæc eſſe falſa: nam in illo Circulo, qui globum Terræ dividit in duas partes æquales, & ſupra Mundi Polos ducitur, (iſte enim *Æquinoctialis* dicitur) nunquam ſunt dies æquales noctibus, & quando ☉ eſt in ♈, aut ♎ principio, nullibi in toto mundo eſt æquinoctium: ſed ubique eſt dies nocte major, quantum matutina, & veſpertina refractio radiorum importat. Quando ☉ in ♈, aut in ♎ ingreditur, illis, quibus ſunt in horizonte Poli, eſt dies horarum 12.4′.32″: nox verò horarum 11. 55′.28″: illis autem, quibus Polus gradib. 60. 0′.extollitur, erit dies horarum 12.9′. 4″: & nox horarum 11. 50′.56″. Circulus igitur æquinoctialis alibi ponendus eſt, &, qui maximus eſt, & ſupra Mundi Polos ducitur, deberet aliter denominari.

Æquinoctium Lunare contingit, quando ☽ eſt prope ♈ & ♎ initia, non autem ſemper in eodem puncto, ob latitudinem, & refractionem. Refractionem Lunæ eſſe 33. minutorum aſſeruit Tycho: Solis autem 34′. (neſcivit Refractionis cauſam: quæ enim plus diſtant, ſubire debent Refractionem minorem.) Maximam verò latitudinem Lunæ putavit eſſe grad.5.17′.30″.(& ad quid hæc ſecunda, ubi de integris minutis diſſeritur?) Ergo hæc conſiderari à Geographo debent, ut Lunaris Aequinoctialis deſcribatur. Sanè gradus 5.17′.30″. latitudinis adſcenſionem rectam per grad.2. 6′. (hoc eſt, per hor.0.8′. 24″.)alterant. Ergo orientalem, & occidentalem alterationem conjungendo, hæc adſcendet varietas ad hor.0.16′. 48″: quibus, ſi addatur refractio horarum 0. 4′.32. Erit, quando ☽, cum maximâ latitudine Septentrionali ♈. aut ♎ ingreditur.

Dies Lunaris	Hor. 12 21′ 20″
Nox Lunaris	Hor. 11 38 40

Si maxima Lunæ latitudo fuerit Meridionalis, auferet dici hor. 0. 16′. 48″: addet autem refractio hor.0.4′.32″. Ergo tunc

Dies Lunaris	Hor. 11 45′ 44′
Nox Lunaris	Hor. 12 14 16

Ergo Circulus ille, qui æquè diſtat à Polis cùm Aequinoctialis non ſit, *Medius* poſſet vocari.

Modò, ſi motus Lunæ in ſuâ Orbitâ conſideretur quaſi graduum 12. quibus reſpondet Hor.0.48′: conſiderandum eſt quantus in tali, aut tali declinatione tempore ſuo horizontem manet, quanto infra: & hinc debet ad ☽, ratio proportionalis deduci ſ hemeronyction Solare, eſt tempus, quo à meridiano egreſſus quouſque redeat ipſum meridianum, impendit: & ad 24. horas extenditur. Ergo hemeronyction Lunare, erit tempus, quod ☽ à meridiano egreſſa impendit, quouſque eidem meridiano ſtituatur: quod ab epicyclo Lunari præſcindendo, continet horas 24.48′. Ergo ex capite habitantes in Æquinoctiali, debebunt adhuc dici Lunari addere 24′: & noctu Lunari 24′.

Tropicorum à Circulo medio diſtantia eſſet

Maxima	Grad. 28 47′ 30″
Media	Grad. 23 30 0
Minima	Grad. 18 12 30

& tantus eſſet ſimiliter Circulorum Arctici & Antarctici ſemidiameter.

Illi, qui ſub ipſomet Polo habitant, ſi maximam latitudinem Septentrionalem ☽ habeat, eam à grad.15. ♑ ad 15. ♎ videbunt: autem maximam Meridionalem fruentur illa à grad.15. ♈ ad 15. ♉: nec hic ſubtilior poteſt computus ob Lunæ in motu ſuo varietatem, & velocitatem. Non ergo eſt verum, quod vulgò à Coſmographis dicitur eoſdem ſub Mundi Polo degentes homines per 15. dies aſpectu ☉ frui, & per alios illius luce carere: nam, cùm latitudinem Septentrionalem habet, citiùs emergit, & tardiùs occidit: &, cùm Meridionalem, tardiùs oritur, & citiùs ſubmergitur, & differentiam in ♈, quàm in ♎, ſuperare poterit integram diem.

Hæc dicta ſint de Sphœra ſecundum Lunam conſiderata: oculo videlicet in Terra poſito: nam, ſi ponerem in Luna, omnia aliter deberent delineari. De hominibus Lunaribus ingeniosè deliravit Plutarchus, cujus cogitationes conatus eſt ſuadere Cardinalis Cuſſanus; cujus Philoſophandi modus multis placuit. Scripſit de hoc argumento eruditè Keplerus, & *Somnium* inſcribi libruli: luit, aſſerens ſe in Luna homines eſſe non opinari, ſomniare. At Plutarchi deliria, Kepleri ſomnia, Cuſ & aliorum hypotheſes Ioannes Phocillides in Theſi ſumpſit, & in ſua Phyſica Cœleſti propugnavit.

CEN-

CENTROSCOPIA

De Centro Gravitatis & Terræ.

Exteriorem Terræ faciem conſideravimus, illamq; in Zonas, Climata, & Parallelos diviſimus, eamdemque in Mappis & Tabulis imaginavimus: nunc altiori conſilio ad Subterranea deſcendemus, & ipſummet Terræ Centrum complabimur.

Sanè Centrum (ſeu Figuræ, ſeu Gravitatis) Punctum eſt. Cur igitur non egimus de illo in libr. II. ubi uberiùs tractavimus de Punctorum paſſionibus, & proprietatibus? Quoniam Centrum, tametſi punctum ſit, noſci nequit, niſi priùs Corporum diviſiones noſcantur. Et, cur non ſaltem illa diſſeruimus, lib. VII. ubi de Solidis copiâ eruditione diſputavimus? Quia illa generalis Doctrina, quæ ibi tradita, ſufficit, omnia particularia cognoſcantur. Non Generalis Geometria de tali, aut tali Subjecto: hoc enim pertinet ad Specialem, cujus Pars eſt KENTPOCKOΠΙΑ, quæ corporum Centra meditatur: & Centrum figuræ Centro gravitatis diſtinguens, multa diluciat, quæ nos juvant, ut quomodo firmata per ſtabilitatem ſuam Terra ſit, meliùs indigamus.

Sanè variæ hoc ævo circumferuntur Mathematicorum Opiniones de centro Telluris & Mundi, quas juvat nunc attingere; nam, ab Aſtronomicis debent examinari. *Prima* eſt, Solem centrum conſtituit, docetque Solem Mundi eſſe centrum, & univerſa Ætherea corpora componi circa Solem. Quam ob rem, Telluri noſtram cenſui Planetarum accenſ: motuque duplici (annuo & diurno) circumvolvit. *Secunda* tot vult eſſe centra, quot Stellas, & ſingulis adſcribit proprios vortices, vultque Solaria corpora ad Solis centrum ire; Lunaria ad centrum Lunæ tendere: unde, & Terreſtria ad centrum Telluris dilabi. Hæc eſt Gilberti Opinio, de quâ Cabæus in Philoſophiâ Magneticâ *libr.2.cap.4. pag.* 115. ſic inquit. *Supponit igitur primo ex dictis* (Gilbertus) *totam terram magnum eſſe Magnetem: de quâ re nos libr.1. copioſiùs. Cùm igitur magnetica natura ſit Telluris propria, ejuſque omnibus verioribus partibus primariâ, & ſtupendâ ratione inſitâ, non peculiari aliquo aſtro, ſitque ſuus in Tellure magneticus vigor, ſicut in ☉ & ☽ ſuæ formæ inſunt: ſicut fruſtum Lunæ lunaticè ad ejus terminos componeret ſe, ſi evelleretur (ſic Author*, nempe, Gilbertus, *loquitur) Solareq; ad Solem, ſic Magnes ad Tellurem, & ad alterum Magnetem ſecundum naturam ſeſe inclinando, & adjiciendo diſponitur. Quæ haud ſcio, an ſpecioſè magis, quàm verè dicta ſint*. Conſonat huic doctrinæ Keplerus, quem hodie multi Viri docti ſequuntur. *Tertia* centrum Mundi in Elementis reperit, nec vult illud quærere, aut reperire in Stellis. Ponit autem tria centra: unum Terræ, alterum Aquæ, & tertium Vniverſi. Illam doctè, & eruditè P.Chriſtoph. Clavius *in cap. 1. Sphær. pag.* 138. §. *Quanvis*, impugnat. *Quarta* duobus centris contenta eſt, non enim videtur neceſſarium Vniverſi centrum ab aliis duobus centris diſtinguere; nam, vel poteſt cum Terreno, aut cum Aqueo coïncidere. *Quinta* unum, & idem punctum aſſerit Figuræ, & Gravitatis, nec-non Telluris, Aquæ, & Vniverſi centrum eſſe. Ex his nos hanc ultimam propugnandam ſuſcipimus; &, quia eam aliquæ Epiſtolæ, à nobis ſcriptæ, dilucidant, illas Lectoribus communicamus.

EPISTOLA I.

AD ILLVSTRISSIMVM DOMINVM

D. LVDOVICVM DE BOLEA

MARCHIONEM DE TORRES.

S. P.

Bruxellas.

Centrum Gravitatis considerat: illud dividit, definit, dilucidat, demonstratque esse homines, quadrupedes, aves, &c. columnas, turres, ædificia, &c. lapsura, si perpendiculum à Centro gravitatis demissum extra basim cadat.

Num. CCCXCV.



Vlta, quæ nos putamus certa, in dubium reducere conaris, Ludovice doctissime; sed, quia hìc aliquo fundamentali præjudicio laborare vidêris, opus est, ut opinor, altiùs argumentum desumere, ab ovo incipere, & rem ab ipso fundamento tractare.

Egerunt sanè de Centro gravitatis Veteres, sed obscurè suo more: Iuniores luculentiùs omninò, & inter aliòs Villalpandus, & Pradus *in Apparatu Vrb. & Templ. part. 2. lib. 1. cap. 6. pag. 319.* Nec est, cur dicar minoris antiquos facere, quàm merentur, nam obscurè scripsisse illos dixi, & modò, ut id persuadeam, Aristotelis *lib. 2. de cœl. cap. 7.* verba produco, quæ, si videantur clara, ego injustè veteres obscuritatis accusavi. Agens de centro gravitatis, sic inquit. *Manifestum enim est, quod non quousq; tangat centri extremum, sed oportet prævalere, quod est majus, donec utique suo ipsius medio medium ipsum acceperit.* Et, qui hæc verba clara judicet, exponat nobis, quid sit *tangere centri extremum?* si enim centrum non habet partes, extremum habere non poterit.

Aristoteli Archimedem adjungo libr. de centris gravium: post Petitionem VI. ... Theorema I. cùm vocibus lucem vult ... re, tenebras videtur offundere. Est de ... dictionum significatione sollicitus, & illa ... ponit his verbis. *Dixerunt* (N) *Theorema ... se quidem, quod præmittitur ad demonstra ... nem ipsius, quod præmittitur. Problema ... præjacitur ad constructionem ipsius, quod ... mittitur. Porisma autem, quod præmittitur ... adquisitionem ipsius, quod præmittitur.* Ex ... bus potiùs ego dicerem, *Theorema, Problema* & *Porisma* nullo modo differre: nam *propo* & *præmitti* idem est, & videtur Archimedes ... *Theoremata, Problemata*, & *Porismata* ... tiones vocare, quas, quia præmittuntur, ... lectici vocant *Præmissas*.

Sanè Villalpandus, & Pradus ex Federici Commandini *libr. de centr. gravit.* ... ista verba. *Centrum Gravitatis uniuscujusque solidæ figuræ, est punctum illud intra ... tum, circa quod undique partes æqualium ... mentorum consistunt. Si enim per tale centrum ... ducatur planum, figuram quomodocunque ... cans, semper in partes æquè ponderantes ipsam ... dividet.* Quæ, ut ipsi testantur, rem ipsam ... quam tractamus, plenissimè explicasse videntur. Vtar, & ego Commandini definitione ... &, ut melius possim, ob oculos ponam ... bum ABCD. cujus altera pars sit lignea, ... altera plumbea, &, quia vox *Centrum* videtur esse æquivoca, à divisione initium ... mam. Sit ergo

Lam. 12. Fig. 7.

Propositio I. *Centrum est duplex, aliud ... lis, & aliud gravitatis.* Quæ difficulter ... unum conceptum reduces. II. *Centrum ... est punctum, per quod diametri transeunt:* ... in globo ABCD. est punctum E. à quo ... circumferentiam omnes lineæ sunt æquales. [Et huc respexit Cicero *lib. de Universo.* ... dixit. *Ergo globosus* (mundus) *est fabricatus ... quod* C Φ AIP Ω EIΔEC *Græci vocant, cujus ... omnis extremitas paribus à medio radiis attingitur.*] III. *Centrum verò gravitatis est punctum per quod linea directionis transit.* IV. *... autem linea directionis, quæ à centro terræ ... verticem usque gravis corporis ducitur.* Nonnulli eam vocant perpendicularem hominis, nam tendere intelligitur à centro ... usque ad verticem, seu Zenith: Vnde Clavius *de sphær. cap. 1. §. de circul.* asserit ... zontem

... rem ex vertice, tanquam polo, describi: ... niam linea directionis à centro exsur- ... s, & in verticem tendens, horizontis est ...

Consonant omnia hæc Pappo Alexandri- ... qui *libr. 8. Mathem. collect.* sic ait. *Dici- ... autem centrum gravitatis uniuscujusque ... poris punctum quoddam interpositum, à quo, ... grave appensum mente concipiatur, dum fer- ..., quiescit, & servat eam, quam in principio ... habet positionem, neq; in ipsâ latione circum- ... fertur.*

Hanc ob rem, in globo ABCD plumbilineo, centrum gravitatis non erit E, punctum ... ræ medium: sed erit in ipsomet plumbo; ... in F: si pars DFBA. parti DFBC. æqui- ... derare dicatur.

Lam. 12. Fig. 8.

V. *Nullum corpus potest in puncto, aut in ... consistere: sed omninò requirit superficiem, ...* Ostenditur, quoniam nullâ arte, aut ... stiâ fieri poterit, ut corpora gravia A & ... ut in puncto C. aut in lineâ D. consistant. ... oportet ad globi contactum recurrere; ... humanitùs, aut perfectum globum, aut ... fectum planum fieri posse, negamus. Sed ..., si utrunque fieret divinitùs? Nullam ... us consistentiam haberet, sed ad pullicis ... um volveretur, & locum continuò mu- ... ret.

VI. *Columna directionis est, quæ supra ba- ... corporis gravis erigi in altum, intelligitur, ... attingere verticem ejusdem gravis.* Vt in ... mnâ ABCD. basis est ABCGA. & co- ... na directionis est AEF, quæ concipitur ... ra basim A B C. erigi perpendiculariter.

VII. *Gravia tandiu stabunt, quandiu cen- ... gravitatis intra columnam directionis sit: ... si egrediatur, statim cadent.* Aliter, & fa- ... ius, & clariùs. *Gravia tandiu stabunt, quan- ... perpendiculum à puncto gravitatis demis- ..., cadat intra columnæ directionis basim. Si ... cadat extra, illa illac cadent.* Hanc eam- ... Propositionem *num. 7.* sed obscuris ver- ... Villalpandus proponit, inquit enim. *Gra- ..., quæ quantitati* (non puncto, aut lineæ, ... superficiei) *insistunt, tunc stabunt, cùm ... directionis linea, per medium quantitatis* (su- ... ficiei) *cui insistit grave, ducta, per centrum ... gravitatis transibit: vel, cùm ducta linea dire- ... nis per dictæ quantitatis extremum, transie- ... per centrum gravitatis, vel saltem dimise- ... rit illud ex parte quantitatis, cui insistit grave: quod, si ex alterâ parte dimittet illud grave, procul dubio cadet.* Puto me, sicut brevius, ita etiam clarius totam doctrinam proposuisse.

Lam. 12. Fig. 9.

Ecce turris ABCD. basis est ABCGA. columna directionis est AEFC. Ergo quandiu intra istam columnam sit centrum gravitatis dictæ turris, stabit illa: ubi autem primùm illud inde egrediatur, illa corruet.

Hinc patet, quo erecta fuerit modo Bononiæ turris illa, quæ, quia inclinata est, & tamen firmissimè stat, vocatur *Miraculum Architecturæ*: nam, si pars BCRB sit solida, & muri in reliqua turri sint graciles, ruere non poterit, quoniam semper pars B. alteri parti C præponderabit.

Figur. 10.

VIII. *Si homo uni, aut duobus pedibus insistat, & tamen ita inclinetur, ut centrum gravitatis columnæ directionis superficiem attingat, si ex illâ parte extendat brachium, debebit necessariò cadere.* [Quando uni pedi insistit, columna directionis est, ut in S: &, quando duobus, ut in T.] Ostenditur: nam brachium extensum habet rationem vectis, & quo magis se à centro separat, plus auget pŏderis, & facit, ut corpus in eam partem propendeat: unde naturali instinctu cùm in dexteram inclinamur, lævam extendimus, & contrà, ut gravitatis centrum in columnâ directionis permaneat.

Figur. 20.

Hinc patet, cur Funambuli, dum artem addiscunt, hastam ad libellam manibus ferant: ubi enim cadendi periculum ex uno latere imminere percipiunt, in aliud hastam protrahunt, & sic gravitatis centrum ad locum securiorem reducunt.

Lam. 12. Fig. 11.

IX. *Qui, ut aliquid ex pavimento elevet, se inclinat, solet tibiam retrò protrahere, ut corporis conservet æquilibrium. Si enim, ita se inclinet ille, ut centrum gravitatis è columnâ directionis emergat, in terram cadet.* Est valde connaturale homini, vel brachii, vel pedis extensione se in æquilibrio conservare: unde Villalpandus: *Huic necessitati providit natura docens hominem, cùm se inclinat, sinistrum pedem in posteriorem partem extendere, qui quasi vectis in staterâ præponderet capiti. Neque id tantummodò plerumque sufficit, præsertim, si*

ad

ad terram usque inclinare se velit homo, sed etiam cum pede, corporis partem posteriorem sensim retrahit, quoniam stare non poterit, nisi aut linea directionis per centrum gravitatis transeat, aut saltem dimittat illud ex parte oppositâ ei, in quam se inclinat. Duo disjunctivè requirit, & utrumque uno verbo claudere, si diceret, *quoniam stare ipse non poterit, nisi gravitatis centrum intra columnam directionis permaneat.* Hanc probat experientia, & ratio: quomodocumque enim se inflectat homo, cadet, nisi gravitatis centrum se contineat intra superficies M. & N. quæ columnam directionis constituunt.

Num. CCCXCVI.

X. *Quotiescumque homo sedet, ut se sensim erigat, necessarium est, ut pedes retrò trahat, & sedi quam proximè admoveat, caputque in anteriora educat.* Patet: quia, quando sedet, centrum gravitatis est extra directionis columnam, cujus basis sunt pedes.

Consultò illud *sensim* appositi: nam, quando cum impetu surgimus, impetus est gravitatis contrapondium.

Lamin. 12. Figur. 21.

XI. *Quadrupedes, quando quatuor pedibus insistunt, columna directionis habet basim, ut* OPRQO. *Quando duobus (uni posteriori, & alteri anteriori) columna directionis habet basim, ut* QP. *Quando verò posterioribus tantùm pedibus insistunt, tunc columna directionis habet basim, ut* OQ. *Si perpendiculum, quod ex centro gravitatis demittitur, intra basim cadit, brutum stat, si autem illud extra basim cadat, illac brutum necessariò cadet.*

XII. *Avium, cùm pedibus insistunt, eadem ac hominum habenda est ratio. Basim columnæ directionis habent, ut in* VX. *Si intra hanc centrum gravitatis immineat, stabunt, si hos terminos egrediatur, cadent.*

Omnes demonstrat eadem ratio: ideò enim columna labitur, quia perpendiculum à centro gravitatis demissum cadit extra ejus basim.

Num. CCCXCVII.

XIII. *Corpora, quæ in aëre, aut in aquâ sunt, vertuntur circa magnitudinis centrum.* Sanè invertuntur corpora, & partes graviores locum inferiorem affectant; & non est ratio, cur hæc inversio circa centrum gravitatis fiat, quia circa illud æquiponderant omnia: ergo illa fit circa magnitudinis centrum.

Lamin. 12. Fig. 16.

Conum ferreum Y. è turri demitte: ita [illegible] acumen sit inferiùs, & basis superiùs. [illegible] hanc positionem non conservaturum, sed [illegible] tim invertendum esse, ut pars gravior (ba[illegible] locum inferiorem, & levior (acumen) locu[illegible] superiorem adquirat, ut in Z. Et quidem re[illegible] spectu centri gravitatis nulla pars est gravi[illegible] levior-ve, nam omnia ibi æquiponderand[illegible] go, siquidem graviores in locum inferio[illegible] descendunt, hæc inversio fit necessariò su[illegible] punctum, in quo est partis gravioris, & le[illegible] vioris distinctio, ergo supra magnitudi[illegible] centrum.

In homine pars superior (pectus, & caput [illegible] est ponderosior inferiori (tibiis, & pedibus. [illegible] Quando homo saltat, impetu, & industri[illegible] situm perpendicularem conservat: cùm vero [illegible] cadit, statim invertitur, & caput habet deor[illegible] sum, & pedes sursum.

Tordecillis (civitas est Castellæ veteris in [illegible] Hispaniâ) tauros, cùm fuerant in foro agitati [illegible] ex magnâ altitudine in fluvium vidi præcipi[illegible] tari. Alii animosè saltabant: alii cadebant [illegible] alii projiciebantur: at omnes, omnes, statim [illegible] erigebant pedes sursum, & dorso percutie[illegible] bant aquas.

Feles sæpe, cùm cadunt se dirigunt, & pe[illegible] des deorsum habent. Sæpe id faciunt, non [illegible] semper: nam aliquando hac directione ca[illegible] rent. Videtur hæc esse hujus animalis spe[illegible] cialis agilitas, quæ non competit aliis. At [illegible] hoc doctrinam generalem non mutat: quo[illegible] niam, nisi agilitate, & motu vitali se in lapi[illegible] felis dirigat, pedibus sursum erectis cadet.

Lamin. 12. Fig. 17.

Aves, quando volant, alis librantur: non [illegible] supra lineam, ut Villalpandus docet, sed fi[illegible] pra superficiem, quæ magnam latitudinem [illegible] habet. Considera Figuram. Laminæ ABDC [illegible] inserta sit hasta FG. ponderosa in extremis. Si [illegible] globus F descendat motus, fiet super axem [illegible] AB. & linea HF. erit ponderosior, quàm HG. [illegible] Vt autem descendat globus G. non fiet mo[illegible] tus supra axem A B. sed supra C D. & gravi[illegible] tas, non ab H in G, sed ab I. in G confer[illegible] rabitur; & nisi linea IG, sit ponderosior, qua[illegible] IF. non descendet inferiùs globus G. [illegible] centrum gravitatis latitudinem habet, & [illegible] quamdiù inter lineas A B, & C D se conti[illegible] neat, hasta FG ad libellam manebit, nec hac [illegible] nec illac inclinabitur.

Post-

Figur. 15.

Postquam bene consideraveris hoc instru[illegible] mentum, aliquam avem in aëre libratam con[illegible] templare. Si caput dicamus esse G, & cau[illegible] da F. tunc BD alam esse dexteram, & AC [illegible] sinistram dicemus. Habent latitudinem alæ, [illegible] super ipsas velut supra laminam ABDC. [illegible] tota libratur, nec caput deorsum, nec [illegible] cauda deorsum cadet, quoniam, nec pars LK [illegible] ponderat parti L N: nec pars M N, parti [illegible] K.

EPISTOLA II.

AD EVNDEM ILLVSTRISSIMVM DOMINVM.

De Archimedis libello, quem de Centro Gravitatis scripsit.

Ostendit Centrum Gravitatis à puncto, & linea Æquilibrii distingui.

Num. CCCXCVIII.



Liber ille Archimedis, quem habere desideras, apud me est: sed me judice in aliquib. est deformatus. Periisset proculdubio, nisi in Nicolai Tartaleæ, Brixiani, qui Mathematicarum Scientiarũ Cultor dici voluit, manus incidisset. Hic, ut ipsum pristino decori restitueret, multum adlaboravit: at nescio, an rectum laborem sit sequuta felicitas. Aliqua correxit, alteravit, mutavit, & tandem Venetiis edidit anno 1543. & in ipso limine Silvestro Hardum Venfortium, cui librum dedicat, istis verbis alloquitur. *Cùm forte, quâ-*[illegible] *(inquit) ad manus meas pervenissent fra-*[illegible] *& qui vix legi poterant quidam libri ma-*[illegible] *Græcâ scripti illius celeberrimi Philosophi* [illegible] *chimedis, qui, cùm ingenii acumine, tum ma-*[illegible] *nis quibusdam Syracusanam urbem contra* [illegible] *Marcelli Romanorum Consulis impetum diu* [illegible] *am, & incolumem conservavit: cùmque ego* [illegible] *maximè cupidus essem perspiciendi, an tanta* [illegible] *ius Viri esset doctrina, & scientia, quantam* [illegible] *antiquorum monumentis ponderari, atque æsti-*[illegible] *ari perceperam, omnem operam meam, om-*[illegible] *studium, & curam adhibui, ut nostram in* [illegible] *guam, quæ partes eorum legi poterant, con-*[illegible] *verterentur: quod sanè difficile fuit: nam, &* *temporum vetustate, & eorum incuriâ, qui hosce libros detinuerant, errores non paucos fuisse corrigendos, certè scias, velim.* [Mihi hæc non placent. Difficile fuit, ait, illum transferre: erit igitur male translatus. Errores non paucos Tartalea correxit: sed fortè non erant errores, sed fuit corruptio, quæ vocatur correctio. Et hic obiter mihi valde mirum, ne ridiculum dicam, videtur, posse in librum, qui omni errore careret, errores ab antiquitate, aut custodum incuriâ irrepere. Ergo, si volebat excusare Archimedem, antiquitati, aut custodiæ errores non debebat adfingere: cùm præstò essent Exscriptores, in quorum dorsum omnia exonerant, quæ in libris Veterum esse dignâ reprehensione censentur.] *Visis autem horum titulis librorum, & perlecto universo Opere, Philosophum hunc, & magnâ, & constanti famâ clarissimum habitum, longè majorem, & clariorem etiam inventum fuisse mihi clarissimè patuit.* Hoc non intelligo. Si tot errores liber habuit, quid in illo admiratur. Non errores, nam isti nullam laudem merentur. Ergo admiratur correctiones. Se igitur, & non Archimedem: nam Tartaleæ illæ sunt: at utrùm menti Archimedis consonent, ignoramus omninò. Et quid, si aliquis diceret, non loqui in illo libro ad Archimedis mentem Tartaleam; sed cogi Archimedem, ut obtorto collo ad Tartaleæ præjudicia trahatur. Hoc demonstrare potero, primam libri lineam considerando. Illa est.

Num. CCCXCIX. *Lam. 12. Fig. 21.*

Centrum gravitatis planæ figuræ dicitur punctus, à quo suspensa manet æquidistans horizonti. Non est Archimedis, sed Tartaleæ hæc definitio, ut ipse fatetur: nam præfixit hunc titulum. *Diffinitio prima à Nicolao Tartaleâ Brixiano Interprete addita.* Eam sic exponit. [Sit triangulus *abc*. & intra ipsum sit aliquod punctum, ut *d*, à quo suspensum manet totaliter æquidistans horizonti, talis punctus *centrum gravitatis* nuncupatur.] At hic Interpres centrum gravitatis cum lineâ æquilibrii confundit: & nisi suum nomen huic propositioni præfixisset, hanc definitionem esse Archimedis putaremus, diceremusque, primâ illum libri lineâ allucinatum fuisse. Non est unicum punctum à quo, si suspendatur triangulus *abc* lineam *bc* horizonti parallelam habebit: nam, si suspendatur ab *e*, aut à quocumque

cumque puncto lineæ *ed*, semper linea *bc* manebit ad libellam. Et tamen centrum gravitatis est unicum. *Præterea*, si ille idem triangulus à puncto *b* suspenderetur, haberet centrum gravitatis, quod caderet necessariò in lineam perpendicularem, quæ à *b* tenderet in centrum terræ: nec tamen ullam lineam, quæ esset parallela horizonti. Æquilibrii ergo lineam, aut etiam superficiem, & non centrum gravitatis Tartalea definivit. Et hoc demonstrat secunda ejusdem definitio, videlicet, *Centrum gravitatis duarum, aut plurium magnitudinum dicitur punctus à quo suspensa libra est æquidistans horizonti.* [Nam, si Lamina XII. Figurâ 22. virgam ferream *f h* duo globi æqualis, aut inæqualis ponderis, terminent, dabitur in illâ punctus, à quo suspensa ad libellam permaneat, puta in *g*.] Ego has duas definitiones sic mutando definita repono. *Linea æquilibrii in figurâ planâ dicitur illa, à quâ figura suspensa manet æquidistans horizonti. Linea æquilibrii duarum, aut plurium magnitudinum, dicitur illa à quâ suspensa libra, est æquidistans horizonti.*

Num. CD.

Definitionem Centri gravitatis Archimedes supposuit, non enim erat ipsi animus explicare, quid illud esset, sed, ubi esset. Et quidem, si procœmiales vellet controversias præmittere, non debebat res diversas confundere; nam *æquilibrium* toto cœlo distinguitur ab *æquipondio*: inæqualia enim pondera possunt, & solent ad æquilibrium in statera, quâ *Romanam* appellamus, reduci. Ergo, siquidem Tartalea punctum suspensionis quæsivit, ut Centrum gravitatis cognosceret, nos eamdem viam ingrediamur, & videamus, an feliciùs possimus. Sequentes considera Propositiones.

Prima. *In quâcumque figurâ, planâ, aut solidâ, Centrum gravitatis est unicum.* Non ergo plura, ut ex Tartaleæ definitione colligebatur.

Secunda. *Vndecumque figura suspendatur, Centrum gravitatis puncto suspensionis subest perpendiculariter*: nam linea, quæ à puncto suspensionis (quodcumque illud sit) dimittetur, si perpendiculariter in terræ centrum dirigatur, per illud centrum gravitatis transibit.

Tertia. *Si suspensum sit solidum, superficies, quæ per punctum suspensionis, & centrum gravitatis transierit, illud dividet in duas partes æquiponderantes: &, si ex materiâ homogeneâ illud sit, etiam in æquimagnas.* A ponderetinguo magnitudinem: quoniam in corpbus heterogeneis magnitudo, & gravitas ferunt considerationè, nec possunt ad eadem regulas, & leges reduci.

Lam. 12. Fig. 18.

Ex his collige modum practicum invedi Centrum gravitatis: nam lapis figuraregularis à filo *ik* suspendatur; perpendicularis superficies ab *i* per *k* deducta per centrgravitatis transibit. Ergo notetur circumquaque linea, in quam ejusmodi superficiincidet. Posteà mutetur saxi situs, & suspdatur iterum, ut ad *m*. Et, si ab *l* per *m* demtatur linea, superficiem prædictam in antransibit puncto: & hoc erit Centrum gravtatis, quod quæritur.

Num. CDI.

Quarta. *In aliquibus hujus libelli Archimdæi propositionibus vox*, Centrum gravitat*pro puncto æquipondii, seu Centro gravitatis s*mitur; *in aliis pro puncto æquilibrii usurpatur*

Sunt pauca, & breves: ergo illas percuramus.

Theorema I. *Inæquales gravitates ab inæqualibus longitudinibus æqualiter repent, major à minori.*

Lamin. 12. Fig. 23.

Theorema II. *Si duæ æquales magnitudines non idem centrum gravitatis habent, magnitudinis compositæ ex ambabus magnitudinibcentrum gravitatis erit medium rectè contenticentrum gravitatis magnitudinum.* In initicentrum magnitudinis sumitur uno sensu, fine altero: in initio pro centro gravitatis fine pro puncto æquilibrii. Sensus est. *Si dææquales magnitudines, nempe,* B & D. *non idemcentrum gravitatis habent,* (*habent idem centrum interdum includentia, & inclusa*) *si libramen uniantur lineâ* AD. *æquilibrium non erit in* I. *puncto medio inter* A & E *remotissima figurarum puncta: nec in* G *puncto medio inter* C & E *puncta proxima: sed in* H, *quod inter centra gravitatum est medium.*

Figur. 24.

Theorema III. *Si trium magnitudinum centrum* (lego, *centra*) *gravitatis in rectâ sint posita, & magnitudines æqualem gravitatem habeant, &* (lineæ) *rectæ intermediæ centrum æquales* (æqualis) *sint magnitudinis; compositæ ex*

nibus magnitudinibus erit centrum gra-
s (punctum æquilibrii) *signum* (punctum)
, & mediæ idem est centrum gravitatis.
n, si magnitudines tres sunt ejusdem pō-
s, & tantum distet *a* centrum gravitatis
æ ab *e* centro gravitatis secundæ, quan-
o centrum gravitatis tertię ab ipso *e*, tunc
ctum e duo habebit officia: nam, & erit
rum gravitatis in magnitudine secundâ,
t punctum, in quo æquilibrantur omnes

Theorema IV. *Commensuratæ magnitudi-*
æqualiter repunt à longitudinibus contra-
eâdem ratione (eamdem rationem) *ha-*
bus ad gravitates.

Theorema V. *Et igitur, si incommensuratæ magnitudines similiter æqualiter repent à udinibus contrapassis eadem* (eamdem) *nem habentibus ad magnitudines.*

Figur. 19.

Theorema VI. *Si ab aliquâ magnitudine aliqua magnitudo, non idem centrum ns cum toto residuæ magnitudinis, centrum tatis est ducta recta connectente centra itatum, sed totius magnitudinis, & absumlicujus ex ductâ connectente dicta cen-, ut eamdem habeat rationem ad interme-rorum, quam habet gravitas ablatæ madinis ad gravitatem residuæ terminus abte.*

Theorema VII. *Omnis Parallelogrammi um gravitatis est in rectâ committere dimias ejus lateris quid secundum contra- Parallelogrammi.* Clarius. Parallelomum KMOQ. divide per medium lineâ & centrum gravitatis erit in ipsâ lineâ divide per medium iterum lineâ LP. & rum gravitatis erit in lineâ LP. Ergo in cto S.

Theorema VIII. *Omnis Parallelogrammi um gravitatis est signum* (punctum) *penès diametri concidunt.* (punctum, in quo metri se scindunt :)

Theorema IX. *Si duo Trigona similia invisit, & in ipsis signa* (puncta) *similiter jacenad trigona; & unum signum* (punctum) *trigoni, in quo est, sit centrum gravitatis, & unum signum* (punctum) *est centrum gratis trigoni, in quo est. Similiter autem dis signa* (puncta) *jacere ad similes figuras, à s æquales angulos ductæ rectæ æquales fa- angulos apud latera ejusdem rationis.*

Theorema X. *Si duo trigona similia sint, unius autem trigoni centrum gravitatis sit in rectâ, quæ producitur ab angulo ad mediam basim, & reliqui trigoni centrum gravitatis erit in lineâ similiter ductâ.*

Theorema XI. *Omnis trigoni centrum gravitatis est in rectâ, quæ est producta ex angulo ad mediam basim.*

Lam. 12. Fig. 25.

Theorema XII. *Omnis trigoni centrum gravitatis est signum à posito, quod concidunt trigoni, quæ ex angulis ad medium laterum ducuntur rectæ.* Et hæc tria ultima Theoremate claudi possent in unico. *Nam in triangulo* ACF. *punctum* O, *per quod transeunt lineæ* AE, FB, CD, *quæ venientes ab angulo latus oppositum bifariam dividunt, est centrum gravitatis.* Et ostenditur: nam hę lineæ Triangulum in duas partes æquè magnas: &, quia materiam homogeneam esse supponimus, etiam in æquè ponderosas dividunt.

Theorema XIII. *Omnis trapezalis habentis duo latera parallela invicem, centrum gravitatis est in rectâ copulante dichotomia parallelarum divisa, ita, ut sectio ipsius continens dichotomiam minoris, parallelorum ad reliquam sectionem hanc habeat proportionem, quam habet simul utraque, scilicet, æqualis duplæ majoris cum minori ad duplam minoris cum majori parallelarum.*

Hæc sunt Protheoremata, quæ in illo libello leguntur, in quibus *Æquipondium*, & *Æquilibrium* confunduntur, & vox *Centrum gravitatis* in alienâ accipitur significatione, quoties in staterâ unum grave cum altero comparatur.

NOTA.

Num. CDII.

TVrbaverat universos Astronomos Calignoni Opinatio de Perpendiculorum mutatione, quæ, si esset vera, omnes essent Astrorum observationes rejiciendę, quis enim posset scire altitudinem Poli, aut alicujus stellæ, si perpendiculo confidendum non sit? Res erat, quæ à solâ experientiâ penderet: & experimenta à me sumpta Calignonum universa damnarunt. Quam ob rem, anno 1643. libellum edidi Lovanii sub hoc titulo.

Perpendiculorum Inconstantiâ, ab Alexandro Calignono, nobili Delphinate, excogitatâ; à

Petro Gassendo bonâ fide tradita, & pulchro Commentario exornata: à Ioanne Caramuel examinata, & falsa reperta. Qui totus sequenti Epistolâ continebatur.

EPISTOLA III.

ILLVSTRISSIMO, ET EXCELLENTISSIMO

D. BERNARDO IGNATIO

S. R. I.

COMITI MARTINITZ, &c.

S. P.

Pragam.

De Perpendiculorum Inconstantiâ.

Num. CDIII.



Diebus aliquot (Heros Excellentissime) nec tibi ego molestus, nec Tu mihi gratissimus. Animum illum tuum Imperatori, & Patriæ cónditũ, labores illos tuos utilitati publicæ insudantes, interpellare nolui: licèt enim mihi licentiam arrogem, ut molestus sim tibi privata studia interrumpendo, absit, ut molestissimus esse præsumam, tempus, quod Cæsari, & Reipublicæ impendis, suffurando. Tu verò, tametsi semper gratus, cùm tuis me honorare literis dignaris gratissimus; cùm negligis, me carere re gratissimâ sentio, ideòque quicumque in causâ, ille mihi ingratissimus. Ergo, & ego mihi, si per me steterit, ne frequentes nanciscar Divini tui ingenii ideas, quibus, & recreor, & erudior. Sumo igitur calamum, sed deberem tanto Principe digna scripturum. Imò, & sumo, ut Perpendiculum defendam inconstantiæ infamiâ apud Illustrissimos viros laborans. Illud Mathematicarum observationum Iudex est, & typus Politicorum Iudicum. Senator enim, qui perpendiculi instar à Iuris amussi non deviat, Imperii æternitatem firmat, quam exponit discrimini extremo, qui vacillat.

Num. CDIV.

Te alii pinxerint aliter; ego cùm perp
diculi variis turbinibus impetiti, varus
ciis agitati adamantinam constantiam
templor, videor conspicere tui belli, &
reciprocatione concussi, inconcussam
tranquillitatem. Sago, & togæ aptus
pacis delitiæ adtrahunt, nec Martis
regerunt; sed utriusque negotia felici
terserens, in omnibus, & singulis perp
culi prærogativâ præditus, æquitatis
latitudine carentem lineam examusim
vas. Lege igitur, qui Perpendiculo simil
fereris, quale sit me demonstrante Per
diculum.

PRIMA SENTENTIA.
Perpendiculum de inconstantiâ accusat.

Num. CDV.

SVnt, qui existiment *perpendicula* no
semper eidem puncto *immínere*, sed g
minâ in singulos dies (æstûs maris instar)
ciprocatione agitari. Hanc sententiam cur
sè expendit D. Petrus Gassendus in Po
scripto Epistolæ ad Naudæum, datæ Pari
pridiè nonas Aprilis Ann. M.DC.XLIII.
per hæc verba post-loquitur.

I. An debeo, ne nihil reponam, antiqui
ce heic attexere aliam quandam observa
nem, quam nobilis ille Delphinas, *Alexan*
Calignonus Peirinsius excogitavit, peregrin
&, intercedente communi nostro Iacobo
lesio Franciæ Thesaurario, mecum comm
catam voluit? Sanè non ausim quidem
pro indubiâ divendere (quippe, & ipse n
dum sum opportunitatem experiũdi nact
& Vir nobilis eo candore est, ut uberio
explorationem potiùs exigat, quam affe
sum) verùm, & ne prorsus diffidam, facit
Viri solertia, industria, eruditio, fides; &
liscumque tandem res sit, ea digna vide
quam & ipse nôris, &, si quibus præterea
gnificandam censueris. Vt paucis verò
expediam; prænosse oportet Virum no
dum cogitaret, aliquod-ne de quiet
motu Telluris haberi posset experimentum
reputasse fore, ut, si verum sit, mare bis in
gulos dies fluere, ac refluere, ob gemina
quotidie in motu Telluris inæqualitate
debe-

re quoque pendulum; & fluitando na
in aëre plumbum, ubi semel fuerit ob
tum conquiescere, geminata quadam in
los dies reciprocatione ita affici, ut duas
metas exspantians, bis intra horas vigin
tuor versus utramque eat, ac redeat.

I. Itaque delectis idoneis, & altitudinis
locis, perpendicula varia habuit; bre
mum pedum quinque, longissimum tri
(unum meditatur xxx. orgyarum) ac
fili prolixitatem tubo inclusam conti
, ab omni prorsus aëris agitatione tutam
. Parato plumbo appositi, cum cuspidu
fernè conspicuâ, exspectavit primùm,
usque illud conquievit penitùs; ac ipsi
de suppositi infixam cubo cuspidulam,
impendenti alii directè, & quàm proxi
responderet. Observavit autem, cùm
is temporibus attenderet, non constare
pidulam plumbi supra baseos cuspidu
, sed senis horis in boream, senis in au
m divergere; idque non sine deflexione
ua ex borea in ortum, aut ex meridie in
sum. Rem accuratiùs exploraturus; cùm
rvasset limitem excursus in austrum at
i in ipso meridie, ac præterea in media
te; ideò libellato primùm pavimento, &
bo ad ipsum proximè demisso, adnota
horâ meridianâ punctum, cui cuspidula
mbi immineret, ac deinceps duxit tradu
m per ipsum meridianam lineam. Fixit po
in eodem puncto brevissimam cuspidu
, quam Indicem dixit, habuitque tum
austrino limite: à quo mensuraret dig
nem in boream; tum pro centro, cujus re
ctu, & per ductum proximè arcum, devia
nem à meridiano.

Num. CDVI.

III. At non perscripsit quidem ad me
antæ-nam digressiones sint, seu quibus
nt spatiis itus, reditusque cujusvis perpen
culi, pro longitudinis ratione: sed interim
men ista adnotanda ex ejus literis elicio.
mò, quovis die perpendiculum sic excur
te à boreâ in austrum, & recurrere ab au
ro in boream, ut ad limitem austrinum per
veniat in ipso meridie, ac in media nocte: ad
oreum verò horâ sextâ tam matutinâ, quàm
spertinâ: ac sit in medio itineris tum ex
rendo horâ nonâ, tum recurrendo tertiâ
rcum meridiem, mediamque noctem. Se
ndò, esse tam excursum, quàm recursum
in medio præsertim velocem, in limitibus po
tissimùm lentum; nam ad austrinum, v.g. li
mitem dum attenditur, ipsam plumbi cuspi
dulam hærere supra indicem, neque evariari
sensibiliter per unam, alteram-ve horam.
Tertiò, austrinum limitem esse constantio
rem, quàm boreum; vix enim unquam ab illo
quicquam versus occidentem procurri; at ab
isto sæpè versus orientem plurimum; adeò ut
nihil adhuc possit de evagatione ista definiri.
Denique, spem esse, ut re explorata prælato
illo, quod insinuavi xxx. orgyarum perpen
diculo, non id modò, sed etiam alia nondum
perspecta innotescant.

Num. CDVII.

IV. Habes hucusque observationem, ac
methodum, quâ fuit peracta, ac plusquam
per mensem continêter sic repetita, ut quam
vis fortè satis probatæ circumstantiæ adhuc
non sint; saltem videatur universè talis quis
piam motus esse concedendus. Prætereo au
tem demonstrationem, qua Vir ingeniosissi
mus ostendere aggressus est, si illa quidem
velocitatis in motu Telluris inæqualitas ma
rini æstus caussa est, non fieri accessum, & re
cessum maris ab ortu in occasum, ab occasu
in ortum, ut Galilæus censuit, ipseque nuper
retuli sub finem illarum mearum ad Putea
num Epistolarum; sed potiùs à borea in au
strum, ab austro in boream; planè, ut excur
sus recursusque perpendiculorum memorati
fiunt. Addo solùm, cùm rem exemplis, ma
chinisque variis declaret; tum appositum
præsertim videri, quod habet de figuli rotâ,
neque pelui, aut situla supra eam ita consti
tura, ut medium, vel centrum superficiei aquę
intra vas contentæ ipsi rotæ centro directè
respondeat. Nempè, ut si rota post lentam
motionem torqueatur concitatiùs, aqua ex
ipso medio in quendam velut umbilicum ex
cavato dilabitur, ac versus oram exturbatur;
&, si rota posteà agatur remissiùs, aqua ex orâ
relabitur, ac se in medium recipit: Ita, cùm in
globo Telluris, si circumvolvi admittatur,
habeat equator rationem oræ, & polus uterq;
rationem medii, seu umbilici; necesse est aquã
increscente motus velocitate, diffluere ex po
lo versus æquatorem, & decrescente, refluere
ex æquatore versus polum.

Num. CDVIII.

V. An verò id etiam adnotatu dignum,
quod observationes Viri nobilis attestantur,

excurrere nempe, & recurrere perpendiculum non directè ex boreâ in austrum, ex austro in boream; sed quasi ex cæciâ in africum, ex africo in cæciam, ductu-ve alias intermedio; quippe fluxum quoque, & refluxum maris eâ ipsâ ratione necessum est fieri; cùm & aqua vasis, non ex vasis medio directè in oram, sed obliquè, & quasi quibusdam factis spiris aufugiat, ac obliquè rursus, paribusque spiris ex orâ in medium refugiat? An proinde congruum putemus, ut quo in parallelo Vir nobilis degit (scilicet æquatorem inter, polumque planè intermedio) perpendiculorum excursus, & recursus obliquitate mediâ fiant; in iis verò parallelis, qui magis ad polum accedunt, iidem accessus, & recessus ad meridianum magis quadrent, in iis, qui magis ad æquatorem, magis ad æquatorem congruant; ac eâdem ratione evenire, ut accessus, & recessus maris in locis intermediis, obliquitatis sint indices: & prope polos, magis à boreâ in austrum, ab austro in boream prope æquatorem, magis ab ortu in occasum, ab occasu in ortum? Sed, cùm illæ glacierum moles à per-erudito, ac Rever. Patre Georgio Furnerio, Societatis Iesu, nuper memoratæ inter Norvegiam, & Canadam verno tempore ex boreâ adveniant; cur non aliquando, imò bis dietim, versus boream remeant? Et, cùm aquæ maris ad Spitsbergam sitam ultra octogesimum gradum ex ipso austro influant; cur non pari modò refluunt versus austrum? Cur ad insulas etiam Philippinas fluxus, refluxusque in boream, ac in austrum est? Cur, tametsi fluxus ab ortu ad æquatorem congruit, Brasiliam inter, & Africam; non tamen refluxus in ortum respondet; cùm etiam vento ab occasu flante (ne quispiam caussetur motum aëris in occasum) naves ex Brasiliâ in Africam trajicere nequicquam contendant?

Num. CDIX.

VI. An etiam prætereà est congruum, ut quemadmodùm æstus maris in noviluniis, & pleniluniis, ac per ipsa potissimùm æquinoctiorum tempora, evadunt longè vehementiores; ita perpendicula quoque ultra limites exspatientur; & vigor ille motus Telluris inæquabilitatem passus, tam dum Luna ipsi prorsum versus Solem est, quàm dum retrò; atque remotiùs veluti coappenditur, non in plumbo minùs, quàm in ipso mari, servatâ, quâ decet, proportione, exprimatur? At cur ut in Lunâ, non ita in plumbo fiunt ictus, reditus unâ propè horâ singulis diebus tardatiores? An, quia plumbum pendulum sequitur faciliùs impressionem motus, quam mare, ob molem, parteisque pellendas, aut obsistenteis, velut contumax? An causa tiùs alia discriminis hujus requirenda est maris æstus, ut fieri solet, referendus ad næ lucem, motum, qualitatem occultam? utcunque tamen qualitas occulta sit fingium tutum; ipsa lux quorsùm odvocem cùm, seu Luna satura lucis, seu fitiens fuer eadem eveniant? Quorsum ipse motus? C aër (æthér-ve) à Lunâ ad mare usque inte ceptus corpus fluxum sit, neque veficæ, a utris instar membrana quadam cohibitum, proinde pressus à Lunâ stringente, dittus po tiùs, quàm urgeat mare, cogatque ipsum occasum delabi (ac Terra præsertim dietim revoluta) quousque cessante pressione rel batur sponte in ortum? Cùm rursus, tamet fingamus talem quampiam membranam d ri, fieri nihilominùs non possit, ut, si ipsam Luna perigeia urgeat, apogeia quoque urge re sit potis; ut, si aër, æthér-ve, qui est inter Lunam, & Terram prematur, non premetur mare, quum ob fluxilitatem, subingred sionemque mutuam omnium montium? ac si aër possit mare premere ea vi, qua distin ipse solet, impellat, non nostra quoque cæpita urgeat, instar oneris superincumbentis ut, si aëris pressio relaxetur bis intra unum diem in cæteris locis, non relaxetur tamen in Oceano, ubi aër jugi tenore procudit versus occasum?

Num. CDX.

VII. An prætereà, cùm semel solùm velocitas motus Telluris, juxta suos Authores, dietim increscat, (idque ad noctem mediam) & perpendiculum proinde non videatur debere, nisi semel, dietim excurrere, & recurrere; nihilominùs bis id facit, quòd excursu uno vi verticitatis Terræ absoluto, similis alius peragatur pro lapsu solo ponderis; & facta velut compulsio sub mediam noctem sufficiat ad alium versus meridiem propagandum, perindeque sit, ac dum pendulo alia plumbo imprimimus ictum, quo bis eat, ac redeat; & secundo quoque recursu parem ictum imprimimus, ex quo itus, ac reditus continenter ingeminentur: quod idem fiat in mori

tu maris? An dicendum potiùs perpendulum bis in die nutare, quòd Terra bis in vacillet; & Terram bis in die id pati, non ullam sui circumvolutionem; sed quòd ens, ac refluens mare molem, ponduspque nsferat, gravitatisque centrum communis Terram veluti titubare cogat? Sed, quæ ergo æstus maris caussa? Et, quorsum, si erra libratur juxta illius periodos, non ipsa quoque perpendiculum taleis periodos quitur, neque perinde retardatur? Cur, si tus maris creetur à motu diurno, aut motis primi, aut Solis, aut Lunæ, aut ætheris, aëris, ac esse proinde ab ortu in occasum eat; perpendiculi tamen motus est potiùs boreâ in austrum? Et, cum mare apud nos, ercosque fluens in ortum, fluat eodem pore apud pericœcos, antipodasque in occum; aut cum eodem tempore fluat ex oque polo versus æquatorem, & eodem æquatore versus utrunque polum refluat; ne exinde fit compensatio, Terraque motis, aut prorsùs, aut penè paribus libra- redditur omnis mutationis, titubationisq; sibilis expers?

Num. CDXI.

VIII. An exinde rerum cœlestium Observores monendi sunt de cautione in explotis altitudinibus adhibenda: cùm altitudo eris in mediâ nocte culmen tenentis futurnon sit eadem, propter nutationem perpendiculi, quæ culminantis sub horam sextam? An ipse proinde fui satis felix, cùm anannos decem observans, tum Dinien- poli altitudinem, tum Polaris stellæ distantiam à polo, extremos dies anni abeuntis, & primos hujus delegi, in quibus stella sub sexam matutinam humillima, fuit alta grad. 41. min. $25\frac{1}{2}$. & sub horam sextam vespertinam sissima grad. 46. min. 46. sicque bisecta- ercapedo, & poli altitudinem grad. 44. $5\frac{3}{4}$.

Stellæ distantiam à polo grad. 2. min. $40\frac{1}{4}$.

hibuit? An sunt alia, prætereà multa, quæ ine deducendo edocebit dies; ubi Obsertio semel fuerit, & à suo præsertim Authomagis comprobata, magisque exculta? potiùs ista, quæ verso omnia, meræ nuge sunt, quòd nondum de rei veritate con- ; ac præstat proinde non circa hanc minùs, quam circa illam aliam Rev. Patris observationem (*nempe*, *P. Rheitæ de novis Satellitibus Iovis*) tenere assensum? Ita mihi quidem videtur, Naudeae, qui tamen ad illud Epicharmi dictum, *nervos, & artus esse Sapientiæ nihil temerè credere*, adjici solùm hanc vocem velim, *temerè-ve abnuere*. Vale iterum. Hucusque Gassendus, cujus discursum proderit curiosè examinare.

VERA SENTENTIA
Perpendiculi constantiam adstruens.

Num. CDXII.

Legeram Observationem Calignoni, & ardore examinandæ veritatis accensus instrumenta antiqua recognosco, nova meditor, ut de varietate, vel minimâ valeam judicare. Videbatur illa observatio, non solùm esse credibilis, sed & credenda; utpotè, quæ à Viro docto, & nobili habita, cui doctrina ne falleretur, nobilitas ne fallerer, facere censerentur. *COHÆRERE* videbatur cum observatione de reciprocatione meridiani, de quâ apud Galilæum in systematis Mundi Dialogo IV. mihi pag. 344. legitur. *Exsurgit in hoc tempore.....quædam novitas, ex quâ mobilitas globi terrestris argui queat, per ea, quæ subtilissimè detegit Illustrissimus Dominus Cæsar, è Nobilissimâ Marsiliorum Bononiensium familiâ satus, & ipse Collegio Lynceorum Academicorum adscriptus, qui in quodam doctissimo scripto tradit, observasse se continuam quandam mutationem, etsi tardissimam, in lineâ meridianâ*. Nam, si plano horizontali horologium deberemus describere, proculdubio unum punctum supra horologium sumeremus, quod centrum primi mobilis repræsentaret; & sanè perpendiculum, quod ab eo in planum orthogonaliter caderet, in lineam meridianam incideret. Igitur, si hoc perpendiculum ex Cæciâ in Africum libraretur, deberet necessariò versus ortum occasumque deflectere, & lineam meridianam mutare. *COHÆRERE* cum placitis Copernicanorum; qui ex libratione latitudinis sententiam suam firmabant, asserendo mutatum iri locorum altitudines, si terram circa Solem excurreret; cui conditionatæ Positioni adsensum præbuit ingenio, & sanguine nobilissimus Tycho

apud

apud Galilæum ejusdem Systematis Dialogo III. mihi pag. 276. sed malè, ut mihi videbatur, expositus, non enim apparebat credibile virum tantum eo sensu loquutum, quo à Galilæo impugnatur, Lapsus enim fuisset in errorem, in quem, nec tyro.

Num. CDXIII.

Contra has, & alias adsentiendi rationes oppetebat timor à longa experientia subortus, me me ad examen provocans, & jam judicaturum suspendens. Erramus creduli, cùm nimiùm fidimus aliorum hominum credulitati: lubrica & subtilis res est, & novitatis reperiendæ desiderium efficit, ut multi veram existiment, quæ à veritate devia. Vt igitur rem examinarem, moræ impatiens stylum, fudi ex plumbo optimè expurgato, ut homogeneâ materiâ constaret, crassum uno, longum digitis sex. Sed, quia debebat poliri, & tornari, artificum Forensium scientiæ, & curiositati diffidens, personaliter amicum majori scientiâ præditum, & melioribus utentem instrumentis adeò, conceptum communico, & communi studio formando stylo adlaboramus; duas acus per axes inserimus ad medii grani latitudinem eminentes; alterius emergebat oculus, alterius acumen: ille, ut componeretur filum, illud, ut indicis officium gereret. His axibus columnella insistens tornatur, & materiæ detrimento perfectissimam formam adquirit. Domum ditior, quàm Alexander Magnus Asiâ expugnatâ, redeo periclitaturus alterum Alexandrum. Bibliothecâ pedibus altâ sedecim utor, sed non capior; tecta perforantur, & à summo tecto perpendiculum controversiam decisurum emittitur. Suppono asserculum unico eoque subtilissimo notatum puncto, eum aliquot charris foliatim interpositis elevo, ut id tantum non tangeret. Vacillat, & oscillat illud, sed diligentiâ adhibitâ, & tempore sufficiente elapso, quiescit. Asser promovetur, ut punctus puncto correspondeat, & hoc horâ sextâ vespertinâ. Moræ impatiens ubicumque sum, cogito perpendiculum: vocatus ab amicis, de experientia ago: dimissus, ad bibliothecam redeo; & interim constanter illud appendit, & eidem imminet puncto, cui anteà. Iam tunc incipio tantam plumbi constantiam fastidire, & ad mediam usque noctem libris intentus in quietem secessurus amusin recognosco, & ejus constantiam admiror. Die sequenti ante quintam magnâ curâ bibliothecam, ne motu portæ oscillet perpendiculum, resero: cautus ingredior, & perpendiculum eidem puncto instans video. Vitreneſtræ clausurâ condemnantur, & summ quies observatur in loco, ita, ut ne quid linguæ motus permissus, interim perpendiculum in eadem omninò linea hæret. Tandem ratâ tandem tenacissimâ plumbi constan amicos advoco, discipulos admitto, fa lis utor, si fortè centum oculi viderent re procationem, quam mei, licèt fortissimâ pe spicacitate pollentes non vident. Voluisse ut, vel unus Calignono subscriberet, ut c ligantes reliquos excitaret ad rem examin dam sæpiùs; sed omnes diversis horis pe pendiculum speculati testantur se nullam differentiam percipere.

Num. CDXIV.

Sed quid ad Calignoni observationem spondebimus? Dicemus-ne somnia nobis lum protrudere, & opinionum *conjectura* tanquam veras observationes *nundinari? m* nimè. Nobilis enim, & ingenuus: *decipi* qu dem potuit, non tamen amicos decipere Nec miror librationem magnam Calignoni repererit, dabit enim non solùm magnam sed & maximam perpendiculum, si fuerit in fidele. Magnæ olim inter Lansgravium, Tychonem controversiæ à perpendiculi ma lignitate ortæ, quieverunt, cùm primùm Rothmannus plumbi infidelitatem deteri Frustra in observationibus peccata actualia caveris, qui utaris perpendiculo in origina concepto. Illud autem in peccato origina concipitur, quod in ipsamet fusione pecca

Peccare potest perpendiculum materiâ formâ. Materiâ quidem; si constet, ut fi solet, variis metallis, quia cùm ipsa inæqua lis ponderis sint, non coïncident magnitu nis, & gravitatis centra. Figurâ etiam, v formâ; si rotunda, hemispherica, lilliatâ, c bent enim esse ponderosa, & cylindrica, p possit gravitatis centrum à centro figuræ sen sibili distantiâ deviare.

Filum etiam peccare potest; cùm enim intortum sit, ponderis appendentis vi exp ditur, & perpendiculum intorquet, mo initium veloci, post aliquot horas tardius

Existimo Calignoni perpendiculum, h omnibus circunstantiis laborans, potuisse solùm librari, ut asseritur, sed & perfectis mum

m circulum describere; si enim campanu- obtinuisset figuram, & materiâ heteroge- coalitum in latere præponderaret, cen- m figuræ deviaret à centro gravitatis; nque fili extensione circumduceretur, po- set horis duodecim, dum observabatur, odum suam complere, & credi recipro- one geminâ librari.

Hæc de observatione sufficerent, sed, quia æ sunt de centro gravitatis sententiæ, & nas Gassendus attingit, proderit per præ- as discurrere.

SENTENTIÆ
De centro gravitatis.

Num. CDXV.

Posset dici *primò* Lunaris orbis B.C. concavam superficiem C.E. habere vim exsivam, quæ si æqualis esset in omnibus ilcœli partibus, corpora deberent ad A. rum figuræ expelli; ad eccentricum punn, nimirùm extra A. si inæqualis. *Secun-* lud punctum A, quod centrum orbis Lus occupat, esse præditum virtute attracti- adeòque omnia corpora ubique posita cere virtute physicâ magneticâ, aut simi- *Tertiò* licèt centrum A non habeat virtu- activam, hoc est, attractivam, nec pos- corpora ad se trahere; habere tamen vir- m passivam, & appetibilitatem: omnia n gravia centrum Telluris appetunt. *arto*, centrum gravium esse ipsammet tel- em G.F.H.D. ad haneque, ubicumque di- tùs positam, omnia gravia confluere: nam nda sententia videtur impossibilis, non n intelligi potest virtus realis imaginario cto inhærens. Huic ultimæ opinioni subpsi, in Metaphysicis; & tametsi prima vitur positâ cœlorum soliditate probabilis, nda, quam Peripatetici defendunt, omo improbabilis mihi est; priùs enim emcum adibo, quàm credam puncto imagio virtutem realem attractivam competere.

Num. CDXVI.

Ex his quatuor Opinionibus primam alihauserunt à Platone, nam *in Phæd.* Plato pit. *Hoc igitur ratum fixumque in animum uxi meum, primùm, si ipsa terra in medio est universi, à cælo circumquaque æquis circumducta spatiis, nullius quidem illam rei præsidio indigere, neque aëris, neque alius cujuspiam necessarii fulcri uti, ne cadat. Verùm ad eam retinendam satis esse, quod Cælum sibi quaqua versus simile sit.* ΚΑΙ ΤΗΣ ΤΗΣ ΑΥΤΗΣ ΤΗΝ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΝ; *& quod ipsa Terra sit æquilibris. Res enim æquilibris in similis cujusdam æquique medio constituta, non poterit, aut magis, aut minus* (aliorsum declinari) *quodque similiter, & eodem se habet modo, in neutram inclinet partem, sed constanter permanet.* Ecce à Cœlo rationem Plato postulat, ob quam Terra hìc, & non alibi sit: nam, si illam undique exspuit Cœlum, in medio debet necessariò consistere. Plinius *libr. 2. cap. 5.* virtutem hanc expulsivam ponit in aëre, ait enim. *Vitalem hunc spiritum, & per cuncta rerum meabilem, totoque consertum, cujus vi suspensam cum quarto aquarum elemento librari medio spatio tellurem.* Terra igitur, dum undique respuitur, in medio necessariò suspenditur. Quo in Transformationum libro respiciebat Ovidius, cùm cecinit.

Terra pilæ similis nullo fulcimine nixa,
Aëre subjecto tam grave pendet onus.

Hanc eamdem expulsivam virtutem non cœlo, non aëri, sed ipsi adscribit Lunæ Renatus Cartesius, qui putat Terram non esse in centro sui vorticis, sed ultra illud à corpore Lunari deprimi. Vide Laminæ XIII. Figuram XVI. in quâ Lunæ vortex Cartesianus depingitur. Terra FD. haberet centrum suum in A. si plus distaret ☉. Interìm in distantiâ, in quâ ☉ versatur, Terram ultra centrum vorticis pellit, ut delineavi extra vorticem, ut liberiùs lineæ perciperentur. Vorticis centrum est A. & centrum Terræ Cartesianæ nunquam est in A, sed peragit circellum CQB. quando enim ☉ est in V. tunc centrum Terræ est in Q: & quando illa est in T, tunc hoc est, in R: & quando autem illa est in S, tunc hoc est, in C. &c.

Num. CDXVII.

Peripateticis secundam Opinionem adscribo, quoniam Aristoteles *libr. 2. de Cæl. cap. 7. text.* 107. illam tradit, dum dicit, *Videre autem non est difficile modicum insistentes, & dividentes, quomodo censemus quantamvis magnitudinem, gravitatem habentem, ad medium ipsum ferri.* Nota illúd *ferri*: quod Villalpandus, & Pradus statim citandi etiam no-

ta-

tari volunt, inquiunt enim. *Ad medium ferri omnia gravia* (Aristoteles) *manifestis verbis expressit*. Et quidem aliud est *tendere*, & aliud *ferri*. Ergo, si gravia in centrum feruntur, datur virtus, quæ illa in centrum ferat. Hæc autem, non-nisi in centro poni potest. Ergo Aristoteles stat à secundâ sententiâ.

Num. CDXVIII.

Sed neque tertia probabilior videtur, nam tametsi defendatur à multis, non possum tamen capere, cur, & quomodo corpora per virtutem realem, & physicam punctum imaginarium appetant. Interim, audiantur Eruditi Scriptores. Ioannes de Sacro-bosco *de Sphærâ cap.* 1. mavult dicere, quod superiora Terra fugiat, quàm quòd centrum appetat: illa enim realia corpora sunt, & hoc punctum quoddam imaginatum. *Omnia*, inquit, *præter Terram, mobilia existunt, quæ, ut centrum Mundi ponderositate sui magnum extremorum motum undique æqualiter fugiens, rotundæ sphæræ medium possidet*: Villalpandus, & Pradus, quibus *in apparat. Vrb. & Templ. part.* 2. *libr.* 1. *pag.* 319. hæc tertia opinio adrisit: inquiunt enim. *Si sublatâ de medio terrâ intelligimus corpus quodcumque grave à Lunæ verbi gratiâ concavo demitti, ad centrum utiq; movebitur*. (Ecce quartam sententiam non admittunt,) *neque quiesceret, cùm extremâ sui parte centrum contigerit; non enim est in centro vis aliqua, quæ corpora teneat, ne inde moveantur* (ecce secundam sententiam rejiciũt) *sed in ipsis gravibus potiùs, atque in singulis eorum partibus est gravitas, quæ ducit ad centrum* (& ecce tertiam amplectuntur.) Sed æquè videtur absurdum in imaginario puncto esse adtractivam virtutem, quæ gravida adducat: ac in ipso esse aliquid, quod gravia appetant. Ergo primæ Sententiæ Authores in casu à Villalpando, & Prado posito dicerent illud corpus undiq; expelli à cœlo Lunæ, & ideò in medio permanere debere. Et Authores quartæ, corpus illud non esse casurum in centrum, sed in terram, ubicumque illa esset: nam terra, quocumque ponatur, vi suâ stat, & suas partes appetit, & adtrahit: & à nullo ipsa, aut puncto, vel corpore adtrahitur. *libr.* 6. *Fastorum*. Ovidius.

Stat vi Terra suâ: vi stando Vesta vocatur.

His ergo præmissis, de Gravitate sententiis, perpendiculorum motum examinemus.

DVBIVM I.

Num.CDXIX.

PEtitur. *An ad quemcumque Terræ mo[tum] mutari debeat perpendiculum? &, si de[beat], quantum, & qualiter*.

Respondeo necessariò debere quâcum[que] sententiâ suppositâ. Quoniam stando p[ri]mæ, si terra centrum lunaris concavi de[s]rat, & perpendiculum illud constanter re[s]ciat, opus est, ut idem manens diversa pu[n]cta horizontis respiciat. Secunda sententia vera esset, non haberet effectus diversos primâ; tota enim differentia, quæ inter i[p]sas duas versatur in virtute motivâ, non in modo movendi consistit, utraque enim descendere gravia ad centrum concavi lun[æ] ris statuit; & differunt, quia à cœlo expe[c]docet prior, à centro adtrahi posterior. verò tertiæ, in gratiam Peripateticorum *sub*scriberemus, idem diceremus *omninò*: *si* enim centrum gravia adtrahat, *sive* hæc illu[m] appetant, mutato centro perpendicula mu[ta]ri debent. Verùm enim verò, quia quart[æ] sententiæ constamus, dicimus terram esse immobilem; & totam simul nullam gravi[ta]tem habere; ac ideò quocumque divinit[us] poneretur, mansuram. Hæc sententia, qu[æ] plus abest à Copernicanâ, est huic ævo op[ti]portunior, & videtur consonare Prophet[æ] Regi *Psalm.* 104. canenti, *Qui fundasti terram super stabilitatem suam, non inclinabitur in s[æ]culum sæculi*: unde S. Gregorius *libr.* 2. *Mo[ra]ral. cap.* 15. S. Thomas *quæst.* 16. *de malo art.* 10. & cum ipsis Theologi nobiliores affirmãne Angelis quidem concessisse Deum, ut Terram moveant, aut inclinent. Vide Ricciolum *libr.* 2. *Sphæræ Element. cap.* 3. *pag.* 51. 2. & Raynaudum *in Theol. natural. dist.* 4. *quæst.* 3. *artic.* 3.

Cæterùm, si moveretur Terra, diceremus vix alterari perpendiculum illâ per lineam rectam adscendente, aut descendente; alteri ri quomodocumque aliter motâ; & oftendetur. Navis carchesio appende perpendiculum, & nota punctum, cui illud immineb[it]. lam remorum impetu in orientem prove[hi] veas, experieris illud cunctanter sequi, quasi desereretur versus occidentem inclin[a]ri. Illa transeunte aër relinquitur, & am[bi]ens

impedit, ne præcisè sequatur. Hac viâ, terram dietim moveri existimant, ven[to]m sub æquinoctiali spirantium summam stantiam salvant, terram, inquiunt, in or[i]trapi, aërem in occasum deseri; ideòque tri aërem super immotam terram ab ortu ccasum profluere, cùm reverà terra sub immoto in ortum ab occasu labatur.

DVBIVM II.

Num.CDXX.

PEtitur secundò! *An centro mundi*, (*quo omnine centrum concavi sphæræ Lunaris [di]gitur*) *semper idem telluris punctum cor[re]spondeat; an verò ipsa vacillet, & trepidet [ad] ipsiusmq; rei impulsum?* Respondeo stanrimæ, secũdæ, & tertię sentẽtiæ affirmati- negativè stãdo quartæ. Addo Authores entiarum priorum [nimirùm, Marsilium *S. Physicor. tract.* 1. Majorem *in* 2. *dist.* 24. *q.* 12. Ioannem de Saxoniâ *libr.* 2. *de Cælo t.* 10. quorum sententiam, quæ jam videtur antiquata, ad Scholas reduxit, & maauthoritate roborayit Vasquez *in* 1. 2. *d.* 3. *cap.* 3. cui adhærent Schinerus *in dis- Mathem. num.* 15. Cottunius *libr.* 1. *Me- lect.* 17. & alii.] asserturos, non solùm ad um ponderosissimarum motum, sed ad tum pulicis, aut straminis translationem m tellurem oscillare.

Objectio I.

Num. CDXXI.

STando adhuc primæ, vel secundæ sententiæ quid Adversarii objicere soleant, perdamus. Oppetunt hanc resolutionem radus *de opere sex dier.* §. 43. & Arriaga *lement. disp.* 4. *sect.* 5. *subsect.* 7. dicentes. Si terra ad exiguum lapilli jactum, vel straiis motum trepidat, dum maximus in il- impulsus imprimitur (puta vehementi itorum equorũ cursu à curribus, & exerbus invicem congredientibus; aut si velis, entis fulmine armatis, aut tempestate abatota terra deberet contremiscere; adeoq; a aquâ plena everti; quod tamen apertè um est. Etenim etsi in ipso foro, ubi exertur hastiludia, sint domus plenæ vitreis vasis; adhuc in illis ne levis quidem motus sentitur; quis ergo in toto universo sentietur?

Sed hæc ratio multa implicat cum experientiâ ipsâ, & matheseos regulis pugnantia. Concedent enim adversarii terram ad pulicis saltum moveri, & tamen negabunt ad exercitûs impetum sensibiliter moveri posse: Cõsequentiam esse illegitimè illatam evidenter ostendent; nam, cùm vel equi, vel milites, vel fulmina, vel venti, habeant finitam vim, habebunt quam definire, & determinare possis, minorem tamen, quàm mons magnus, si caderet, cumque iste imbecillis, & impotens sit, ut terram inclinare possit, non est, cur minori impetu illam agitari dicamus. Montium, etsi sublimium, translationem terræ locum sensibiliter mutare non posse evidenter ostendo. Terræ diameter complectitur milliaria, juxta

Aristotelem	15909.
Hipparchum	11017.
Eratosthenem	10022.
Ptolemæum	7159.
Alphraganum	6490.
Fernelium	7800.
Recentiores	6872.

Fortè, si diversos pedes, aut milliaria accipias, diffetentes sententias conciliabis. Alstedius ad Recentiorum mentem milliaria 6070. numerat, sed alii malunt admittere 6872. Horum igitur opinioni insistentes, (nam perinde esset hanc, vel illam supponere) dicamus terram diametro suâ 6872. Italica milliaria complecti; hoc est, pedes 34, 360, 000. nam singula milliaria 5000. pedibus coalescunt.

Num.CDXXII.

Data terræ diametro mill. 6872. totius corporis quantitatem sic reperies.

	6872
	6872
	13744
	48104
	54976
	41232
	47224384
	6872
	94448768
	330570688
	377795072
	283346304
	324525966848

Milliare solidum continet 1000; 000, 000. passus. Passus solidus 125. solidos pedes: Milliare igitur solidum 125, 000; 000, 000. pedes solidos. Sed quantum tota Terra?

324525966848
125,000;000,000.
324525966848
324525966848
324525966848
324525966848
40,565;745,856:000,000;000,000.

Volumus hanc multiplicationem expedire, juxta doctrinam, quam *in Arithmeticâ nu.* 34. tradidimus.

Terræ igitur globus continet, quadraginta mille quingentos sexaginta quinque trilliones: septingentos quadraginta quinque millies, octingentos & quinquaginta sex billiones pedum solidorum ejusdem figuræ, cujus est terra.

Num. CDXXIII. *Lam.* 8. *Fig.* 165.

Quid, si cylindrus pede altus, & latus 100. libr. asseratur pendere? Statuetur pondus verò proximum, cùm verum nequeat. Ergo, si terrâ per Æquinoctialem IAB. in duo hemisphæria divisâ, aream IABOEI. pede crassam, quam *discum terrenum* appellemus, abstuleris, habebis circulum,

cujus diameter sit	milliarium	6,872
	passuum	6;872,000
	pedum	34;360,000

adeoque tota superficies contineat

3	103080
4	137440
3	103080
6	206160
Pedes	118060960,000,000.

[Volui communi adhærere sententiæ, quæ singulis minutis singula Italica milliaria accenset, scio enim Snellium, & Ricciolium, aut etiam alios doctissimè abesse à communi sententiâ, & Terram majorem asserere. Sanè Ricciolius *libr.* 2. *de Sphær. element. cap.* 7. *pag.* 61. adscribit uni gradui milliaria Bononiensia 72 =25. aut Romana antiqua 90 = ex hinc computum instituit, & determ areæ, superficiei, & soliditatis quantitat

His præmissis navis ab antipodibus maniens, & libr. 1000, 000. pendens, in nostro constituta unum ponderis millio inde auferet, & illum huc transferret. E ne duobus librarum millionibus hoc sphærium sit ponderosius altero, centr gravitatis mutatum in terrâ fuisse nece dicendum est: sed quantum?

Per pedes $0\frac{2}{118060960}$

Et quis tantillam mutationem percipe

Num. CDXXIV.

Sed & majora transferamus. Arte, aut raculo mons integer, milliare exæquan oppositâ mundi regione ad nostram t portetur. Ad hujus translationem centru gravitatis in tellure mutabitur. *Sed qu* tum? Ille mons, ut supponitur, *haberet*

In diametro	1,000.
In areâ	1;000,000.
In solido pass.	1,000;000,000
Et pedes	125,000;000,000

Discus terrenus, quē vocavimus, altus p habebat in areâ ped. 118060960, 000, ergo sublatis utrinq; novem ultimis notis *nullis* (sic enim vocat Latinus, quas Hisp *ros*, & Mersen. *zerones*) dicemus gravitatis trū in terrâ per ped. $0\frac{125}{118060}$, mutatum e

Et quis istam mutationem perciperet? N si pedem 5000. capilli exæquare dicantur 118060. per 5000.

13 | 1		
5)118 | 060. A	5. *capilli*	118=060
23 | 612. B	6. *capilli*	141=672

dividantur, uni capillo respõdebãt 23=67 particulæ, ut in B. Ergo totus ille motus cedet 5. capillorum crassitudinem, ad 6. v non perveniet: & hoc in ipso centro Terr Quantum ergo 5. vel 6. capilli angulum terræ superficie subtendent?

Num. CDXXV.

Securè ergo Hurtadus, & Arriaga scant, non enim est, cur aquæ plenis timeant, cum non sint in aliquo evertio periculo, quæ nequidem ad 6. capillos veri, & tamen moveri demonstrantur. N

cum accipias, & circa illam capillum du longitudinem unius digiti conteges du ius 312. (imò & paucioribus, si crines ju niles sint) ergo & lõgitudinem palmi 1250. pedis 5000. ergo montis illius milliari ma o ab antipodibus ad nostram regionem nsilatione deprimeretur terra quasi ad 5. 6. capillos. Perpendiculum igitur in tali u mutatum centrum gravitatis respiceret, go & variaretur: sed quantum? Si mons il ranslatus esset à polo australi in boreum, ximæ perpendiculorum deviationes sub quinoctiali contingerent; suppositâque cen orum distantiâ 5. capillorum, & medii de candus esset triangulus rectangulus, cujus rum punctum, à quo dimittitur perpendi lum, costa major in centrum universi ca ret, hypotenusa in centrum molis terræ, sta minor à centro ad centrum extendere ; cumque costa major sit terræ semidia ter pedum 17; 180, 000. vel capillorum , 900; 000, 000. Ergo in illo rectangulo, erum crus haberet capil. 85, 900; 000, 000. erum capill. 5 =5. Et quis lynx angellum contemptibilem posset percipere.

Hæc dicta sunt ex suppositione, quòd tum congressu, & hastiludio terra sensi ter non trepidet, quod falsum esse expe ur in editioribus ędificiis, præcipuè, si mu nt debiles; ibi enim ad motum unius rhe , vel currûs, vitra fenestrarum vibrari, & ri tremere percipiuntur; quæ experientia pothesin horum Theologorum elidit, metsi certum sit non totam terram illo mo , sed solum aliquam partem luxari toti pori male continuam.

Objectio II.

Num. CDXXVI.

Si terra quocumque impulsu moveretur, etiam in latus acta posset sensibiliter mu i: atqui, hoc est, contra experientiam, ogentium naturalium potestatem: ergo. Mi em probo, quia, si fulmine, aut tormen bellicis, aut arietibus murus in occiden m impelleretur, aut terra non moveretur, horologiorum umbræ repedarent: quod est possibile, vel impossibile. Si impossi e, habeo intentum; si possibile, non est, putemus miraculosum recursum umbræ, in Ezechiæ horologio ad Isaiæ impe m regressa decem lineis, seu horis legitur (4. *Reg.* 20. 9.) arte enim potuisset hoc accidere, & Regem decipi: puta, si Isaias curasset alicubi montem occasum versus fortissimè arietari. Quod, si hic umbræ recursus vires humanas non excessit, humanitùs etiam fieri potuit, quòd Sol & Luna steterint Iosue pugnante (*Ios.* 10. 12.) nimirùm, si tormentorum impetu terra tantùm fuerit in occasum impulsa, quantùm Sol in cœlo motu diurno promotus.

Num. CDXXVII.

Confirmatio I. Si sphœra sit magna, non potest imprimere impulsum sufficientem ad motum quæcumque activitas: nam, si immane saxum (sit quinque millium pedum) elaboratum sphœricè instet plano, moveri non poterit levi infantis impulsu: quâ ergo ratione tam immensa telluris sphœra poterit ab impulsu hominis, aut equi moveri?

Confirmatio II. Terra tota non potest moveri, quia, si tota moveretur, extraheretur à suo centro, cujus motui, licèt sphœrica, resistit. Hæ duæ confirmationes debentur ingenio Arriagæ, cujus inventis alii Recentiores utuntur.

Num. CDXXVIII.

Nihilominùs hæc objectio non urget, nec roboratur appositis confirmationibus. Stando enim primæ, secundæ, vel tertiæ sententiæ, quas hæ objectiones impugnant, *dico Primò*, cùm muri tormentis quatiuntur, montes fulminibus iciuntur, terram in latus inclinandam esse, & consequenter horas promovendas, si in ortum imperus, & retardandas, si in occasum; locorum mutandas latitudines, si in septentrionem, aut meridiem segerat. *Dico Secundò* hanc alterationem posse fieri immoto centro terræ; est enim partium circa centrum motarum. *Dico Tertiò* hanc eamdē variationem, etsi magna esset, nõ libraturam perpendiculum, & ostenditur; quia id terræ centrum respiceret, quod supponitur hærere in eodem loco. Et confirmatur à simili, quia in sententiâ eorum, qui terram moveri motu diurno, hoc est, satis veloci, utpotè horæ minuto quatuor, vel quinq; leucas conficiente, asserunt, perpendiculum non alterari sensibiliter. *Dico Quartò* solere humanitùs, & horam, & poli altitudinem mutari, non tamen mutatione perceptibili. Vtrumq; demonstratur ex naturâ centri gravitatis, & bilancium proportione.

Dati vastæ magnitudinis adamantis opera Angelicâ, aut miraculosâ perfectè sphœrici, plano adamantino, vel eo fortiori, insistentis, adeòque in puncto tangentis musca lateri insideat; erit proculdubio adamas ponderosior ex illo latere, & inclinabitur paulatim. Ostenditur, quia muscæ ponderi nihil posset resistere; nam centrum gravitatis cadit perpendiculariter in punctum contactûs; atqui in tali casu gravitatis centrum nunquam caderet in lineam perpendicularem, quousq; musca in punctum contactus incideret; ergo illa sphœra inclinari deberet, quousq; musca infimâ partê occuparet. Igitur à fortiori, si manu impelleretur. Terra igitur, quæ liberiùs libratur in aëre, quàm globus iste in plano adamantino, impulsa in boream, mutabit polorum altitudines, impulsa in ortum, aut occasum horam. Sed quantum illæ, quantum ista mutabitur? Hic opus, hic labor est.

Num. CDXXIX.

Vt dubio satisfaciat Infantesius, supponit ex suis observationibus bilancem duorum pedum longam inclinari per gradum grano plumbeo centesimâ libræ parte appendente, & bilancem quatuor pedum medio gradu, & subjungit terræ diametrum comparari posse bilanci 34;360,000. adeòque, si 2. dant unam centesimam partem 34;360,000. debere dare 17; 180, 000. centesimas libræ partes, sive quod idem est 171,800. Vnde concludit impulsu, qui possit 171,800. libras elevare, posse, & terram per integrum gradum moveri. Sed non adquiesco; quia tametsi sit impossibilis humanitùs talis impulsus, tamen humanitùs poterit dari multò minor, qui totum terrarum orbem alteret; nam impulsus 2863. est sexagesima prioris pars, & possibilis; & tamen mutaret terram minuto integro. Ergo tormento bellico tantæ activitatis (majorem habent ferè omnia) sexagies in saxa montis meridiani explosa, cresceret poli altitudo integro gradu, decresceret explosa in contrarium. Ergo etiam tormentis bellicis, & perpetuam diem continuare, & præcocem noctem inducere possemus; nam, si singulis horæ minutis post meridiem semel in occidentalem montem exploderes, Solem semper adsequereris, & fruerêris æterno meridie, quæ omnia extra omnem possibilitatem sunt.

Ego autem suppositâ ipsius Instantesii observatione aliàs examinandâ, sic discurro. Si bilanx, cujus tota materia librâ ponderat, duos pedes longitudinis habet, grano plumbeo per integrum gradum inclinatur globus terreus ejusdem magnitudinis, pondoret octingentis libris (supponamus 100. libris singulis pedibus deberi) adeòque octingentesimâ gradûs parte, hoc est, secund. inclinaretur. Ergo, si granum esset millesimæ libræ pars, nequidem medio secundo globum inclinaret, esto integro inclinet, ne tamen scrupulosi videamur: ergo motus unius secundi petit impulsum, qui se habeat ad pondus totius globi, ut 1. ad 800, 000. At terra, quia nimis ponderosa est, aut omninò non movebitur, aut insensibiliter nutabit. *Ab immobilitate* stat Ricciolius *libr. 2. de Sphæra ment. cap. 3. pag. 51. a.* dicens. *Sive duas cum Simone Stevino* libr. 3. Statices *pondus Terræ esse librarum* 2, 000, 000, 400, 000, 000, 000, 000, 000. *sive cum Eorerio* in Viridario *de sput. Philosoph. de Impulsu & centr. gravit. part.* 47. *esse librarum* 899, 564, 914, 285, 714, 283, 714, 285 = 5. *sicut non sufficit quivis nervus conatus ad movendum, quod vis ponderis, sic nec quævis gravitas ad permovendam ex se æquilibrio terram; quidquid Hieroni Archimedes jactarit illud celebre, ac magnificentius quàm verius.* Dic, ubi consistam, & Cœlum Terramque movebo, *cùm ne Angelis quidem divinitùs id concessum meliores Theologi existiment.* At stando aliorum fundamentis dicimus, Terram eorumdem sententiâ moveri posse, si impulsu proportionato impellatur: cùm igitur illam 40,565,745,856,000,000,000,000,00. libris ponderare dixerimus: adjudimus, impulsum, qui libris 50; 707, 118, 182,000; 000, 000. æquivaleat, si plagam inferat, facturum, ut nutet per unum secundum. Ergo facilioris calculi gratiâ numerum 50; 000, 000: 000, 000; 000, 000. adsumamus.

Num. CDXXX.

Ex his facili negotio resolvemus, quantum terra ictu tormenti bellici liberi promoveatur. Consultò dico *liberi*, hoc est, ab angelo in ipso aëre firmato; quia terræ inniteretur cùm in utramque partem vires exserat, minùs terram minùs movere poterit. Homo robustus est, qui expeditè movet centum libras; & fortissimi vires mille libras non superant, quia tormenti ictu vix fit, quod arietis im-

pulsu à quadragintâ hominibus acti, conterit tormenti vires 40,000. libras non superans. Condonemus, ut 50,000. exæquet. Ergo ista comparatione inter 50; 000, 000; 000, 000; 000, 000. & 50, 000. Si illam terram unum secundum moverent, hæc minus, quam 1000: 000, 000; 000, 000mam unius secundi partem inclinarent: quam quis perciperet? Advertenter *minùs* illud posui, quia semper auxi motoris vires, & diminui resistentiam passis, ut motus sensibilior evaderet.

Num. CDXXXI.

Hinc patet, quid objectioni respondendum, nimirùm umbram in Ezechiæ horologium regressam miraculosè decem lineis, & ad imperium Iosue Solem & Lunam miraculosè stetisse, non enim arte possumus impulsum terræ imprimere, quo sêsibiliter ipsa mutetur. Ad primam confirmationem dico, observationem illam esse humanitùs impossibilem; quia, si vastæ molis sphœram paremus, suo pondere imprimetur in plano, quod & parte terminatâ continget, moverique à solo ilpoterit, qui columnam latam ad magnitudinem contactûs, altam ad dati altitudinem viribus superet, quod non solùm nedum puero, sed & nonnunquam viro. At, si divinitùs conderetur sphœra, quæ planum puncto tangeret, non solùm à puero, sed facilice moveri, tametsi tardissimè posset.

Num. CDXXXII.

Ad confirmationem secundam dico, antecedens illud primum falsum, & insufficiens: terræ enim centrum juxta primam, & secundam sententiam, quas expendimus, potest centrum mundi, imò, & solet deserere, ut in primâ objectione vidimus: & nihilominùs, si non posset, posset terra in latus propelli. Ergo utrumque motum, & dari de facto, & sensibilem esse demonstrari.

Objectio III.

Num. CDXXXIII.

Progreditur Arriaga, & *num.* 127. hujus motûs possibilitatem impugnat. *Primò*, quia ventus non unitur terræ, & tamen illi imprimit vehementem impulsum, nec ideò eam movet. *Secundò*, quia quando quis cadens ex alto (sive homo, sive lapis, sive quodcunq; aliud corpus sit) imprimit impulsum, posset multò meliùs globum terræ movere; qui non movet: ergo.

Respondetur *ad primum*, vento terram moveri. *Ad secundum* etiam moveri lapsu gravium, quia stando primæ, secundæ, vel tertiæ sententiæ, & motus terræ vacillantis admittendus est, & ad tam parvos contrahendus terminos, ut insensibilis omninò evadat.

Conclusio.

Num. CDXXXIV.

Objectionibus satisfecimus stando primę, secundæ, & tertiæ sententiæ: juxta quas etsi motum intelligibilem in globo terrarum admiserimus, tam contemptibilem reperimus, ut licèt interdum numeros facilioris computûs gratiâ auxerimus, in sensum venire non possit.

At stando tertiæ sententiæ, quam semper defendimus, asserimus globum istum telluris habere virtutem magneticam adtractivam, & directivam, vi cujus, & suas partes adtrahat; & se ad punctum septentrionis dirigat. Quam ob rem, si mille hinc leucis elevaretur, & ita inverteretur, ut zonæ frigidæ (Arctica, & Antarctica) in Æquinoctialem inciderent, non reverteretur huc, nec mutaret locum, sed ibi maneret; quoniam ipsa nec punctum aliquod imaginarium appetit, nec ab aliquo imaginario puncto appetitur. Mutaret tamen situm, nam paulatim supra centrum suum à virtute magneticâ convolveretur, ut haberet polos primi Mobilis polis parallelos, adeoq; æquinoctialem, Tropicos, & Parallelos, ut nunc habet. An virtus magnetica Solis terræ, aut Syderibus distantias, & loca præscribat? impræsentiarùm non examino, sed potiùs negativam suppono. At Ioannes Keplerus assereret (nam ipse terram annuo motu circa ☉ convolvit) fore, ut à ☉ rejiceretur, & repelleretur, aut etiam adtraheretur, si in alio illa loco constitueretur. Et idem de quocumque Planetâ supponeret. Quæ doctrina, ut speciosa, est etiam obscura, & difficilis, & à nobis in Physicâ Cœlesti examinanda. Interim, quousque sententiam suam Keplerus meliùs probet, distantiam Terræ à ☉, à ☉ non pendere dicamus.

Cùm igitur centrum gravitatis, non sit aliquod punctum imaginarium, sed ipsum centrum reale, & physicum terræ, sanè nec navium, immò nec montium multorum translatione, terra poterit, vel ad capilli crassitudinem centrum gravitatis mutari.

Quod

Quod non posset pondere fieri, impulsu posset: at non est secundum rerum cursum, aliquis impulsus, aut ictus, qui tantam telluri plagam inferat, ut illam per capilli latitudinem moveat.

DVBIVM III.

Num. CDXXXV.

PEtitur tertiò. *An perpendiculum ex fluxu, & refluxu maris patiatur aliquam alterationem?* Respondeo stando primæ, secundæ, & tertiæ sententiæ nullam sensibilem pati, &, si quam pateretur, illam fuisse passurum non respectu motûs Solis, sed Lunæ: stando quartæ, nullam pati nequidem insensibilem. Fluxu, & refluxu maris magnam aquæ vim mutari, certius est, quàm ut probari debeat; & tametsi in punctis oppositis videatur eisdē horis crescere, quia terræ figura est irregularis, nulla servatur uniformitas, & ideò centrum gravitatis deberet necessariò mutari. Hanc tamen mutationem esse omninò insensibilem ostendo, quia nulla est maris inundatio, quæ in opposito non habeat inundationem alteram sibi correspondentem: semper igitur fit æquipondium quodammodò: & terra in eodem loco continebitur.

Et hic obiter nota æstum maris à motu terræ provenire non posse, utcumque Galilæus argutetur, ille non sequitur motum Solis, sed Lunæ: & semper secundum quatuor Lunæ loca (ortum, meridianum, occasum, & imum cœli) regulatur. Sed de hoc uberiùs in Hydrometriâ.

DVBIVM IV.

Num. CDXXXVI.

PEtitur tandem: *An motu terræ diurno perpendicula mutari possint?* Non inquiritur, utrùm terra agatur motu diurno, id enim falsum esse Cardinalium Congregatio, cui Theologi subscribunt, definiit: sed, an motu diurno supposito terra ita circa centrum quotidie moveretur, ut & perpendicula alteraret? an terræ motus, aut quies ex illorum posset inconstantiâ probari?

Iam. 8. *Fig.* 166.

Respondeo bifariam posse concipi motum telluris; *primò*, si dicatur non solùm ipsa, [t]ota hæc quatuor elementorum massa di[u]no motu per æthera immotum moveri: *secu[n]dò*, si sola ipsa per aëra immotum moveat[ur]. Assero nullam in perpendiculis futuram fi[e] se variationem, si moveretur primo mod[o] aliquam, si secundo. Nam terra progredie[n]te orientem versus aër relinqueretur, & n[o]lum esset liberum perpendiculum, quod[a] angulos in planum horizontis caderet. C[o]nia in occidentem perpendicula vergerent[ur] mediâ nocte (tunc enim esset motus veloc[is] esset deviatio maxima, meridie minimâ. I[n] tur non esset libratio à meridie in septentr[io]nem, ut Calignonus se observavisse credid[it] sed ab occidentali in occidentalem *pa[r]*tem, ut patet in præsenti Figurâ. *Sit AB.* [li]nea orthogonaliter secans horizontem B. [D] at, quia terra ab occasu in ortum circumv[e]ti supponitur, perpendicula, & aër tell[ur]i propinquus deseruntur, & vergunt in occ[a]sum; minùs cùm motus tardus est, ma[i]ùs cùm velox. Ergo, quia mediâ nocte mo[tu] telluris (utpotè ex diurno, & annuo comp[o]situs) velocissimus est, perpendiculum esset E: meridie verò, quia motus telluris tardi[s]simus (utpotè diurnus contra annuum) ill[e] esset in C: horis sextis matutinâ, & vesper[ti]nâ in D. & libratio tota occidentalis; h[æc] est, à C. in E. & è converso. *CÆTERVM* cùm motum terræ Theologi non velimus a[d]mittere, malentes terræ quietem divinis in[n]uatam literis, quàm contra decreta Carc[i]nalium curiosam aliam, & subtilem opin[i]nem defendere; stat-ne hunc quidem oscil[la]tionis motum perpendiculis posse compe[ti] re. Ex cujus negatione è converso videret[ur] aliqualis ratio posse pro telluris immobilit[a]te desumi; nam, si hæc moveretur per aërem, h[æc] sanè perpendiculis oscillatio competeret, quæ cùm sit satis sensibilis in navibus lic[et] terrâ tardioribus, non esset, cur in terrâ insen[si]bilis assereretur.

MANEAT.

Num. CDXXXVII.

IGitur *prætensam perpendiculorum libe[r]nem observationibus non respondere: mo[ti] dianas lineas non mutari; non mutari regu[la]altitudines; perpendicula semper eumdem [ad] aquæterrei punctum respicere; veterum ob[ser]vatio-

tiones hanc ob causam de infidelitate non ar[gu]i; nec debere hoc novo invento antiquas re[ve]lationes corrigi.

Et siquidem tanta est constantia perpendi[cu]li, ut in eâdem omnino lineâ æternum hæ[re]re demonstretur, maneamus, & nos, ne so[li] mutari dicamur. Manebimus quidem, si tui [a]milis, me semper diligas, & mandatis ho[n]res, & similis mei ego tuæ Illustris. Do[m]nat. aris hanc æternam & immobilem ta[b]lam in obsequii testimonium appendam. [V]ale, Vir Nobilissime; & quem ignotum an[te] prævisa merita incepisti diligere, ama sub [ea] promotione merentem.

NOTA.

Examinavi sub illud tempus (ann. 1643.) *hanc Calignoni Opinationem (qualem, [cu]jusdem) prout ratio postulare fuit visa. At po[st]ea Renati Cartesii cogitationes discutiens, [ex]pendi meritò incepi, inde ortam fuisse: non [e]nim videtur possibile aliquid observasse, quod [non] posset præjudicio favere. Narrabat, quæ [re]ferebat Calignonus, non quæ viderat: cùm [e]nim Cartesius Terram à vorticis centro remo[tam] judicavit ille pendula non ad Telluris cen[trum], sed ad centrum vorticis debere dirigi. [Ac]quia Terra motu diurno à Cartesio convol[ve]batur, & hic Telluris motus inclinationes re[spe]ctu centri gravitatis (seu vorticis) alicubi [ma]get, & alicubi imminuit; intulit, necessariò [pe]ndula hue illuc vibrari: aut oscillare verius, [ut] jam cum Wendelino omnes Viri docti loquũ[ntur]. An, & quomodo Calignoni Opinatio in hæ[re]sim Cartesianæ doctrinæ, fusè examino in E[pi]stolâ ad Marchionem de Manserâ Mexica[nũ] Proregem. Quæ ad hanc Quæstionem [pe]rtinêt excerpi inde non possunt, pendent enim [ab] illis, quæ ibid. de fluxu, & refluxu dicuntur. [Ea]go illa ibi Lector eruditus inveniet, videlicet [in] Hydrometriâ §. de æstu maris in fine.*

POST-SCRIPTVM.

Sint Pendulorum vibrationes, seu oscillationes isochronæ?

Num. CDXXXVIII.

IPsa dissertationis ratio postulare videtur, [ut] Comes Excellentissime, ut examinatâ pen[di]quiete, de ejus oscillatorio motu non[nu]l, sed valde breviter addamus. Pendu-lum à perpendiculari extractum lineâ, si dimittatur, multoties hinc inde recursurum ante quàm lineam, quæ orthogonaliter in horizontem incidit, teneat, certum est: at in dubium vocatur, an omnes illi recursus sint isochroni, hoc est, tempore æquali facti? sit

Conclusio. *Pendulum, si à perpendiculari lineâ triginta, aut paucioribus gradibus in latera abmoveatur, recursus plurimos conficiet & omninò isochronos.* Veritas quidem mihi rata; at, quia non desunt, qui in dubium eam velint reducere, rationibus à Viris clarissimis objectis satisfaciam?

Num. CDXXXIX.

Dicunt aliqui. Oscillationes illas isochronas videri, non tamen esse; quia insensibiliter inæquales sunt. Sed respondeo, non videri prudenter admittendam inæqualitatem, quam respuit experientia; quia eas esse insensibiliter inæquales leviter dicitur, & tamen deberet demonstrari: scio enim esse aliquam differentiam, quam ex sexagintâ prioribus gradibus paulatim venor, & ex fili obliquitate provenire videtur, sed observationum securitati sufficit eam tantillam, ut sub sensum non cadat.

Addunt aliqui oscillationum inæqualitatem non jam insensibilem, sed notabilem, imò & magnam esse. Probant; quia collatæ cum clepsydrâ nullo modo respondent. Sunt numeratæ, inquiunt, ad clepsydram, & diversis horis plures, & pauciores inventæ. Et licèt arena motu suo teratur, & foramen relaxet, non ideò infidelis censenda; hæc enim alteratio post longum tempus percipitur, & ipsi unâ & eâdem die plures observationes instituisse dicuntur. Sed & alii timentes telluris inconstantiæ ad aliud elementum refugiunt: clepsydrâ aquali utuntur, ut oscillationum præconceptam varietatem venentur: at aqua heterogenea est, partibus iniquis coalescens, tametsi à vase semper pleno, in effluxu non servat æquitatem. Lege Tychonem temporis demensioni studentem sub initium suæ Restitutionis, aquâ, arenâ, plumbo calcinato, argento vivo pluries exstillato utentem, & nullam reperientem fluxûs æqualitatem.

Num. CDXL.

Omissis igitur horum hominum observationibus, oscillationum æqualitatem non per igno-

ignotiora, aut certò falsa, sed per certissima probemus.

Anni M. DC. XLIII. Aug. 8. Clarissimus Vir Wendelinus, & Ego hìc in nostris ædibus Lovanii rem periclitaturi, tametsi sæpissimè seorsim ab alterutro examinatam, processimus communi studio. Subministrabantur nobis duo pendula, alterum 17. pedum, alterum digitorum sex; illud ferreum, hoc plumbeum. Extraximus majus à perpendiculari lineâ, jam quinque, jam decem, jam viginti, jam tandem triginta quinque gradibus, & iteratis observationibus reperimus denas majoris oscillationes septuagenis-octonis minoris exactè semper respondere. Minus pendulum illud, quia recursuum frequentia videbatur officere, parùm protensum est: pluribus quàm centum vicibus in diversis circuli partibus utrumque contulimus, & fuimus omninò experti, dum majus ageret denas oscillationes, minus pendulum sex-agenas-octonas peregisse: dum illud vigenas hoc centenas-trigenas-senas; dum illud trigenas, hoc ducentenas-quaternas præcisè. &c.

Stat igitur inter oscillationes inferioris circuli (nimirùm, quæ à perpendiculo minus quàm grad. 35. deviant) *non reperiri discrimen, quod sub sensum humanum possit cadere. Stat errare universos, qui hanc veritatem exploratissimam volunt cum liquidæ materiæ effluxu dubio, incerto, aut falso, comparare. Stat tandem hanc unicam superesse viam, ut loca Astrorum corrigantur.* Vale iterum, Comes Excellentissime, ut Rem publicam Cæsareamque promoveas, & defendas. Lovanii 30. Iul. 1643.

NOTA I.

Negat Oscillationes isochronas esse Mersennus.

Num. CDXLI.

NEscio, quo fato ingeniosissimus Mersennus in Mathematicum audacem (sic Caramuelem vocat, quòd Mathesim audacem ediderit) commotus exarsit, ut communes, & ab omnibus approbatas sententias rejiciat, hoc solo capite, quod fuerint ab isto approbatæ. In folio illo, quod *Librum novum* inscripsit, *propos.* 3. sic præfatur. *Funependulorum tempora examinantur: illorum isochronitas tollitur, & Audacis Mathematicæ Authori respondetur.* Et progreditur, dicens. *Vix quidpiam supereſt in funependulis observandum, si Reflexionum nostrarum Physico-Mathematicarum caput 9. percurratur, in quo luculenter demonstratur nullius funependuli vibrationes, vel oscillationes isochronas esse, nullas, ut sit, qui post unam, aut alteram facillimam observationem, nobis ausit repugnare.*

Porrò vibrationes tantò magis ad temporum æqualitatem accedunt, quantò sibi proximiores fuerint, quantoque minùs à perpendiculo funependulum educetur: sed maximus recursus, qui fit à funependulo horizonti parallelo, maximè differt à recursibus unius, aut alterius gradus, neque decipietur, qui cum egregio Wendelino Astronomo Clarissimo dixerit, maximi recursûs tempus esse ad tempus minimi, sive ultimi, ut 10. ad 9. immò forsan, ut 3. ad 2.

Cùm autem trepidale sufficiat ad secunda minuta, licèt pedum $3\frac{1}{2}$ in Harmonicis fuerit, funependulum extiterit, uniuscujusque Observatoris liberum esto, longitudoque congrua experimentis adhibeatur.

Sed, ut audaci Mathematico faciam satis (postquam emendarit, quod dixeram 36. pro lib. 2. *vibrationum, tempora non differre sensibiliter, juxta* caput 19. Reflexionum, *ex quo discet, non esse canendum miraculum* pag. 56. & 57. *audacioris, quam par sit, mathesews, & nullum est, nisi falsum pro miraculo habeatur, quemadmodùm verum habet pro falso, dum* pag. 74. *negat aurum fulminatorium suas vires versus terram duntaxat exerere,* (quod etiam pueri norêre) *ajo falsum esse, quod refert* pag. 88. *me* Prop. 38. lib. 2. *de causis fulminum, dicere, omnia pendula* (nempe æqualia longitudine) *moveri æqualiter, cum primo Corollario contrarium doceam, præsertim cùm ponderagraviora vibrari tardiùs, cùm ipse contrarium, sed falsò, dicat: ipsius oculis credidero, legat; deinceps que prudentius arguat, nisi malit suam audaciam anteponere veritati. Discatque non solùm majora pondera funependulis appensa minoribus ponderibus paulò lentiùs moveri, quod deprehendere poterit, si duo longitudine fuerint æqualia, quorum unum sit pedale, aut cujusvis longitudinis, globum plumbeum unius libræ, vel unciæ, aliud verò globum subereum, vel carmineum habuerit, dum enim plumbum triginta novem vibrationes faciet, suber, vel lignum quadraginta ad minimum vibrationes faciet.*

Præterea discat pendulum, si fuerit, instar baculi rigidum longius esse debere, quàm ubi fuderit tenuissimus, aliqui suas oscillationes frequentiores habiturum; adeò, ut nunquam vibrationes sint minus frequentes, quàm ubi pondus à tenuissimo filo, vel capillo sustineatur: quapropter, si globus aliquis posset oscillare absq; ullo filo, vibrationes haberet omnium tardissimas, & minus frequentes, quarum numerus maximus esset, ut, & maxima longitudo, quandoquidem tolleretur impedimentum fili, cujus partes singulæ tantumdem obsistunt, quantus est earum vis nisus ad proprias vibrationes. Quæ verò sint frequentiores rigidorum pendulorum oscillationes filorum vibrationibus, discet ex capitibus 10. 11. 12. & 13. nostrarum rerum, verbi gratiâ baculum sive ferreum, sive ligneum funependuli esse sesquialterum, oscillationes æquales habeat, ibidem reperiet oscillationes triangulorum, circulorum, & omnium corporum, quibus uti possit in temporibus expendendis, novaque, si potis sit, miracula ex percussionum centris educet.

Num. CDXLII.

Multa audacem Mathematicum ingeniosimus Mersennus docere vult, quæ jam à plurimis annis didicerat: nec egrè fert, quod toties dicat, *discat*, paratus est enim discere, si sit, qui doceat. Interìm, in gradibus posterioribus circuli pendula habere oscillationes, quæ habeant sensibilem inæqualitatem, respuunt observationes, quidquid ipse Author in testes advocet.

Porrò, *si tam clarè ipse demonstravit, nullos esse pendulî vibrationes, vel oscillationes esse isochronas, nullus, ut sit, qui post unam, aut alteram facillimam observationem ipsi ausit reclamare,* quomodo hodie plerique omnes astronomi, & nominatim Florentius Langrenus, Io. Helvelius, & alii, qui in Scholâ sunt celebres, oscillationibus utuntur, ut temporum momenta accuratiùs determinent? & quomodo ipsemet Wendelinus, nûquam satis laudatus, asserit, ut illarum inæqualitates asserat esse intelligibiles, tametsi sensibiles non sint? & quomodo jam Automatopœi excellentiores usi sunt ad horologia transtulerunt, & per illas earum velocitatem, ut æqualiter decurrant, curantur? Esset profectò mirum sensum humanum in universis ita esse obtusum, ut nequiverit sentiscere, (sensum ab intellectu distinguo) quæ Mersennus observat.

Num. CDXLIII.

Interìm, quia habebat Mersennus animum contradicendi: Mathematico audaci, (Caramuelem, ut vidisti, sic vocat) se opponit, quia asserit oscillationes esse isochronas: & etiam se opponit solertissimo Luminarcano, (sic vocat Wendelinum) quia esse isochronas negat: unde *Harmoniæ libr. 4. monit. 6. pag.* 369. cùm alia ex Wendelino produxerat, quibus assentire videtur, subjungit. *At verò non ei subscripsero, cum ait, hyeme, vel Sole perigeio plures* (oscillationes in horâ) *fieri, quàm apogeio, vel æstate, nisi priùs demonstrarit.* Et ut colligo Mersenno, serviebat ille Canis, qui apud Æsopum Hispanum ululabat hæc verba, *Me da mi Amo; palos porque como; y palos porque no como*, vapulant enim à Mersenno Caramuel, quia asserit: VVendelinus, quia negat.

Iterum, nihilominus dico: Quidquid Mersennus, aut etiam VVendelinus argutentur, Oscillationes sunt æquales.

NOTA II.

Doctor Ioannes Marcus Oscillationes isochronas esse demonstrat.

Num. CDXLIV.

SIquidem jam audivimus Mersennum Pédulorum isochronitatem auferentem, audire etiam proderit Clarissimum D. Ioannem Marcum Marci, Medicinæ Doctorem, & in Vniversitate Pragensi Primarium Professorem, Bohemiæ Physicum, vel ut Hispanus loquitur, Proto-medicum, cujus aliquas Epistolas sum additurus. Hic inter alios libros, quibus illustravit Mathesim, edidit, *Regulam Sphygmicam ad celeritatem, & tarditatem pulsuum ex ipsius motù ponderibus geometricè librato absque errore metiendam*, ob quam magnum fuit applausum promeritus. Et quidem, si Medicina stare nequit sine Iudicio de tarditate, & celeritate pulsûs; &, si hoc judicium haberi securè non possit sine fundamentis Geometricis, meritò jubebitur Hippocrates suæ Scholæ inscribere, ΑΓΕΩΜΕΤΡΗΤΟΣ ΟΥΔΕΙΣ ΕΙΣΙΤΩ.

Hic igitur Clarissimus, & doctissimus Vir, suis experientiis stando, in libro citato multas Propositiones demonstravit, quæ meam (hodie, communem, aut fortè omnium) sententiam firmant, & difflant objectiones Mersenni. Aliquas eruditionis gratiâ adiungo.

Num. CDXLV. *Lam.* 16. *Fig.* 8.

Motus per lineam perpendicularem, & lineam inclinatam, quorum terminos conjungit linea recta perpendicularis ad lineam inclinatam, inter se sunt æquales. Est Propos. XIII. quam, ut intelligas, duc à puncto A, lineam perpendicularem A D; & lineam inclinatam AG. Hanc divide in partes, quas volueris: & à punctis duc lineas EB, FC, GD. &c. quæ sint perpendiculares ipsi inclinatæ. Si eodem momento duo globi dimittantur ab A. unus liberè, & perpendiculariter: alter per viam inclinatam, semper triangulum rectangulum constituent, cujus unus angulus acutus sit in A. alter in globo perpendiculariter demisso: & angulus rectus sit in globo per lineam inclinatam dilapso. Ergo alterum crus dabit suo motu globus inclinatè descendens; alterum crus, globorum distantiâ; & hypotenusam spatium, quod confecit globus perpendiculariter lapsus. Ergo, quando unus sit in E, alter erit in B: & quando ille sit in F, iste erit in C: & quando ille fuerit in G, iste erit in D. &c. Et ex hac Propositione magnas ipse consequentias deducit.

Motus per lineam minùs inclinatam est velocior motu per lineam magis inclinatam in ratione, quam habent sinus complementi illarum inclinationum. Est Propos. XIV. & vocat lineam minùs inclinatam, quæ magis est similis perpendiculari.

Lam. 16. *Fig.* 9.

Motus ex eodem puncto per lineas subtensas sunt æquales motui per diametrum ejusdem Circuli. Est Propos. XV. & nascitur ex Propos. XIII. Infero. *Ergo ab uno puncto circumferentiæ eodem tempore Mobile per chordam, ac per diametrum ad circumferentiam perveniet,* hoc est. Tantum impêdet tempus unus Globus, ut chordam HI. IK. KL, aut quamcumq; percurrat, quàm, utut perpendiculariter totam diametrum peragat. Et ratio est, quia semper formabitur rectangulus, cujus alter angulus acutus sit in H. alter in O. & angulus rectus in fine chordæ, quæ percurritur.

Motus gravitatis per lineam magis inclinatam, in majori à centro distantiâ, tempori verò æquali terminatur. Est Propos. XVI. & colligitur ex præcedentibus.

Perpendiculum per arcus æquales ejusdem circuli inæquali tempore movetur, majori quidem prope stationem, minori verò per arcus, qui magis absunt ab statione. Est prop. XVI. & asserit, pendulum, quod sit in P. & dimissum T. puncto stationis, verbi causâ grad. 30. peracturum arcus æquales æqualibus temporibus, sed citiùs venturum ex P. ad Q. quàm ex Q. ad R: & citiùs ex Q ad R, quàm ex R ad

Perpendiculum ex quolibet puncto ejusdem Circuli æquali tempore recurrit ad suam stationem. Est Propos. XXIV. & est illa, prop. quam adductæ fuerunt reliquæ: hæc enim diametro Mersenni opinationi opponitur. Vnde pendulum sive à P, sive à Q. sive à dimittatur, æquali tempore veniet in T.

Motus per arcus similes inæqualium circ... rum rationem habent, quam sinus illorum ... cuum. Est Propos. XXVI.

Motus in circulo minori est velocior mo... circulo majori. Est Propos. XXVII.

Motus circulorum sunt in ratione sum... temporum, quam habent diametri ad se da... catam. Propos. XXVIII.

Sub finem libri explicat motum glob... per hemisphærium concavum, qui una... quaque demittatur eodem tempore ad pu... ctum stationis perveniet.

Posteà excitat Quæstionem celebrem, q... inquirit. *An graviora velociùs cadant, qua... minùs gravia?*

Et tandem, ut omnia, quæ dixit, Arti... dicæ appropriet. Proposit. XLI. *Regulam ... stituit ad celeritatem, & tarditatem pul... metiendam: & instrumentum delineat, qu... Medici possint.*

Num. CDXLVI.

Vt autem nemo ignoret eum firmiter s... tentiæ, quæ oscillationes isochronas asser... adhærere, in libri fine Horologium constru... quod suo motu tempus numeret divisum ... partes minores, quàm trientes unius secun... &, ut hoc automaton commendet, ait. *Qua... ti usûs, & utilitatis sit, tempus in quàm mi... mas partes divisum posse numerare, nor... Astronomi, & ex conatibus Tychonis Brahe... tis constat, qui ad hujusmodi horologia fab... canda nihil intentatum reliquit, quamvis h... jus votum non-nisi ad secunda numerandi extendit. Aliquid amplius damus: & non... dò secunda, sed etiam hujus trientem mi... partem numerabimus. Horologium autem ... nullis rotulis circumagitur, nullis pondera... libratur, verùm suâ nativâ gravitate, ... nusquam aberrat, ad normam præscriptam ... tatur.*

...r: illud, inquam idem, quod ad celeritatem, ...ritatem pulsuum metiendam paulò ante ...ximus. Hujus enim pondus à filo pendu... ...suo motu tempus in quotlibet partes divi... ...numerabit, &c.

...Volui contra Mersennum Doctorem Ioan... ...Marcum, Virum Magnum opponere, ut ...catur Mathematicus celeber, quicum sum ...steà de gravitate corporum disputaturus: ...issem, & multos alios; sed, ne sim Lectori ...lestus, producam solùm B. Ballianum, ...em celebrat, & laudat Mersennus: nam ... de gravium Solidorum motu librum edi... ..., quem basi securissimâ debuit necessariò ...struere, ne in arenâ ædificare diceretur. ...d quam ipse primo loco Positionem adfu... ...hanc profectò. Propos. I. *Solidi pen... naturaliter moti vibrationes, quantum... semper minores, sunt æquidiuturnæ.* Ergo ...s est doctrina, cui Mersennus insultat, & ...dacium esse dicit veritati præpositam, ut ...linus suus, quem subtilissimum meritò ...ellat, illam tanquam fundamentum ad... ...at, quo universa, quæ edisserit in libro, ...collet.

NOTA III.

De Lapsu gravium ad centrum.

Num. CDXLVII.

IN eodem Libro novo, seu Folio, Propos. II. de gravium lapsu subtilissimus ...ersennus disserit, & sic inquit.

Ab eo tempore, quo Galilæus de casu natu... gravium scripsit, multi casum illum ex... ..., tam ratione, quàm observationibus eam... ...sententiam confirmare voluerunt; quam... ...am alii maluerint gravium illorum accele... ...nem non fieri juxta numeros impares 1. 3. ...*sed penes numeros ratione duplâ se conse... ...entes* 1. 2. 4. 8. *&c. Qui tamen sibi nullos ha... ...erunt suffragantes; quippè ratio hæc nimium ...experimentis aberrat, ut luculentissimè de... ...fravit tribus egregiis Epistolis Gassendus ...ter, qui totus abit in Galilæi sententiam, ...am etiam amplectuntur in observationibus, ...sequuntur rationem Arithmeticam nume... ...um se invicem immediatè consequentium* 1. 2. 3. 4. *&c. quam* in suâ datâ Præfatione ...4. de motu gravium, *Clarissimus vir* B. Bal... ...us, Savonæ Præfectus, *amplectitur, quamque ... Subtilissimus* lib. 2. *de motu accelerato fu... sissimè explicat. Qui, ne cadant in absurdum, ad partes minimas, in quas spatium casus quodlibet dividi posse intelligitur, confugiunt.*

Quod cùm minimè fecerit audax Mathematicus in Ingeniorum Cruce, videat se veritatem audaciæ postposuisse, cum enim ex duodecim pedum altitudine globulum plumbeum dimiserit, qui tempore secundi minuti casurus est, adscendat superiùs ad usque quadraginta octo pedes, dimittatque globulum eundem, vel similem, quem nisi duorum secundorum tempore illos 48. *pedes viderit percurrentem, ipsius audaciæ subscripsero; cùm tamen, juxta proportionem illam Arithmeticam, solos triginta sex pedes globulus descendere debuerit.*

Num. CDXLVIII.

Porrò non esse, quod de gravium descensu, usque ad terræ centrum jam sit adeò sollicitus, & horam unam, ac quatuordecim minuta pro illo descensu capiat, cùm ex multis experientiis constet gravia non semper eandem accelerationis rationem in descensu observare, cùm eam sensibilem immutent, dum ex 300. *pedibus Regiis cadunt, ex quibus cùm tempore quinque Secundorum descendere debeant, sex proximè impendunt: quod ex altitudine* 150. *pedum vix percipitur, nam ex fornice S. Petri Bellovanensis* 144. *pedes alta tam ligneus, quàm plumbeus globus ejusdem magnitudinis eodem tempore descendunt. Sed neque carpere debuit* sextâ pagi... *suæ Crucis, quod dixi de puncto æqualitatis, ad quod non solùm probabile est, gravia cadendo perventura, sed omninò verum, ut ex variis Observationibus nostris ipse colliget, si nostræ Gallicæ Harmoniæ, Latinâ longè fusioris, Observationes ad calcem appositas perlegat, sed & helicem (cujus descriptionem, & proprietates, si cupit, ad eum missurus sum) videbit. per quam gravia usque ad centum casura sint in Galilæi sententiâ (qui posteà fassus est, se perperam conjeciisse de casu per semicirculum, neque id seriò, sed velut joco dixisse) Corollario secundæ propositionis decimæ-octavæ nostræ Ballisticæ: nec non rationes, quæ sententiam illam confirmare videntur, à propositione* 14. *ad* 20. *& quantum illis omnibus proportionibus tribuam* cap. 16. Reflexionum: *Addo solùm, nullam hactenus inventam proportionem, quæ propiùs congruat Observationibus gravium cadentium, quàm Galilæi, cùm corpora multa gravitate prædita sunt; qualia metallica; tunc verò proportionem illam à veritate plurimum aberrare cùm le...*

viora fuerint, qualia Suber, medulla Sambucea, & id genus alia, quorum descensum habes in primâ observatione Harmonico-Gallica; Suber enim tribus secundis, medulla Sambucea quinque, vesica Carpionis inflata, octo secundis quadraginta-octo pedes conficit, quos lignum aquè, ac plumbum duobus secundis percurrit.

Et hic etiam mirabile videtur omninò, audacem Mathematicum per tot observationes in illam sententiam venisse, quam D.B.Ballianus subscriptione suâ honorat, quamque alii hodie amplectuntur: & tamen unam, & eamdem sententiam, dum à D.B.Balliano defenditur esse doctam & subtilissimam, dum à suo Inventore proponitur, esse audaciam, & veritati præponi. Sanè, si vera est, quando à D. B. Balliano explicatur, etiam erit vera, quando ab Authore suo edisseritur: &, si in ore istius est falsa, in alterius, licèt doctissimi, ore non erit vera.

Suppono Mersennum bene citare Ballianum pro sententiâ, quæ gravia per hos numeros (1.2.3.4.5. &c.) movet: nam mihi videtur Galilæi opinioni subscribere: sed hoc alii examinent. Solùm enim contendo esse bonas, vel malas opiniones ob rationum momenta, non verò, quia ab eo, quem amamus, aut non amamus, defendantur.

NOTA IV.

An Tellus sit in centro Vniversi? An saltem in centro sui vorticis? An diurnus Stellarum & Planetarum motus sit Telluri concentricus?

Num. CDXLIX.

QVæstionem hanc apud Copernicæos, qui motum diurnum Terræ adfingunt, locum non habere putabam: sed dubitare nunc incipio, nam Renatus Cartesius, qui protestatur Terram quiescere, & tamen illam circumvolvit, singularem hìc opinationem habet: Terram enim extra centrum Lunaris sphœræ (quam ipse vocat *vorticem*) collocat, & per circellum circumducit. Considera Figuram XVI. Laminæ XIII. in quâ Lunæ vortex ad mentem ejusdem describitur. Est A centrum vorticis; Q centrum Terræ: FXD sit globus Terræ, quam aquæ FG, & DE tegunt. (Id supponit, ut meliùs maris fluxum, & refluxum exponat.) Terræ igitur à Lunâ expulsæ centrum menstruo motu circellum QRCHB describit: quando ☉ est in M, tunc Terræ centrum est in Q: quando illa est in S, tunc, hoc est, in R: quando illa est in N. tunc, hoc est, in C. &c. Hanc ille *in Principiis Philosoph. part. 4. nu. 49.* quæ sequitur Henricus Regius, (qui, ut constat *ex suæ Physicæ cap. 2. pag. 70.* adhæret ejusdem Copernico) *cap. 4. pag. 90.* quia agens causa æstu maris, sic inquit. *Oritur ex eo, quòd globum nostrum peculiare suo circum Terram motu, & inter Lunam & Terram celeriori, quàm alibi, interfluxu, Terram ad aliquod spatium extra centrum sui cœli deturbet.* At ubicumque Terra sit, aut quocumque trudatur, semper apud Copernicæos erit in centro Primi Mobilis, ipsa enim illorum sententiâ est Primum Mobile, & motu diurno circumagitur. Quamob rem, est specialiter examinanda hæc difficultas à Cosmographis Astronomisque, si in medio Mundi (in centro, aut apud centrum) quiescere tellurem statuunt. Imò semel Tellurem esse Primo Mobili eccentricam demonstraremus, etiam ostenderemus evidenter Copernici Suppositionem esse falsam. Vt autem Quæstionem intelligas, suppone in Laminæ 13. Fig. 9. Primum Mobile esse BCDE, cujus centrum est A: quæritur itaque, *An Tellus sit in* A. *in ipso Primi Mobilis centro: an verò in* F *aliquo puncto ab eo centro Mundi distante?*

Num. CDL.

Respondeo Tellurem esse in A, vel non habere sensibilem inde distantiam: nam in Lunâ quæcumque Eccentricitas percipitur. Conclusio nostra est communis: sed quæ non omnes eam efficaciter probant: rationes quibus Alstedius *Encyclopæd. libr. 18. part. cap. 1. pag. 529.* Clavius *pag. 135.* Maurolycus *dialog. 1. Cosmogr. pag. 9.* Blancanus *lib. 4. Sphær. cap. 1.* Barocius *libr. 1. Cosmogr. c. 29.* & communiter Peripatetici cum Aristotele *libr. 1. de cœlo à text. 96.* Ptolemæo *libr. Almagesti cap. 5.* Alphragano *differ. 4.* Iocano de Sacro-bosco *in Sphær. c. 1.* quibus etiam alii Conclusionem, aliàs veram, persuadere conantur, in examen adduco.

Num. CDLI.

Prima est. *In omni terrâ corpora Cœlestia ejusdem apparent magnitudinis. Impossibile autem est, rem eamdem eâdem magnitudine videri in diversâ distantiâ. Ergo Terra sit in centro* A, *non autem extra centrum in* F. Fre-

batur minor, quia, si terra esset in F, *majora parerent Sydera in* C, *minora in* E. Est elumbis. (1) Quia tanta est Syderum affixorum, tellure remotio, ut quæcumque Telluris centricitas evanesceret: quoniam, si ex ☉ servarentur illa; non possent videri majo- (2) Quia etiam ☿, & cæteri præter Lu- Planetæ, multùm distant. (3) Quia neillorum diametros mensuravit exactè: erquomodò de differentiâ poterit judicari. Quia omnes ferè observationes in uno situ Telluris factæ, & quanto apud Antitas angulo Luminaria suspiciantur, nesci- Hæc ratio est efficax respectu Lunæ: m, si terra esset in F, & notabiliter F distat ab A. habitantes in I. haberent Lunam ria minorem, quàm Antipodes: habitanin G. minorem in ortu, quàm in occasu: quarà habitantes in H. Illis, qui ad I. Luesset supra horizontem multis horis: illis qui ad K, esset paucis.

secunda. *Dimidia Cœli pars (hemisphærium) ue est conspicua: at non esset, si Terra non ceretur in* A, *sed in* F. *Ergo non est in* F, *sed* Non urget: præscindendo à Lunâ: nam ecumque eccentricitas adsumi posset, inbilis esset: volumus enim Solem abesse bilis 10,000. semidiametris terræ: & Sydeora 150,000.

Tertia. *Æquinoctia non essent universalia: ss essent diversæ parallaxes in diversis re-ibus.* Nil evincit: nàm, si eccentricitas æ AF, esset 10. semidiametrorum dicere- parallaxes non superarent gr. 0. 3′. ergo quinoctia non turbarentur sensibiliter: nam odiæ Tychonidi in ☉ parallaxim 3′. adtunt.

Quarta. *Dies hyberni non essent æquales noctibus æstivis; immò, nec horæ nocturnæ diurnis uno, & eodem hemeranyctio responderent: ones, qui habitarent in* I. *quotidie haberent horas diurnas longiores nocturnis: qui in* K. *contra, qui in* G. *matutinas vespertinis: & tanquam matutinis vespertinas, qui in* H. Cùm hanc sionem seriò proponi videam, rideo: quis im unquam demonstravit dies æquales esse? Quo instrumento, quâ arte tempus mensurare poterimus, ut discamus, an motu rapido vectus ☉ æqualibus temporibus, æqualia spatia conficiat?

Num. CDLII.

Horas per Solem metimur; &, si à Sole fallamur, caremus in Tellure mediis, ut nos falli, non dico cognoscere, sed ne quidem suspicari possimus. Sydera fixa, & ☉ simul videri nequeunt, & ideò errores Solis corrigi non possent per Sydera. Et quid, si simul ☉, & Sydera conspicerentur? Qui in Solem ausus, etiam in Sydera cœlestia auderet. Vtut sit, consequentia negatur: quæcumque enim Telluris eccentricitas, quàm Luna toleret, respectu Solis, & Syderum affixorum est nihil. Non ergo timendum est horarum inæqualitati, cui tantilla eccentricitas non poterit præjudicare.

Num. CDLIII.

Quinta. *Eclipses Lunares non fierent semper in ipso plenilunio.* Supponit argumentator id, quod quæritur. Porrò medium Eclipsis rarò, aut nunquam cadit in plenilunii punctum, propter latitudinem Lunæ. Ergo sicut hæc varietas admittitur propter latitudinem: cur non alia etiam posset ob eccentricitatem concedi. Hoc argumentum in solâ allucinatione consistere, putat P. Ricciolius, unde *libr. 2. de Sphær. cap. 2. pag. 50. b.* sic ait. *Mirabitur fortasse Lector, omissam à me argumentum ab eclipsibus Lunæ, quo utuntur, ad situm Terræ in medio universi ostendendum, Ioannes Regiomontanus, Maurolycus, Blancanus, Clavius, nempe præclarissima Astronomiæ Lumina: Dicunt enim: &c. Cæterum parùm logizant isti Authores, aut cèrtè æquivocant.* &c. Nam ubicumque Terra sit, respectu illius erunt omnes Planetarum adspectus: nec erit vera Luminarium Oppositio, nisi respectu centri terræ:

Sed, quia vocibus ipsi abutuntur, & plenilunium respectu centri universi considerant, & respectu ejusdem oppositionem Luminarium accipiunt, nos etiam loquatur eodem lexico. Ergo attende.

Num. CDLIV.

Edidit Petrus Gassendus Tychonis literas, scriptas die Martii 21. ann. 1599. in quibus hæc Longomontano recenset. [Dum Eclipsi Lunæ die ultimo Ianuarii diligenter heic per mea instrumenta attendo, deprehendi eius initium per duas quintas unius horæ quàm proximè calculum prævertere, ideoque à proposito destiti, donec huic deviationi provisum fuerit. Scis enim me exactam requirere concordantiam quoad fieri possit. Nec satis mirari possum, qui fiat, quod

eclipsis anni LXXXII. in Ianuario etiam facta, ac prope apogeium, tam belle nostris numeris conveniat: hæc autem, pariter juxta apogeium, & eodem anni tempore, ita discrepet. Suspicor igitur aliquam adhuc inæqualitatem anomaliæ Lunæ subesse, quæ post aliquot annos peracta eclipsium ad similia fermè loca restitutione, præsertim juxta apogeium, & perigeium evidentiùs pateat. Quâ de re tecum, qui omnes nostras eclipses diligenter examinasti, atque ipsarum varietatem perspectam habes, conferre averem, ut eo citiùs huic obstaculo succurratur, quod facilè posse fieri existimo: sum enim jam in aliis rebus occupatissimus, ut satis huic negotio vacare nequeam. Si igitur me accesseris. &c. Vale, & has literas nemini ostende.] Et quid, si tunc Longomontanus Tychoni respondisset sic?

Num. CDLV.

TVas legi literas, Nobilissime Tycho, & Cœlum à Tabulis dissidere miraris, cùm tamen illæ correctissimæ censeri debeant, utpotè tanto labore conditæ, & tam multis Observationibus succollatæ. Aliquam adhuc inæqualitatem anomaliæ Lunæ suspicaris, ad quam corrigi desideras Tabulas. Sed non est, cur Cœlo Cœlum esse suspiceris dissimile, nec velis Lunæ alterati Theoricam, cùm scrupulus iste tuus, non ex comparatione Lunæ ad fixas, sed ex relatione Lunæ ad terram nascatur: Lunam Tychonicam (patere sic me loqui: quam enim correxisti, sera sic vocabit posteritas, quandiu virtus, & literæ fuerint in pretio) Lunam, inquam, Tychonicam incontinentiæ accusas; cùm tamen ipsa meo judicio sit innocens, & se contineat, intra terminos à te præscriptos. Converte ad terram oculos, & in illam totum crimen rejicias: ejusque positionem, & eccentricitatem sic concipe.

Iam. 16. Fig. 10.

Sit circellus DE Terra. A Polus. FG Meridianus, qui transit per mediam Germaniam, Hodie ob gloriam tuam per Huenam transire jubeatur. Centrum Primi Mobilis sit C. in meridiano FG. collocatum: & eccentricitas Terræ sit CA. Designet meridiem punctum F, & mediam noctem punctum G.

Ajo non semper Lunares eclipses in verum plenilunium cadere: sed tunc tantummodò, cum nobis Germanis, &, qui in toto nostro meridiano hinc inde habitant, meridies aut media nox. Lunæ Eclipses, quæ in quadrante orientali fiunt, nobis contingunt citiùs; &, quæ in occidentali, tempestivius nè; si Luna eclipsetur in G, eadem erit hora (FCAG) quæ à Sole tracta, transeat per centrum Mundi C, &, quæ per centrum Telluris A. Idem dicendum erit, si Luna obscuretur in F. Sole autem constituto in H. aut I, tunc sunt duæ lineæ: altera (HCI) quæ per mundi centrum protrahitur: & altera (LA) quæ per A centrum telluris ducitur.

Modò in examen veniant illa duo plenilunia, quæ putas differre inter se. Anno 1582. (lege 1581.) Die 19. Ian. hor. 9. 57′. ut ponis, aut hor. 10. 0′. ut ego puto, (& hoc interest criminis causam exponam) accidit Plenilunium eclipticum, cùm esset anomalia Lunæ sign. 11. 21. 23′: adeoq; distantia ejus 37′. ab auge. Hoc autem anno 1599. Ianuarii 30. hor. 17. 56′. cum anomal. ☽. sign. 8. 18. 37. similiter prope augem: ita, ut distantia ab auge fuerit grad. 11. 23′.

Assero utrumq; Plenilunium ferè accidisse in momentis à Tabulâ Lunari præscriptis, & in eodem ferè loco Lunaris Orbitæ: sed eclipses non item.

Porrò anno 1581. plenilunium accidit lineâ PM. & tunc centrum umbræ terræ erat in lineâ AL. Ergo ex puncto plenilunii in punctum eclipsis erat distantia ML. Cùm ergo ☽ priùs fuerit plena, quàm ad lineam AL pervenerit, dicendum est, citiùs accidisse plenilunium, quàm eclipsim: nam ☽ erat in quadrante orientali CK. Sed quanto tempore eclipsis medium post plenilunium accidit? Tu ponendo horam 9. 57′. Theoricæ motus attemperasti, & Plenilunii momentum expressisti: ego eclipsim expressi, & notavi hor. 10. 0′. Ergo, siquidem eclipsis in A accidit hor. 10. 0′. plenilunium accidit in CM. 8′. vel 9′. priùs: adeoque sub horam 52′: tuus calculus medium ferit, & ponit horam 9. 57′ ut interjaceat plenilunio, & eclipsi.

Plenilunium hujus anni 1599. accidit lineâ CN. & iam per 24′. temporis transierat medium eclipsis, quod fuit celebratum in AO. Ergo cohærent omnia; nec est, cur de Theoricâ Lunæ mutandâ. Ad Tabulam converte oculos, ut monui: & illa tantisper à centro universi protrude.

Sed quantum? Parallaxim in illâ, quæ

c habebat ☉, positione & distantiâ jubes 57′: ergo, quia ON. erat 24′. *quàm proxè*, sic enim loqueris: ideò habitâ consideratione illius *quàm proximè*. AC eccentricitas terræ, 20. partium, quarum AD. semidiameter terræ sit 57. ponatur.

Sanè, si Terræ eccentricitas respectu Lunæ 20′. tunc ejus prosthaphæreses in diurno circulo dabit tuus Sol, cujus maxima æquatio est gr. 2. 3′. 15″. (mihi 2. 2′. 48″.) nam, si duplicatur Solis prosthaphæresis in minutas secundas, & duplicetur, & quadruplicetur, & duplicatæ ante ultimum characterem ponatur nota (=) & eidem quadruplicatæ, postponatur, & subducatur, dabitque æquationem quæsitam. *Pono exemplum*.

Æquatio maxima	123. A	24 =6 .D
Duplum	246. B	4 =52. E
Quadruplum	452. C	20 =08. F

Et similiter ad horam 10′. cui correspondet radius trigesimus ante apogeium.

Æquatio gr. 30.	59. A	11 =8 .D
Duplum	118. B	2 =36. E
Quadruplum	236. C	9 =44. F

Itaque scribo prosthaphæresim Solis in A: duplum in B: & quadruplum in C. Postea rescribo duplum in D. & per notam = ultimum characterem frango: postscribo quadruplum in E: aufero E à D, & habeo F. prosthaphæresim umbræ.

Hæc mihi impræsentiarùm occurrunt, Nobilissime Vir; rem meditabor sedulò: tu etiam cogita, ut possimus edisserere Dubium, cùm vacabo. Vale.]

Num. CDLVI.

Sic placuit nomine Longomontani ad Tychonem scribere. Interìm, ut video, rarò humana fiunt bonâ-fide. Nimis durus aliquibus Wendelinus videtur: quod proferat Tychonis mendacia: nam eamdem Tycho eclipsim, ut ad Clavium scribens, jam Ephemeridem lucem emittens, jam in Progymnasmatis ponens, aliter & aliter accidisse testatur. Ego à verbis injuriosis abstineo: rem consulo; & Lectori candido liberum judicium. Quinquo. David Origanus incipit suas Ephemerides ab anno 1595. Ergo ante eclipsim anni 1599. Hanc ipse reduxit ad calculum, Francofurti ad Oderam (hunc Meridianum non respiciunt Ephemerides) futuram præ-

dixit hor. 18. 2′. Inter Francofurtum, & Huenam distantiam 12′. constituit, quantam Longomontanus admittit. Ergo sublatis 12′. (nam Francofurtum est orientalius) Vraniburgi fuerit Eclipsis ex calculo hor. 17. 50′. Fatetur Tycho, illam calculum 24′. circiter prævertisse. Ergo, si respexeris Cœlum, accidit Vraniburgi hor. 17. 36′. Et tamen Tycho illam ponit, non ut viderat oculis h. 17. 36: sed hor. 17. 50′: ut illum exhibebat suus Calculus. An bonâ-fide, Lector judicet.

Num. CDLVII.

Hæc de Tychonis fide circa hanc eclipsim adnotasse sufficiat: aliquid de Longomontani fide addamus. Sciebat Vir ingeniosus Tychonis calculum exhibere hor. 17. 50. receperat hanc Epistolam. Ergo postulabat sinceritas, ut scriberet momenta à Tychone observata. Reformat, aut saltem alterat in Astronomiâ Danicâ Tychonis numeros, & hanc eclipsim velut suarum Tabularum fundamentum supponit. Sed quando illa accidit, si Diis placet? Non horâ 17. 36′. ut observavit Tycho: non enim cœlum moratur, sed calculum: non hor. 17. 50′. ut exhibent Tychonis Tabulæ, quoniam ipsas non curat. Sed quando? Hora 17. 50. erat ipsi ☊ in grad. 21. 11′. 30″. ♒: & ☉ in gr. 21. 7′. 0″ ♌. Ergo nondum erat ☌. Oportebat igitur posteritati fucum facere, & jubere eclipsi, ut accideret, quando Danicæ præcipiunt Tabulæ. Hæ horam 17. 58′. designant. Potuisset, si voluisset hoc momentum notare: sed, ut veracior videretur, dixit obscurationis medium accidisse, quando videlicet ☊ erat in 21. 11′. 30″ ♒: & ☉ in 21. 10′. 30″ ♌. ut in motu sit 1′. & in tempore 2′. discrimen: ☉ enim sequebatur, & illud minutum duobus horæ minutis absolveret. Sic agitur cum posteritate.

Tabulæ Atlanticæ, quidquid occlamet Wendelinus, hac Observatione non firmantur. Audi eruditissimum Ricciolium, qui *Almag. libr. 5. de eclipsi. pag. 375.* sic inquit. *Lunæ eclipsis Ianuarii antiqui 30. totalis horâ 17. 50′. Vt notatur in Tychonicis observationibus pag. 114. tom. 1. Progymnasm. Sed Longomontanus habet 17. 56′: cui Wendelinus pag. 62. adscribit observationem, & lætatur consensione stipendâ cum suo calculo, qui exhibet hor. 17. 56′. Huenæ, &c.* At cessat exultandi occasio, cùm, quia Longomontanus observatio-

ni non interfuit, ſed illam ex Tychonis epiſtolâ didicit: tum, quia non habet ſolutionem hæc ratio. [Illa eclipſis accidit 30'. priùs; ergo, ſi Tabulæ Atlanticæ cum Danicis concordant conſenſione ſtupendâ, à Cœlo differunt diſſenſione ſtupendâ.]

NOTA V.

An apud Terræ centrum poſſit dari motus perpetuus per lineam rectam?

Num. CDLVIII. *Lam.* 12. *Fig.* 3.

SIne reciprocatione eſt impoſſibilis. Nam, vel à virtute expulſivâ, vel ab adtractivâ, vel ab impulſu recepto cauſaretur. Quidquid dicatur, eſſet habiturus finem. Ergo. Probatur minor: &, quia Trilemmati directè opponitur, in tres partes dividi debebit probatio. Sanè, ſi motus à virtute expulſivâ proveniat, eſſe æternus non poteſt, ſed aliquando terminum eſt habiturus. Quia, cùm omnis virtus expulſiva finita ſit; quando Mobile extra ſphœram activitatis, quam Natura Agenti præſcripſit, egreditur, jam non amplius expellitur: ergo tunc tandem ceſſabit motus, ſi ſit à cauſâ expellente cauſatus. Si à cauſâ adtractiva proveniat, cùm tandem corpora (adtrahens, & adtractum) conjungantur, ceſſabit. Si ab impulſu, ceſſabit etiam aliquando: nam iſte paulatim remittitur, & tandem éxcidit. Ergo Quæſtio de Motu reciproco debet edifferi.

Pendula, quæ ab unico puncto huc illuc vibrantur, aut oſcillant, non ſunt motûs perpetui: quoniam gravitate impediuntur, & tandem quieſcunt, ut oculis propriis videmus.

Voluerunt aliqui ex Galilæo motum fore perpetuum, ſi Mobile per centrum Vniverſi tranſiret. Puta, ſi puteus aperiretur, qui à B in C totam tellurem penetraret: aut etiam, ſi tota terra amoveretur, & poſito centro Vniverſi in A. pila F. aut dimitteretur, aut impelleretur in A. Nam illa, cùm veniret in A, non quieſceret ibi, ſed impulſu provecta adſcenderet in G, & inde rediret in F; & hanc ob rem, motus eſſet perpetuus.

Num. CDLIX.

Supponit hæc ſententia eſſe aliquod punctum imaginarium, in Vniverſi medio, quod ſit centrum, ad quod univerſa confluant: quam ſuppoſitionem nos ſuperiùs rejecimus virtutem realem, & phyſicam imaginariis, Mathematicis punctis negantes. Vide, quæ diximus *nu.* 415. Cæterùm adhuc ſtando hypotheſi, non video, cur hic motus debeat eſſe perpetuus? Si probetur ex puncto F pila dimiſſam iterum reddituram in punctum idem F, motus ille perpetuus fuit probatus: at exiſtimo illius lapſum his, aut ſimilibus numeris poſſe explicari. Pone F ab A diſtare 1000. palmis: tunc pila ab F dilapſa uſque A verſus G adſcenderet per palm. 999. & redeundo verſus F, adſcenderet per 998. tunc iterum per 997. verſus G. & per 996. verſus F, &c. Ergo aliquando eò veniret, ut, vel omninò non moveretur, vel motum haberet inſenſibilem. Ergo non eſſet ille motus perpetuus.

NOTA VI.

An in centro Terræ dari poſſit motus perpetuus per circularem lineam.

Num. CDLX. *Lam.* 12. *Fig.* 3.

ALiâ viâ etiam in ipſo centro terræ, voluit motum invenire perpetuum Pater Chriſtophorus Scheiner, quem celebrem reddunt doctiſſimi libri, quos edidit. Vnus in Diſquiſitionibus Mathematicis *num.* 1. aſſerit motum fore perpetuum, ſi in ipſo centro terræ centro H ponatur axis, & ſupra illum moveatur gnomon gravis HIK, cui in capite I ſit globus ferreus, ut motus concitatior fiat. Hunc gnomonem moveri debere circa punctum H probat ex experientiâ, quam petit à Staticis, in quibus gnomon ita erectus ſuper pavimento, ut pars ejus brevior (ponatur etiam longiorem, ſi velis) ſit perpendicularis horizonti, pars autem longior, & gravior ſit horizonti parallela, cadit ob præpondium. Hunc autem motum debere eſſe perpetuum probat: quia, cùm non ſit ratio, ob quam gnomon ceſſare debeat, dicendus eſt motu perpetuo præditus.

Sed allucinatur Solis ille acutiſſimus explorator, inquit Ricciolius *libr.* 2. *de Sphær. cap.* 4. *pag.* 54. & apud eum *ibid.* inſpectâ figurâ *Motus*... tim argumentatus eſt P. Franciſcus Maria... Grimaldus, idcircò gnomonem prædictum... (nempe HIK) apud nos cadere, quia lapſu... ſuo accedit magis ad centrum gravium omnium. At pondus K. ſi H eſſet in centro terræ, non poſſet cadere, quia ad illum non poſſet

...ſſet magis accedere. Ergo ubicumque poſitus, maneret. Immò, ne impulſus quiſquam, perpetuo moveretur, ſed evaneſcente impulſu externo, quieſceret.

NOTA VII.

An terra cadat? An etiam ſurgat? An in gyrum agatur?

Num. CDLXI.

QVæſtio, ſeu de Cœlo, ſeu de Tellure diſputet, his numeris poſſet reſolvi:

Terra Cœloq; quies: quia quò cadat illa, Non habet, & Cœlum non habet, unde cadat.

...urget Manilii authoritas, qui *libr.* 1. cecinit:

Prima ſubſēdit glomerato pondere Tellus, &c.
Ergo igitur tellus mediam ſortita cavernam
Aëris, & toto pariter ſublata profundo.
Nec patulas diſtenta plagas, ſed condita in orbē
Undiq; ſurgentem pariter, paritérq; cadentem.

...ccendum tamen eſt Manilium de motu loci non agere; non enim putat illam ex loco in locum labi; ſed ſphœricam formam conſervare; nam in globo aliæ partes videntur ſurgere, aliæ cadere: &, ſi ex alio loco reſpiciatur, vel iſtæ aliam poſitionem adquirant, quæ priùs viſæ ſunt ſurgere, cadere videbuntur, & contrà.

...Terra habet, quò ſurgat; & cœlum, quò ...dat. Ariſtoteles *libr.* 5. *Phyſ. cap.* 4. *text.* 51. ...riſſimè. *Terra non movetur coërcita à medio: non, quia non eſt aliud, quò feratur* (nihilùm, motu ſurſum, nam motu deorſum, quò feratur non habet) *ſed manet ob id terra in medio, quia grave manet in medio, & terra eſt gravis, & ideò manet in medio.* Et poſteà *libr.* 8. *Phyſicæ cap.* 1. *text.* 24. ſibi conſonans. *Terra ex neceſſitate manet in proprio loco, & eò violenter movetur.* Et quid, ſi extraheretur hinc, & poneretur alio? Ariſtoteles *lib.* 1. *de Cœlo, text.* 77. ſic pronunciat. *Terra, ſi eſſet extra hunc mundum, moveretur ad medium hujus mundi. Violenter movebitur à medio iſtius mundi: ad medium verò naturaliter.* ...quid, ſi eſſent duo mundi, & terra à centro hujus mundi ad centrum alterius tranſferretur? Reſpondet *ibidem* Ariſtoteles, & ...peretur audiri. *Si motus ejus* (terræ) *à medio ...ſint mundi ad medium illius fuerit, violentus ...it: motus ejus à medio illius mundi, ad medium iſtius, naturalis.* Citantur hæc verba à Ioſepho Langio, verb. *Terra*. Illa expono.

Num. CDLXII.

Si darentur duo mundi, terra hujus mundi violenter transferretur ad alium, & motu naturali ad priſtinum locum rediret. Ergo ſimiliter alterius mundi terra, violenter ad mundum iſtum transferretur, & naturaliter ad ſuum mundum rediret. Ergo, ſi iſte magnus mundus ex partialibus mundis, quos Carteſius, & alii *vortices* appellant, componitur: quæ ad unum mundum ſpectant; violenter transferrentur ad alium: &, ſi tranſferantur, naturaliter ad ſuum priſtinum locum redibunt. Ergo in mundo Lunari, omnia tendent ad Lunam, ut ad centrum. Ergo ſimiliter in mundo Ioviali, & in cæteris mundis. Ergo, ſi ☽ poneretur huc, rediret ad ſuum mundum: & ♄, ſi poneretur huc, rediret ad ſuum mundum. Ergo rediret Tellus huc, ſi è medio extracta, in cœlo, aut alibi collocaretur. Hæc omnia videntur cum verbis Ariſtotelis eſſe connexa.

Terram motu diurno videtur in Timæo circumvolvere Plato: at Timæus Locrus *libr. de Mundi ant. & nat.* declarat mentem ſuam his verbis. *Terra in medio firmata, ſedes rerum: terminus, & dux noctis eſt: occaſus, & orientes generat ſecundum defectiones finium cœli, prout viſu, & terræ defectione circumſcribuntur.* Si ortus, & occaſus illa generat, ipſa eſt, quæ movetur, & motu ſuo occaſum ab ortu diſtinguit.

Non movet Terram Ariſtoteles; at habet multa, quibus poſſit Copernicæa opinatio fulciri, *libr. de ſomn. cap.* 2. ſic inquit. *Terra videtur navigantibus moveri; quia non ſolùm cùm ſenſibile movetur, apparet moveri: ſed etiam, cùm ſenſus movetur.* Quæ verba fortaſſis legerat Virgilius, dixit enim:

Provehimur portu; terræq; urbeſque recedunt.

Et quidem Albertus Magnus diurnum motum, qui circa centrum eſt, videtur telluri concedere: nam ſunt clara, quæ *in* 1. *Phyſic. tract.* 2. *cap.* 1. ſcripſit. *Terræ*, inquit, *partes circa centrum moventur, motu alterationis virtutum cæleſtium: quia, cùm cæleſtia moveant inferiora per radios, ibi maxima apparet radiorum virtus.* Sic ille: cui, ſi dicant aliqui Peripatetici, non ſolùm non moveri Terram motu annuo circa Solem, ſed neque motu diurno circa ſuum centrum: quia graviſſima eſt:

est: statim respondebit Albertus totam simul nõ esse gravem: si hoc autem negaretur, adderet, gravitatem motui circulari non opponi. Et, si illi in testes vocent oculos, quibus Solem oriri, transire per meridiem, & occidere quotidie videmus, respondebit. Terra, teste Aristotele, videtur navigantibus moveri, quia non solùm, cùm sensibile movetur, apparet moveri, sed etiam cùm sensus movetur. At nos in terrâ per auram ætheream navigamus, aut saltem cum ipsâ circa centrum movemur: Ergo nobis cœlum (& cum ipso ☀, ☽, & * *, &c.) moveri videntur; non, quod ipsi reverà moveantur; sed, quia sensus movetur.

Est tamen contraria sententia tenenda: quia hæc, sit Magni Alberti, aut non, à Cardinalibus damnata est.

NOTA VIII.

An gravitas determinatam habeat activitatis sphæram?

❁Num. CDLXIII.

NEgat Cabæus *in Philosoph. Magneticæ libr. 2. cap. 2. pag.* 106. §. *Adjungo*, ubi Fracastorii opinionem de virtute, quâ Magnes adtrahit ferrum impugnans, ait. *Quod valde notandum arbitror*, &c. *Quæ per sympathiam, vel antipathiam moventur, non certam requirerent distantiam, ut tamen faciunt, quantum hactenus videre potui: gravia enim, & levia, ubique locorum in suas tendunt sedes, quia habent ingenitum vigorem ad illum motum, & tantâ feruntur velocitate in maximâ, & in minimâ distantiâ.* Multa in hoc genere rerum possumus suspicari, pauca ex ratione manifestâ resolvere.

Non video, cur de levitate instituï, disputatio debeat, nam levitas, ut sæpè dixi, non est qualitas à gravitate diversa, sed est intrinsecè minor gravitas: extrinsecè verò alterius corporis, à quo sursum truditur leve, major gravitas.

Sed nec video, cur gravitati debeat sphœra virtutis, & activitatis negari: nam adtractiva terræ potentia finita est, ergo alicubi terminum habere debet. Ergo lapis, qui extra hanc Terræ sphœram constitueretur, ad Terram nullo modo descenderet. Immò auderem dicere activitatis sphœram, quam Terra habet, non esse valde magnam: quoniam, si experientia nos docet, Magnetis qui circumferuntur communiter, ferru non trahere ultra vigesimam diametrum corporis, cur deberemus dicere Terram (M gnes ipsa, aut Corpus Magneticum sit bere ampliorem virtutis, & activitatis sph ram.

Si hoc semel statuatur, corruit Cœl Ioannis Kepleri Physica: nam Terra, qu diurno motu circumvolvit, ut ☽ m, trigi aut pluribus sui corporis diametris semo moveat, vires sufficientes non habet.

Illud, quod addit Cabæus, *Gravia ubi locorum ad suas tendunt sedes*, temerè dicit nam omnes experientiæ altitudinem nubi non excedunt: & nubes parum à Terræ perficie amoveri, certum est. Quo tend lapis in ☽ positus, nescimus: & ratio p postulat; ut ad Terram veniat, si ☽ extr adtractivæ potentiæ, quæ est in Terrâ, sph ram constituta dicatur. Si ☽ est ejusdem s ciei, cujus est Terra, & lapis poneretur medio, ad Terram descenderet: *quia*, c Terra major sit, majorem *etiam* habet trahendi potentiam. Si autem Terra dicat triplò major, & ☽ distet semidiametris Te ræ 60. tunc lapis, qui minùs quam 40. semi à nobis distaret, huc rediret; qui autem stare plus, non à Terrâ, sed à ☽ adtrah tur. Si ☽, & Planetæ omnes differunt s mate à Terrâ, ita, ut nec Terrestria ☽ ad tat, nec Terra Lunaria, &c. tunc Terre corpora ad Terram, Lunaria ad Lunam, S laria ad Solem, &c. tenderent, modò esse intra sphœram adtractivæ virtutis. Et qui si extra essent? Si virtus adtractiva, quæ Terrâ, ultra 10,000. leucas non extendat tunc lapis, qui in distantiâ 11,000. leucar poneretur, omni gravitate careret. No traheretur à Terrâ; quia esse extra Terræ v tutem adtractivam supponitur: non à ☽, à ☼: quia nec à ☽, nec à ☼ adtrahi corpo terrestria supponitur. Ergo omni motu turali careret, & solùm violento aliquo mo per accidens, moveri posset.

Addit etiam nimis confidenter Cabæ *gravia tantâ ad Terram velocitate fer parvâ, & in magnâ distantiâ*. Verba quæ breviter dicuntur, & tamen nunq probari poterunt. Vltra ped. 320. turri non habui, ex quâ gravia demitterem: est Mechlinienſis in Belgio: nec, ut pu-

Ca-

casus ad altiorem adscendit. Sed quid sunt o. pedes ad Terræ diametrum? Vt hæc hagi verba probarentur, tres, ut minimum, perientiæ deberent fieri: una hìc apud lluris superficiem; altera in distantiâ mille carum; tertia in decem millium. In his triis locis deberet accuratè perpendi, an eoun tempore, & eodem modo gravia cadet: nam ratio postulat motum, quò spadum magis à Terrâ distet, tardiorem esse. Nec hinc inferas, gravium motum in fi- accelerari, quia propiùs ad Terram accent: nam hæc acceleratio fit à vorticibus, i excitantur in medio: si enim lapis movetur per vacuum (ubi nec aër, qui frangi deret, resisteret; nec essent vortices, qui lapem violenter propellerent) majorem unimitatem servaret. Et, ut hoc bene intelgas paucas has Assertiones subscribo. Sit Prima. *Gravia, quando ex alto labuntur, dius moventur in principio, & velocius in* . Constat ex experientiâ.

Secunda. *Non moventur velocius, quò mad centrum terræ accedunt, sed quò magis uncto demissionis* (ex quo sunt demissa) *dint*. Ostenditur: nam, si ab approximane ad Terræ centrum acceleratio causare, semper in eâdem à centro Terræ distanmotus gravium esset æquè velox: at non æquè velox, si distantia à puncto demissis mutetur: ergo ab hac distantiâ, & non illâ, pendet acceleratio. Probatur minora m, si acceleratio fiat per numeros impares, 3.5.7. &c.) ut suspicatur Galilæus, corpus ve □, quod ex fastigio turris o. cubitis altæ demitteretur, in mo temporis modulo veniret a per 10. cubit. in secundo ad *b* r 30. cubit. & in tertio ad *c* per 0. cubit. Quod autem demitteur ex *d*, primo temporis modu- veniret ad *e*, & secundo ad *f*. go spatium *df*, in quo percurdo cadens ab 00 non expenr integrum modulum, cadens d consumit duos: cùm tamen dem tempore venerit ab 00 ad *b*, quo à *d* *f*. Ergo accelerationis gradus non metitur idis à centro Telluris distantia, sed distanejusdem à puncto demissionis.



Tertia. *Si gravia caderent per vacuum, acerationis gradus, gravis à centro Telluris distantia, non autem distantia à demissionis puncto metiretur*. Quam ob rem, grave eodem tempore ab *e* in *f* percurreret, sive ab *e*, sive à *d*, sive à *b*, sive ab *a*. &c. demitteretur.

Quarta. *Hæc accelerationis varietas, quæ à Terrâ sumitur* (nam fortius adtrahit proximiora, & remotiora debiliùs) *hodie in gravium motu ab hominibus non potest percipi*. Nam experientiæ omnes non superant 500. altitudinis pedes: qui sunt pauci, ut adtractiva Telluris vis sensibiliter mutari possit.

NOTA IX.

An ex Grandinum lapsu distantiam nubium mensurare possimus?

❁Num. CDLXIV.

NOn ita Deus exaltat nubes, quàm Peripatus. Sunt valde humiles, quæ ab Aristotele sine causâ extolluntur. Illarum distantiam superiùs ex tonitru dimensi sumus: nunc eamdem dimetiemur ex lapsu: nimirùm, alicujus rei, quæ ex nubibus cadat. Sed cujus?

Fulmina non sunt huic praxi utilia: tanto enim impetu ruunt, ut eorum motus humanitùs mensurari non valeat: utut posset, labore inutili illum mensuraremus, quia est violentus, & inæqualis semper, prout majori, aut minori impetu nubes rumpitur.

Pluvia non est ad rem; non enim guttæ bene distinguuntur; &, si ab oculo distent, stillæ potiùs videbuntur, quàm guttæ.

Nix est inepta: sunt enim spongiosæ ejus partes, & resistentiam aëris tardiùs, & difficiliùs rumpunt.

Grando est aptior: quoniam non excutitur, sed demittitur; & constat granis, qui possunt oculis discerni, & distingui. Quam ob rem, si in fenestrâ sim, quæ distet à pavimento 100. pedibus, exempli gratiâ; & tempus metiar, quod ex illâ ad terram globuli illi gradinei in lapsu impendunt, nubis altitudinem ignorare non potero. Illi enim necessariò cadent velociùs; quàm, si è fenestrâ ipsâ demitterentur: ergo excessus velocitatis, si analogia cum incrementorum successione conferatur, distantiam exhibebit, quæ quæritur.

❁❁❁

EPI-

EPISTOLA IV.

EXIMIO, ET REVERENDISSIMO DOMINO

D. IOANNI CARAMVEL

S.TH. DOCTORI, ET PROFESSORI, MELROSENSI ABBATI, &c.

IOANNES MARCVS MARCI
Medicinæ Doctor, & Professor, Regni Bohemiæ Physicus, &c. S. P. D.
Lovanium.

De Librâ, cujus hypomochlium in centro terræ collocetur. An sicut hujusmodi Libra, sit Tellus ponderibus librata suis? *An naturaliter, aut etiam humanitùs possit fieri, ut in latus, seu circulum inclinetur, aut moveatur?*

Hic incipit dissertatio de Terra & Libra; quàm Epistolæ sequentes promovent. Et omnes Figuras, quæ in illis citantur, in Lamina VIII. reperies.

REVERENDISSIME PRÆSVL, DOMINE OBSERVANDISSIME.

Num. CDLXV. *Lam. 8. Fig. 1 & 7.*

Magnâ animi voluptate me affecit libellus tuus de inconstanti perpendiculorum unà cũ tractatu de Stellis Circumjovialibus, & reliquis hujusmodi corpusculis Cœli; Cujus degendi copiam mihi fecit Excellentissimus Comes de Martinitz D. D. Bernardus, Appellationum Præses, &c. cujus etiam justu hanc ad te Epistolam præsumpsi. Patieris ergo, Præsul humanissime, paulisper hujus lectione te interpellari, aciemque à cœlestium fulgoribus avocatam recolligi ad hunc nigrorem. Iussus quidem facio, sed & sponte; ut gratus sim Tibi pro his, quibus Astronomiam ditasti: sitque hæc tibi, ceu votiva tabella; qui desiderium meum majori ex parte perfeciisti detegendo maculas, in Iove, Marte, Stellisque fixis; quarum beneficio explorare liceat, an etiam circa corporis sui centrum moveantur, suosque satelites circumagant, quomodo Planetas quos à Sole circumagi volunt. Tibi antea debetur hujus observationis complementum, qui solus illorum maculas intueri potuisti. Quarum Icones, unà cum Selenographiâ, si nobiscum facias communes, scias magnam sitim restrinxisse. Hæc circa Phænomena cœlitùs tibi concessa. Quæ verò de constantiâ perpendiculorum abs Te dicuntur circa telluris trepidationem, æquo animo feres, Præsul humanissime, si liberiùs dubitavero. Veritas enim utrique est proposita, quam & victor, & victus ex æquo ferunt. Cùm itaq; ad excessum ponderis terram moveri contendat tua ratiocinatio, supponere videtur eadem provenire à librâ, si idem hujus, atque mundi centrum, quod à ventre videtur alienum. Sit enim A libræ, atque idem mundi centrum; Dico gravitatem B non attolli ab excessu gravitatis in DC, neque ullum præpondium revolvi brachia libræ. Cùm enim A sit hypomochlium gravitatis, ac terminus motus, necesse librationem fieri in eâdem lineâ rectâ BC. Quod, si itaque præpondium fiat in G, recedet A. magis pressum ad partes B, quousque libratio fiat æqualis in A. At verò, si mundi centrum sit diversum ab A. respectu F, gravia huc non verò ad A. feruntur. Posito itaque centro gravitatis in B. necesse hinc devolvi in E. quod lineæ FE sit minor; quàm FD. atque omnium minima FE.

Num. CDLXVI.

Dices, esto libratio telluris non proveniat à gravitate, si tamen muri tormentis quatiantur, montes fulminibus ictiantur, terram inclinandam fore. Et consequenter horas promovendas, si impetus in ortum, retardandas si in occasum fiat. Respondeo etiam concessis impulsu æquali ad terram tiendam, nequaquam tamen ex illâ plagâ laterali in gyrum agendam. Cùm enim terra sit globosa impetus à contactu per lineam centri proceda juxta demonstrata in libello nostro de proportione motûs. Unde constat non posse fieri alterationem terræ immoto centro; tarnen ergo demus continuò variari centrum mundi etiam cum notabili accessu, & recessu, non tamen ulla mutatio in elevatione poli, nec lineis horariis videtur secutura, tametsi ratio-

Ica-

pendiculi inde mutaretur. Idem enim est rum, atque, si observatio fiat ex loco maaut minus sublimi. Verùm, quia tuus dilfus, Præsul Reverendissime, ex suppositve procedit in sententiâ alienâ, quæ prinium statuit motûs gravium illud punctum lividuum, quæ sententia à Te, & quidem ritò rejicitur, non mirum hunc, siquis est, orem irrepsisse, minùs enim attenti sumus ea, quæ adversamur. Allisit ad eundem pulum Christophorus Scheinerus *in disisionibus Mathem.* ubi ex erroneâ hac intro mundi librâ motum perpetuum se monstrasse opinatur. Quia verò ipse ejusm cum tuo libello argumenti libellum vulri de motu perpendiculi, eumdem Tibi, sic ere jussus ab Excellentissimo Comite, ofre præsumpsi: sperans fore, ut cum Tui nissimo id placeat, neque Tibi displiceat. le, Præsul Rev.me, meq; imposterum tuum ulum agnosce, mittere autem digneris um exemplar tui libelli, quod Romam devi, jamque illius mittendi famam, & sil spem per literas accendi. Datæ Pragæ 9. uarii 1644.

EPISTOLA V.

CLARISSIMO DOMINO

OANNI MARCO MARCI

SVO S. P. Pragam.

Glorioſum eſſe à Viris laudatis laudari. An Philoſophia hucuſque in Peripatu cæcutierit? An jam tandem inceperit oculos aperire? Qui, ut inveniant Veritatem, decertant, ſeu vincant, ſeu vincantur, adſequuntur intentum.

EXPERTISSIME, ET CLARISSIME VIR.

Num. CDLXVII.

Æpe Ingenia conspirãt, &, qui mentem colunt, se communicant non tam literis, quàm conceptibus; in eodem desiderio, & sententiâ à longo tempore fueramus. Amabar amans, iens colebar. Quæsieram occasionem, ut meum erga Te, & tuos libros affectum omnibus, sed Tibi præcipuè, notum facerem; scripturientem tamen prævenisti, tuisque humaniſſimis literis non solùm honorasti, sed & animasti. Quod ab hominum vulgo magni, vel parvi fiam, non moror. Sed quod dignus fuerim à viro maximo laudari, magnifacio. In commendandis aliorum laboribus semper indocti avari, docti liberaliſſimi; nec enim ignis calefaceret, si calore careret, nec honorare alterum potest, qui honorem non habet. Te experior authoritatis divitem, & ne timerem videri ingratus accusator, prodigum nominarem. Qui perspicillo convexo utuntur, omnia vident majora, quàm sunt; qui vitris coloratis armato, omnia perspiciunt colorata, cùm tamen, nec magnitudo, nec color sit in objecto, sed in oculorum subsidio. Tibi, Vir Optime, amor ab inspicillis est: me magnis, & pulchris coloribus depingis, nec tamen aliter quàm vidisti, (aliàs enim adulationis notam potiùs, quàm benevolentiæ laudem incurreres) nec qualis ipse sum, sed qualem Tibi affectus (perspicillum est mentis) ut existimo, repræsentavit. Perge, Vir Optime, amantem redama, & tuorum laborum communicatione felicem redde. Librum à Te transmissum magnifeci, sed & ipsum, & alterum, qui de mixtione seminum est, jamdudum habueram, & alios perquirebam impatiens. Multa sunt in illis optimè examinata, ferè omnia meis principiis, & experimentis respondentia; & in omnibus, & singulis laude dignissima, præter docendi magisterium, ipsamet asserendi libertas. Videtur enim jam tandem oculos aperire Philosophia, cui hucusque catenas, & compedes subministrarant Peripateticæ Resolutiones. Videntur jam Philosophi, qui Aristotelis fuerant mancipia, intolerabile jugum excutere, & velle tandem aliquando adlucenti Veritati inservire, quę hucusque hypothesibus ancillabatur. Ipsi congratulor rerum naturæ, quæ te auspice incipit illustrari: dives, & opulenta obscura fuit, sed tuis Meditationibus delucidata cognosci incipiet, & robustiùs sententias sublimiores fundare. Libros meos, si Aquilineæ essent soboles, Tibi soli sine timore sisterem, hujus enim luminaris radios respiciũt Aquilę tranquillis oculis; at, quia ipsi hujusmodi prærogativæ expertes, tametsi Dædalus ab amicorum benevolentiâ asserar, timent sibi

Icaris, & non audent te Solem accedere; mittuntur tamen, vel inviti, sub spe, quod radios cœlestis ingenii tui attemperans eosdem potiùs illustrabis, quàm offundes. In aliquibus à Te dissentient, & præ se ferent dissentiendi rationes, quas examinari patientur; utpotè, qui vicissim tuas, servatâ Authoris reverentiâ, & examinant, & examinabunt: non enim hæc nostra instituta amicitia eò respicit, ut nobis placeamus, sed ut veritatem, contemptam à prioribus, quæramus studio communi, & inveniente alterutro simul triumphemus. Ejus evidentem notitiam miraculis naturæ obvelatam alterutri concedat Omnipotens, ut ipsi, Reipublicæque literariæ serviamus. Vale, Vir Sapientissime, & communem Patronum, & Amicum Comitem de Martinitz doctrinâ, & sanguine Virum excellentissimum salvere jubeas. Spiræ 26. Apr. 1644.

EPISTOLA VI.

REVERENDISSIMO DOMINO

D. IOANNI CARAMVEL

SVO IOANNES MARCVS MARCI S. P. Lovanium.

Cur suorum librorum editionem differat? Multa arcana fuisse detecta hoc ævo: arma literis non præjudicare. Circuli Quadraturam à Geometrâ quodam Arabe in Oriente inventam: citò evulgandam.

REVERENDISSIME PRÆSVL.

Num. CDLXVIII.

Recepi humanissimas literas, nec me spes fefellit. Video enim cum eruditione humanitatem certare, ea verò in aliis æstimare, quibus ipse abundas, & excellis. Idem quippè Viris literatis, quod hominibus opulentis usu venit, quibus rerum suarum copia est conten-

ptus: tenuioribus verò studiorum similit-

amorem, hic æstimationem inducit: ni-

enim jucundius, quàm animorum consen-

ficuti enim ab uno omnia, ita ad unum

unionem. Nimirùm in luce Veritatis ag-

sapientes, cognataque opiniones amplect-

tur, dissimiles, seu tenebras aversantur &

quid umbrarum lucri cognatæ adhæsit, id

tis criterio emungentes, suo nitori lucem

dunt. Hujusmodi opinor umbræ in meis s-

ptis, tuis fulgoribus occursabunt. Quid e-

mirum? nam, & in luce omnium primâ CR-

TOC H. &c. neque hic Sol aureus suis

culis (credo ex illâ umbrâ contractis) e-

Quas quidem umbras, Præsul humanissim-

tuis radiis expunges, & emunges, ut tan-

Tibi plus debeam, quantò laudem concil-

superat: quæ non-nisi de possessionibus a-

statur, hæc ipsam passionem tribuit. Ne-

sanè alia causa editionem reliquorum est m-

rata, quàm exspectata trutinâ sapientum, q-

certior fierem de substructionibus, quib-

reliquâ niterentur. Sequetur autem brevi

bellus de proportione motûs, aliis de pr-

portione motûs figurarum rectilinearum,

utroque magis universalis de naturâ motûs

ejusque efficientibus causis gravitate, lev-

tate, & impulsu. Exspecto tempora molli-

ra, itineraque literis pervia. Quanquam m-

rum, hoc rerum statu tot sapientiæ fœtus n-

sci, tot naturæ arcana pandi, etiam pac-

temporibus negata. Inter reliqua verò ad

scripsit meus Athanasius Kircher sibi ex-

rientè missam cujusdam excellentis Ara-

Circuli Quadraturam; quam cum nonnull-

Arabum fragmentis subtilissimis latinè re-

ditam brevi in lucem sit daturus. Videbor

nè cum Pallade Mars certare bellicosus:

quantum hic ruinæ urbibus affert, tantum

la in sapientiæ Thesauris reponat. Illustri-

mus Comes Bernardus mihi mandavit hi-

adjungere se quidem ex animo cupere ob-

qui postulatis Reverendissimi. Verum ob ce-

tas rationes sibi non videri consultum id p-

literas tentare: factutum. Vbi Cæsaream M-

jestatem, quod brevi futurum sperat, c-

nerit. Quod attinet illius titulos, accel-

ad priores locumtenens in Regno Bohem-

Præses Appellationum, & Vniversitatis C-

rolinæ Protector. Atque his nic, Reveren-

dissimæ Dominationis, tuæ gratiæ, etc. pl-

amo-

ribus studiosè commendo. Datæ 8. Iunii no 1644. Pragæ.

NOTA I.

Quadratura Circuli verè à Saraceno Geometrâ inventa fuerit?

Num. CDLXIX.

DE Quadraturâ Circuli multa multi scripserunt; nos etiam aliqua superiùs *pag.* *num.* 236. examinantes, An sit possibilis? An ab aliquo fuerit inventa? Potiùs mehercle literaturæ homines, quàm Viri Sum- *dusi sunt* de Quadraturæ Circuli inven- *re gloriari*, quia ad pauciora respiciunt. *de hoc* redibit sermo, cùm de Architec- *Militari* inferiùs disseramus. Puto hanc *culi* Quadraturam, quam sub initium lau- *sit* P. Athanasius Kircher, non subsistere: *s*, si esset demonstratione suffulta, illam *dubbio* edidisset. Et tamen, quam ha- *ante* annum 1644. anno 1666. nondum *it.*

NOTA II.

Terra Centrum, quod vocant, sit punctum aliquod Mathematicum, an corpus Physicum? An Terra stet? An verò fluctuatione perpetuâ titubet, & oscillet?

Num. CDLXX.

NIcolaus Cabæus, Vir ingeniosissimus, & eruditissimus, illo libro doctissimo, quē *gneticam Philosophiam* inscripsit, Mathe- æquè, ac Physicam nobilitavit. Ipse- que *libr.* 1. *cap.* 18. *pag.* 67. hanc Quæstio- expendit: &, quia meo in plurimis etur intellectu discurrere, quomodo dis- tatem proponat, & resolvat, & qualiter mmuni, & gravi respondeat Objectioni, icio.

tione illud colligas, inquit, *quod in nonnul- m gratiam subjicere non gravabor, cùm ungere videam nonnullos in hac re labora- ntra quosdam ingeniosiores, qui quamdam Terrâ perpetuam fluctuationem se invenisse antur.* Et quidem hæc de perpetuâ Tel- s fluctuatione sententiâ, ut superiùs *num.* *pag.* 429. vidimus, & multorum, & illu- um Philosophorum est, qui sic discurrunt. Centrum est Terræ globum, inquiunt, hanc solam habere consistendi vim, & hac solùm ratione librari, & in medio universi detineri, quod suo centro gravitatis centrum totius mundi debeat occupare. Et hæc est hodie communis in Scholâ sententia: unde ex Philosophorum placitis vulgare illud assumunt, *Gravia ad centrum universi tendere; ita ut contendant omnia suum centrum gravitatis in centro Mundi collocare; terram verò, quippe, quæ gravissima est, idipsum maximè, & appetere, & obtinere.* Quod, si objicias, centrum esse punctum imaginarium; sive, ut cum Augustino loquar, imaginatum: & repugnare, ut virtus insit Physica (sit passiva, aut activa) puncto ficto, aut concepto; sunt surdi; & Geometriæ demonstratis insistendo Principiis suum de terræ fluctuatione monstrum sic confirmant. [Centrum gravitatis totius Terræ debet consistere in centro universi, Sed centrum hujus gravitatis in Terreno globo mutatur, quoties aliquod corpus grave, vel minimum in ejus superficie movetur loco. Ergo debet etiam moveri Terra, ut ille punctus, qui de novo adquisivit, ut centrum gravitatis Terræ sit, descendat ad centrum universi, ut Terra sit in proprio loco; cùm Terræ locus sit habere suum centrum gravitatis in centro universi. Ergo quoties movetur aliquod, vel minimum corpus, in superficie Terræ, tota Terra movetur, & nutat.]

Hoc profectò argumento videntur sibi portentosum Terræ motum demonstrare; & perpetuam quandam, vel ad unius aviculæ motum, Terræ fluctuationem inducere: minorem enim suam habet in argumento confirmationem; major verò sic evidenter roboratur. [Centrum gravitatis in quolibet corpore sphœrico est punctum illud, à quo hinc inde, ex omni parte oppositæ, sunt æqualia, ponderà, & quidem punctum indivisibile; Si ergo æqualitas tollitur, per quamcumque ablationem, vel positionem in altero extremorum. Ergo per quamcumque ablationem, vel appositionem punctum illud, quod priùs erat centrum gravitatis, hanc denominationem amittet; illamque adquiret alius punctus, in quo verificetur, quod utrimq; ponderum momenta sint æqualia: & consequenter movebitur tota Terra, ut novum illud punctum, quod constitutum est centrum gravitatis, ad centrum universi confluat.]

Sic argumentantur interdum Viri docti, qui cum Platone volunt totam Philosophiam, ad Geometriæ fundamenta reducere. Et quidem hoc ipsum argumentum non paucis Viris doctis valde difficile videtur; &, quia fatentur, se non invenire solutionem, adquiescunt, Telluremque perpetuâ fluctuatione agitari permittunt. Sed Cabæus doctissimè existimat, Physica tractanda esse physicè, Geometrica verò geometricè, & ideò Quæstionem decidit his verbis. *Non ideò præcisè Terra conquiescit in medio, quia quasi gravissimum corpus centro suæ gravitatis mathematico centrum totius omninò mathematicum possidere laboret; neque ex hac imaginatione confecto indivisibili puncto tanta moles sibi locum determinat; sed illâ verticitate, & magneticâ virtute infrænatur, contineturque, ac locum sibi hunc, quem habet, vendicat; non ex unico puncto, sed ex totâ suâ mole; ut scilicet eâdem semper ratione, & eodem pacto afficiatur ex æquali undique rotatione, ac distantiâ in gyrum sese agentis Cœli. Hæc sunt, quæ Terram consistentem reddunt, nec perpetuo fluctuare ad aviculæ motum patiuntur; & hæc est magnetica illa virtus, quâ in polos dirigitur Tellus, & detinetur, & quam nos tam multis jam confice-re conamur.* Est igitur Terra hic, quia huc illam collocavit suus Conditor: Est sic; quia illam magneticâ offudit virtute; quâ se ad Polos dirigeret. Ex quo fundamento ad oppositum argumentum respondet, primò concedendo quidem ad motum cujuscumq; rei gravis mutari centrum gravitatis totius Terræ: hoc enim mathematicorum evidenter cõficiunt rationes; nec potest à quoquam, qui in Mathematicorum pulvere non dicam versatus, sed eo, vel leviter aspersus sit, negari; sed negat Terræ inditam esse vim, aut contendere, ut suo centro gravitatis sit in centro Vniversi: nec enim mathematicum locum quærit, sed physicum; & consequenter, dicit Terram in medio consistere, non mathematicè, sed physicè, & res quidem graves modo, de quo alias à me dictum est, ad centrum Terræ inclinare; ipsam verò Terram physicè solùm esse in medio, juxta finem, propter quem est in medio; ut scilicet hinc inde æqualiter Cœli actionem excipere possit; ad quod nihil facit, quod mathematicè aliquid plus emineat ex unâ parte: ad actionem enim, mathematica non attenditur distantia, sed physica: unde Terra, quæ locum sibi qua physicum, non mathematicum, cùm quæ sibi locum, ad actionem, & passionem, demum solùm moveretur, quando ita ex c tro universi extraheretur, ut non amp physicam Cœli actionem eodem modo cumquaque exciperet; quia ex unâ pa proximior esset Cœlo, quàm ex aliâ: qu diu autem hoc non fit, non mutat locum fluctuat; non fit autem in casu posito ad tum aviculæ: Ergo ad illius motum non ctuat Terra.

Ecce non est sollicitus Cabæus, ut trum Terræ, & centrum Vniversi coïncid deberet autem ostendere, quâ virtute, traheretur multùm ab Vniversi centro, d ret ad ipsum redire: nam, cùm illud ima narium punctum sit, & vires physicas hab nequeat, non poterit Terra motu per h redire. Ergo, quæ causa, aut quis motus signari poterit, qui sit per accidens, Terra ad centrum Vniversi restituat? Hoc à gra tate obtinere non potest: nam gravitas est tus adtractiva, & in imaginario puncto ni invenitur, quod adtrahat; nihil, quod trahi possit. An poterit à ☼, ☽, aut Syde bus aliis? Ex gravi difficultate in gravio se præcipitaret, qui hanc viam iniret: alia igitur quærenda. An à virtute Magnetica, in Terrâ residet? Illâ Tellurem exornar bæus, eamque asserit esse concessam om nò, ut contineatur Terra in lineâ Polari, quâ nunc est. Ad quem effectum tam e hanc virtutem Magneticam necessariam stimat, ut asserat, quod, si nulla alia esset tio, quæ sibi persuaderet hanc magnetica terræ virtutem, adhuc, vel ex hoc uno il admitteret; quia alioquin non videret, q ratione possit terra contineri in situ polor quem nunc habet, ut partes polares v.g. n vertantur ad orientem, aut occidentem, q de facto videmus servari, nisi ponatur in talis virtus, quâ possit se in tali situ contr re. Sic discurrit Cabæus. Ergo ad ejus me tem, ut suis axibus Septentrionem, & Me diem respiciat, & in lineâ Polari (Hilp. N te-sur) permaneat, à Magneticâ virtute pi scitur Tellus; non autem, ut ad centrum universi redeat, si inde fuerit extracta. Ergo à ☼, & ☉. præscindendo, de quibus alib tabitur alibi, dicendum est, Terram, esse mobilem, & naturaliter moveri non po

Addendum,

dendum, eamdem Terram, si aliò divini- transferretur, (puta, ad Sphœram Solis) um Aquam, & Aërem conducturam; im- etiam Ignem, si hunc esse quartum ele- tum dicamus; nec reversuram esse ad iversi centrum, nisi ab agente extrinseco pelleretur. Vide *num.* 434. *pag.* 433.

NOTA III.

variatio Ecliptica, Æquinoctiorum præcessio, tellarum libratio, & trepidatio, & siqui alii unt motus, quos Alphonsini, & Copernicani Cælo adfingunt, à Terreni centri fluctuatione roveniant?

Num. CDLXXI.

Edit Nota præcedens Cabæi de centri Terræ immutabilitate sententiam; ut em rem meliùs intelligamus, proderit m audire P. Athanasium Kircherum, qui Magneticæ variationis variatione disse- s, & causam investigans, cur illæ immi- tur; contrario omninò modo, quàm Ca- s philosophatur: Terræ enim centrum sibiliter mutari probat; nam Lymbousii e Londinum in Angliâ declinabat Acus ptentrione in ortum.

Anno	*Mense*	*Die*	G.	′	″
1580	Octobr.	16	11	16	0
1622	Iunii	13	5	56	30
1634	Iunii	12	4	3	30

ujus variationis, & imminutionis causam erens, *in suo Magnete. libr.* 2. *part.* 5. *pag.* 6. sic discurrit.

Cùm Terreus globus, ait, *perpetuis vicissi- nibus, ob perpetua in profundissimis terræ ceribus excitata incendia; & ex hisce conse- ntibus terræmotibus, aquarumque alluvio- s, sit obnoxius, ac sæpe contingat, ut inte- regiones, Insulæ vastissimæ, montes, ut in orris legimus, harum violentiâ, aliis corpo- s in eorum locum substitutis absorbeantur, certè non potest, quin ex tam notabili mu- one, non mutabilis quoque variatio in di- one magnetis contingat. Sicuti enim ad ma- iâ minimæ partis ablationem, aut additio- sequitur axis totius virtutis mutatio, ita m in terreno corpore adeò notabilis pars ter- v.g. 300. leucarum in circuitu, cujusmodi sse ferunt submersam in Chinâ Regionem, potest non insignem, aliquam variationem ce totius globi causare. Et ab hujusmodi mu- one probabile est omnem variationem va- riationis, tam particularem, quàm universalem, ut plurimùm dependere. Certè ab insigni quo- dam Amico Neapolitano non ita pridem, sen- tentiæ huic nostræ mirum in modum applau- denti, accepi, declinationem Magnetis post in- cendium Vesuvii notabiliter ab illâ, quæ erat ante incendium, diversam; non alia utique de causâ, nisi ob nimiam subterrestrium partium immutationem se reperisse. Potuit igitur idem contingere in Angliâ aliisq; partibus, si hæc rectè observarentur. Quis denique scit, utrùm forsan tam irregularis diversitas circa altitu- dines poli, declinationem Solis, Æquinoctiorum anticipationem, motum accessûs, & recessûs octavæ Sphæræ, reliquorumque phænomenorum Cælestium motus, inconstians variatio à Mathe- maticis diversis observata, non ab immutatio- ne aliquâ, seu sensibili mutatione axis terreni globi, ob ingentes mutationes in ipsis visceribus globi factas, procedat; idemque nobis contingat, quod vertigine, & scotomiâ laborantibus, qui motus fumorum circulares, quos intra se ha- bent, falsâ illusione externis objectis adscribunt. Certè exiguam terrestris axis mutationem, ma- ximam in cœlis mutationem causare, solus ille novit, qui opticen probè novit; nîl ultra dico, docti intentionem meam facilè ex pauculis hisce cognoscent. Si ergo ita res se habeat, rideant jam Astronomi, quâ ratione ipsi sua Principia circa anomalos quosdam Cœlorum motus in octavâ Sphærâ notatos defendant.* Hæc omnia Kircher.

Vnius provinciæ, quanta apud Sinenses absorpta dicitur, lapsus, si tota simul, per aërem, & in magnam distantiam cecidit, plagam Terræ notabilem inferre potuit, eamdemque Terram in oppositam partem trudere; &, si per lineam obliquam, & non per perpendicularem subversio fuisset, Terram etiam potuisset inclinare; sed impetu potiùs, quàm pondere. Nam, si illa provincia fuit submersa, quia infra illam erat vasta caverna vacua, lapsu suo gravitatem non auxit, aut imminuit; ergo solo motu, & impetu Tellurem elocare, aut etiam inclinare potuit. Si infra erat aqua, illa provincia in lacum transiit, & hoc aggregatum ex aquâ, & terrâ, idem habebit pondus, sive aqua supponatur, sive superponatur. Interim, impetus, & plaga fuisset major, si per aërem, quàm, si per aquam illa provincia cecidisset.

Sed quanta fuit illa plaga? Gravium im-

petus crescit, quò plus à puncto demissionis discedunt. Ergo, nisi discamus priùs, quantum spatium grave cadendo peregerit, quanto lapsum sit impetu definire non possumus. Sed, quia in Calabriâ montes absorventur interdum, & lapsus 100. aut 200. pedes non superat, idem opinabor de Chinâ, quousque aliter me instruat, qui fuerit testis oculatus. Ergo, quia illud corpus, etsi gravissimum, in casu suo breve spatium peregit, &, ut verisimile est, non cecidit simul, sed per partes, non potuit Terram quatere plagâ sensibili. Ergo impulsu, & impetu (nam de pondere jam dictum est) non videtur potuisse Tellurem sensibiliter elocare.

NOTA IV.

Centri Terræ, & centri Vniversi collatio. Ad utrum Gravia tendant per se, & ad utrum per accidens?

Num. CDLXXII. *Lam.* 12. *Fig.* 3.

OMnes Quæstiones, quæ fatigant Philosophos, nascuntur ex præjudicio, quo sunt in Peripatu imbuti. Gravia tendere ad centrum Terræ, verum est: tendere etiam ad centrum Vniversi, etiam est verum. Sed quomodo ad alterutrum décidunt. Gassendus *in Physic. sect.* 1. *libr.* 5. *cap.* 2. *pag.* 346. respondet his verbis. *Aristoteles* 2. de Cœl. 13. *vult ipsas Terræ partes, cùm deorsum feruntur, ferri in centrum Mundi per se, ex accidenti in centrum Terræ.* Hanc autem sententiam, quam esse Aristotelis fatetur, rejicit, & suam reponit, dicens. *Ex hoc verò sit, ut cùm duo quædam sint, ad quæ lapis fertur: Terra nempe, & locus Terræ; videatur omninò ferri in Terram per se, in locum Terræ solùm ex accidenti.* Si hæc doctrina ponatur, cessant omnes quæstiones de fluctuatione centri Terræ, unde pergit Gassendus, & ait. *Finge certè dodrantem Terræ* BDCLB. *in quo sit centrum* A, *à Deo destrui: & quadrantem superstitem* BECLB. *in cujus superficie nos sumus* (&c. remanere) *an lapis* F, *qui Terra integra, & in suo loco consistente casurus fuisset in Terram per brevissimam lineam,* (videlicet, per lineam FA) *casurus jam amplius nō esset,* (in Terram BECLB) *verùm per obliquā (aut obliquissimam etiam) aliam, quæ tenderet, videlicet, ad punctum* A. *in quo* (olim) *fuisset cētrum. Cùm id omni prorsus verisimilitudine careat, videtur sanè gravitas, à quâ excitatur motus lapidis, adigere illum per se; nō ad locum, sed ad corpus Terræ.* Ergo, si extraheretur Terra A, cētro Vniversi, maneret ex hoc capite cūq; poneretur divinitùs, nec haberet, cur diret ad A: & tunc lapis F. non ampliùs sed ad Terram tenderet, ubicumq; ipsa es

EPISTOLA VII.

CLARISSIMO DOMINO

IO. MARC MARCI

SVO SALVTEM PLVRIMAM.

Pra

An terra sit sicut libra, quæ in V versi centro ponetur? Propon tur duæ hypotheses, juxta quas bium potest examinari. An lo rum altitudines, an etiam longi dines mutari possint? Libra & t ra edisseritur Paralleliſmus. A terra inclinari, aut circulari moveri possit immoto cētro? Os ditur, aliter terram onerum g vium additione, aliter rectā, aliter circulari percussione, & pulsu movendam. De lapsu vium. Galilæana de imparium numerorum successione Hypoth sis, utut in parvis distantiis obs vationum celeritate dissimulet quando ultra 200. pedes lapis bitur, ab experiētiâ nimiùs differ

EXPERTISSIME, ET CLARISSIME VIR.

Num. CDLXXIII.

LIteras illas tuas, qua Pragæ 9. Ianuarii ic pseras, recepi Antec piæ, jam jam disce rus in Germaniam adeòque respondere nō potui. Adveni Spi ram; & tibi obstrict nil priùs cogitavi, quam ut obligationi fi-

erem; sed libris & chartis destituto, non uit epistolam relegere, ut doctissimæ illi e responderem instantiæ, at, quia sciebam e urbanissimam, & me tibi ex urbanitate eri, intermittere nolui, quin & effectum a te meum ostenderem, & me totum aris e eruditionis manciparem. Verum jam tan- n aliquando per tabellarium licuit manu- ptamea recuperare, illam tuam inter pre- iores reperio, dignam omninò, cui dili- ter respondeatur; subtilis enim subtilem troversiam expendit.

Lam. 8. *Fig.* 168.

Primæ autem secundæ, aut etiam tertiæ causâ, ob quam Gravia ad terræ centrum ferentur sententiæ, quas *num.* 415. & 416. posui (non, quod aliquam ex illis veram ces, sed quod velis morem defensoribus undem gerere, & ex hypothesi aliàs fal- em examinare) providè insistis, & sive am totam mentis virtute omnipotenti à tro concavi Lunaris amotam aliò transfe- , & similem lapsuræ retineas, sive ipsam aves, & illos, quibus placuit sine morum à devivere, loco cedere jubeas, ad cen- m Mundi libram transferens, pulchrè di- tis. At ego eamdem à te ibi positam at- tè contemplor, & quid illam meam reso- onem de motu Telluris in latus, quo aut æ, aut altitudines varientur, enervet, non erio. Libellum illum tuum nondum ha- , ipsum enim inter impressos posuit nimia i Amanuensis religio, quos cum aliis sar- is quotidie exspecto. Ergo Epistolæ stan- m; & quid in speculatione tuâ meo con- tui adsonet, & quid contrarietur, edisse- , omnes illius libræ proprietates, libra- nes, & inclinationes ostendens.

Figur. 168.

Esto libra B.D. axis A. appensorium (hy- rmochlium) HA. sit, inquis, A. libræ, atq; m Mundi centrum, sed hoc ipsum bifariam poni posse reor; Primò inseparabiliter; ita, hæc duo centra nunquam dehiscant stan- hypothesi: secundò separabiliter; ita, ut iel concurrant, & posteà suo ingenio re- quantur. Vtramque breviter examinemus.

Hypothesis I.

Num. CDLXXIV. *Figur.* 169.

Sit in præsenti figurâ OPQRO. terra, A. Terræ & Mundi centrum. Excavetur ergo terra ipsa, & concavitatem contemplemur. Sit LM. linea polaris; BN. DOB. Æquinoctialis; LBMDL. Meridianus, à quo in Terrâ sumitur longitudinis numerandæ initium: in hac igitur concavitate, collocetur libra BD, cujus axis A. inseparabiliter centrum Mundi teneat, ut conspicis. Hac ideâ ob oculos positâ sit

ASSERTUM I. *Axis à centro Mundi nullo præpondio removebitur.* Patet: quia aliàs tolleretur hypothesis

ASSERTUM II. *Lances & pondera non sunt depensura ex lineâ* BD. *quasi ad angulos rectos, ita, ut dextrum sit in* T, *& sinistrum in* S, *sed dexterum futurum est in* K, *& sinistrum in* I. Ratio est, quia illud pondus T. est simile ponderi libræ in superficie terræ positæ perpendiculariter, nam, si LAM. esset superficies terræ, & P. esset vertex, & libra BD. in lineâ verticis collocaretur, pondus illud non maneret in T. sed in K. recideret; omnia enim pondera ni impediantur, amant locum propriorem centro.

Figur. 170.

ASSERTUM III. *Bilancem sic libratam in* A, *posses liberè movere quoquo versus; & hoc, sive esses in libræ axe* A, *sive in* D, *sive extra libram ab ipsâ terrâ pendulus.* Patet, quia manente indice YA in eâdem lineâ polari, libram manu per Æquinoctialem liberè posses circumducere; & manente in eodem meridiano, ad quamcumque altitudinem elevare; nihil enim esset, quod impediret; nihil, quod resisteret. Nam, si esses in ipso axe A, majori libram facilitate moveres, quàm, si ipsa supra terram consisteret, moveres quidem non corporis tui pondere, sed impulsu in latus impellendo; multò difficiliùs constitutus in D, moveres tamen; in D. enim esses similis arboris apici, aut navis carchesio insistenti; quem posse arborem, aut malum inclatera agitare, certum est.

Figur. 170.

Vel, si dubites; ad pueros converte oculos, qui ipsam arborem, in quam adscenderunt, concutiunt, ut fructus décidant: ad nautas, qui tormenta in carchesio non ponunt, non quod pondus caveant, sed quòd explosionis recursum: nam in ipsâ inferiori navi tormenta grandia explosa totam, quanta est, inclinant, & hoc non pondere, sed impetu; illud enim navim supprimit, iste in latus impellit.

Nam, si navis sit in AB. & ex costâ explodatur tormentum H. ipsi navi adligatum, non solùm malus DC. inclinabitur ad EC, & consequenter tota navis; sed & navis spina (*quilla* Hispanicè) quæ erat in lineâ AB. impelletur in latus ad lineam FG. quasi prioris parallelam. Quod, si tormentum H. ipsi navi illigatum non sit, explosionis virtute, & globus, & ipsum in plagas contrarias movebuntur. Ergo licèt pondera deorsum res moveant (imò, & in latera per accidens; ut patet in fluviorum aquâ pondere in latus actâ, quod sic magis adpropriat centro) certum est impulsu illas moveri posse in latera, gravitatis lege non obstante.

Corollarium I. *Ergo libra ad quemcumque meridianum traducta, & in quamcumque altitudinem polarem elata, maneret retinens situm, & locum, in quo deferetur à manu.* Patet, quia ubicumque respectu centri eamdem positionem servaret.

Corollarium II. *Ergo nulla ipsi esset violenta positio.* Colligitur ex præcedenti; quia violentia in ponderibus respectu centri mundi sumitur, & hic in diversis positionibus esset unus, & idem respectus.

❡Num. CDLXXV. *Fig.* 169.

Assertum IV. *Pondere addito in* D, *aut in* K, *maneret libra omninò in eodem meridiano, & in eâdem altitudine, quâ priùs.* Ostenditur; quia in nostris turribus lapides additi non mutant meridianum, quia impetus gravitatis, non inclinat in latus, sed perpendiculariter. At pondus additum in D. nec libram gravaret versus O. nec versus M. sed versus A. axem immobilem: ergo, nec longitudinem, nec altitudinem mutaret.

Figur. 171.

Hac ideâ instructus amoveo libram, terramque vice ipsius restituo, & suppono, ut extremorum sit analogia, idem esse Mundi, & Telluris centrum, & hoc inamissibiliter; & priora asserta mente retinens, infero

Ex primo, & quarto centrum terræ nullo præpondio à centro Mundi removendum. Patet ex hypothesi. Si nullo; ergo neque navium gravissimarum translatione ex antipodibus ad nos, nec aquarum inundatione, neq; montium novorum creatione, aut adnihilatione.

Corollarium. *Nulli igitur pondere licèt gravissimo poterunt perpendicula alterari.* Suadetur; quia, ut alterarentur, deberent distare centrorum Terræ, & Mundi mutari, quod in hac primâ hypothesi impossibile est.

Ex tertio infero. Terram sic libratam A. posse liberè quoquo versus moveri; & h contra tuam opinionem. Posse moveri dic & dixi; non præpondio, sed impulsu. Et cilè ab homine Archimedæo, qui extra ram ex puncto aliquo fixo, Angelicâ, aut vinâ firmato operâ, experimento intende nec secus, ac ex littore navim movere pos mus, aut rotam pendentem ab axe. Nam centro A. immobili, terra esset OPQRO basin Z. extra terram ita firmaret Deus, nullâ virtute moveretur, non reperio, qu resistere posset, ne ex Z. aut conto, aut c plosione tormenti possit turris OY. promov ri, & elongari à Z; huic enim motui, nec sistèret constans Mundi & Terræ centrum penetratio [hæc enim omninò obsisteret, homo C terram impelleret versus Q per neam CAQ; hic enim motus stante A imm bili fieri non posset: non tamen, ne homo turrem in latus ageret, hoc *enim motu ce* tra, quæ in A, non moverentur; at homo in hypothesi sequenti esset potentior, terra enim versus Q. deprimeret, ita, ut centrum ipsius esset A. & Mundi S] nec obsisteret re luris gravitas, navis enim tametsi gravis pro portionato impulsu movetur in latus: hin igitur motui nihil obsisteret.

Si dicas elementa in propriis locis ne gravitate, adeoque terram non esse grave in A, non discutiam quæstionem in utramq partem disputabilem; sed inferam facilius ad huc terram moveri posse; quia, si non grav tat in A, huic motui gravitas non resistet.

❡Num. CDLXXVI.

Scio huic instantiæ posse respondere Aristarchum, sed quid possit Ptolemæus non occurrit. Samius ille Philosophus diceret Primò homines B & C constitutos in Z visi ros terram subcurrentem, & præcipuè, si es sent in æquinoctiali, ubi majores partes bre viori tempore transirent: Secundò futuros esse immunes à vicissitudinibus cœlorum et tis à motu rapto. Tertiò nullam ipsis Stellu fixam orituram, nullam occasuram, nullu aut Azimuthum, aut almicantarathum mu taturam. Quartò Planetas orituros ab F. no stro occidente, & in ortu occasuros in figu oppositis; nam, si F. v. gr. 9. esset primum pun-

ctum Arietis, omnes ibi, vel prope ratio- latitudinum, & obliquitatis observatorii entur, omnes initio libræ occiderent. intò nullâ vi humanâ posse tellurem si- moveretur enim vehementissimo impul- quicum collatus, quicumque humanus tam omninò proportionem haberet. At omnia in Ptolemaicâ doctrinâ locum non bent; terra igitur ab homine constituto in on solùm moveri, sed & agi per integrum rulum posset: nimirùm, si tantæ moli, & derit impulsus proportionatus, & tempus ciens adhibeatur.

Hypothesis II.

❡Num. CDLXXVII. *Fig.* 172.

Veniamus ad alteram suppositionem, & rentibus literis, & lineis, quæ priùs, li- m in centro Mundi positam cõsideremus. Non puto multæ disputationis hanc con- versiam dignam esse, si semel velimus at- dere. Hic in Librâ duo motus reperiun- præcipuè: alius, quo per lineam rectam ventur brachia, nempe à D per X in B. s, quo super hypomochlio inclinantur, ndò videlicet brachium X versus T de- nderet, & oppositum elevaretur. Porrò, hic mmuniter primus ille motus fit ab aliquo pulsu, & à gravitate posterior. Cæterùm, Libræ hypomochlium in terræ centro col- caretur, omnia acciderent contrà; quoniam or motus fieret à gravitate, & ab impulsu sterior. Hac distinctione positâ cessare vi- tur Controversia, quæ inquirit. *An de- rrâ philosophandum sit, sicut de Librâ?* di- nus enim philosophandum esse sicut de- brâ in centro Mundi constitutâ, non verò ut de Librâ, quam supra superficiem Ter- habemus. His positis, fit

Assertum I. *Axem libræ à centro mun- vel levi præpondio est removendum.* Constat gravium ingenio, & naturâ; quia gravio- non possunt impediri à levioribus, ne cen- propinquiora fiant: Ergo, si lanx D. lan- s. perponderet, ita, ut centrum gravitatis n sit in V. sed in A, axis libræ V, movebi- versus R. quousque A centrum gravitatis A centrum Mundi incidat. Sed, & V su- nsorium (hypermochlium) non manebit lineâ VY, sed appetens locum proximum ntro A, veniet versus D. ut in figurâ con- cis.

Assertum II. *Lances, seu põdera nõ sunt depensura ex lineâ* XT. & BS. quasi ad angulos rectos, ita, ut dextrum sit in T, sinistrum in S. Sed dextrum futurum est in K. & sinistrum in I. omninò, ut in hypothesi I. observato hoc discrimine, quod ibi æquè distabant à centro A, & hìc minùs alterum distat.

Assertum III. *Bilancè sic libratũ in* A, *posses liberè movere quoquo versus, & hoc sive esses in* A. *centro gravitatis libræ, sive in* V. *axe libræ, sive in extremitate* D. *sive à terrâ, penderes extra libram.*

Corollarium I. *Ergo libra ad quemcumque meridianum traducta, & in quamcumque altitudinem polarem elata maneret retinens situm, & locum, in quo deferetur, à manu.* Corollarium II. *Ergo, quamdiu centrum gravitatis haberet in* A, *nulla esset ipsi violenta positio.* Patet ex hypothesi I.

Aliàs Bilancem circa punctum V. posses liberè movere quoquo versus.

Corollarium II. *Ergo libra, si ad diversum meridianum traduceretur, puta ad* VC. *reduceretur ad* VD; *&, si elevaretur ad* VN. *recideret in* VD.

Corollarium III. *Ergo ubique esset violenta positio, quousque centrum gravitatis cum Mundiali centro coïncideret.* Patet, quia super punctum V. moveri non posset, quin centrum gravitatis, mutaret distantias à centro totius universi.

❡Num. CDLXXVIII.

Assertum IV. *Pondere addito in* D. *libra, nec mutaret meridianum, nec altitudinem: at index* VY *mutaret altitudinem, & extremitates axis, meridianum.* Illud priùs patet, quia deprimeretur libra per lineam PR, hoc est, per eundem omninò meridianum; at ex depressione resultaret axem esse in V, & ejus hanc extremitatem esse in meridiano AF, illam in AE, & indicem VY. non respicere polum, sed esse in altitudine AG.

Modò igitur amotâ librâ tellurem reponamus, & passiones analogas consideremus. Infero

Figur. 173.

Ex primo centrum figuræ terrestris, & mundi, vel levi præpondio separanda.

Corollarium IV. *Ergo, si telluris, & Mundi idem sit centrum* A, *posito monte gravi in* B. *deprimetur centrum figuræ, ita, ut figuræ, seu telluris centrum sit in* A, *& mundi in* S.

Corollarium V. *Ergo perpendiculum, quod sit in lineâ* T, *aut* I. *quæ transeat per centra, non oscillabit, si sit ex materiâ solidâ, ut conspicis*, non oscillabit, inquam, aut, si oscillet ob violentiam extrinsecam, quiescet tandem in eodem puncto, quo anteà.

Corollarium VI. *Variabitur perpendiculum, quod fuerit alibi; puta in* H. Sub initium enim respiceret A. & monte in E posito, & tellure depressâ, respiceret S. Ergo variaretur perpendiculum, & esset parallaxis SHA. Consultò de perpendiculo ex materiâ solidâ ago hìc, quia, si pendeat à filo (tale erat, quo usus dum libellum de perpendiculorum inconstantiâ scriberem) debebit ubicumque moveri, & hoc ob inconstantiam fili.

✠Num. CDLXXIX. *Figur.* 174.

Et tertiò infero, Terram sic libratam posse quoquo versus non jam circa centrum figuræ, sed circa centrum Mundi moveri. Patet ex his, quæ hypothesi I. disseruimus.

Ex quartò infero I. Pondere addito in polo, tellurem per lineam polarem (Hisp. *Norte-Sur*) deprimendam, & nullum meridianum mutandum. II. Posito in æquinoctiali altitudines, & præter illum, in quo mons ponitur reliquos Terræ meridianos mutandos. III. inter polum, & æquinoctialem posito, & altitudinem, & meridianos mutandos, ut vix illum eumdem locum, in quo mons novus imponitur, & oppositum possis excipere illud priùs, clarum est; Secundum probo, quia centro mundi constituto in A, si sit æquinoctialis DECFD. distabit E à C grad. 90. & aliis 90. à D. At, si mons magnus poneretur in C. terra deprimeretur versus D. & centrum Mundi esset in B. & F distaret à C. gradibus 90. & aliis 90. à D; & per consequens E C. esset plurium quàm 90. grad. & pauciorum ED. Ergo mutarentur locorum ferè omnium longitudines monte in æquinoctiali de novo genito, aut ablato. Consultò dixi *ferè omnium*, quoniam meridianus ille, in quo mons generaretur, aut corrumperetur, non deberet mutari.

Figur. 175.

Probo etiam Tertium. Nam, si terra sit CEFHKC, & centrum figuræ A. sit in centro mundi: erit horizon KE. Polaris LG. æquinoctialis NO. Poli altitudo KL. distantia poli, & verticis LC. at grandi monte creato in C. deprimetur terra per lineam CH. ita, ut centrum figuræ manente in A, centrum tu
di esset in B. Constituto centro mundi
B, esset horizon P Q. polaris M F. æqu
ctialis I D. poli altitudo P M. distantia po
& verticis M C. distantia horizontis, & v
ticis, non jam K C. sed P C. ergo, qui p
(ante montis creationem in C) habitabat
æquinoctiali NO. &, qui erant sub poli
G. posito illo monte in C. nec manebu
æquinoctiali, nec sub polo: imò, nec in
dem altitudine poli. Homo enim constitu
in L. distabit à polo angulo LBM: consti
tus in G. angulo GBF: sed minus iste alt
quoniam angulus F B G. minor est ang
LBM. Qui habitarent in O, & in N. nec
sent in æquinoctiali, quia hæc est ID; nec
eodem parallelo: quoniam majorem enie
altitudinem poli haberet, qui in O, quàm q
in N; angulus enim DBO. angulo IBN.
jor est ergo ad positionem novi montis in
Meridianus non mutatur in C, nec *in H.* at
omnibus aliis locis, & altitudines, *longit*
dines, & meridianidines mutantur. *Ergo*,
mutantur horæ, non enim horâ *invariatâ* p
test mutari longitudo, neque extra meridi
num latitudo. Hæc sunt, quæ mihi occurru
de librâ in mundi centro constitutâ, & om
nia sententiam meam firmant, & robora
His præmissis ad

EPISTOLAM TVAM

Eruditissimam, & doctissimam rediens, peric
dos singulos examinabo.

Lego ante medium. *Æquo animo feres, Pr
sul humanissime, si liberiùs dubitavero*, *ver
tas enim utrique est proposita, quam*, & *quis
& victus ex æquo ferunt*. Fero non solùm
æquo animo, sed & summas habeo gratias
quod me reprehendas, ubi me erravisse p
taveris; scio quatuor oculis plus videri; qua
duobus; & me errasse sæpissimè: nec labore
& studio, ita potuisse hominem exuere,
immunis maneam ab omni periculo errandi
Sed jam corrigi paratus, te avidissimè au
sculto.

✠Num. CDLXXX. *Figur.* 176.

Arguis sic. *Tua ratiocinatio, supponere v
detur eadem provenire à librâ, si idem sit
& Mundi centrum. Atquì, hoc est, à veritate
alienum: ergo*. Et ego non admitram ma
rem sine expositione. Memini me S. Eg
tem dixisse. *Supposita ipsius Infantas obser
tione, aliàs examinandâ. Sic discurro*. Me
ni

c num. 304. diversas posuisse de causâ,
quam gravia in terræ centro dirigantur,
entias, quarum tantùm ultimam esse ve-
asserui. Memini me stando prioribus,
s rejeci, ex hypothesi philosophari, non
r ex propriâ sententiâ. Memini in primâ
Epistolâ (*num.* 323.) me legisse. *Verùm*,
*tuus discursus ex suppositione procedit, in
ntiâ alienâ*. Ergo, nec inclinationem de-
inatam libræ, nec libræ, & terræ analo-
n volo supponi tanquam veram, sed tan-
m ab optimo amico assertam, & alibi à
examinandam. Condono igitur majorem,
inorem nego. Illam probas; *Quia, si
. libra, & mundo commune centrum, gra-
e in B non attolletur ab excessu gravitatis
atque ad ullum præpondium revolventur
ia libra*. Ergo. Nescio, an loco C debeam
re D. Fateor lancem B. non attollendam
is O. ob excessum ponderis in D. Sed
ea, quæ hypotheseos II. asserto I. dixi-
totam libram versus B. promovendam,
r axis, nec esset gravitatis centrum, nec
ntrum mundi incideret, ut loco citato
ssimus verbis, & lineis. Sed, si debeam
re C non capio, qui aliter possit libra
re excessum gravitatis in C, nisi ibi po-
r suspensorium, quod gravitate suâ li-
n impellat; an-non impellet versus B. ut
sed versus P. & tunc centrum mundi erit
axis libræ in A. & libra non erit in lineâ
. Sed in MN, quæ PAL orthogonaliter
dat. Ergo, si B. veniet in M & D. in N.
pondus positum in C. falsum est, quod ob
um præpondium brachia libræ volven-
Probas antecedens. *Quia, cùm* A *sit hy-
pochlium gravitatis, ac terminus motûs, ne-
est librationem fieri in eâdem lineâ rectâ*
(forte BD vel AC, quia rectam BC non
eo) *quod, si præpondium fiat in* C, *recedet
magis pressum versus partes* B (non-nisi
ius partes P. directè) *quousque libratio fiat
alis in* A. (& tunc libra erit non in BD. sed
MN.) ecce, vel ego rem non intelligo, aut
curius loquereris, quàm mei ingenii po-
tarditas, aut nihil omninò est in hoc di-
su, verum, aut falsum, quod contra me
tet. Sed progrederis; *At verò, si mundi
rum sit diversum ab* A, *scilicèt* F, *gravia
non verò ad* A *feruntur, posito itaq; cen-
gravitatis in* B. *necesse est hinc devolvi in*
non-nisi per H. in I.) *quod linea* FC *sit mi-
nor, quàm* FD. (quid inde?) *atque omnium mi-
nima* F E. (ponis centrum gravitatis in B, & respectu B. non est minima FE, sed FI.) Hæc omnia recognosce, quia videntur esse inturbata, & qualitercumque restituantur mihi, non obsunt.

✠Num. CDLXXXI. *Figur.* 176. *b.*

Et quidem, aut allucinor, aut de Terrâ, sicut de Librâ in Mundi centro constitutâ, quicumq; unam è tribus illis Opinionibus, quas *num.* 304. exposui, teneat, securè philosophari poterit, nam Ego, iterum, & iterum terram YZ, & libram RS in mundi centro positam meditor, & nullum discrimen invenio. Vel attende.

Sit RS libra: & punctum ejus medium Q. sit in centro Vniversi. Porrò, si (1) pondus addatur in S, libræ brachia non movebuntur ab S in V. aut ex R in T. sed virga SR perget per lineam rectam, ita, ut Q. quod est punctum longitudinis mediæ, discedat à centro universi, quod tunc erit in *h*. Si nullum addatur pondus; sed (2) impulsus circularis fiat in S versus V. tunc libræ brachia movebuntur super centro Q. (quod ponitur esse Vniversi) & S transibit in V. & R in T. nec oscillabunt, nec revertentur, quia nulla est gravitas, quæ huic motui resistat: nam respectu centri Vniversi Q. libra positionem non mutat. Vt impulsus sit circularis, nasci debet à vortice, cujus centrum sit Q. Si autem (3) punctum S recto impulsu impellatur, tota virga movebitur in latus (plus apud S. ubi plaga recipitur, quàm apud R). &, quia Q. extrahitur ex Vniversi centro, victo à gravitate impulsu, incipiet oscillatio, quousque punctum Q. seu libræ medium, iterum in Vniversi centro requiescat.

Hæc omnia exactissimè, qui unam ex tribus illis sententiis de motu gravium habent, in suâ tellure reperient. Nam, si globus terræ sit ZdY. & punctum ejus medium X sit in centro Vniversi. Porrò, si (1) pondus addatur in Y. terra non inclinabitur ab Y in *a*, aut ex Z in *c*: sed tota terra movebitur per lineam rectam (diametralem) YZ. ita, ut X. quod est centrum figuræ, discedat à centro Vniversi, quod tunc erit in *k*. Si autem nullum addatur pondus, sed (2) impulsus circularis fiat in Y, versus *a*, tunc terra tota movebitur supra suum centrum X (quod ponitur esse Vniversi centrum) & Y transibit in *a*, & Z in *c*: nec fiet

ulla oscillatio, nec regredietur terra, quia nulla est gravitas, quæ huic motui resistat: nam respectu centri Vniversi X. terra positionem non mutat. Cæterùm, ut impulsus sit circularis, nasci debet à vortice, cujus centrum sit X. Si autem (3) terra in Y recto impulsu pellatur, tota terra movebitur in latus, (plus apud Y, ubi plaga recipitur, quàm apud Z) &, quia X centrum gravitatis extrahitur à centro Vniversi, victo à gravitate impulsu, incipiet oscillatio, quousque punctum X. seu terræ centrum, iterum in Vniversi centro requiescat.

Num. CDLXXXII.

Hæc mihi videntur tam certa, & clara, ut nihil sit, quod possit objici. Et quidem objectione I. pondere tellurem suppresseram, non circumvolueram; &, ut video, suppressio tibi non displicet, qui ais. *Si prapondium fiat in* C, *recedet* A *magis pressum ad partes* B. *quousque libratio fiat æqualis in* A: Vt autem circumvolutionem impugnes, sic infis, *Etiam concesso impulsu æquali ad terram ciendam, nequaquam tamen ex illâ plagâ laterali in gyrum agendam.* Et probas; *quia, cùm terra sit globosa, impetus à contactu per lineam centri procedet*, juxta demonstratâ in libello de proportione motûs.

Laboro sub naucleris ignavis, & libri nondum appulsi in causâ, ut quid ibi dicas, recognoscere nequeam; quid autem hìc dixeris, examinabo. Assero igitur, nihil obesse quin B. homo Archimedicus tellurem moveat juxta ea, quæ *hypothesi* I. §. *Ex tertio* demonstravi. Nec aliud in meo discursu intendo, etiam cùm tormentorum majorum utor violentiâ, & impetu. In Objectionis enim secundæ §. *Ex his*. Sic inquam. *Facili negotio resolvemus, quantum terra ictu tormenti bellici liberi promoveatur. Consultò dico liberi, hoc est, ab Angelo in ipso aëre firmato; quia terræ innitens, cùm in utramque partem vires exferat, multò terram minùs movere poterit.*

Num. CDLXXXIII.

Sed progrederis. *Vnde constat non posse fieri alterationem terræ immoto centro.* (Sed cur non, si Deus illam juxta hypothesin primam firmasset, aut esset circularis impulsus? Sed esto, non possit, hoc ipsum meæ resolutioni non præjudicat) tametsi enim demus continuò variari centrum molis, etiam cum notabili accessu, & recessu (admittam libentissimè, qui dubio II. sub initium dixi. *Ad in-*
tum pulicis, aut straminis translationem te-
tellurem in quâcumque ex illis tribus secun-
oscillare) non tamen ulla mutatio in eleva-
ne poli, aut lineis horologialibus videtur
quutura: (imò superiùs *hypoth.* II. §. *Ex qu-*
to) tametsi ratio perpendiculi inde mut-
tur (vix mutaretur in loco, ubi pondus ad-
vit, neque in oppositio perpendiculum
dum. Sed in aliis, juxta demonstrata *hyp-*
§. *Ex primo*) idem enim est, futurum atq-
observatio fiat ex loco magis, aut minus
blimi (at hoc, nec verum, nec satisfacit,
verum; quia per mutationem observa-
terra non mutatur, at propter mutatione
centri tota variat in latum, longumque
demonstrata *dicto* §. *Ex quarto*, *hypoth*
Non satisfacit, puto enim, nec esse eum-
horam, imò nonnunquam, nec eumdem
ridianum in montis culmine, aut turris
ce, quæ in valle, aut inferiore parte: & m-
stro sic.

Figur. 177. *a.*

Sit in præsenti figurâ ECHD. terra, cu-
diameter DC sit milliar. Italicorum 68
plus minùs (nescimus mensuram exactè)
de in gradu aliqui ponunt 57. alii 58. imò
60. aut plura etiam milliaria. Placet hic u-
mus numerus ob calculi facilitatem.

1	022	360	A
2	044	60	
3	066	21600	B
4	088	198	9
5	110	1800	
6	132	176	8
7	154	040	
8	176	22	$1\frac{18}{22}$
9	198	18	P
10	220		
981	C	981	18′ H
1962	D	1962	36″ I
1962.	E	3924	72‴ K
18.	F	6867	126 L
21600.	G	5	16 M

Porrò, si singula milliaria, singulis minutis
telluris superficie respondeant, 360. grad
ut in A. multiplicati per 60. dabunt minut
seu

milliaria 21600. ut in B. quæ divisa per
relinquent $981\frac{18}{22}$ ut in BP.

Hanc divisionem fuisse bene peractam da-
multiplicatio. Vide compendiosam multi-
andi parallaxim. Vt per 22. numerum
. multiplicem, illum scribo in C. subdu-
lineâ duplico in D. duplicatum postscri-
in E. addo 18. quæ fregeram, & illa scribo
F; subduco lineam, & aggregando DEF,
quito G. 21600. Nulla ergo fuit in divisio-
illucinatio.

Habeo igitur vigesimam-secundam par-
n totius circuli, videlicet $981\frac{18}{22}$. ut in H.
eurem per 7. multiplicem, duplico ut in I.
ficiam duplico ut in K. Iungo HIK, &
eo L. $6867\frac{126}{22}$: Sunt autem $\frac{126}{22}$. reductio-
ræmissâ, $5\frac{16}{22}$. Ergo telluris diameter est
$72\frac{16}{22}$. Ergo erit sublatis minutiis 6872 —
6873 +.

Num. CDLXXXIV.

Porrò, si in uno minuto numeramus 1000.
sus, numerabimus pedes Geometricos
00: adeoq; in secundo ped. 83 = 333333.
in uno tertio ped. 1 = 388888. Si igitur
ris sit alta pedibus 347. (Mechlinienses est
o— ad coronidem usq; & asseritur augen-
tertiâ parte, & adhuc addendum capitel-
m) æquaret superficiem trium secundo-
m. Cùm Solem quasi mille Semidiametris
restribus à nobis Astronomi removeant,
ycho in perigeio 1101. numerat, non mul-
m à prioribus differens] unum minutum
rtium in Sphœrâ Solis 1388 = 888. pedes
mplectetur, ergo Solis altitudo observata
esset quasi 15.′v. variari, si eodem momento
qui eum observarent ex E, & ex F. & tur-
esset tam alta, ut linea ES, quæ trianguli
scelis basis est 300. pedes exæquaret. Cùm
tur fixę 15. vicibus Sole remotiores dican-
; si RE sit 300. pedum variant illæ duæ
servationes uno scrupulo quarto. Ergo, si
servanti ex E polus; esset altus 20. grad.
′.40″. observanti ex F. esset 20. grad. 30′.
″.59‴.59′v. Ergo non est eadem So-
aut poli altitudo utrobique. Ergo, si non
eadem Solis altitudo, nec eadem hora
test esse. Sed hæ, sive altitudinis, sive ho-
ræ differentię, quę ab intellectu percipiuntur, sub sensum humanum non cadunt.

Num. CDLXXXV.

Vt demonstretur, etiam meridianos, & locorum longitudines mutari, in eâdem figurâ sit ECHD. circulis æquinoctialis, A centrum figuræ. Ergo ponatur gravis mons in C. deprimetque totam tellurem versus D. ita, ut centrum mundi sit in B. Ergo turris E, quæ priùs (nempè, quando centrum mundi erat A.) distabat à C grad. 90. jam distabit pluribus, nam grad 90. numerabuntur à C in I. &, quia fundamentum turris non est in lineâ FB. neque apex in EB. sequitur eum, qui in apice, & eum, qui inferiùs, esse in diversis meridianis, adeòque minorem angulum esse FBG. quàm EBG. & consequenter temporius esse in F, serius in E. Turris eadem EF, quæ priùs erat ad perpendiculum, translato centro gravitatis ad B. esset inclinata, tunc enim perpendicularis linea non esset FA, sed FB. Cæterùm, quia de minutis quartis agitur, agitur de mutatione non jam sensibili, sed intelligibili; at tamen de eâ, quæ est vera, & realis mutatio, & alteratio.

Hęc sufficiant, ne epistola in libellum transeat; tuam, clausurus sic inquis. *Verùm, quia tuus discursus, Præsul Reverendissime, ex suppositione procedit in sententiâ alienâ, quæ principium statuit motuum gravium illud punctum individuum, quæ sententia à Te, & quidem meritò rejicitur, non mirum hunc, siquis est, errorem irrepisse, minùs enim attentissimus ad ea, quæ aversamur.* Et mox, ut me dignum veniâ pronuncies, P. Christophorum Scheinerum eodem errore involvis. At ego, quia tam sum stupidus, ut illum errorem non videam. Te Te per jura nostræ amicitiæ adjuro, ut digneris meos aperire oculos, & in viam revocare. Bifariam sum stolidus, si erravi; quia erravi, &, quia errorem etiam digito monstratum non percipio, sed, cùm tu me erravisse contendis, & ego errorem non capio, è nobis alterum errare certum est. Vter tamen? Tu examina, si quia tè non errare putas, me erroris arguis, fortè, & ego cùm errorem non video, in Te eumdem regesturus essem, ni timerem, aut videri audax, aut velle tuis accuratissimis assertis insultare. Tu recognosce: &, si me auditum adhuc damnes, adquiescam; tuæque resolutioni credens, me habere oculos libenter decre-

dam. Vtrum Scheinerus eumdem scopulum adliserit, nescio, puto me aliquid simile in thesibus ab ipso propugnatis legisse: cùm librum habuero, recognoscam. Illum tuum ad me transmissum magnifacio, & ne ingratus videar præter illum, quem postulas, sublimium ingeniorum Crucem jam tandem aliquando depositam, ubi de lapsu gravium edissero ex professo, transmittam, ut videas. Galilæanum illum imparium numerorum ordinem, qui jam obtinere, & fortè experientiis intra 50. aut 100. pedes factis, in quibus propter summam brevitatem temporis nulla esse potest accuratio, correspondere videretur, observationibus ultra 200. pedes factis, & illis præcipuè, quas in Mechlinienſi turri (quæ, ut dixi 300 ſ. attollitur) vicibus repetitis obtinui, nullatenus satisfacere posse. Digneris recognoscere singula; tuumque divinum ingenium apud me esse in summâ æstimatione, vel inde collige, quod vix in tuis Epistolis Staticam, Geometricam, Physicam Medicam, imò, & Theologam (nam in omnibus emines) assertionem inconcussam, & inexaminatam relinquam. Vale, Vir Sapientissime. Spiræ 8. Augusti 1644.

NOTA.

Quibus incrementis in lapsu Gravium crescat acceleratio?

Num. CDLXXXVI.

OMnia, quæ de Gravium motu dicuntur, certam, & claram legis, quam in lapsu ipsa observant, notitiam peterent. At aliam viam init Clarissimus Doctor Ioannes Marcus, aliam Ioannes Caramuel: ille à Speculatione se duci, aut seduci permisit, iste se experientiæ magisterio concredidit. Illi Galilæi authoritas, cui calculus consonare videtur, exhibet istos numeros

Tempora	1	2	3	4	5	6	7	8
Intervalla	1	3	5	7	9	11	13	15

huic centenæ experientiæ exhibent istos

Tempora	1	2	3	4	5	6	7	8
Intervalla	1	2	3	4	5	6	7	8

Ille discurrit sic. *Primo temporis modulo Grave suo lapsu peregit ulnam unam, ergo secundo tres, tertio quinque, quarto septem*, &c.

Iste autem sic. *Primo temporis modulo Grave suo lapsu peregit ulnam unam: ergo secundo duas, tertio tres: quarto quatuor*, &c.

In parvis distantiis, & altitudinibus vix experimentum fieri poterit, cui verè possim confidere: temporis secunda sunt brevia tamen Gravia uno secundo spatium satis gum percurrunt: provoco ad turres alta quibus videbis clarissimè Galilæi hypo sim exorbitare, nostram verò subsistere. ne duæ statui debent Regulæ, altera pro proximis pedibus, & altera pro spatio riori? Consule experientiam, & quò il promoveat, discurre.

EPISTOLA VIII.

REVERENDISSIMO DOMINO

D. IOANN

CARAMVEL

SVO IOANNES MARCVS MARC

S. P.

An terra in hypothesi moveretur diametrum? An moveri, aut clinari posset immoto centro? librâ in Vniversi centro consti tâ. An globus aliquis in eode spatio manens, circumvolvi po immoto centro? An terra ict bero fortiùs moveretur, quàm ab agente in ipsâ constituto pro niente? An hujusmodi moti horæ, & locorum altitudines al rarentur?

REVERENDISSIME DOMINE.

Num. CDLXXXVII.

ET video unius literæ figurâ omissæ, & alte rius mutilatę errore ctum, quo minùs scursum assequi & de librâ opinionem stâ trutinâ librae tueris. Errorem excuso, utpotè alienum, meam verò in re dendo negligentiam excusabit Ill.mus Cone

Ber-

ardus, qui tum meas literas suis inclu- as urgebat. Sed quidquid sit, non pa- debemus huic errori, qui tam nobilem m in Te provocavit. Quia verò turbata ui jubes, parebo, tuaque vestigia sequar. s quidem, quæ à me dicta, posteà verò expendendo. Porrò in illo discursu tua inentur.

rimum, & tuâ opinione supponi eadem venire libræ, si centrum revolutionis ha- in mundi centro. Secundum hanc hy- esin esse erroneam. Tertium nullo im- naturali terram moveri circa immobile rum. Sed, si moveri detur, hunc motum rectum. Et, quia duplicem statum ex- is libræ, &, quæ hanc sequitur terræ: inseparabiliter, ita, ut hæc duo centra quam dehiscant stante hypothesi. Se- separabiliter, ita, ut semel concurrant, stea suo ingenio relinquantur: meus di- us huic posteriori nitebatur.

ico enim ad impulsum terræ proportio- m hanc per diametrum moveri, nul- ue alterationem fieri immoto centro. hypothesis tua est, cùm asseris ad in- m pulicis terram oscillare. Quod at- primum? hanc esse tuam de librâ opi- em, videor manifestè colligere ex il- iscursu, dum ita concludis. *Dico pri- dum muri tormentis quatiuntur, mon- ulminibus iciuntur, terram in latus incli- am esse. Dico secundò, hanc alterationem fieri immoto centro terræ: est enim par- circa centrum motarum.* Pro cujus de- tratione assumis vastæ magnitudinis ada- tem in figuram Sphœricam operâ alicu- Angeli tornatum, qui planum adaman- m tangat in uno puncto huic enim glo- si musca insideat in puncto tangentis, ra punctum tangentis, *Ego dicerem*] præ- dium fiet, centroque figuræ à lineâ con- is dimoto globus inclinabit, igitur etiam , quæ liberiùs in aëre libratur, quàm us in plano, impulsa in Boream mutabit num altitudines. Deinde, ubi opinionem tas expendis, tametsi ex suppositione eris, de illius observatione circa bilan- , & hujus depressionem, idem tam de logiâ Telluris, atque libræ sentire videris, quin tua ratio nihil colligit.

Num. CDLXXXVIII. *Fig.* 177. *b.*

Ostendo manifestè, nam sicuti ex propor- tione molis appensæ ad molem libræ seducis angulos inclinationis, ita ΑΝΑΛΟΓΩC terrâ promoveri asseris. At verò hæc ratio inducendi inclinationem ad certos angulos non valet, nisi in librâ, cujus & axis, & vectis cadit extra Mundi centrum. Sit enim vectis BC. perpendiculum AF. Axis, seu centrum revolutionis in A. Dico appenso pondere in C. ita, ut centrum gravitatis sit in I. brachia libræ ex filo BC. revolvi in DE. quousque I. centrum gravitatis attingat lineam verticalem in K. quemadmodum demonstrat Guidus Vbaldus *ad prop. 4. de librâ*, erit itaque angulus inclinationis B D G. seu huic æqualis HAK. Est enim in duobus triangulis rectangulis HAK. GBK. angulus communis GKF. proinde angulus reliquus KGF. æqualis reliquo HAK.

Num. CDLXXXIX. *Figur.* 178.

Quod, si accessio fiat ponderis, quia centrum gravitatis magis elongatur ab hypomochlio, augetur quoque linea HK. & angulus inclinationis HAK. At verò, si axis statuatur in ipso vectè, v. gr. in F. Dico ex appenso pondere, ubi vis extra F. assumpto centro gravitatis, nullam fore differentiam inclinationis: propterea, quod vectis necessariò deprimitur ad situm lineæ vecticalis parallelum. Nam, sive in G. sive in C sit centrum gravitatis, & I quidem in L. ex C. verò in N. devolvetur. Cùm igitur ex tuâ suppositione, centrum libræ coïncidat Mundi centro, si moveri demus, à quâvis potentiâ moveatur, poterit ad quodvis intervallum moveri, neqi ad certam inclinationē determinabitur. Nam in librâ quidem extra Mundi centrum constitutâ, resistentiam habet à centro gravitatis, quò minùs anguli inclinationum magis dehiscant: At verò in telluris gyratione nullum adest impedimentum, ut ipse fateris: poterit ergo illa vis motrix, si continuet impulsum, non solùm ad secunda, sed etiam ad integros gradus terræ-motum promovere. Et tum quid faciemus illis ventis sub Zonâ torridâ æternùm flantibus, dum in excelsa Pemanæ juga, ceu in suspensa antennis vela impetum colligunt? an non necesse à tot sæculis multùm in occidentalem profeciſſe illum motum. Non solùm verò longitudinis libræ, ut Infantas, sed etiam hujus ponderis, uti Tu rectè facis, ratio habenda: Addo ego longitudinem perpendiculi, quod ipsam

quoque inclinationem variat, minor enim distantiæ trutinæ inclinationem facit majorem: & demum, ubi nulla est distantia, summam. Sit enim vectis IK. perpendiculum majus AL. minus BL.

Dico, si idem maneat centrum gravitatis, videlicet in N. majorem inclinationem induci à trutinâ ex B, quàm ex A: nam N. quidem ex A libratum cadit in F propiùs, ex B. verò remotiùs ab L: propterea, quod duo latera AB. BN. simul sumpta sint majora latere AN. hoc est, illi æquali AF. Est autem BN. æqualis BD. igitur ABD. simul sumptæ, hoc est, AD. sunt majores, quàm AF. ac proinde D magis recedit ab L, quàm F. Dico angulum inclinationis GBF esse majorem angulo inclinationis H A F. nam angulus externus HFB. est major angulo interno, & oppositio MDF. igitur angulus reliquus HAF. minor angulo reliquo GBD. Cùm itaque ratione trutinæ mutetur inclinatio libræ, non rectè assumitur proportio solius ponderis, seu potentiæ motricis ad magnitudinem libræ, nisi etiam hujus ponderis, & perpendiculi ratio habeatur. Supponatur ergo libra IK. bipedalis, & puncto libræ unius, qualem Tu assumpsisti, distantia verò trutinæ $1\frac{1}{2}$ pars pedis, seu digiti unius; erunt in semisse LK. unciæ sex, hoc est, grana 2880. & excessus ob præpondium unius grani $\frac{1}{2880}$. Cumque itaq; eamdem rationem ad se habeant pondera, quàm intervalla, ut demonstrat Archimedes *in libr. de Æquipond.* pro B. erit LN. distantia centri gravitatis à perpendiculo, similis excessui ponderum, hoc est, $\frac{1}{2880}$ unius pedis. Et, quia perpendiculi longitudo est pars duodecima pedis, habebit excessus ad hanc rationem, quam 1. ad 181. Si itaque fiat, ut 180. ad sinum totum GB. 5400. pr. ita I. ad tangentem GD. producetur angulus inclinationis GBD. pr. $\frac{1}{249}$

Num. CDXC.

Quod, si assumeretur libra omnis ponderis expers, quovis pondere appenso esset inclinatio summa, qualis nimirùm esse potest in illâ librâ: propterea, quod centrum gravitatis coincidit appendiculo. At non in nullâ librâ esse potest inclinatio summa absolutè, nisi centrum librationis in ipsum vectem dat. Cùm enim centrum gravitatis sit in verticali, non potest angulus GBD. esse mictus, propterea, quod Angulus BGD ponitur rectus. Igitur Infantas, cùm negvitatis libræ, neque perpendiculi habeat tionem, duplici errore tenetur.

Figur. 178. *b.*

Sed quorsum hæc, Præsul Reverendiss an, ut Te erroris convincam, & vel invitu hanc opinionem traham? nequaquam, sed temerè feciſse videar, si hanc opinionem tuam fuerim suspicatus. Quia verò nunc mum animi tui sensum non solùm aperu sed etiam Te in Staticis non vulgariter e citatum persuasisti, lubens opinionem to, & ad alteram controversiæ partem de possibilitate hypotheseos, quæ eadem ju tribuit libræ in Mundi centro accedo, p tamen figura restituta, si nimirùm loco C stitutas G: ipsum verò C ad partes D. tr feras. Cùm itaque A. sit hypomochlium terminus motûs gravium, si *pondus* acce in DA. magis pressum ab AC, *quàm AB* cedet ad partes B quousque centrum gra tatis sit libratum in A. nequaquam verò D. in G, quò nullus impulsus ducit, revo poterit. At verò, cùm Mundi centrum diversum à centro librationis, v. gr. in F. mota manet libra, & Horizonti parallela quousque centrum gravitatis coincidit c tro librationis. Accessu verò novi pond in C, quia mutatur centrum gravitatis, v ex A. in D. cui violenta est illa quies, sic motus D F. naturalis, qui ab hypomoch veluti retrahente impeditur, necessum m medio, seu mixto ferri per arcum DGE. F autem descensum probo, quia linea FG. minor, quàm FD. atque omnium minima

Num. CDXCI. *Figur.* 179.

Sed quid, si axis libræ 10. incidat mun centro, ita, ut tamen extra vectem librarii cadat, aut vectis quidem transeat per Mun centrum, non etiam Axis, ut, si vectis CD K. mundi centrum, aut A quidem libration B verò Mundi centrum.

Respondeo in primo casu, ad nullius p derisve accessum moveri libram, propter quod nullum punctum in vecte assumpt ex illo motu fit propiùs Mundi centro.

In secundo verò casu, si pondus accedat inter duo centra A, & B. aut inter B & nul-

lus erit motus. Quod, si enim centro A. intervallo AD. describatur semicirculus DHC, ducantur rectæ BG, & BH, erit BG. minor quàm BH. & omnium minima BD. non ro ex D. in C. erit motus. At verò, si ex te oppositâ in L, v. gr. accedat pondus o brachia libræ, revolvi quousque L. perutiat in B. Si enim centro A. intervallo AL. scribatur circulus LFBK. & ducantur BE, BF. erit BF minor, quàm BE: & hæc minor quàm BL: motus ergo ex L in EF. magis proximat Mundi centro.

Objicies, eundem esse descensum ex L per igitur *non* est ratio, cur hac potiùs, quàm via *feratur*. Respondeo hoc libramentũ in visibili consistere, ac proinde in corpori- *Mathematicè*, nõ etiam Physicè admitti.

Num. CDXCII.

Venio ad tertiam quæstionem, pro cujus ssione assumo Prop. III. nostri libelli *de re- Sphygmicâ*: videlicet, *Impulsum non-nisi lineam rectam movere suum mobile*. Hac positâ, ita argumentor. Impulsus naturâ est determinatus ad lineam rectam. Igitur us virium habet in motione obliquâ, seu cular. Cùm hîc sit recessus à motu natu- similis motui inclinatio; quod etiam eximur in illis machinis, quæ impetum colunt circularem, uti funda, hæc enim sam projicit ad majus intervallum, quàm, ut ic æquales sint circuli rotationum, in quos nda manu jam quiescente, revolvitur; idem, ando impulsus majorem rationem habet motum rectum, quàm circularem. At vete terra, si abstrahamus à Mundi centro, quo cessariò inclinat, nullo impulsu moveri pomotu recto, igitur, neque motu circulari. ajor constat ex Propos. minor est tua inclus. post Objectionem III. Stando, in- *quarta sententia, quam semper tuemur, terimus globum telluris habere virtutem maeticam attractivam, adeoque, si divinitùs quat tenuis extra locum, quem habet, ponetur, remansuram*. Quid hic obsistit, quoius terra moveatur, præterquam illius moad quam ciendam nullam proportionem bet impulsus naturalis: igitur multò minom proportionem habebit ad illam gyram, seu circulariter movendam. Quod verò ulta faciliùs motu circulari, quàm recto veantur, id ratione vectis, seu libræ congit, quæ hic locum non habet.

Num. CDXCIII. *Figur.* 180.

Vlteriùs probatur illâ eâdem ratione, quàm in Epistolâ attuli. Terra est globosa: igitur quomodocumque impellatur, motu recto non circulari movebitur. Sequelam ostendo, motus fit in illam partem, in quàm fit impulsus; at verò hic quomodocumque incidat Sphœræ, fit per illius diametrum, igitur etiam motus. Major est evidens: Minorem probo experientiâ. Sit globus C. quem alius globus ex C in D. percutiat in B. Dico impulsum, & motum fieri non per C F. parallelum motui E D. sed per lineam B C. Id experiri licebit, tum in aliis, tum illis globulis lusoriis, quibus annulus ferreus in tabulâ verticaliter erectus transmitti consuevit. Hujus autem ratio est, quod omnium motuum regula sit centrum gravitatis, ut suo loco ostendam. Idem ergo fieri dicendum in terreno globo, si impetus ventorum, vel ictus tormentorum hunc feriant. Confirmatur impulsus naturâ suâ movet per lineam rectam, si nihil obstet: at verò centrum terræ, non obstat motui recto. Cùm ex tuâ opinione facillimè etiam ad insultum pulicis movetur. Igitur motus rectus præoccupabit motum circularem, neque proinde immoto centro terra movebitur. Accedit, quod motus rectus producitur ab impulsu, non tanquam causa per se, sed, quia præpondium facit: unde ad quemvis impulsum sequitur motus. At verò motus circularis non habet concaussam gravitatem, non igitur à quovis impulsu, sed tantum à proportionato terræ moli esse potest.

Sed quid dicendum de Archimede, qui terram se moturum gloriatur? quid nisi hunc ridiculum esse ex vestrâ opinione, qui eandem vim, imò majorem pulici tribuitis, nihil verò ipse determinat, cujusmodi hic motus sit futurus, rectus-ne, an circularis, sed qualiscunque sit, dico non posse fieri immoto centro, sive enim trahat, sive impellat terrenum globum, necessariò plaga ex illo contactu centrum afficiet.

Num. CDXCIV.

Progredior ad tuum discursum. Circa primam hypothesin, asseris bilancem centro immobili libratam posse liberè quaqua versus circumvoli. Ex quo infers terram quoque sic libratam in A. posse liberè circumduci, idque contra meam opinionem. At mea opinio huic

hypothesi minimè nitebatur; qui pono centrum figuræ ad præpondium cõtinuò moveri.

Deinde tuum assertum tanquam per se notum assumitur: cui tamen intellectus, non ita facile acquiescit, nam illud centrum immobile, aut erit extra continuum libræ, aut hujus aliqua pars, seu punctum. Si extra, quemadmodùm Axis, circa quem libra revolvitur, negabo eandem esse hujus, atque libræ rationem, in quâ nemo ejusmodi hypomochlium somniavit. Si verò sit aliquid libræ, non facilè tibi concedam gyrari molem reliquam, cujus punctum medium ita quiescit, ut nulla vi ad motum impellatur: illud punctum est continuativum infinitarum diametrorum se intersecantium: necesse proinde ad hujus quietem illas partes, quæ in ipso continuantur, quiescere, sicuti ad illius motum omnes quoque moventur. Licet enim in circuli, seu sphœræ motu quiescere dicatur punctum medium, quia non eo modo, quo reliquarum partium situs permutatur; non tamen caret mutatione sibi propriâ, & motui sphœræ analogâ cùm sit quædam individua sphœra, in quo potestate circulus, & sphœra continentur. Vnde sicuti sphæra tota quiescere dicitur, quia manet idem locus circumscriptivus, ita punctum ob identitatem loci definitivi quiescere dicetur. Posse verò punctum aliquo modo dici sphæram individuam, ita suadetur, nam lineæ, quas dextra, sinistra, introrsum, retrorsum, supra, infraque continuat, mox ab illo dehiscunt, igitur immediatè sequitur, & circulus, & sphœra.

Num. CDXCV.

Si dicas, non dari puncta realia, neque ego centrum quiescens tunc admittam: motus enim, & quies sunt circa idem subjectum. Sicuti quando nullus motus in non ente, seu nihilo, ita neque quies esse potest. Quod, si hæc non placent, neque tua assertio placet absque probatione. At nihil, inquis, impedit hunc motum, nihil eidem resistit. Ergo verò dico, impedire illud immobile centrum, cujus quies nullâ vi separabilis ad omnes partes in se continuatas se expandit. Sed demus posse moveri eo modo, quo libra circa axem quiescentem movetur, cur verò facilius moveri dicis in A. quàm in D. loco ab hypomochlio remotiore contra principia Archimedæa. Nam ea, quæ in confirmationem adducis, contra Te faciunt.

Num. CDXCVI.

In D, inquis, esset similis is carchesio vis, aut apici arboris insistenti. At verò facilius inclinatur à vento laterali, quo ala vela tolluntur, arbor minori vi concutitur pueris in summitate, quàm circa basim, partes imas constitutis. Neque verum videtur facilius moveri libram in mundi centro quam extra hoc libratam. Nam, si ita, indefinitè hoc asseras, convenit omni libræ cujuscunque molis & ponderis. At verò tra mundi centrum quamcunq; libram et vastæ molis absq; mora ei deprimes ob pondium: in mundi centro constitutam, proportionatus eidem moli accedat impsus, movere haud valebis. Nam sicuti impedit, ita nihil juvat hunc motum. Squid, si Thaumaturgus quispiam Archidæus huc accedat, nihil-ne suis machinis ficiet? Respondetur posito immobili cabsolutè, quemadmodùm tua *hypothesis* cit, priùs machinas illas crepaturas, *quam* ut terram suo loco moveant, *seu recto*, circulari motu: cùm eadem *sit ratio utriusq* At motum Aristarchi quò *minùs inhibeat* rationem non video; est enim finitæ virtutigitur ex principiis Archimedæis ab impucontrario superari potest. Verum tua Asserno de possibili imaginariè, sed de eo, qunaturaliter fieri potest, procedit.

Num. CDXCVII.

Venio ad secundam hypothesin, quæ crtrum mobile supponit, ubi assertione terita inquis, *Aliàs bilancem circa punctum posses liberè movere quoquo versus.*

Corollarium I. *Ergo libra, si ad diversum meridianum traduceretur, puta ad* VE. *reduceretur ad* VD: *&, si elevaretur ad* VN. *reduceret in* VD. &c. ubi in figurâ desunt tres teræ VCN. quæ demonstrationem reddunt suboscuram. Quod dico in excusationem croris mei in figurâ commissi.

Posteà dicis bilancem ita libratam in posse liberè moveri quaqua versus, sive in A. centro gravitatis libræ, sive in V. Axe sive illius extremo D. & infers terram quo sic libratam posse quoquo versus movetur quidem circa figuræ, sed circa Mundi trum, at ego sicuti aliquam libram ita tutam posse moveri concedo, ita nego ni libræ cujusvis molis, & ponderis id venire: cùm non quivis impulsus sufficiat quam-

libet molem movendam: alioquin culex ro Lunaris globi incluſus illum circum-

Ego etiam, nihil inferre, ubi vis locorum or statuatur, sive in centro, sive ad parmagis minus-ve dissitas. Nam centrum, omochlii; illa verò longitudo, libræ, seu is habet rationem.

Num. CDXCVIII.

Restat examen Epistolæ meæ, quam accusimè, & anatomicè dissectam æquâ, haud e lance expendisses, ni vitium figuræ tibi osuisset. Non vis admittere majorem sine ositione: cùm dico te supponere eadem venire libræ, si axem habeat in mundi ro. Quia nimirùm, neque inclinationem determinatam, neque hujus cùm terra ogiam suppositeris tanquam veram, sed ruam ab Amico assertam. Illam nihilomihi donas, negas-que minorem: non ita sentias, sed de meo paralogismo se-

Ego verò respondeo, quid de librâ sentias primùm ex tuo doctissimo, & subtilissidiscursu me perspicere: aliud verò tum ex scriptis colligere, haud potuisse. Neque ipsius Infantas opinionem Te supponecebas quoad analogiam libræ, atque terquoad illud experimentum de inclina-. Ne tamen injurius tibi essem, adduxi, ex alienâ opinione locutum. Accipio ita-, seu quia vera, seu quia ita vis, ex tuâ itione majorem, quæ sic habet, *Vt terra ceatur circa centrum, supponit rationem li-*. Et probo minorem, nimirùm hanc supionem esse falsam. Fateor, inquis, lan- B. non attollendam versus C. ob excesponderis in A, non igitur rationem habet æ. Deinde, quod ponderat ratione libræ, m plus ponderat ad majus intervallum ab omochlio, ut constat ex Archimede, & lo Vbaldo: pondera verò libræ in centro stitutæ in omni distantiâ idem ponderat. a hypomochlium est idem cum centro rium, & vectis linea verticalis: in quâ pyus, seu conus inversus, teste experientiâ lo plus ponderat seipso erecto. Cur verò, que tormenta, neq; machinæ Archimedææ ficiant ad motum circularem terræ, jam; quia nimirùm hic motus supponit cenm immobile, quod obsistendo, & retradoimpulsum natura sua rectum illâ cur-

vitate permutat. Tuâ verò opinione Mundi centrum tantâ facilitate movetur, ut etiam ad pulicis saltum vacillet.

Num. CDXCIX.

Posset quoque in dubium vocari, cùm ad faciliùs terram movendum, ictus requiris tormenti liberi, operâ Angelicâ in aëre firmati; quia nimirùm, si Terræ innitatur in utramque partem vires exerit. Nam licet ejusmodi impulsus in partes oppositas facti seipsos destruant, cùm simul fiunt, in explosione tamen tormenti succussio antecedit, posteriùs emissus globus illam turrim ferit. Vnde verisimile ictus accidere vehementiores, quo major succussio antecessit, quemadmodùm, si navis inclinetur majori, posteà impetu in latus oppositum recumbit.

Verum Tu subtilissimè huic instantiæ mox occurres, dicendo ictus vehementiores accidere, ubi ad impulsum adjungitur vis naturæ à violento, & non naturali situ, statu-ve restituentis. Vt jam arborem laxare, aut eradicare volentes in oppositam partem priùs recurvamus: tum enim recurrendo, & ex motu impetu collecto, adjuvat plagam oppositam, quod non contingit in illâ succussione ex repedatione tormenti inducta, cùm motus terræ non sit violentus.

Num. D.

Arguis posteà me, cùm dixi admisso motu centri nullam fore mutationem in elevatione poli, aut lineis horariis: propterea, quod idem sit futurum, quemadmodùm, si observatio fieret in loco magis, aut minùs sublimi. Id Tu dupliciter impugnas. Primùm subtilissimo calculo demonstras, non solùm ex oscillatione centri, sed etiam ex locorum altitudine inæquati mutari meridianos, & elevationes poli.

Secundùm non eamdem differentiam in observando provenire ex mutatione centri, cum illâ, quam locorum dispar altitudo inducit.

Sed non subtilissimè, An Tu mihi tam syncerum dabis, qui illa minutiarum minuta in lineis horariis discernat? Concedo equidem tuis argutissimis demonstrationibus: Verùm differentiam sensibilem, de quâ solâ agebam, excludi. At, quod non eamdem differentiam inducant montium juga, vallesque depressæ, quam oscillatio centri, rationem non video. Quod enim terra non mutetur per mutatio-

nem observatoris, tota verò variet in longum, latumque ad mutationem centri nihil officit meæ assertioni. Siquidem illa mutatio universalis non aliud facit, quam superficiem Terræ inæqualiter remotam à centro: quam differentiam quoque inducunt montes, &, quæ his subjacent valles.

Num. DI. *Fig.* 181.

Sit globus terræ ABG. in quo altitud. montis AE. vallis depressio BD. quod, si itaque centrum ex C. moveatur in F. erit superficie DGE. idem, quod priùs intervallum.

Dices, si centrum F. moveatur per axem DE. eo in E. translato omnes paralleli mutantur, & Æquinoctialis GH. in parallelum IK. degenerat: quam mutationem non videntur inducere montes noviter exorti.

Respondeo ex illâ promotione centri, non solùm his, qui sub Æquinoctio agunt, sed etiam sub polaribus, ut in D. omnes parallelos mutari. At verò hìc idem mons facit, quod mutatio centri: Vnde mea positio, quia indefinita, manet: tametsi non omnes montes, & ubique locorum geniti, hoc faciant. Cùm neque progressio centri, si intra planum Æquinoctii fiat, mutet parallelos.

Sed finem facio, ratus munere abs Te impositò me functum, quia sic adjurasti me. Quod verò minutiùs, & scrupulosiùs singula excussi, tuâ vestigia sequi volui, insistendo illi legi, *Quod quisque juris, in alterum statuerit, ut ipse eodem utatur*.

Dixi, Tu Præsul Reverendissime, conclude, meque incœptâ gratiâ, include. Pragæ 27. Augusti Anno 1644.

NOTA I.

Num. DII. *Figur.* 177. *b.*

STatim in initio *num.* 488. §. *Ostendo.* Clarissimus D. probare intendit terram non se habere, ut libram constitutam in Vniversi centro.

Iam pluries dixi, Libram, si in Mundi centro sit, pondere non inclinari collateraliter, sed deprimi: impulsu autem inclinari in latera: Et idem contingere terræ, *num.* 480. exposui: nam, si figuram 177. *b.* delineatam à Clarissimo Domino consideremus, libra BC. si supra terram sit, & æquilibrium habeat in puncto F. addito pondere in C. movebitur per arcum CN. supra punctum F. si autem suspendatur à puncto A. & virga AF. continuetur, & consolidetur virgæ BC. tunc addito p dere in C. supra punctum A. movebitur & virga, quæ priùs erat in BC. post add nem ponderis, erit in DE. Cæterùm, ut lineam CB. illa virga promoveatur, quin alteram partem inclinetur, pondere non test obtineri, impulsu poterit. Vterque tus, nempe, inclinationis per arcum CN pra centrum F. & promotionis per linea CB. sine ullâ inclinatione haberet libra, set in Mundi centro: sed à contrariis ca nam inclinationem per arcum CN, qua hic facit gravitas, ibi impulsus faceret promotionem per lineam CB, quam hic impulsus, ibi faceret gravitas.

NOTA II.

Num. DIII.

SÆpe assumit terram non posse al quàm motu recto moveri. §. *Venio ad tiam. num.* 492. dicit, *Impulsum non-nisi lineam rectam movere suum mobile.* Et po §. *Vlteriùs. num.* 493. subjungit, *Terra globosa: ergo quomodocunque impellatur, tu recto, & non circulari movebitur.* Et brò similia repetit. Cæterùm, quia *num.* impulsum rectum ab impulsu circulari dist xi, nunc juxta illam distinctionem respond impulsum, si rectus sit, ferè per lineam ctam movere suum mobile: nam, & per culum interdum solet, vide *num.* 507. si tem sit in vortice sphœræ concentrico n recto motu illam, sed circulari circumvolv

NOTA III.

Num. DIV.

TAndem §. *Sed non subtilissimè. num.* cùm videt differentias, & motus monstrari, ait, *An tu mihi tam syncerum bis, qui illa minutiarum minuta in lineis riis discernat? Concedo equidem tuis argu mis demõstrationibus: verum differentiam sibilem, de quâ solâ agebam, excluso.* Si hoc rum, quare fatigamur? An-ne ego unqua egi de differentiâ sensibili? Dixi, & ipse C rissimus D. mihi objecit, ad motum publi tribus illis sententiis centrum gravitat tari. An-ne sensibiliter? Hæ mutationes telligibiles sunt, non sensibiles. Non ego differentiis sensibilibus, sed de intelligi bus, & in sententiâ alienâ, disputamus. Et

Et quidem hanc mutationem insensibilem nam *mutationem*) dixeris, Cœlius Rhodi- ius *libr.* 1. *antiq. lect. cap.* 4. & 13. admisis- idetur, ipse enim teste Solorzano *de Iure ar. libr.* 1. *cap.* 11. *pag.* 136. *a. num.* 13. er alia ait, *Terram à Græcis appellari* IBOP- ON, hoc est, *æquinutantem*.

EPISTOLA IX.

CLARISSIMO DOMINO

IANNI MARCO MARCI

SVO S. P. Pragam.

An globus à globo percussus per lineam rectam moveatur? An, & quomodò possit in gyrum circumvolvi? An per centrorum lineam motus fiat? De obliquitate & reflexione. Cẽtrum geometricè sumptum, ab omni materiâ est abstractum, omni extensione caret, & Sphœra individua appellari non potest. An terra motu diurno, aut annuo agatur? An vacillet, & mutet? Si quiescat, an possit naturaliter in gyrum agi? An in torridâ Zonâ ventus, qui ab ortu semper est, terram promoveat? An trepidationis, & librationis motus, quos Rex Alphonsus Cœlo accensuit, possint, aut debeant accenseri telluri?

EXPERTISSIME, ET CLARISSIME VIR.

Num. DV.

DAs 27. Augusti dederas, perituræ omninò essent, ni Deus, cujus honorem nostra disputatio concernit, mihi nequidem exspectanti, favisset. Exercitûs hostilis felicitas me rà Francandaliam abegit, ubi inter spem, timoremque hæreo Gubernatoris favore, & amicitiâ illectus. Literæ, quæ ex Germaniâ superiori transmissæ, Francofurto wormasiam, hinc Francandaliâ Spiram ferebantur. Et, quia inimicorum, imò inimica est civitas, fuerunt captæ, & examinatę; & inter alias, quas interlegebam, tuæ repertæ. Communicavi Gubernatori nostro D. Bernardino de Robelledo, S. R. Imperii Comiti, Viro bonarum literarum studioso, & Matheseos diligenti cultori, qui tametsi publicis fractus negotiis, maluit lectioni, quàm somno indulgere paucas horas noctis, quæ ad auroram restabant. Laudavit ingenium tuum, collaudavi: & commendando objiciendo, exponendo hæsimus, quousque ille ad vigiles, & muros ire debuit, & ego ad penetrale, ut, vel tantisper somnum fallerem. Relegi iterum:

Num. DVI.

Primòque, quòd tam curiosè Epistolam meam examinaris, gratias ago, & periodum illam ultimam, quâ tuam claudis, mihi mirum in modum placere obtestor.

Secundò, Amanuensis errorem jam percipio, & non est, cur te reddat sollicitum, præcipuè apud me, qui crudeliter ab exscriptoribus, crudeliùs à Typographis vulneror; nec esse difficilis potero, tibi, quem in simili infortunio experior prudentem, & facilem.

Tertiò, sperare incipio hanc nostram controversiam summam illaturam esse lucem multis aliis obscurissimis difficultatibus.

Num. DVII. *Fig.* 180.

At, quia discursus ille tuus doctissimus innititur Positioni huic, nimirùm, *Globus globo impulsus, quacunque impellens incurrerit, movebitur per lineam illam, quæ per centra ducatur*. Globus enim inferior, sive explosus ab H. sive ab E, continget superiorem in B. Et iste non procurret in F. sed in G. est tua hypothesis; quî illam intelligam, & quid in ipsâ, aut rejiciam, aut adprobem, breviter explicabo.

Num. DVIII. *Figur.* 181. *b.*

Seu vera, seu falsa ipsa sit, non infirmat telluris motum à me admissum ad aliorum sententiam. Nemo enim negare poterit rotas, quarum immobilis axis est, impulsu aliarum promoveri (si dubites, vide automata, vide exaltatorias machinas, vide molendina, rota rotam mordet, & promovet, & tamen axes

non mutantur. Vento è regione impulso, alæ molendinariæ circumaguntur ; & aqua influente rota vertitur, & impulsus non fit à contactu in centrum, sed in latus) & tellus ædificiis, & montibus aspera, non-nisi dentatus globus est.

Christophorus Rothmannus in Epistol. ad Tychonem datâ Cassellis 13. Calend. Octob. 1588. Terram annuo motu cieri negat, diurno convolvi asserit, & suadere conatur ratione à Globo artificiali desumptâ. *Sanè, cùm Terra*, ait, *ut reliqui Planetæ rotundâ figurâ prædita sit, similiterque libera in aëre pendeat, cur eam ad movendum inhabilem esse dicamus? Videmus, si Globum in Polis, & Axe exactissimè, & subtiliter, aut erigamus, aut suspendamus, atque ita liberè pendentem in gyrum impellamus, eum satis diu hunc motum retinere, nec subitò cohibere posse. Si igitur artificialis motus etiam impeditus hoc* (nempe, invariato centro, & axe circumagi) *possit ; quantò magis naturalis non impeditus ?* Immò à fortiori id de Globo naturali (semper loquor ex hypothesi in alienâ sententiâ) esset dicendum: nam ille artificialis, de quo Rothmannus agit, lævis, & tersus erat, naturalis autem asper, & hispidus: &, ut hanc rationem à fortiori concludere percipias, considera delineationem. Centro A. ducatur circulus dentatus, qualis adpictus cernitur. Axis constet in eodem spatio (nimirùm, ut axes rotarum aliàs solent; ne detur locus examini quæstionis, quæ inquirit, An axes, aut globorum motu circulari circumductorum centra moveantur) consideretur etiam linea CB, quæ ita dentibus H & I. adhæreat, ut illos tantùm non tangat, deinde globus G. per lineam rectam DE, parallelam ipsi BC, & semidiametro ab eâ distantem explodatur, tanget rotam in F, constitutus in K. quam tamen non movebit per lineam KAM: (Axis A mobilis, aut immobilis sit) sed circa centrum A. vix motum. Globus igitur dentatæ Telluris eodem prorsus modo, in circulum moveri poterit.

Ecce impulsus rectus ita poterit cooptari globo mobili, ut illum è suo loco vix extrahat. Cæterùm, si motus sit circularis, & proveniat à vortice, qui globo concentricus sit, motus ille erit perfectè sphæricus, & centrum globi circumacti immobile mansurum est.

Hæc meæ defensioni, hæc instantiæ tuæ doctissimæ solvendæ, videntur omninò fu
cere; at, ut examinemus etiam ipsam hyp
thesin, ingeniosa tua Assertio me adlicit,
dum nos controvertimus, amici veritatis
ibi à Te, isthic alibi à Me, aut demonstra
aut attactâ fruantur.

Num. DIX. *Figur.* 182.

Assertiones igitur aliquot, hypothes
tuam illustrantes adjiciam, quarum sit

Prima, *In aream planam* (hanc motibus
commodatissimam elegimus) *si globus glob
per lineam centrorum invadat, invasus
dem lineam sequetur, seu æqualis, seu levior*
Si enim globus A, incurrat per centrorum
lineam, adtinget globum B in C, & ipsum
eamdem lineam BC propellet.

Secunda, *Si globus incurrens, alius
centrorum lineâ veniat* (hoc est, si non
RG. sed per KG.) *globus impulsus mov
centrorum lineâ* (hoc est, non FS. sed F
Hanc multis viis potero demonstrare. S
ingrediar clariorem facilioremque.

Num. DX. *Fig.* 183.

Primò enim, cum idem *impulsus* veloci
moveat globos ligneos, quàm ferreos (le
enim faciliùs promoventur, quàm gravi
sequitur, quòd, si globus ferreus à ligneo,
gneus à ferreo impetatur, etsi per centrorum
lineam motus fiat, futurus sit tardior, aut
vior motus globi impulsi ; & solummo
æqualis, cum globus globo æquè magno,
æquè ponderoso propellitur. Vnde, si
præcedenti figurâ, globus A sit ferreus, &
ligneus, dicam velociùs, hoc est, minori m
pore, excursurum ligneum, quàm ferreum
tametsi sit eadem distantia. At, si uterque
set, aut ligneus, aut ferreus (hoc est, æq
magnus, & æquè ponderosus) tantum temp
ris absumeret impellens, quantum impulsi

Secundò, Tardiùs movebitur globus
pulsus obliquè, quàm directè. Ratio est ma
festa: quoniam globus incurrens ab R. qu
scit in G, & totum suum impulsum imprim
globo F: at incurrens ex K, non quiescit
G, adeoque, nec totum impulsum exuet,
per consequens, nec totum globo alteri co
municabit.

Tertiò, ex istis duobus inæqualitas
componitur determinata motuum inæqual
tas, quàm alibi poterimus inquirere. His p
sitis, globum à K. incurrentem in B. conse
remus. Sit igitur Assertio

Ter-

Tertia. *Si globum* BN. *immobilem* (aut cla
dfixum, aut infinitè gravem) *globus* G. *ex
plosus, tangat in* B, *reflectet à* B. *in* O. &
in C. Videlicet eodem angulo, quo in
us fuerit. Nam, si loco puncti B. pone
r planum TV. globus ille incideret angu
HBT. ergo excidere deberet angulo VBO.
ali. At idem præstat punctum B. immobi
ac planum TV. Ergo globus, qui à K. im
lus, tangit alterum globum in B, à B. re
ctur in O, & à G. in C.

Quarta. *Si eundem globum infinitè mobilem
i gravitate destitutum) idem globus* G. *eâ
via impellat, & tangat in* C, *dicendus est
us impellens excursurus à* K. *in* M, & *im
us ab* F. *in* P. Patet illud prius; quia, cùm
llum impedimentũ reperiat, non est, cur
flectat: Patet etiam hoc posterius: quia
ulsus à puncto C. per F. in P. velocissimè
ebitur, antequam magis inflecti possit.

Quinta. *Si uterque globus sit ejusdem ma
dinis, & gravitatis, reflectio fiet à* G. *in*
Patet, quia inter infinitè grave, & infini
eve, medium est æquè grave: & inter li
m GC. & GM. media est GQ. Huic Asser
i experientiæ, quàm proximè respondeat
ollarium. Ergo, si gravior sit impellens
ulso, resiliet inter M. & Q: eo propiùs ipsi
quò gravior, ergo, si levior sit impellens
ulso, resiliet inter Q. & O. eò propiùs ipso
quo levior.

Num. DXI.

Sexta. *Aliter globus à globo, aliter Terra à
oto, aut motu impellitur*. Patet; quia ipsa
n est globus perfectus, sed asper, & denta
, adeòque moveri debet juxta ea, quæ di
nus superiùs. §. *Primò, seu vera*.

Hinc ad tuam Epistolam. Sub initium, sic
uis. *Dico ad impulsum terræ proportiona
e, hanc per diametrum moveri, nullamque
erationem fieri immoto centro*. Ego contra
no, *Terram impulsu proportionato posse cir
gyrari immoto centro*, & ostendi §. IV.

Sub medium §. *Sed quid dicendum*, & etiam
semel alibi, ponis ex meâ sententiâ ter
ad insultum pulicis moveri, & vacillare
sse, quod ego, si pondus respiciam, non
mitto, sed futurum assero, si hypothesis,
as falsa ponatur: videlicet, si non quar
m, quam propugno, sed unam è tribus
oribus, quæ *num.* 415. ponuntur, defen
mus.

Paulò post §. *Deinde tuum*, per centrum
immobile illud intelligi volo, quod communi vocabulo intelligitur. At, si velis punctum medium, *Sphæram individuam* dicere, quando disseramus de Physicis, non reclamabo, quoniam habeo speciales rationes, ob quas debeam tecum sentire: sed reclamaret Peripateticus quicumque, & forsitan jure. At modò tractamus Mathematica, & puncti nomine intelligimus id, quod ab omni materiâ abstrahitur; quod omni extensione (adeoq; longitudine, latitudine, & profunditate) caret: quod videlicet *Signum* Archimedes appellat, quod punctum sit aliquid, quod non tam existit, quàm intelligitur, & significatur. Et quidem de hoc Geometrico puncto, seu centro, nunquam verificabitur, vel, quod sit Sphœra individua, aut quod circumvertatur: quoniam est indivisibile, & situm mutare non potest, quod partes non habet. Ergo centrum immobile, est punctum corporis eidem semper spatii puncto correspondens.

Deinde §. *Arguis posteà*, nimiam illam subtilitatem condemnas, cùm tamen major sit parallaxis, quàm, quæ non jam pulicis insultu, sed montis translatione possit accidere. Vera sunt quidem, quæ ibi dicta; an nimis subtilia, non examino: id solùm dico: me ab initio, egisse de trepidatione, aut motu terræ intelligibili: nam, si tu, non hunc, sed tantum sensibilem negas, convenîmus, nec fuit, cur tot literas scriberemus.

Alia adsumis, quæ quidem pulchra, & tamen meam resolutionem non enervant. Omnibus tamen consideratis, Quæstiones ipsissimas calamo secundo resolvo.

Num. DXII.

Quaestio I. *An centro mundi (quo nomine centrum concavi Sphæræ Lunaris intelligitur) semper idem telluris punctum correspondeat; an ipsa vacillet, & trepidet ad cujuscunq; rei insultum?*

Lam. 16. *Figur.* 1.

Respondeo supponendo terram, nec annuo, nec diurno motu circumduci, & stando primæ, secundæ, aut tertiæ de centro gravitatis sententiæ, mutari punctum terrenum centro mundi respondens, non solùm ponderum translatione, sed etiam viventium insultu, & ventorum, & fulminum impetu. At inter impulsum, gravitatemque reperio magnã differentiam; nam, si Telluris BCDC.

polo C. imponatur moles graviſſima, deprimeretur totus globus, ita, ut centrum gravitatis, & mundi eſſet H. at impulſu oſcillaret terreſtris machina quouſque ille excideret, & iterum centrum figuræ A. cum centro Mundi coïncideret.

Supponendo autem terram, aut annuo, & diurno motu, aut hoc ſolo actam, & ſtando primæ, ſecundæ, vel tertiæ ſententiæ, exiſtimo tellurem alterandam non eſſe ſenſibiliter, quin daretur tantum pondus, talis-ve impulſus, qui haberet proportionem cum motu terræ; qui cùm fortiſſimus eſſet, non poſſet qualitercumque retardari, aut remitti: ipſe autem licet intenſiſſimus, finitus eſſet.

Stando quartæ ſententiæ, ſeu terra diurno, aut annuo motu agatur, ſeu non, gravium montium tranſlatione moveri non poterit; impulſu, qui reſiſtentiam ſuperet, poterit.

Num. DXIII.

QUAESTIO II. *An Terra moveri naturaliter in gyrum poſſit?*

Reſpondeo terram, ſi moveatur motu diurno, non poſſe ſiſti, quin patiatur tantum impulſum, quanto ipſa movetur in ortum. Aliàs hunc eundem motum accelerandum retardandumque ſecundum naturalis, & violenti impulsûs proportionem. Addo violentiam humanitùs, imò illatam cœlitùs à fulminibus, tametſi magna appareat, non habere ſenſibilem aliquam proportionem.

At, ſi terra quieſcat, quæcumque ex quatuor illis ſententiis ponatur, non eſt, cur negemus terram circumduci poſſe, modò impulſum proportionatum imbibat. Et tum, quid faciemus, inquis, illis ventis ſub Zonâ torridâ æternum flantibus, dum in excelſa Peruanæ juga, ceu in ſuſpenſa antennis vela impetum colligunt? An-non neceſſe à tot ſæculis multum in occidentem profeciſſe illum motum? Et quid facietis, inquam, ſi illis aliquis ventis virtutem promotivam concederet, & ſtatueret, illo ventorum impetu terram promotam eſſe? A quo convinceretur, qui dicerent illo motu horas prolongari, quod cœlum periodo ſuâ diurnâ ventum, & hic terrâ rapiat, & quod viginti-quatuor horis primũ mobile, præter circulum integrum, procurrat etiam, quantum tellus perenni impetu illorum ventorum promovetur? Et fortè eſſet, qui ſic loquenti applauderet, & adſenſum præberet. Cæterùm, qui non jam primi mobilis rationem firmamento, ſed ter adſcribunt, conſequenter affirmant, illos v tos eſſe aërem à tellure ſubcurrẽte relict & hanc velociùs movendam, ſi eſſet per actè Sphœrica, nec dentibus ſuis aërem, ſ denſè reſiſtentem, irrumperet.

Num. DXIV. *Lam. 16. Fig. 2.*

Seu terra moveatur, ſeu quieſcat, virt magneticâ ad polos dirigitur, quæ in axe ſidet, &, ut experientiæ firmant, ipſe tra per figuræ centrum, nec aquę mutatione tatur, quia hæc, non aquæ, ſed magni gnetis, ſive telluris virtus eſt. Nam, ſi in gurâ præſenti axis terræ magneticus, ſit centrum terræ erit in A. Eò omnia grav tendent, ni impediantur: circa illud ſe exp det aqua, ni violentiâ aliquâ attollatur, æſtuet. Ergo, ſi in ipſo centro ſit Virtus tractiva (intrinſecè, aut extrinſecè, juxta mam, ſecundam, aut tertiam ſententiam, poterit niſi impulſu proportionato *tanto* deri terra moveri, quo finito *iterum ipſa* priſtinum locum reducetur. At *in* quartâ ſe tentiâ, cur polum terra reſpiciat, facili tio occurrit; eſt enim *magnetica illa virt* quâ ita afficitur, ut vel quieſcens, vel per verſas ætheris regiones traducta, ſemper ſpiciat polum. Dico tamen tellurem, omninò quieſcere ad ſenſum, quod non tur impulſus aliquis toti corpori proport natus; ſi enim daretur, qui eſſet reſpectu poris ſenſibilis, illam ſenſibiliter circum vere poſſet.

Num. DXV.

QUAESTIO III. *An motus trepidatio & librationis, etiam terrâ quieſcente, ſi admittatur, adſcribendus telluri ſit? &, ſi an ſit irregularis?*

Stellarum trepidationem, & libration non cognoverunt veteres; At ſub Alpho Sapientis tempora, inceperunt Aſtrono hos motus in ſtellis percipere, &, ut illos varent duos cœlos (octavum, & nonum) dere, ſupponebant enim terram quieſcen Copernicani autem, qui ſtellas fixas imm biles credunt, hos motus cœlo concede non poterant, nec negare telluri volel adeoque illam multis onerarunt circuli hos motus ſalvarent.

Mihi autem ſuſpectus eſt uterque mo Clavius *comment. in 1. cap. Sphær. Ioann. Sacro-boſco pag. 57.* dubitat, an debeat mo tre-

dationis admitti; inquit enim. *Sed, ut ve- fatear, licèt propter phænomena, ſeu appa- as, quas paulò poſt adducemus, neceſſariò endus videatur hujuſmodi motus in octa- phærâ, vel aliquid ſimile: tamen valde in- m eſt, eum ita fieri, ut Alphonſini docent; a enim abſurda illum conſequi videntur, ex docebimus.* Et hanc ob cauſam hi ab honſinis adficti Firmamento motus, à Ty- ſidet olim, & jam hodie à plurimis è noſtris antur. Fortè, nec Stellæ librantur, nec dant. Quod, ſi uno, aut altero, aut ſi ma- croque hoc motu titubent: fortè, & irre- aris ipſe eſt, à telluris irregulari vacilla- pendens. Nullo autem modo melius, mittatur hujuſcemodi motus, quàm irregulari hæſitatione ſalvabitur.

Hæc de Telluris totius motu; quibus, ſi nam manum imponas, non erit quid am- s, in quæſtione hac poſſit deſiderari; im- s, ſi motum, qui à gravitate eſt, cum qui ab impulſu próvenit, non permittas fundi; nec-non globi aſperi dentati-ve, & , aut lævis volueris differentiam ſuppo- , & de Tellure, non ut de lævi, ſed ut de to philoſophari. Vive, & vale. Francan- 10. Septembr. 1644.

NOTA.

Num. DXVI. *Lam. 16. Fig. 11.*

TErram quieſcere, ut indubitatum ſup- pono. Illa Objectio, quæ *nu. 513. §. At,* rra, diſſolvitur, eos, qui unam ex tribus prioribus de eſſentiâ gravitatis ſenten- quas *num. 415.* ediſſerui, non urgeret. mò enim poſſent dicere, terram non fore illis ventis movendam, quia non habent s proportionatas, ut multis etiam annis ecta littora ad ſenſibilem diſtantiam pro- veant. Poſſent ſecundò concedere pro- veri de facto terram aſſiduo, & æquali il- um ventorum impulſu, nec eſſet, unde ex- imenta ſumerentur, ad probandum con- ium. Conſidera ſequentem Hypotheſim. *it terra* EFG. *& ſuper centrum* I. *tribus die- , aut horis 72. revolutionem compleat, vi- ecet in occidentem contra ſign. ſucceſſ. Ergo ſtrum terræ, quod hodie in meridie ſit in* E, *in meridie erit in* F, *& perindie in* G. *Sit ie in ipſo meridie Sol in* K. *Ergo 24. horis u ſuo diurno percurret ex* K. *per* L, M, K, *in nam civitas, quæ hodie eſt in* E, *cras erit in* F. *Ergo Sol à* K *in* L *tranſibit horis 6. ab* L *ad* M, *aliis horis 6. & ſimiliter ab* M *ad* K *horis 6. Ac propterea totum circulum* KLMK *peraget horis 18. Ergo in tali Hypotheſi primi Mobilis circulus horis 18. abſolveretur.*

Modò interrogo. An hæc Hypotheſis poſſibilis ſit? Si autem ſit poſſibilis, & à Sacrâ Scripturâ præſcindamus, quo argumento Aſtronomico, aut Phyſico probari poterit, eſſe veram, aut falſam de facto? Pone eſſe falſam. Quid, ſi hac nocte Deus præciperet, ut horis 72. terra, & primum Mobile hor. 18. circumvertatur? An eſſet in Mundo oculatiſſimus aliquis Aſtrologus, qui hanc motuum mutationem perciperet? An-non dicerent omnia, ut anteà decurrere, & nihil fuiſſe, aut in terrâ, aut in cœlo, mutatum?

EPISTOLA X.

REVERENDISSIMO DOMINO

D. IOANNI CARAMVEL

SVO IOANNES MARCVS MARCI S.P. Spiram.

An Terra poſſit moveri immoto centro? Quo modo deflectat globus plagam inferens, ſi percutiat immobilem? quo autem modo, ſi mobilem? An venti tellurem promoveant? De trepidatione, & ſcintillatione Stellarum? An terra quidam Magnes ſit?

REVERENDISSIME DOMINE.

Num. DXVII.

NON ſolùm ea, quæ attuliſti, ſufficere mihi videntur, tuæ defenſioni, meæque inſtantiæ ſolvendæ, verum etiam pretio cumulatè, & cũ auctario perſoluto me novis debitis onerare. Dum aliquot Aſſertiones meam hypotheſin illu-

illustrantes, adjungis. Pro quibus facere non possum, quin munusculum literarium reponam: tuisq; assertionibus, ceu quasdam fimbrias, & corollas annectam.

Deinde etiam, ut Te hoc pulcherrimo motu, jam impulsum priusquam conquiescas, in eodem contineam: ut, quem maximè idoneum judico, ad illius latentes venas, subtilis ingenii acie vestigandas. Neque profectò mihi persuadeo in totâ Philosophiâ inveniri, quo animus noster magis occupari debeat, cùm nullibi natura sit absq; motu. Oscillabo igitur, à Teq; impulsus Te rursum impellam.

Num. DXVIII. *Lam. 16. Fig. 3.*

Si itaque Terra esset perfectè Sphœrica, admittis meam hypothesin: futurum nimirùm, ut ad quemvis impulsum centro suo dimoveatur. At verò, quia ædificiis, & montibus asperatur, non ita se habere verùm in modum rotæ denticulatæ, quæ ab aliis rotis impulsa circa axem immobilem revolvitur. Itaque tellus A. percussa globo K. movebitur ex F in H. centro A vix moto, nimirùm impulsu, eò, non verò ad centrum ducente. Supponit hæc tua ratio impulsum, motumq; fieri in illam partem, ad quam ducit plaga, addo ego inæqualiter recipi, intensiorem quidem circa plagam, remissiorem verò, quo magis absistunt partes. Itaque fieri, ut, si impellas Conum, percussâ basi circa suum verticem rotetur. Quod idem accidit cylindro, qui altero extremo percusso non recta, sed circulariter movetur: dum nimirùm partes plagæ viciniores præcurrere festinant, remotiores sequi non valent. Huic tuæ rationi lubens acquiescerem, nisi disparitatem feciisset tua hypothesis tribuendo naturam libræ ipsi telluri: ita nimirùm, ut etiam ad pulicis saltum vacillet hujus centrum, quo quidem admisso profectò nullâ ratione fieri potest. Cùm ad quemvis impulsum, & in quamcunq; partem factum una concutiatur, & vacillet, eadem enim est ratio motûs, sive tractu, sive impulsu fiat: &, si pulex saliendo terram concutit, multò magis eamdem quatiet Aquila sursum volando, si funiculum ex hac suspensum pedibusque annexum trahat: igitur ad impulsum quoque lateraliter factum movebitur centrum, in quamcumque enim partem vergat, tollit æquilibrium, unde necesse centrum prægravatum subsidere in partem minùs pressam.

Similitudo tua ex machinis, in quibus tæ aliæ, aliis denticulatim infertas move huc non facit. Propterea, quod Axem bent immobilem: unde illarum motus compositus ex impulsu in rectum ducen & quiete immobilis centri in circulum mutante.

Num. DXIX. *Lamin. 16. Fig. 4. & 5.*

Quod manifestum erit, si ejusmodi ro serratam vecti librario eâ ratione affigas circa proprium axem F. sit volubilis, per so enim dente H. tametsi revolvi demus non tamen id futurum est immoto cen At, si ita H. circulariter motum non es quid multis, an-non ipse id fateri vide cùm dicis F. per H. promoveri in M. cen A. vix moto, nam illud *vix*, aut est *dubit* tis, aut tam exiguum motum agnoscentis pro nullo habeatur; quod mihi suffica defino: ne fortè idem mihi rependatur in sando nimiam subtilitatem.

Ad tuas verò Assertiones, *quibus mean* hypothesin illustras, accedo. *Et quidem c* jusmodi motus fiat, dum globus *alium* p cutit, seu motum, seu quiescentem: &, si æqualem, sive inæqualem dictum à me in *rismatis ad prop. 37. de Reg.* Hic solùm ea quæ abs Te dicuntur, de illorum motu, du plagam accipiunt ex obliquo, expendam tuisque Assertionibus aliquid lucis addam.

Igitur [*num. 510.*] mecum asseris motu globi percussi non esse parallelum illi motu quo globus percutiens ferebatur, verum lineæ, quæ ducitur per centrum utriusque. Deinde hunc motum esse inæqualem; si mirùm uterque globus fuerit æqualis. Ratio nem adfers, quia, inquis, globus incurr ab R. quiescit in G. & totum suum impulsu imprimit globo B: at incurrens in K, non quiescit in G, adeoque, nec totum impulsu exuit. Et quantum retinet ex illâ plagâ & du catur ex contactu A. linea AD. parallela mo tui KG. eritque vectis GE. sectus bifariam C. à lineâ hypomochlii AD. in quâ centrum gravitatis G. seu impulsus libratur per par tem EC, qua plagam dedit, & in partem GC residui impulsus. Hæc in libello jam dicto me demonstrata, hic supponantur. Ex qui bus sequitur globum B. moveri in ratione ve locitatis motûs, quam habet EC. ad EG. & quo globus magis incidit obliquè, sequi mi tum tardiorem.

Quia

Num. DXX.

ia verò globus percussus trifariam se ad alium globum, qui percussit: quod andem, vel nullam, vel infinitam ha gravitatem, quid in singulis fiat rectissi expendis. Et de ultimo quidem *assert. 3.* quis, *Si globum* B *immobilem* (*aut clavo m, aut infinitè gravem*) *globus* G *ex* K *s, tangat in* A, *reflectet* G *in* O. Ratio nullam adducis: videtur tamen hæc te sse, quod cùm F. globus immobilis pro t motum rectum, ad quem naturâ suâ iat impulsus, necesse viam sequi huic imam: talis autem est tangentis paral *Pro cujus* determinatione suppono

Num. DXXI.

imò, impulsum non solùm in percusso, tiam in percutiente recipi. Sive enim vas muro allidas, sive malleo ferias, eadem sequitur.

ecundò, Impulsum esse æqualem plagæ, umque huic decedere, quantum in per dedit plagam: ita nimirùm, si corpora ia sint, & ejusdem soliditatis: differre in reliquis: neque enim, si pilam la ejusdem ponderis globus osseus feriat, erit motus.

ertiò, plagam fieri à percusso, non in tum percutitur, seque abducit à pla sed in quantum resistit: &, quod nullo do resistit, nullam inferre plagam. Vnde em illæso vitro, dum ictui cedit, frangi tigit: & ex nuce pugno percussâ, si fran gitur; nullus, si illæsa maneat, dolor sequi tur.

Quartò, impulsum eâdem viâ recipi à per iente, quâ recipitur à percusso; unde in oque globo impetus à contactu per cen m se extendit.

Num. DXXII. *Lamin. 16. Figur. 6.*

Quintò. Tantam plagam inferri à percus quanta est proportio resistentiâ ad hujus tionem: id, quod sequitur ex tertiâ hypo si. Ex his alibi demonstratis, vel demon ndis, deduco, cùm globus G. ex K. motus cutit alium globum F quiescentem, & im obilem, decedere ex illâ plagâ impulsum qualem EC, posito, nimirùm, toto impulsu quali GE. Constat ex supradictis, & hypo esi secundâ.

Secundò, ex illâ collisione in globo G. um impulsum accipi æqualem datæ pla gæ. Deducitur ex primâ, secundâ, & tertiâ hypothesi: est enim resistentia absoluta, dabit ergò impulsum æqualem plagæ.

Tertiò, globum G. ab hoc impulsu moveri per lineam GR. sequitur ex hypothesi quartâ. Ex quibus infero globum G. habere motum compositum ex motibus GM. & GR. subcontrariis: cujus proinde incessum determinat linea media inter GM. & GR. quam in hunc modum vestigabimus.

Lamin. 16. Figur. 6.

Sit linea motûs directi EF. repercussi EG. & ex punctis F, & G. ducantur lineæ perpendiculares FM. & GM. se intersecantes in M, eoque centro describatur arcus GF, qui bifariam secetur in I. eâ ratione, ut sinus IH. ad sinum IL. se habeat, ut DE. ad DN. dico lineam EK. per sectionem I. ductam esse lineam motûs reflexi, & ex motibus EFEG. compositi. Demonstratum id *ad prop. 35. prob. 1. lib. de Reg. Sphyg.* ita quidem se res habet, si globus percussus immobilis statuatur. At verò omni gravitate destitutum nihil officere putas, quo minus percutiens, eo percusso, iter suum recta prosequatur. Priusquam enim reflecti possit globus percussus, ob velocitatem motus, se jam abduxit.

Lamin. 16. Figur. 7.

Rectè: at illâ suppositione minimè indigemus. Secetur enim vectis AH. ab hypomochlio EG. bifariam in G: & sit AG. dupla ipsius HG. Dico, si gravitas A. sit quoq; dupla ipsius C, posse à percussione motum indirectum continuare. Vt enim à motu recto feratur, necesse ipsum B. moveri per lineam EC. in eâ ratione, ut continuò se abducat à contactu, tum enim per *hypoth. 3.* nulla à percusso erit plaga, neque proinde motus A. in D. & simul B. transferri in C, sitque illorum contactus in F, habeat verò AD. ad BC, hoc est, EI. ad EK, rationem sesqui-alteram, hoc est, quam habet 3. ad 2. dico gravitatem in B. ad gravitatem in A. esse, ut 3. ad 4. Quia enim HG. est semissis impulsûs AH, movebit eodem tempore ad idem intervallum hujus semissem. At verò HG. impulsus movet gravitatem B. ad majus intervallum, quàm sit semissis EI. gravitas ergo in B. majorem rationem habet ad gravitatem in A, quàm subduplam. Igitur globus, qui duplam habet rationem ad alium globum, eo percusso poterit eundem motum indirectum continuare.

Quod

Num. DXXIII. *Lamin. 16. Figur. 7.*

Quod, si demum uterque globus supponatur habere eandem gravitatem, tum quidem à percussione viam mediam concedis, nimirùm GQ, & ad experientiam provocas. Ego rationem hìc quoque adjungere tentabo in câdem figurâ, quia GH. est semissis illius impulsûs, quo gravitas A. fertur per lineam AD. movebit eodem tempore gravitatem B. illi æqualem per dimidium intervallum. Est verò EK. major, quàm semissis EI: igitur globus B. non se abducit à plagâ reciprocâ à percusso. Quia tamen cedendo resistit, minor efficitur plaga, quàm, si à quiescente inferretur. Quantum verò decedat plagæ, vestigabitur aliàs. Quia ergo minorem à percusso, recipit in superiori figurâ, sinus LH, ad sinum IL. majorem rationem, quam DE. ad DN. proindeque linea motus mixti cadet propiùs ipsi EF. motui recto, quàm, si à globo reflectat immoto.

At verò, si globus minùs gravis percutiat graviorem, idem hic futurum; quod in globo prorsus immobili, & siquidem plaga minoris, vim nullam habet ciendi motum, videtur manifestum: idem tamen fieri, si moveri demus, sic ostendo. Quia enim magis grave, tardius movetur ab impulsu æquali, multò tardius movebitur, si non à toto, sed aliquâ parte impulsûs moveatur. Tardius verò motum impellenti resistit, dabit ergo æqualem illi, quam accepit plagam. Quod, si tamen etiam hìc plagam minui velis pro ratione nimirùm motûs, non repugnabo: hujus enim disquisitionem otio majori reservo. Itaque ad reliqua progredior. Quæstio I. *An videlicet terra ad quemvis impulsum vacillet?* suppositâ, nimirùm, primâ, secundâ, vel tertiâ de centro gravitatis sententiâ, Tibi affirmativa placet; neque solùm ponderum translatione, sed etiam viventium insultu, & ventorum, & fulminum impetu mutari vis punctum terrenum, centro sphœræ lunaris respondens: cum hac tamen differentiâ, ut appositâ immani mole terra deprimatur, quousq; centrum gravitatis attingat mundi centrum: ex impulsu verò oscillaret tantisper terrestris machina, dum situi demum restituatur.

Num. DXXIV.

Nolo ego hanc litem ingredi, cujus egressum non video, &, quæ naturam impulsus jam notam supponit, quæ hujus loci non Nego tamen in descensu ex appositâ mo non similiter atque ex impulsu terram lare, idque manifestum sit in oscillatione pendiculi ultra, citraque stationem pro rentis, Quod quidem à me eo fine dicti quo tuas de lapsu gravium observationes tiùs consequi liceat.

Circa quæstionem secundam tua resp fio mihi, & haud dubiè multis inexspec accidit: dum ventis illis virtutem prom vam terræ concedis: atque adeò hanc illo impetu circumagi.

Vereor sanè, ne cum multis Tibi sit ctandum. At, quo, inquis, convincar? t inquam, propriis telis, nam tormenti be vires, videlicet 40000. extendi affirmas ram verò suâ mole continere, videlicet 565; 745, 856: 000, 000;000,000. jam quantam superare debet tormenta be ca illa vis, quæ terram in gyrum ducet.

Num. DXXV.

Dices: hìc gravitatem *non obsistere* motui, & multò minùs *obsistit gravitas* scensui: neque tamen in pilâ magni ponder quantumvis coneris motum incitare valeb

Motus navigii non habet resistentem gra tatem: an igitur puer Lyburnicam traher stitue nunc calculum, & quantus erit impe sus, ut tota terras naviget? & tamen illi re ti, quibus hanc vim terræ promotivam c cedis, ne puerum quidem evertunt. Dem tuam rationem, tuumque calculum, qui hanc opinionem persuasit, suspectum h dent, & fortè judice Peripatu de Paralog mo convincent: qui Zenonem simili arg mento usum, & quanvis milii partem face sonum concludentem, reprehēdit *lib. 7. Phy cap. 5.* inquiens: *Nihil prohibet, ut nullo re pore eum moveat aërem, quem totus, me movit, cùm cecidisset: neque pars, si per se fu rit, id movebit, quod una cum toto movere testi.* Tu verò, si impulsus, inquis, 20000. 000. 000. 000. 000. sufficit terram move uno secundo, ictus tormenti majoris, hìc c 40000. promovebit eandem minùs, quam duabus 100.000.000.000.000.000 mi secundi partibus. Respondet Aristoteles *si tota vires quidpiam per tantum mov spatium, dimidium ipsarum per quantum spatii quovis in tempore idem movebit: nec unus trahet profectò navim, quā centū trah*

Quòd

Quod, si itaque terram hac vertigine limus, aliæ causæ scintillationis stellarum vestigandæ: quanquam neque, si admitr, cùm insensibilis sit, tantam trepidaem inducere valebit. Deinde ratio redia, cur non omnes stellæ, neque æquali- scintillant.

Demum, quod asseris terram esse magne- non improbo. Idem enim multis aliis ere video; me tamen quo minùs pedibus anc sententiam concedam, destinent nonli scrupuli ex motu causati: quos tamen de lapsu gravium Tractatus, ut spero, vebit. Vale, Præsul Reverendissime, inq; pulcherrimis naturæ motibus diu conisce. Pragæ 8. Octobris 1644.

NOTA I.

Num. DXXVI. *Lam. 16. Fig. 6.*

E reflexione motûs, quando videlicet globus irruens, in infinitè gravem, aut mmobilem impingeret, egi Ego *nu.* 510. *imò enim*, agit, & Clarissimus D. *nu.* 519. *tur.* Ego illum venientem à P. in E, reflen O, ipse autem venientem à P in E, retin K. quod, nec experientiæ tolerant, ratio suadet.

nè, cùm contactus non-nisi in unico punfiat, sive illud punctum, quod resistit, sit lobi, aut in plani superficie, perinde est: loco globi RBQ. planum LBM pona- Tunc proculdubio impulsus DB. inflet in N. & PE in O: non ergo in K.

NOTA II.

Num. DXXVII.

Git *num.* 525. Clarissimus Dominus de Virtute motrice, contenditque causam ialem, quæ cum concausâ potest totum re, solam non posse partem facere. Et soptissimum exemplum poni: nam, si 50. v. gr. trahunt unâ die tormentum belli- per 5. milliaria: unus equus non trahet totâ die per 100. passus: & tamen sicut ad 5000. sic 1. ad 100. se habet.

espondeo, si tormenti currus haberet roperfectè sphœricas, & trahi deberet per perfectè planam, analogiam stare, & d 50. equi possent unâ die, id 1. equus et diebus 50. præstare. At modò res aliter agitur: nam rotæ pressæ pondere ingrediuntur in terram, & fossas faciunt; ergo, ut progrediantur ulteriùs, aut tanta esse vis debet, ut materia obsistens disrumpatur; aut, si hæc lapidea sit, & nolit cedere, tanta vis esse debet, ut totum tormentum elevetur, & extrahatur: id autem ab uno equo fieri non potest. Et hoc sensu, & non alio, Aristotelis verba admitti debent.

Exemplum, quod Clarissimus D. ponit, non ita urget, sicut illud de tormento bellico, quod nos posuimus: quoniam Lyburnicam navim puer adtrahet (immò etiam tormentum bellicum) rotis, trocheis, aut vectibus multiplicatis: quo respiciebat Archimedes, dum punctum fixum extra terram petebat, ut totam aliò transportaret: ad cujus mentem organa sunt architectati nonnulli ingeniosi Geometræ, ut totam tellurem Lunam versus erigerent; inter quos P. Paulus Casati venit à claritate, & felicitate laudandus: edidit enim Dissertationes duas Romæ ann 1665. in quibus Terram machinis movet, & ejus gravitatem, & magnitudinem metitur.

NOTA III.

Num. DXXVIII.

TYcho *in Progymnasm. cap. 6. pag. 404.* de Stellarum scintillatione differens, & causam quærens, sic inquit. *Fieri itaque potest idipsum, quod quidam Veterum philosophantium existimabant, non adeò à veritate absonum esse. Fixas videlicet Stellas circa propria centra perpetuò circumgyrari, atq; sic permotionem hanc appropriatam in aëre intermedio divaricationem aliquam spectantibus suggerere*: Planetas *autem circa propria centra non revolutos (quod, & maculæ Lunæ sibi semper similes in eâ non fieri, indicio sunt) solummodò circulari motui per circumferentiam respectu certorum centrorum, intentos, hisce scintillationis accidentiis se non esse obnoxios, nisi quatenus per vaporum aërem incrassantium fluctuantem interpositionem id nonnunquam eveniat; neque etiam ideò diutiùs duret, quàm vaporositas illa dissipetur.* Et posteà. *Nisi (ut anteà diximus) fixas circa propria centra gyros ducere concedere velimus: Errantes autem non item: ideòque quasdam Stellas plus, quasdam minus scintillare, prout circumgyrationem illam magis concitent, vel remittant.*

Est valde difficilis hæc doctrina; nam, si admitteretur, esse deberet in puncto eccentrico, & valde velox hæc affixorum Syderum circumvolutio, ut à nobis percipi posset: quis autem crederet in uno secundo temporis decies, aut pluries unam fixam Stellam, quæ in communi sententiâ est multis vicibus tellure major, circum circa convolvi?

Vtut sit, videtur Clarissimus D. Stellarum scintillationem à telluris trepidatione desumere: nam [*num.* 525. §. *Quod*,] ait. *Si itaq; terram hac vertigine liberamus, aliæ causæ scintillationis Stellarum sunt vestigandæ*, &c. Ergo putabat, Vir doctissimus, hanc sufficere, ut scintillatio salvetur, exponaturque, si sensibilis esset. Cæterùm, ut insinuat, etsi esset sensibilis, non prodesset: quoniam inde non posset desumi ratio, quæ exponeret, cur Fixæ Stellæ scintillent, & tamen Planetæ non scintillent? &, cur hæ magis, illæ minùs scintillent?

NOTA IV.

Num. DXXIX.

IN fine Epistolæ agit de Magnete: & dubitat, An terra sit Magnus quidam Magnes? Et hic ego obiter notare volo, esse multos, qui hanc velint admittere propositionem, *Terra est corpus magneticum*, cùm tamen negent hanc, *Terra est magnes*, quod est inter terram, & terreum, aquam, & aqueum, aërem, & aëreum, &c. distinguere. Sanè, si hic annulus, quem digito habeo, aureus est, aurum est: &, si terra est magnetica, etiam est magnes: & præcipuè in illorum sententiâ, qui, aut substantiales formas corporeas non admittunt; aut, si admittunt, jubent omnes lapides eâdem formâ substantiali constitui, & solis differre accidentibus. Quomodocumq; resolvatur, erit quæstio de nomine, & multorum verborum apparatu non digna. Nam, si *Magnes* dicat pro materiali *saxum nigrum*, Terra saxum nigrum non est; si autem pro materiali dicat *corpus*, & magneticam virtutem pro formali, siquidem omnia, ad unum, Mundi corpora sunt magnetica, omnia poterunt *Magnetes* vocari. Est ergo Tellus Magnes; est & Sol Magnes; & sunt Planetæ, & Sydera affixa, Magnetes, in suis circulis, & locis magneticâ virtute librati.

EPISTOLA XI.

CLARISSIMO DOMINO

IO. MARC

MARCI

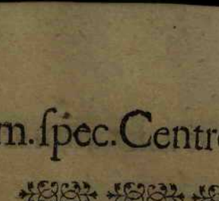
SVO SALVTEM PLVRIMAM.

Pra

An Asiatici, & Afri sint barba An Viros doctos habeant? O nem Artem Divinatoriam cant Astrologiam. Ob diversi tem idiomatis eorum libros ca mus, & ipsi nostris carent. P ponitur Quæstio de semine, Qu illud sit?

EXPERTISSIME, ET CLARISSIME VIR.

Num. DXXX.



Vas, Clarissime Vir, cepi, & duorum libr rum spem. Quia ma hoc est, quia excell tissimos exspectabo vidissimè, &, ut exa mo, si ante non pos in autumno apud F cofurtenses reperiam. Circuli Quadratur ab Arabe inventam, de quâ ad te noster genioſissimus Kircher, libenter recogno rem: si fortè alluxit Orienti tandem illa ritas, quæ tandiu se Occidenti negavit. S apud nos profectò plurimi, qui extra fa lares nihil cultum, aut doctum posse repe ri supponunt, & propriâ elati insciti ctos reputant, qui suo modo non sapiun Berberiam nobilem Africę partem *Barbar* nominant, Asiam *Asophiam*, & Persiam *sciam*: & quidem me judice immeritò, n & illis hominibus rationalis est animus, nuè tametsi aliter cultus. Fridericus tanus, plenus victoriis diebusque, olim captivum, Theologiæ Mahometanæ ritum, &, ut dicebat apud Damascenos motum in pretio habuit; quem secundo

se

ssimè audentem sæpissimè adloquutus . Erat vir quinquagennario major, in- sophicis bene eruditus, in Astronomicis ebat supra plebem, & in superstitione ju- iariâ verè eminens, Geomantiam vocabat *rologiam punctorum*, Chiromantiam *A- logiam linearum*, Physionomiam *Astrolo- m oculorum*, Sortilegia *Astrologiam fortu- .* Themmata *Astrologiam naturæ*, Electio- *Astrologiam artis*. In Theologicis tantus, posset apud nos profiteri, omnes contro- sias de Deo uno ad miraculum curiosè, & dè. Liberi arbitrii indifferentiam admit- bat. Sciebat infallibilitatem præscientiæ, voluntatis irresistibilitatem cum arbitrii li- tate componere, dulcemque prædestina- tem edisserere, quæ agentes non necessi- et. Admittebat Angelos, corporeos ta- n, ex aëreâ materiâ; animas humanas di- biles, & per decisionem à parentibus com- nicatas. De Trinitatis, & incarnationis ar- is levem notitiam, & non multò majorem moralibus labyrinthis habebat. Didici ab Morabitarum, & aliorum eruditorum bi- thecas esse opulentas, & divites, sed pau- mos ex nostris habere in suam linguam latos. Hanc ego ob causam, desiderare œpi Logarithmicas aliquot speculationes as Arabibus communes facere, sed fue- nt impedimento negotia publica, & im- sorum raritas. Desiderarem etiam esse quem, qui ab ipsis cogitata, aut inventa, linguam Latinam converteret, ut Europæi s possent juvari. O si tuus ille Athanasius rcher selectiores Philosophos, Theolo- sque suâ, aut suorum industriâ Latinos fa- ret; nam, & ego selectam Sinensium Ortho- phiam, quam primum editurus sum, & in brevia aliqua curiosa tamen suarum facul- um systemata, prout ab amicis Lusitanis e rebellionem transmissa, & meâ industriâ ticata. Sed, quia Circuli Quadraturam iens peperit, tam regium partum aliæ spe- ationes sequentur, quæ ex prioris funda- nto eliciantur. Dum ipsas parturit, ne- gso dicamur otiosi exspectare. Tu interìm rcum illud opus, De proportione motûs undum se, & in figuratis corporibus consi- rati, promove, & nostram ambitionem bea; ri, & ego, quantumvis tibi subpar, etiam de otu, & pondere Theologica tamen scribo, *mor meus, pondus meum*, dicebat olim Au-

gustinus, & in isto pondere reperio motus per se primos, & deliberatos, quorum proportioni examinandæ insudo. Opus jam prælo premitur, hæsurum cùm ad sextum Decalogi præceptum veniat, ni ego priùs altiùs naturam humani seminis cognoscam, in cujus examine pressus, imo, & oppressus, hæreo. Sancte Deus, quid tamen, ut dicatur fornicatio naturaliter mala? Spuma sanguis, lac, sudor, humor aliud-ve? An corporis humani vera pars: & fornicator ideò malus, quòd cælebs abutatur verâ corporis parte, quâ conjux utitur; non secus, ac qui excidens citra necessitatem brachium diceretur abuti membro divinitùs concesso, tametsi certum sit illud excîdi posse, si ad conservationem hominis expediret? Tu mihi Apollo sis in hac difficultate Medicâ, esse illud spumam, aut humorum superfluum, non credam, doceor enim à Paulo fornicarios peccare in corpus suum, id honore privando; non tamen in corpus suum peccaret, qui spumam, sudorem, aut superfluum humorem egereret. Esse veram corporis partem faciliùs crederem, sed nostri Medici dissentiunt; &, qui condemno Beverovicium multosque Æsculapios differentes de vitæ termino fatali, aut mobili; hoc est, examinantes, an mors ita fatalis sit, ut nullâ possit medicinâ impediri? An ita mobilis, ut sit incerta? vel aliis terminis. Qui condemno Medicos Theologiæ penetralia invadentes, & sub vitalis termini specie disputantes, de hominum æternâ prædestinatione, fatali, aut mobili; hoc est, investigantes, An condemnatio ita fatalis præscito homini sit, ut nullis possit operibus sanctis impediri? An ita mobilis, ut Deo infallibilis, & certa non sit? ne similem censuram incurram, nõ vellem Theologiæ meæ limites imprudenter egressus torrenti Medicorum opponi. Tu igitur, cui magna librorum Philosophicorum, & Medicinalium copiâ, assidua eorumdem lectio. Studium pertinax, & ingenium Angelicum, ad meam instantiam colligendis Authorum placitis adlabora, aut effundere stylum, aut contrahere libeat, hanc meam illamque tuam Epistolam Operi interseram. Et quid ex tuâ, & aliorum singulorum sententiis possit in Theologiam derivari, deducam, sic Deo auspice Philosophico-Theologica hæc controversia, cujus, nec Philosopho, nec Theologo definitio commissa, communi consensu decide-

detur, meaque Theologia proderit Medicis, Tua Medicina Theologis. Fac vivas, valeasq; & meo nomine communem Amicum Martinitzium Comitem salvere jubeas. Spiræ 26. Iunii 1644.

EPISTOLA XII.

REVERENDO ADMODVM DOMINO

D. IOANNI D'ESPIERES

S. THEOLOGIÆ DOCTORI, ET AQVICINCTENSIS MONASTERII SVMMO PRIORI. S. P.

Duacum.

De Motu Terræ. An annuus Terræ-motus circa ☉, non autem diurnus circa suum centrum à Cardinalibus sit condemnatus?

Num. DXXXI.

SI inter labores, & studia continua, quæ me frangunt, non contingeret tuis, vel jam lucem editis, vel luce dignis speculationibus frui, summo equidem carerem solatio, &, ut veriùs loquar, medicinâ. Perge, Vir Maxime, Quæstiones, quas ventilamus, promove, & fave literis adolescentibus. Balbutire illas vidimus, jam robur, & pulchritudinem nactas videmus. Et te favente feliciter etiam promotas. Quòd meus ille Libellus (de perpendiculorum constantiâ, an inconstantiâ dicam?) tibi placuerit, placet; sed, quia doctissimè aliqua animadvertis, etiam animadversionibus tuis breviter respondebo.

Dico igitur intentum meo illi opusculo propositum fuisse omnem motum sensibilem Terræ negare, adeòque judicasse omninò superfluum disputare de numeris insensibilibus, vel etiam de sensibilibus, ex quibus non-nisi insensibiles deduci possent; quia, cùm m sufficeret à vero per capilli crassitudinem deviare; morosum, & tædiosum credidi in rere numeris, quibus de millesimâ, aut c tesimâ ejusdem crassitudinis parte judicar non enim ubique summa præcisio quærit sed sufficit illa, quæ convincit intentum, ante me Tycho frequenter, sic etiam m alii; probaturus enim elephantem major philomellâ: non deberem inquirere qu illa, sed sufficeret ostendere ipsam quant cumque minorem dente, oculo, aut aliâ jus eximiæ bestiæ parte.

Ad objectionem I.

Num. DXXXII. *Lam. 13. Fig. 11.*

ASserui debere moveri perpendicul ad quemcumq; telluris motum, ad etiam perpendicularem, stando primæ, sec de, & tertiæ sententiæ: at stando quartæ, qu omninò veram judico, debere *illud mov* ad quemcunque terræ-motum *in latus (tal* causaret periodus annua, talem *diurna*, tal ferè omnes impulsus extrinseci (non verò perpendicularem. Differentiam te nulla concipere affirmas; at, quia ego notabile paucis aperiam mentem meam; utrùm be discurram, tuum erit, Sapientissime Vir, dicare.

Terrâ motâ deorsum perpendiculariter primâ, secundâq; sententiâ aërem illam esse sequuturum certius est, quàm, ut pro ri debeat. Ille enim centrum gravitatis re cit, & circa illud partes suas leviores, & g viores componit. Nam, si centrum mundi A, & terræ B. certum est aërem juxta prim secundamque sententiam non punctum B punctum A respecturum, & juxta suam ma rem minorem-ve gravitatem sphæras circu ducturum ipsi A concentricas, quarum E c tineat aërem graviorem, F minus gravem, G adhuc leviorem (mihi levitas est mi gravitas, ut statim ostendam.) Ergo, si ter ab A. cadat in B, considerare poterimus i aëre tres motus; primum elongationis trinsecæ, à terrâ fugiente provenientem motu isto perpendiculum in altum deb deberet, & chordâ in latus præpondera etiam inflecti, adeòque etiam in latus ag Nam, si in figurâ præsenti, terræ superfi esset MN, & pendulum K, filo KH susten tum

lapsâ terrâ ex MN ad OP, punctum di- nis H caderet in I, &, quia plumbum quereturin K, chordâ esset ILK, adeòq; bus motibus id moveretur; primò motu rinseco, quia descendente terrâ illud vi- etur adscendere; secundò intrinseco, chor- pondere in latus deberet inclinari. Et hæc o evidenter concludit, si terra violento ulsu velociùs, quàm solent gravia, cade-

Sed, quia posset quis objicere lapsum syn- onum, dico idem pendulum adhuc mo- dum, terrâ labente eodem tardiore-ve cu, quàm gravia, &, ut probem, expendam verbalem rationem, quæ in motu tardio- æquali, & velociore æquè bene concludat. o igitur terram cadentem ex M ad O. terram spatium comprehensum circulo M. terrestri æquali; &, quia vacuum dari potest, omnes aëris partes undequaq; con- uras motu turbato, & inæquali; tum, quia ræ in ipsâ telluris superficie, tum, quia ponderis, & gravitatis inæqualis: atquì elligi non potest, quòd aër moveatur, & pendiculum in aëre moto immotum pen- ergo, & illud tunc motari, & agitari ne- rium est.

Terrâ motâ sursum, major videretur esse ratio dubitandi; & tamen teneo, etiam ta- terrâ motâ perpendiculum movendum esse. dia cujuscumq; figuræ sit perpendiculum, ru suo deberet aërem frangere, &, quia, ipse non ubique æquè ponderosus, non- que æquè continuus, & pervius, hinc et, quòd jam majorem in hoc latere, jam jorem in illo resistentiam reperiens, hinc le inclinaretur, & libraretur, motu omni- deformi, & iniquo.

Atistæ omnes rationes cessant ultimâ sen- tiâ suppositâ, motam enim terram elemē- rum centrum ipsa deberent sequi, respectu ius immota, hoc est, easdem omninò re- ctu terræ, linearum distantias servantia: èque non esset possibile, quòd lapsu, aut one perpendiculari Terræ, pendula mo- rentur, secus autem contingeret, si terra eretur in latus circa centrum, tunc enim non omninò sequeretur; & remanens, de- eret pendulum eo modo, quo fieri fre- enter videmus in navibus.

Ad objectionem II.

Num. DXXXIII.

PEtebatur. An, si Terra motu diurno ageretur, perpendicula mutari possent? & responsio cum annuum involvit, diurnum non excludit, non enim annuus sine diurno poni potest. Iste autem motus dupliciter debet considerari: vel enim per aërem immotum Terra moveri dicitur, vel sicut in navi clausâ totam hanc elementorum sphœram per auram ætheream propelli. Hanc distinctionem expressè in Libello illo posui: dixi enim: *Respondeo bifariam posse concipi motum telluris. Primò, si dicatur non solùm ipsa, sed tota hæc quatuor elementorum massa diurno motu per æthera immotum moveri. Secundò, si sola ipsa per aëra immotum moveatur.* Terrâ primo modo motâ perpendicula non fore alteranda asserui, & assero; & alteranda fore terrâ secundo modo motâ dixi, & dico: neutrum telluris motum (nempe, vel per aërem immotum, vel una cum aëre per æthera) suppono, sed juxta utrumque discurro existimans unius, aut alterius sententiæ defensores non præclusisse ingeniis aditum, ne possint juxta oppositam sententiam discurrere. Aristarcho adhæsisse plurimos Pythagoreos, certum est: certum est Nicolaum Copernicum opinionem illorum lethæis undis sepultam revocasse, & in Scholas protrusisse. Copernizare, & Tellurem circa Solem Ioannem Keplerum, Ismaëlem Bullialdum, Godofredum Wendelinum, & alios movere certum est. Origanum movere tellurem motu diurno, & non annuo similiter certum est, & certum etiam est apud Tychonem Brahæum Terram quiescere, & utroque illam motu (annuo, & diurno) destitui. Hæc tanquam certa asserui: at de Renati Carteſii, & Severini Longomontani mente nihil statui: nam hic Tychonis adhærere sententiis, ille autem clam, & tacitus Terram ciere, ut, etsi motum videas, motûs fragorem, aut sonum nullum audias. Asseris à Longomontano diurno Tellurem motu circumagi. Esto. Potuit à suo Magistro discedere: nam, & Keplerus noluit permittere, ut Tellus quiesceret, etsi à Tychone id fuerit in articulo mortis rogatus Longomontanus *in Astronomiæ Danicæ Proœmio pag.* 150. sic inquit. *Quod D. Tychoni antèà propositum fuit, idem nobis nunc visum est,*

est, in gratiam discentium præstare velle circa triplicem, scilicet hyp thesim, è tribus dictis artificibus substratam, seorsim proponendam, inter se conferendam, & rationibus additis systasin Tychonis Præceptoris meritissimi, maximè pro verâ agnoscendam: ita tamen, ut in iis, quæ de Terræ diurnâ in medio volutatione, ac Cœli stellati perpetuâ quiescentiâ verosimiliora nobis videntur, quæque Physica sunt, nec ad phænomena salvanda, utra elegeris, quidquam diversi ingerentia libertate nostrâ, quemadmodum in aliis non-nullis utamur. Ecce diurnum Telluri motum ita accenset; ut suam sententiam, non certam, sed probabiliorem esse pronunciet. Sed præstat res ipsas, quàm Scriptorum, quas habuerint de eisdem rebus, opiniones examinare.

Ad obiectionem III.

Num. DXXXIV.

GVldini afferta non esse fidei dogmata, scio, an vera non examino; comparationem telluris, & stateræ ab Infantas institutam, nec laudo, nec vitupero, sed, quia Condiscipuli verè ingenio florido, & forti prædiri etiam posthumam memoriam magni facio, ad eius mentem in comparatione processi. Incœpi narrativè dicens, *Vt dubio satisfaciat Alphonsus de las Infantas supponit ex suis observationibus*; non ergo ego suppono, nec ex meis. Addo statim. *Sed non adquiesco*, & mox, *Ego autem suppositâ ipsius Infantas observatione, aliàs examinandâ, sic discurro.* Non ergo per omnia visus est mihi evidens Condiscipuli excursus, quem tot limitationibus protuli.

Cæterùm, si semel bene exploraretur rotæ omninò æqualis in axe libero, & facili libratæ, & ex partibus æquè ponderosis compositæ, velocitas, & inclinationis proportio, ex gravitate additi pôderis benè etiam sciretur, quanto impulsu terra inclinari posset, (inclinari dico, non levari, vel premi; & hæc differentia debet considerari.) Sed, quia illa rota est omninò impossibilis humano artifici, sic etiam impossibiles sunt experientiæ, quæ contrarium persuadeant, & staterâ pro illâ utendum, quidquid in contrarium Guldinus, tametsi doctus, asserat.

Ad obiectionem IV.

Num. DXXXV.

SI sententia, terram motu diurno conv
tens, non esset à Cardinalibus cond
nata multi illam defenderent, qui hodie
tellectum captivant in obedientis Religio
obsequium. Multi profectò, si per Eccles
liceret, suaviter de cœlo discurrerent,
ramque statim cum Aristarcho, & Pytha
loco suo avulsam circa Solem mover
cœlumque mille difficultatibus liberare
non enim illos multùm vexarent, quæ ex
positâ sententiâ nascuntur: illa videlic
stellati Orbis vastitas; cùm, quia fixæ m
minores diametros tendunt, quàm *putar*
Antiqui: tum, quia virtutem Author *inf*
tam confitentes, nec labori adhibendo,
expensis faciendis in mundi Aristarchic
ditione timerent. At, quia nonnunquam
captivare oportet intellectum in obsequi
fidei, etiam hîc captivare oportet *intellectu*
& linguam: illum, quia *sentimus terræ-m*
tum contra S. Scripturæ dogmata *militare*
hanc, quia nolumus in eos impingere,
terræ-motum contra illam militare asseverat
& possunt, & volunt contra Aristarchicæ s
tentiæ defensores procedere.

Cardinales, inquis, motum telluris
nuum, & diurnum simul positos damnar
in Copernico, in Galilæo, & in aliis; no
tamen motum diurnum seorsim Terræ
cessum. Per te stat, quòd Copernicus
derit in Cardinalium tribunali, modò Ori
nus stet, & diurnus telluris motus non
damnatus asseratur. At ego, in materiâ
motè, aut proximè fidem tangente semper
midus, ingenii mei audaciam experiens,
audeo à vestigiis illorum deviare, qui C
tholici sine contradictione dicuntur. Hinc
quòd sententiam Copernici, aliàs pulchra
& facilem, captivans intellectum rejecer
ne à Cardinalibus, & Theologis diceret
cræ Scripturæ textum ausu temerario obv
quere, & opinationem propugnare, quam
ut hæreticam Cardinales condemnant. H
reticus enim, ille est, qui suo sensu abund
Sacræ Paginæ literam in sensu univers
idem, qui catholicus) non admittit. Scio
tos in Europâ Doctores, jam quodamm
copernicuizare, sequerer quidem illos, si de
lâ Physicâ disputaretur; at agitur de Fide

tholicâ, & non audeo opinioni subscribe-
quàm Ecclesiæ Primores, tam crudè, &
erè proscribunt.

Sed, quia inter Copernicum, Origanumq;
oad terræ motum vidêris distinguere, au-
si placet, utriusque sententiam, tametsi
erfam, quoad censuram Ecclesiæ, coïn-
ere. Ideò, inquam, Copernici sententia
mnatur ab Eminentissimis Dominis, quòd
ræ Scripturæ repugnat; atqui potiùs re-
gnat, quà movens terram dietim, quàm
uatim: ergo etiam condemnatur senten-
Origani. Major tametsi certa, Epistolâ Il-
trissimi D. Fabii de Lagonissâ, per Belgium
ostolico Nuntio, ad Cornelium Ianse-
m, Lovanienss. Doctorem, & postmodùm
ensem Episcopum, cujus copiam in Prolo-
sus Vestæ D. Libertus Fromondus edidit
n. M. DC. XXXIV. probari, & persuaderi
test. Minor clarè ostendetur, universa enim
ræ Scripturæ testimonia ad classes duas
luci possunt: videlicet, si ponantur simul
nia illa, quæ quietem telluris insinuant,
ponunt, aut affirmant; & simul etiam om-
illa, quæ Solem, aut Ezechiâ conspicien-
regressum, aut Iosuâ præcepiente deten-
m. Classis prioris testimonia utrunque mo-
m, tam annuum, quàm diurnum evertunt;
posterioris, non jam contra annuum, sed
ntra diurnum telluris motum diriguntur;
de, liberè dicam, majori apud me dignus
set censurâ, qui diurnum motum teneret,
negaret annuum, illo, qui annuum teneret,
diurnum negaret; nam tametsi is ultimus
athematicè urgeri posset, immò, & convin-
vix refutari posset testimoniis ex Sacrâ
criptura desumptis; illa enim, quæ à Theo-
gis objici solent, posset de diurno motu in-
rpretari; & tamen alter deberet multis sa-
facere, quæ de diurno motu sunt intelli-
nda necessariò, & de annuo exponi non
ssunt. Censuram hanc præiverunt mihi
spanæ Inquisitionis Consultores, qui Ori-
ni sententiam, tametsi à Copernicanâ di-
ctam, erroris arguunt, & expurgandam
e definiunt. Vide Expurgatorios Indices
st annum XXX. impressos.

Ad obiectionem V.

Num. DXXXVI.

IAm omninò admiror urbanitatem,
cùm ciphrarum errores potiùs typo-
quàm calculo adtribuas: at, ut examinanti
patebit tota illa differentia inde orta, quòd
14. pro 41. sint adsumpta; nam in illius cubi
diductione positum fuit 14; 232. cùm 41;
232. deberet, & inde reliqui numeri nati sunt
in originali peccato, &c.

Reliqua, quæ de Ingenio Caramuelis subjungis, rubor ipse illecta pertransire persuadet; scio enim amicitiam esse vitro colorato similem; adeoque me tibi, non qualis sum, sed qualis deberem, repræsentare. Interìm tibi summas ago gratias pro affectu, & desidero impendi in multis, ut ostendere possim tibi esse multis titulis addictissimum, & devotissimum. Vale, Domine Eximie: hujusq; anni exitus, & alterius introitus sit tibi, ut opto, felicissimus.

Chartas de Aquicinctensis monasterii prærogativis libentissimè legi, illisq; utar, ostendamque me illis velle sanctis, & doctis Religiosis servire. Iterum vale. Lovanii Pridie Kal. Ian. 1644.

EPISTOLA XIII.

CLARISSIMO DOMINO

IO. MARCO MARCI

SALVTEM PLVRIMAM.

De Centro Radio, & Peripheriâ.

EXPERTISSIME, ET CLARISSIME VIR.

Num. DXXXVII.

LAbyrinthum illum Tuum, in quo via ad Circuli Quadraturam multis modis exhibetur, libentissimè legi: legi & libros alios, qui à Te dudum in lucem missi à Ioanne Christophoro Daisignero, Medicinæ Doctore celebrantur, & Scholę promerentur applausum. Ego quidem, cum illos debitâ curiositate evolvo,

Ingenii tantos subtilis Marce labores,
Atque Tuum Genium miror, & obstupeo.

Porrò

Porrò Mathesim Physicæ, quod Plato optabat, adjunxisti; &, ut in utrâque te emineres cognosceret sera Posteritas, libros edidisti Physico-mathematicos, in quibus Philosophiam cum Geometriâ eruditè conjungis:

Namque operatrices docuisti nuper Ideas,
Vnde sit in partus cautior ipsa Venus.

Quæ exarasti Mathematico stylo, admiratur Schola, doctique cum utilitate meditantur: quoniàm summè ardua, & difficilia argumenta summâ claritate illustrasti.

Et quidem inter cætera, quàm difficilis sit de locorum longitudine Quæstio, sciunt Geographi, qui per cœlum, per terram, per magnetem, & per alia media, Problema resolvere desiderarunt, quibus te anteferre non dubito,

Nam scio te primùm, Lunâ ductrice, locorum
Inveniisse situs, nobiliore modo.

Iris Thaumantia dicitur, quasi miraculosa; non quòd supra naturam sit eam apparere, in quo adlucinatur Helmontius; sed, quòd supra Humani ingenii vires sit illam debitis coloribus dilucidare: at ipsam delineasti exactissimè, quando

Irim de Cœlis ad te Saturnia Iuno
Misit, ut inciperet notior esse color.

De Motûs proportione scripserunt innumeri, quorum interdum caruit proportione proportio: cæterùm

Sunt tua de motu secura Porismata: lapsu,
De Graviumq; tuus surgit ad astra labor.

Tuque, de obscuris his, & aliis difficultatibus triumphum ducens, audentior, & generosior redditus, ultimum hunc Libellum inscribis *Labyrinthum*, & *Viam*, ut quando alii Authores suis scriptis sternunt ad cœcum labyrinthum viam, tu illum ingenii tui radiis velut Sol quidam Literarius, illustras; ut per labyrinthum ad viam optatam conducamur, de Centro, Radio, & Peripheriâ subtilissimè disputas; & Radium, cui Cẽtrum, & Peripheria terminos ponunt, cum illâ comparas, &, quam habere possit proportionem, ostendis. Macte igitur animo, Clarissime, & Doctissime Vir, & ulteriores, siquæ remanent difficultates, tuæ eruditionis claritate suffunde; quoniam

Hoc est, Solis Opus; mutas Quadrata Rotundis.
Nescîit hoc sedenim Scibile Aristoteles.

Postulas, ut Censuram, & Licentiam, ut hic Curiosus Liber imprimatur, impertiar; hanc libenter concedo, scio enim illum à do
(indoctos enim, nec moraris, nec moror
fructu, & applausu legendum: illam ad
go, quæ, si videatur longa, poterit ad ha
neas reduci:

Nunc fileat veteres Libros jactare Mathe
Vnum hoc præ cunctis fama loquetur

His duabus lineis meum Iudicium
presi, sumo igitur secundum calamum
ludque uberiùs, & distinctiùs rescribo.

CENSVRA, ET LICENTI ORDINARII.

Num. DXXXVIII.



Vàm sit ardus, &
ficilis Circuli Q
dratura demonst
vani Veterum G
metrarum *conatu*
multa enim scrip
runt *multi*, *multu*
pauci. P. Gregoriu
S. Vincentio edidit Opus eruditum, & m
gnum; ille Mihi, qui invidiâ, aut affectib
nolo seduci, satisfecit: at non ita aliis mul
qui volunt à sinceritate laudari. Laborat
duobus morbis, id fateor, nam, & liber
mis magnus videtur, ut unica Demonstra
texatur; & assumit nonnulla, quæ meo
judicio difficilia, & obscura, sed vera: at
dem aliorum opinione sunt falsa. Rena
Cartesio vix nostra ætas habuit subtiliore
& exactiorem Mathematicum: ejus Philo
phiæ edidit Specimina Daniel Lipstorp
anno elapso, & *part. 2. de Regulis motûs*, p
87. sic inquit: *Nec triduum immoratus* (C
tesius) *prolixo Gregorii à S. Vincentio volum
ni, unicum in eo erroris fontem, ex quo re
qui omnes promanarent, notavit*. Sed quen
& ubi? quæso: sunt enim toto cœlo diver
difficilia, & erronea; & nos, qui interdum
tenebrosa aliqua, aut difficilia in illo volum
ne invenimus; nonnulla etiam, quæ, aut n
demonstrantur, aut etiam demonstrari po
possunt; nihil tamen observavimus, cui de
monstratio insistat, & esse falsum possit ev
denter probari. Scio P. Antonium Laloveran
etiam S. I. qui suam Quadraturam ex Lib
Archimedææ suspendit, inventam à P. Gre
gorio

io Quadraturam esse absolutam negavis-
nam ad numeros non est reducta: unde,
sum, quod Mathematici quærunt, non
ber, nimirùm Diametri ad Latus in Qua-
ro, aut ad Peripheriam in Circulo propor-
rem; quam, si non exprimat, non poterit
ari perfecta. Porrò P. Lalovera, ut jure
oquendi contra P. Gregorium facultatem
ciceret, suam ipse Quadraturam examini,
ensuræ subjecit: quam etiam facultatem
resso universi concedent, si prodat simi-
suam, ut ex ipsâ alterius errores colli-
us, aut etiam, quà liceat, corrigamus.
illam nunquam dabit Cartesius. Et cur?
Storpius: *Illud tamen in primis in eo* (Car-
o) *suspiciendum, quod solerti mentis acu-
gine difficultate potuerit determinare, quid
mano ingenio pervium esset, quid non. An
blema aliquod possibile esset, an minus. Ideò
blema illud adeò vexatum de Circuli Qua-
turâ nunquam est aggressus: noverat enim
illud istis positionibus circumvallatum, ut
am, & oleum perderet, quicunque illius
tioni studeret*. Cartesius ergo (quantus
!) post Herculeos P. Gregorii (quanti Vi-
labores existimat, nec Circuli Quadratu-
fuisse inventam, nec inveniendam olim
mani ingenii viribus; frustraque laborare,
mutant quadrata rotundis.

Parcius, & doctiùs Aristoteles: fatetur in-
iri posse Circuli Quadraturam, (quis
m demonstrabit contrarium?) at nondum
le inventam conqueritur, & possibilitatem
endendo, suadet, ut Mathematici huic
blemati studeant, & novâ proportionum
itiâ orbem literarium exornent. Et, quia
lti, etiam sub illud tempus, per dubia, aut
babilia, alii per metaphoras, & circumlo-
, aut rectam lineam circumducere, aut
tam aream circulare conati sunt, quâ viâ
redi debeant, qui voluerint dici severi
thematici, & scopum pertingere, docet
dignissimis lectione verbis: *Simul autem,
ut convenit omnia solvere, sed quæcunque
principiis aliquis demonstrans mentitur* (ali-
ponit, quàm deberet) *quæcunque verò non,
imè: ut Tetragonismum: eum quidem, qui
sectiones, Geometricè est dissolvere: illum
em, qui Antiphontis, non Geometrici est.*
ille.

Nolo discutere, An lex, quàm Aristote-
, non tam Geometris, quàm ipsi imposuit
Geometriæ, sit legitima? an fortè ille in ejus-
dem latione *ex principiis demonstrans mentia-
tur?* sed id alii examinent: meum enim est
adgratulari Magnifico Viro, Ioanni Marco,
quòd præscriptam ab Aristotele viam ingres-
sus, à se debeat totum habere Peripatum, qui
hodie in scholis obtinet, in doctissimas Sectas
divisus. Ego enim inter Antiphontes non-
nullos, qui despondentes animo ex Geome-
tricâ Sectionum viâ ad alias remotiores, &
obscuriores transfugerunt, vidi Ioannem
Marcum pertinaci constantiâ jam à pluribus
annis mentis acie Circulum in sectiones divi-
dere; divisi partes aliter, atque aliter com-
mensurare: & licèt hucusque ad veram Qua-
dri, & Circuli æqualitatem non pervenerit,
multa admiratus sum ab illo interim inventa
Protheoremata, quæ habebunt in Cyclome-
triâ, aut etiam Trigonometriâ, præclaros
usus. At jam tandem filum Theseumque in-
veniens, & sese felicissimè expediens; istum
ipsum, qui latebat in tenebris, mittit in lu-
cem Labyrinthum. In aliis

Monstra per ambages currant; homines q; soluto
Cæca regant filo vestigia.

Nam in isto monstra nulla reperio. Viæ om-
nes, quæ Circulum metiuntur, rectæ sunt;
& in ipsis nullæ se insinuant noctes, nullæ te-
nebræ, nullæ, quæ impediant, aut morentur,
ingruunt caligines, & obscuritates. Præcur-
rit Author, & ingenii sui subtilissimi filo nos
ducit; & ne errare contingat, non cœca, sed
oculosa, & clara relinquit Veritatis demon-
stratæ vestigia, quæ, qui exactè presserit, in
campo jam aperto, qui diu in clauso Laby-
rintho latuerant, Geometriæ, Scientiarum
Reginæ, thesauros opulentos reperiet. De
Cretico, Ægyptio, aut etiam Italico Plinius
libr. 36. cap. 13. differens; videnque poten-
tissimorum in eis Regum divitias prodigi, &
fatigari, aut potiùs exhauriri subditos, *verè
vesanam fuisse dementiam scribit, quæsisse
gloriam impendio nulli profuturo: præterea fa-
tigasse regni vires, cùm tamen laus major Ar-
tificis esset.* Sic olim Eximius perscrutator na-
turæ: qui tamen, si Bohemicum hunc hodie
Labyrinthum videret, Ferdinandi IV. auspi-
ciis editum, *summam diceret esse prudentiam,
quærere, & invenire gloriam compendio toti
Orbi terrarum profuturo: summam Crucem
deponere, quæ jam ab annis millibus fatigarat
ingenia, & oppresserat mentium sublimium vi-*

res; nec carere magnâ Principem gloriâ, qui favet Operi, in quo laus major Artificis ſit.

Ergo, ne careat Rex noſter Sereniſſimus gloriâ; ne Author laude; ne Orbis literarius Demonſtratione in tam dubio Labyrintho certâ, in tam obſcuro clarâ, & in tam confuſo diſtinctâ, hujus Demonſtrationis, quæ ad Circuli Quadraturam viam ſternit, evidentiam, ſecuritatemque calculo meo confi & approbo, & Labyrinthum hunc in lu prodire permitto. Datum Pragæ apud M temſerratum poſtridie Idus Ian. anni 16

Ioannes Caramuel, Abbas Monſſerrau & Eminentiſſimi Principis Archiepiſcopi genſis, Vicarius Generalis.

OROMETRIA,

Montium altitudinem metiens.

Num. DXXXIX.

ALiqua inferiùs, de ipſorum Montium refractione dicemus; qui enim interdum longè infra horizontem latent, ſe reddunt nobis per radios refractos conſpicuos; unde multò minor eſt Montium elatio, quàm putatur: moneo tamen, illos non ſolùm pati refractionem, ſed agere: unde (1) diſtantium Montium culmina debet juxta Regulas ingenioſus Orometres deprimere, ut ad veræ altitudinis cognitionem perveniat: (2) debetque etiam pro refractione (& nota id bene) Syderum altitudinem à jugo Montis, & non ab horizonte computare. Vnde, ſi Mons ſit altus grad. 18. & ſupra illum ſit ſtella, quæ ab horizonte grad. 20. elevetur, non erit dicenda à refractione libera, ſed duobus tantùm gradibus à terrâ, quæ refractorios emittit vapores, diſtare. Hac doctrinâ præmiſsâ diſputationem de altitudine Montium ingrediamur.

NOTA.

Num. DXL.

AGit de terreſtrium Montium altitudine Ricciolius *libr.* 2. *Almag. Nov. cap.* 11. & alibi. De Olympo multa à multis dicuntur. In ejus vertice ſacrificiorum cineres manere à vento, & pluviâ intactos narrat S. Auguſtinus *libr.* 1. *de Geneſ. contr. Manichæos*: & *de Geneſ. ad liter. libr.* 1. *cap.* 14. & *libr.* 3. *cap.* 2. Solinus *cap.* 15. S. Iſidorus *libr.* 14. *cap.* 4. Ex hac autem hiſtoriâ ſciri non po quanta ſit Olympi celſitudo, (1) quod e Dœmon ad illudendum Ethnicos præſti non præbet occaſionem, ut ſecurè de il montis altitudine philoſophemur. Ita Av ſa *quæſt.* 42. *Philoſoph. ſect.* 9. (2) quia poteſt li qualitati potiùs, quàm altitudini id ad bui, ut monet Cardanus *libr.* 2. *de ſubtilit.* quoniã hiſtoriam iſtam eſſe falſam doctiſſ Viri opinantur, aſſerentes nullum eſſe m tem, qui nubibus non ſit inferior; nam metſi aliquando nubes ſint inferiores m tium aliquorum verticibus; aliquando e ſunt ſuperiores. Ita docent Coquæus, Ludovicus Vives *in Comm. ad libr.* 15. *S. guſtini de Civit. Dei cap.* 27. Pererius *in Ge libr.* 12. *diſp.* 9. Fernandez *in cap.* 7. *Geneſ.* 4. Salianus *tom.* 1. *Annal. ad ann. Mundi* 16 *num.* 34. & 35. Quam ſententiam eſſe cert Franciſcus Philelphus teſtis oculatus aſſ mat: quoniam aſſerente Mazzonio *in Dant lib.* 3. *cap.* 12. & Majolo *colloq.* 16. conſcend Olympum, nec tamen infra ſe, ſed ſupra nubes conſpexit. Nec audiendus eſt Franc ſcus Reſta *libr.* 2. *cap.* 2. *Meteorolog.* aſſeren tot ſæculorum alluvionibus imminutam e Olympi celſitudinem, hodieque infra ſecu dam Aëris regionem eſſe, qui olim eam perabat: nec Mazzonius, nec Majolus, plures eſſe Olympos aſſerunt, & Philelphu non adſcendiſſe ad illum, de quo Veteres quuntur, affirmant, (4) quia etſi omnia eſſe vera, quæ de Olympo narrantur, nihil ecc ſci-

emus: quoniam, an detur ſecunda Aëris o& quantum à terrâ elevetur? neſcimus. o aliam inire viam debebimus, quæ deminatè altitudinem montium definiat. Letaque ſubſequentem Epiſtolam.

EPISTOLA XIV.

ILLVSTRI, ET INGENIOSISSIMO DOMINO

D. ALPHONSO
DE LAS INFANTAS

GEOMETRIÆ PROFESSORI. &c.

SVO, SALVTEM PLVRIMAM.

Madritum.

Imus ab infantiâ condiſcipuli, & ſemper amici fideles. Poſt Philoſophiam altiores Scientias, aut obſcuras, aut in plurimis incertas judicans, ut Veritate perfrui poſſet, ſe totum Matheſi concredidit. Erat adoleſcens magnæ ſpei: ſed obiit ante diem, & magnum ſui deſiderium reliquit.

hac Epiſtolâ ſpeciali diſſeritur OROMETRIA, Montes metiendi Scientia, *quæ à multis etiamnum ignoratur. An Mons aureus poſſibilis ſit? An Mons ſine valle ſit Ens rationis? An ſit difficile Montes metiri? Quantum ſupra horizontem ſeſe ad perpendiculum ſubrigant, Ætna, Lilybæus, Balaus, Tenarifa* (el Pico) *Caſius, Siſimithra, Sogdiananus, Cauçaſus, Atho, Olympus, Hæmus, Alpes, Atlas, Taigetus, Lucæus, Pelion, Oſſa, Rhodope, Dunax, & alii?*

Num. DXLI.

DTribunal appellas Ariſtotelem, Erudite Infanteſi, & ejus Diſcipulos incriminaris; meritòq; *Peripateticos* vocari putas, quòd in Stadio literario, ubi omnes alii, ut Veritatem ſequantur, feſtinant, aut etiam currunt: illi ſoli, ne nimium defatigentur, ambulent. Entia ipſi rationis tanti faciunt, ut ſuam videantur Phyſicam Entibus rationis ſubſtruere; ut chimærica ſit, quæ chimæris fundatur. Sed, quia inter alia rationis Entia *Montem ſine valle* protrudunt, tu ingenioſè te opponis, & chimæricè dici, ais, Montem ſine valle eſſe chimæricum. Quæ enim ſunt poſſibilia, non pertinent ad chimærarum cenſum: & tamen Montem ſine valle eſſe poſſibilem, tu tam clarè demonſtras, ut nihil habeat, quod contra reponat Peripatus. Ergo in tui hodie gratiam de Montibus diſputaturus: tuis, quà potero, adhærebo ſententiis; &, ſi in aliquâ circumſtantiâ differam, videbit in hoc ipſo ſera Poſteritas, Nos, tametſi chariſſimos, & amiciſſimos, eſſe duos. Incipiam igitur ab ipſâ nominis definitione.

ARTICVLVS I.

De ipſâmet voce.

Num. DXLII.

MOns eſt altiſſimus terræ tumor, qui ſuper vicinas partes eminet. Montium materia eſt terra; &, quia lapidea, ut plurimum, & *Mons* pro ſaxo ponitur, & pro monte etiam *Saxum*. Prima ſignificatio adriſit Virgilio cùm Æneid. 6. cecinit. *Prenſanteſque uncis manibus capita aſpera montis* (ſaxi) *Ferro invaſiſſent*: ſecunda autem cùm dixit: *Saxi* (montis) *de vertice Paſtor*. Mons quidem non à materiâ, ſed à figurâ, & formâ dicitur: nam, ut ſub initium monui, ab eminendo nomen habet. Sic docemur à Criticis: ſic etiam à Geographicis. Ioſephus Langius *Element. libr. Geogr. cap.* 14. ait, *Mons eſt tumor terræ altiſſimus, ab eminendo ſic dictus*, ab eminendo nomen habet: unde idem Virgilius, ob oculos habens rationem ſignificandi, & à materiâ præſcindens, dixit, —*Præruptus aquæ mons*, & Ovidius libri inter triſtes primi Elegiâ tertiâ, *Me miſerum quanti montes volvuntur aquarum!*

Ὄροϛ Græcè: unde Muſæ, & Nymphæ, quia montes incolunt, ΟΡΕΙΑΔΕϹ