UNO DE LOS
LIBROS DE

CAPITAN DE AMERICA.

PRINCIPIOS DE MATEMATICA,

DONDE SE ENSEÑA

LA ESPECULATIVA,

CON SU APLICACION

A LA DINÁMICA, HYDRODINÁMICA, ÓPTICA, ASTRONOMÍA, GEOGRAFÍA, GNOMÓNICA, ARQUITECTURA, PERSPECTIVA, Y AL CALENDARIO.

Por D. Benito Bails,

Director de Matemáticas de la Real Academia de S. Fernando, individuo de las Reales Academias Española, de la Historia, y de las Ciencias Naturales y Artes de Barcelona.

TOMO III.

MADRID.

Por D. Joachin Ibarra Impresor de Cámara de S. M.

M.DCC.LXXVI.

PROLOGO.

EN los mas de los Tratados que componen este Tomo hemos omitido las demostraciones inmediatas con la mira de publicar mayor número de operaciones prácticas, que son lo que mas apetecen los Discípulos de la Academia. Hémonos tomado esta licencia, ó por decirlo sin rebozo, hemos querido gastar tanta contemplacion, por serle muy facil á qualquier lector de mediano estudio hallar en los Tomos antecedentes el fundamento de quanto en este se encierra, y porque en los Tomos VIII y IX del Curso queda demostrado con la debida puntualidad todo quanto pertenece á las operaciones que en este proponemos.

INDICE

De las materias que contiene este Tomo III.

De

Me-

Có-

ER-

ERRATAS.

Página.	Linea.	Dice.	Léase.
37	28	se le dán	se le dán de ancho
38	22	uno con otro	una con otra
100	5	á lo qual	á la qual
121	5	señalarlas	señalarla
122	8	las órdenes	los órdenes
136	6	cáulicos	caulículos
150	18	*FD*	*FG*
164	6	1 á 3	1 á 2
174	26	arco	radio
202	10	la collera	el malecon
204	14	desde *C* á *K*	desde *E* á *K*
213	3	bajas	altas
224	2	.....	fig. 166
234	14	orizontal	original
252	12	demuestran	demuestra
264	2	fig. 220	*quítese*
ibid	30	.....	fig. 222
266	2	fig. 224	*quítese*
278	33	la parte opuesta	á la parte opuesta
289	23	esto es,	esto es
294	10	fig. 258	fig. 257
ibid	13	La altura	El alzado
312	23	decimales	naturales

NOTA.

Un número arábigo dentro de un paréntesis, en esta forma (100), como el que se halla en la página 57, quiere decir que el fundamento de lo que allí se dice está en el párrafo 100 del mismo Tomo. Si dentro del paréntesis hubiere antes de los guarismos algun número romano, como (I.865) en la página 43, ó (II.620) en la misma página, es para dar á entender que lo que allí se dice se refiere á los números 865 del Tomo primero, y 620 del segundo.

PRIN-

PRINCIPIOS DE GEOGRAFÍA.

Fig.

1. AUnque la voz *Geografia* significa lo mismo que descripcion de la tierra, no es esta descripcion el asunto que nos proponemos tratar aquí; nuestro ánimo es dar á conocer la figura del globo que habitamos, y los fundamentos matemáticos en que estriban las representaciones que de su superficie ó de alguna de sus partes se hacen con el nombre de mapas geográficos. Pero antes de declarar este último punto, nos será forzoso manifestar como se determina la longitud de un punto dado, sea el que fuere, de la superficie de la tierra, bien que primero daremos á conocer las medidas de distancias que usan diferentes naciones, con cuyo motivo propondremos, para escusar la confusion que resulta de su variedad, una medida universal.

De la figura de la Tierra.

2. Si la tierra fuese redonda y perfectamente esférica, con medir un grado de uno de sus círculos máximos, pongo por caso del meridiano, y multiplicarle por 360, sacaríamos el valor de su circunferencia. Este es el rumbo que han seguido los Matemáticos de diferentes siglos y naciones que tomaron á su cargo averiguar este punto.

Para determinar el valor de un grado terrestre, 1.
basta saber quantas leguas, toesas ó varas hay desde el lugar *P* que vé una estrella *E* á su zenit, y el lugar *A* donde la misma estrella parece un grado distante del zenit, y desde el qual se vé el sol á medio dia un grado mas alto ó mas bajo que en el lugar *P*.

Fig. 3. Pero por haberse esperimentado que la gravedad de los cuerpos vá menguando ácia el equador, no puede menos de dar vueltas la tierra al rededor de su ege (II.686); de donde se infiere que siendo mayor la fuerza centrífuga de los cuerpos debajo del equador, las partes de la tierra han de ser allí mas altas, de donde parece seguirse que la tierra no puede menos de ser un esferoide aplanado ácia los polos.

4. Para verificar este aplanamiento, es forzoso medir los grados de la tierra en distintas latitudes; porque si la tierra no es redonda, sus grados deben medirse distintamente que si fuera un globo.

2. Sea *EPQO* la circunferencia aplanada de la tierra; *EAQB*, la de un círculo circunscripto, que tiene el mismo diámetro *ECQ*. Si tomamos un arco *DF* de este círculo, que sea $\frac{1}{360}$ de la circunferencia entera, el ángulo *DCF* será tambien de un grado; pero el arco *GH* de la tierra no será un grado de la tierra, bien que esté comprehendido entre las lineas *DGC* y *FHC* que forman un ángulo de un grado en el centro de la tierra.

3. 5. El plomo que en los instrumentos astronómicos señala la linea del zenit, y al qual referimos la altura de los astros, es perpendicular á la superficie de la tierra; y si un observador en *P*, por egemplo en París, vé que una estrella, como la clara de Perseo, atraviesa el meridiano cabalmente en el zenit, la verá en la linea *BPZ*, que es perpendicular á la superficie de la tierra, y no vá á parar al centro *C* de la tierra, á no ser que sea la tierra perfectamente esférica. Otro observador *A* que esté pongo por caso en Amiens, vé la estrella en un rayo *AS*, paralelo á *PZ*, por razon de la suma distancia de las estrellas (II.799); esta estrella parece distante de su vertical *XAB* la cantidad de un ángulo *SAX*.

Si

Si con los instrumentos exactos que sirven para estas observaciones, se halla que la clara de Perseo pasa á un grado de distancia del zenit de Amiens, se sigue que el ángulo *SAX* es de un grado, y por consiguiente el ángulo *PBA* que es igual á *SAX*, será tambien de un grado; entonces diremos que el arco *AP* de la tierra comprehendido entre París y Amiens, es un grado de la tierra. Luego Fig. 3.

6. *El grado del esferoide terrestre, sea la que fuere su figura, es el espacio que es preciso andar en la tierra para que la linea vertical varíe un grado.* Síguese de aquí que los grados que medimos por observacion, son ángulos *B* cuyo vértice no está en el centro *C* de la tierra, sí en el punto de concurso de las verticales *ZPB*, *XAB* perpendiculares á la tierra en *P* y *A*.

7. De esto se infiere que en los parages mas aplanados de la tierra los grados han de ser mas largos. Con efecto, quanto mas convexo fuere un arco *PA*, suponiendo que el ángulo *F* sea siempre de un grado, tanto mas corto será dicho arco. Si en lugar de *PA* tomamos el arco *PD*, mas convexo y curvo que *PA*, siendo *DG* paralela á *AF*, y el ángulo *PGD* de un grado, igualmente que *PFA*, dicho arco *PD* será mas corto, bien que tenga una misma amplitud, y sea tambien de un grado, y por lo mismo cogerá menos toesas que *PA*. En una elipse y todas las curvas que se le parecen, la curvatura mayor está en el estremo del ege mayor, y la menor en el estremo del ege menor; luego si la tierra es aplanada ácia los polos, el arco de un grado cogerá mas toesas si se le midiere mas cerca de los polos donde el aplanamiento es mayor. 4.

8. Por consiguiente con medir un grado en parages que están á diferentes distancias de los polos, se podia decidir si la tierra era redonda. El grado del

 me-

Fig. meridiano terrestre medido entre París y Amiens á la latitud de 49° 23′ es de 57074 ó 57072 toesas; el grado medido debajo del círculo polar á la latitud de 66° 20′ es de 57422 toesas, esto es, 350 toesas mayor que el de París. El grado del meridiano medido en la Provincia de Quito debajo del equador es de 56753 toesas, tiene 321 menos que el de París á Amiens 57074, y 669 toesas menos que el grado medido debajo del círculo polar 57422.

Tabla de los diez grados medidos geométricamente por diferentes Astrónomos.

Latit. media de los grados medidos.		Valor de los grad. en toesas.	Autores de donde se han sacado las medidas.
00	0′	56753	*Bouguer y Condamine.*
33	18 A	57037	Abate *de la Caille.*
39	12	56888	*Mason y Dixon.*
43	0 S	56979	Abate *Boscovich.*
44	44	57069	El P. *Becaria.*
45	0	57028	*Merid. verif.* Mem. Acad. de Cienc. de París 1758
45	57	56881	Abate *Liesganig*, en Hungría.
49	23	57074	De París á Amiens.
66	20	57422	Debajo del círculo polar.
48	43	57086	Abate *Liesganig*, en Austria.

9. De los cálculos y las observaciones á que ha dado motivo la determinacion de la figura de la tierra resulta que si es un cuerpo homogeneo que al principio fuese fluido, su aplanamiento es $\frac{1}{231}$, esto es, que el diámetro del equador es $\frac{1}{231}$ mayor que el ege de la tierra. Si hay alguna diferencia entre el resultado de la teórica y el que dá la observacion, proviene de ser mas densa la tierra en su centro que en la superficie.

De

Fig.

De la longitud del péndulo, y de una medida universal.

10. Llámase *péndulo* un cuerpo grave colgado de un hilo, atado en un punto, de modo que si se le aparta al cuerpo *A* de la vertical *BA* hasta *C* por egemplo, caerá, en soltándole, á impulsos de la gravedad desde *C* á *A*; pero en la caida de *C* á *A* adquiere el cuerpo una velocidad con la qual pasa mas allá de *A* hasta *D*, siendo $AD = AC$ con corta diferencia. La ida del cuerpo de *C* á *D* se llama una *vibracion* del péndulo, y dejo demostrado en el Tomo IV de mi Curso que todas las vibraciones de un péndulo quando son cortas, son sensiblemente *isócronas*, ó de igual duracion, y por lo mismo muy á propósito para medir el tiempo. 5.

Es patente que los cuerpos graves han de caer tanto mas aprisa, siendo todo lo demás igual, quanto mayor impulso les dé la gravedad, y que por lo mismo un péndulo hará sus vibraciones mas aprisa donde obrare con mas eficacia en él la gravedad; por manera que si en algunos parages de la superficie de la tierra tardare el péndulo mas que en otros en hacer sus vibraciones, será allí menor la fuerza de la gravedad.

11. Consta por esperiencia que los péndulos hacen sus vibraciones tanto mas aprisa, siendo todo lo demás igual, quanto mas lejos están del equador; luego debajo del equador necesitarán mas tiempo que en los parages de alguna latitud para andar un arco de un número determinado de grados. Luego si cada vibracion de un péndulo señalare en una latitud determinada una parte constante de tiempo, como tardará mas en hacerla debajo del equador, se irá atrasando algun poco cada vibracion, de modo que al cabo de un intervalo notable de tiempo no señala-

Fig. lará debajo del equador tantas partes como en la latitud para la qual se hizo. Luego para que cada vibracion del péndulo señale debajo del equador la misma parte de tiempo que en la latitud para la qual se hizo, será preciso procurar que debajo del equador sea su vibracion un arco de círculo menor, ó lo que es lo propio que sea menos largo, pues acortándose el radio del círculo se acortan los arcos semejantes en la misma proporcion (I. 560).

Esto es cabalmente lo que pasa en los reloges de péndola, llamados péndolas, que señalan los segundos de tiempo, y son de tal construccion que cada vibracion del péndulo que llevan y regúla el movimiento de toda la máquina, señala un segundo; es preciso acortarlo al paso que mengua la latitud de los paises donde han de señalar los segundos, conforme se vé en la tabla adjunta.

	Pulg.	
Debajo del equador á 2434 toesas de altura	36	61,70
Debajo del equador á 1466 toesas	36	6,83
Debajo del equador á nivel de la mar	36	7,07
En Portovelo á 9° 34′ de latitud	36	7,16
En el Petit-Goave, Isla de Santo Domingo, 18° 27′	36	7,33
En el Cabo de Buena-Esperanza 33° 55′	36	8,07
En Ginebra 46° 12′, con el péndulo invariable	36	8,17
En París 48° 50′	36	8,57
En París, despues de hechas las reducciones	36	8,67
En Leyde 52° 9′	36	8,71
En Petersbourg 59° 56′	36	8,97
En Pello 66° 48′	36	9,17
En Ponoi, en Laponia 67° 4′	36	9,17

12. Las observaciones del péndulo necesitan algunas correcciones por causa del calor que dilata los metales, de la resistencia del ayre, y de la altura donde se hacen respecto del nivel de la mar. Llevando en cuenta estas correcciones, halló *Bouguer* que el

el péndulo debajo del equador ha de ser de 36 pulg. 7 lin. 21, y en París de 36 pulg. 8 lin. 67. Fig.

13. Sentado esto, si una medida determinada por este péndulo llegára á perderse, sería sumamente facil restituirla; todo se reduciría á colgar una bala de plomo de un hilo muy sutil, y buscar por medio de repetidos esperimentos quanto debería coger de largo este hilo para que siguiera con perfecto concierto las vibraciones de un relox de segundos bien arreglado. Se echa de ver que conseguida esta primera determinacion, sería igualmente facil y segura la de la espresada medida, aun quando ella y todos sus padrones se hubiesen perdido muchos siglos antes.

14. No se les escapó á los Matemáticos esta consecuencia, y les sugirió desde luego el pensamiento de buscar una medida fija é invariable. La Real Sociedad de Londres, *Mouton* y *Picard*, Astrónomos Franceses, y el célebre Holandes *Huyghens*, propusieron casi á un tiempo varios proyectos de una medida universal sacándola del péndulo de segundos. Pero no habia llegado todavía el tiempo de poner por obra ninguno de ellos, por carecer sus autores de algunas luces indispensables para el acierto; creíase entonces que la longitud del péndulo de segundos era una misma en toda la superficie de la tierra. *Richer*, individuo de la Real Academia de las Ciencias de París, notó el primero en la Isla de Cayena por el año de 1672 que en las inmediaciones del equador era indispensable acortar el péndulo para que señalára los segundos.

15. Una vez probada esta variacion de la longitud del péndulo de segundos segun se acerca ó aparta del equador, nos dá la naturaleza tantas medidas quantos círculos hay paralelos al equador, ó puestos en la circunferencia del meridiano; por consiguiente no hay motivo alguno para darle al péndulo del

Fig. paralelo de París, antes que al de otro lugar la preeminencia de medida universal. Esto se ignoraba quando se propusieron los primeros pensamientos; cada pais, cada ciudad podria proponer con igual derecho el péndulo de su latitud ¿En qué fundaremos, pues, la preferencia que nos es forzoso dar á alguno de ellos?

16. El lugar que en este punto merece la preferencia es sin duda alguna el equador que está en medio de la tierra, y es el término de la menor gravedad, el término desde el qual se cuentan las latitudes, término por otra parte único, y acerca del qual pueden conformarse todas las naciones. Verdad es que los polos son igualmente un término estremo; pero hasta el dia de hoy quedan burladas quantas tentativas han hecho los hombres para llegar á los polos, y tampoco sabemos si en ambos es una misma la longitud del péndulo. Y aun quando supongamos que lo sea, no podemos comprobarlo inmediatamente, solo podríamos inferirlo por analogía, y sin la seguridad que requiere tan esencial determinacion. Por consiguiente solo debajo del equador se puede observar con la correspondiente escrupulosidad la longitud del péndulo, y solo el equador dá al mismo tiempo un término fijo que no se puede confundir con otro ninguno.

17. La longitud del péndulo determinada en Quito por los Matemáticos que fueron allá á medir un grado del meridiano, se quedó depositada por acuerdo comun en aquella ciudad, y estampada en un monumento duradero, con todas las precauciones imaginables, quales nunca se han tomado mayores para
6. una operacion de esta naturaleza. La *Condamine*, uno de ellos, hizo empotrar y emplomar con unos gatillos curvos en una mesa de marmol blanco, de 5 pulgadas de grueso, una regla de bronce de un dedo de grueso, y de unos 3 pies 1 pulgada de largo.

La

La superficie esterior de esta regla, desbastada y li- Fig.
mada á nivel del marmol, remata en cada estremo 6.
en un plano circular de una pulgada de diámetro. Desde el centro del uno de los círculos al centro del otro se trazó en toda la longitud de la regla una linea profunda igual á la longitud del péndulo de segundos, qual se halla en Quito, es á saber de 3 pies 6 lin. $\frac{83}{100}$. Como era indispensable, para dejar determinada con suma escrupulosidad esta medida, hacer muy sutiles, y al mismo tiempo muy perceptibles los dos puntos estremos, y era no menos indispensable resguardarlos del moho, y del verdin; en el estremo de cada uno de los dos círculos que terminan la regla de bronce, se encajaron dos clavos de plata de una linea de grueso, á manera de tornillo de cabeza perdida, y en el centro de cada tornillo de plata, una aguja de oro tambien atornillada. La aguja de oro, el clavo de plata de una linea, y el círculo de bronce de una pulgada, están limados á nivel de la piedra, y dejan ver el rastro de tres planos circulares y concéntricos de distintos metales y colores. Su centro comun que sería facil de hallar aun quando llegára á borrarse, quedó señalado con un punzon de acero muy sutil. Por lo que mira á las alteraciones que el calor y el frio causan en los metales, no son de temer en Quito, cuyo clima es tan templado é igual, que el termómetro de *Reaumur* puesto al ayre y á la sombra señala comunmente todo el año á medio dia 14 ó 15 grados mas arriba del término de la congelacion, y muchas veces á la punta del dia, que es la hora del mayor frio, no está sino tres grados mas abajo que á medio dia.

18. Entretanto que se pone en práctica el pensamiento de una medida universal, importa saber la correspondencia que hay entre las principales que se usan, para lo qual sirve la tabla siguiente.

Ta-

Tabla de las principales medidas de Europa antiguas y modernas, reducidas á toesas, pies, pulgadas, lineas y decimales de linea, medida de la Real Academia de las Ciencias y del Gran Chatelet de París.

	toesas		
La milla Romana que cita *Plinio*.....	757,5		
La milla Romana de Estrabon, segun *Casini* (*Mèm. Acad.* 1702).....	766		
La milla moderna de Roma, segun el Abate *Boscovich*.....	764		
La milla de Italia de 60 al grado.....	958		
La milla de Inglaterra.....	830		
El *Li* de los Chinos que es la 193ma parte del grado.....	295		
El estadio de los antiguos Romanos, de 623 pies rom.....	94,693		
El estadio Egipcio, segun *Freret* y Mr. *le Roy* (*Ruines des Monumens de la Grèce*).	114,13	pulg.	lin.
El pie de los antiguos Romanos (*Mèm. Acad.* 1757)...		10	10,90
El pie Griego sacado del Capitolio, por *Auzout*.....		11	3,80
El pie Griego, segun Mr. *le Roy*.....		11	4,56
El pie Arabe (*Anc. mèm. de l'Acad. Tom. VI. pag.* 532).		9	10,72
El pie de Alejandría. *Ibid*.....		13	2,90
El codo de los Hebreos, segun *Eisenschmid*.....		19	10,40
El pie de Inglatetra (*Philos. trans.* 1768. *pag.* 326)..		11	3,1154
El pie del Rhin, de Leyde, y de Dinamarca, segun *Lulofs*.....		11	7,183
El pie de Bolonia, décima parte de la *Percha*, segun *Auzout*.....		14	0,60
El pie de Turin, segun el Padre *Beccaria*.....		18	11,70
El *Braccio da panno* de Florencia, segun el Abate *Ximenez*.....		21	6,454
El pie de Venecia, segun *Christiani* (*Delle misure d'ogni genere*).....		12	10,0
El pie de Padua, segun *Christiani*.....		15	9,9
El pie de Viena, en Austria, segun el Abate *Hell*....		11	8,117
La vara de Castilla (*Mèm. Acad.* 1747.).....		30	11,0
El palmo romano moderno, segun el Abate *Boscovich*.		8	3,033
El palmo de Nápoles, segun *Auzout*.....		9	8,15
El pie de Suecia (*Mèm. Acad.* 1714).....		10	11,75
El arquin de Rusia, por los m. s. de *del' Isle*.....		26	6,30
El pie real de la China, *ing-cao-chi*, ó *ing-ts'ao-tchi* (*Observ. astron. Pekini factæ*, *Tom. I. pag.* 363.)..		11	9,9

Co-

Fig.

Como se halla la diferencia de longitud entre varios lugares de la tierra.

19. Para formar una pintura cabal de nuestro globo, es preciso colocar en el mapa los diferentes puntos de la tierra con la misma situacion unos respecto de otros que tienen en la superficie de ella. Esto se consigue determinando su latitud y longitud, pues un lugar qualquiera está en la interseccion del paralelo con el meridiano que le corresponde. Como la determinacion de la latitud tiene poco que hacer, y dejamos dicho (II.644) quanto ocurre acerca de esto, nos ceñiremos á declarar como se averigua la diferencia de meridianos ó longitud (II.650) entre los diferentes puntos de la tierra.

20. No hay para esta determinacion método mas seguro que el de los eclipses del sol ó de las estrellas; solo tiene el inconveniente de que su práctica requiere cálculos muy prolijos.

21. Quando se ha observado el principio y fin de un eclipse de sol, la inmersion y emersion de una estrella que la luna oculta, ó la de un planeta, se debe inferir el tiempo de la conjuncion verdadera; y en conociendo el tiempo de la misma conjuncion para cada uno de los dos paises, la diferencia de los tiempos es con evidencia la de los meridianos.

Sea *S* el sol ó la estrella que padece eclipse; *L*, la situacion aparente del centro de la luna, respecto del sol al principio del eclipse; *F*, el lugar aparente del centro de la luna en el instante de la emersion; *LF*, el movimiento aparente de la luna respecto del sol mientras dura el eclipse; *GHI*, un arco de la eclíptica; *DSE*, un paralelo á la eclíptica que pasa por el centro del sol ó de la estrella. Si *FA* 7.

fue-

Fig. 7. fuere paralela á *DE*, tendremos el movimiento aparente en latitud *AL*, y el movimiento relativo aparente en longitud *FA* en un arco de círculo máximo; este arco se confunde sensiblemente con el paralelo á la eclíptica, pero es algunos segundos menor que el arco *GI* de la eclíptica; y esto es lo primero que se debe determinar.

22. Las tablas dan calculada la hora de la conjuncion verdadera, igualmente que las longitudes y latitudes verdaderas de la luna, y del astro eclipsado al principio y al fin del eclipse. Se calcula para los mismos instantes la diferencia de las paralaxes en longitud y latitud; se añade cada paralaxe á la longitud verdadera ó se resta, conforme el lugar aparente de la luna estuviere mas ó menos adelantado que el lugar verdadero, y quedan determinadas las longitudes aparentes ó afectas de la paralaxe, cuya diferencia es el movimiento aparente de la luna en la eclíptica; se resta de esta cantidad el movimiento del sol ó del astro eclipsado; si fuere retrogado se suma con ella, y sale el valor de *GI*, movimiento relativo aparente en la eclíptica.

Se aplica igualmente la diferencia de las paralaxes en latitud para cada uno de los dos instantes, á la latitud verdadera de la luna calculada por las tablas (ó á su distancia al polo boreal de la eclíptica), y se sacan las latitudes aparentes *IL*, *GF*, al principio y al fin del eclipse; la diferencia de estas latitudes aparentes ó su suma, si la una fuere austral y la otra boreal, es el movimiento aparente de la luna en latitud; de este se resta el movimiento en latitud del astro eclipsado, si su latitud varía en la misma direccion que la de la luna, y se saca el valor de *AL*. Se multiplicará la diferencia de las longitudes aparentes, esto es, *GI*, por el coseno de la latitud aparente que es un medio entre las latitudes *IL*

IL y *GF* (II.904), y se sacará el valor del movimiento *FA* medido en la region del eclipse. Fig. 7.

23. En el triángulo *FAL* rectángulo en *A*, conocemos los dos lados *FA* y *AL* y por consiguiente el ángulo *LFA* y la hypotenusa *FL*, esto es, la inclinacion de la órbita aparente, y el movimiento aparente en linea recta, en la órbita aparente de la luna respecto del astro *S*, que siempre se supone inmobil mientras dura el eclipse.

24. En el triángulo *LSF* conocemos los tres lados, el movimiento aparente *FL* en linea recta, la suma de los semidiámetros de la luna y del astro eclipsado, aumentando el de la luna lo que corresponda á su altura sobre el orizonte (II.936); la suma de los semidiámetros para el principio es *SL*, para el fin es *SF*; se buscarán los ángulos *SLF*, *SFL*, empezando por la analogía de la trigonometría rectilinea (I.793); el movimiento *FL* es á la suma de las dos distancias observadas, ó de las dos sumas de los semidiámetros *SL* y *SF*, como su diferencia es á la diferencia de los segmentos *BL* y *BF*; la mitad de esta diferencia sumada con la mitad del movimiento *FL* dará el mayor de los dos segmentos; esta semidiferencia restada de la mitad del movimiento *FL* dará el menor de los dos segmentos.

25. Despues de hallados los dos segmentos, será muy facil hallar los ángulos *BLS*, *BFS*; la suma del uno de estos ángulos con el de la inclinacion aparente, y la diferencia del otro y del ángulo de dicha inclinacion aparente, serán los complementos de los ángulos de conjuncion aparente, esto es, los ángulos *DSF*, *LSE*.

El radio es á la suma de los semidiámetros aparentes *SF*, que corresponde á la latitud mayor, como el coseno del ángulo *DSF* es á *SD*; el cociente de esta cantidad dividida por el coseno de la latitud

Fig. 7. titud *HS* del astro *S*, quando no fuere el sol, será la distancia *HG* á la conjuncion aparente para aquella de las dos observaciones que correspondiere á la mayor de las dos latitudes aparentes de la luna, esto es, á *DF*. Esta distancia se restará de la longitud verdadera del sol ó de la estrella, si la latitud mayor correspondiere al principio del eclipse; se sumará con la longitud de la estrella, si correspondiere al fin del eclipse, y saldrá la longitud aparente de la luna observada. Comparando esta longitud observada con la que se ha calculado, se sacará el error de las tablas en longitud.

26. Aplicando la paralaxe de longitud á la longitud aparente se sacará la longitud verdadera de la luna; la diferencia entre esta longitud verdadera y la de la estrella *S*, convertida en tiempo á razon del movimiento horario en la eclíptica, dará á conocer la hora de la conjuncion verdadera para el lugar de la observacion. Se hará el mismo cálculo para otra observacion, y se sacará para este nuevo meridiano la hora de la conjuncion verdadera; la qual discrepará de la primera una cantidad que será la diferencia de los meridianos entre los dos paises donde se hubiere hecho la observacion.

27. Las estrellas cuyas inmersiones observamos se dejan ver algunos segundos sobre el disco de la luna. Es verosimil que esta apariencia provenga de la *irradiacion* de la luz de la luna; porque á todos los cuerpos luminosos los ensancha la luz que los rodea.

28. La atmósfera de la luna causa otro fenómeno que se llama *infleccion* de los rayos, y es de $4''\frac{1}{4}$ igual al duplo de la refraccion orizontal que se hace en la atmósfera de la luna. Para llevar en cuenta esta inflexion, es preciso rebajar en los eclipses de sol $4''\frac{1}{2}$, rebajando al mismo tiempo $3''$ del diámetro del sol por razon de la irradiacion.

De

Fig.

De los Mapas geográficos.

29. Una vez determinada la longitud y latitud de los puntos de la tierra que se han de pintar en un mapa, es facil colocarlos en su verdadera situacion; pero como en la formacion de los mapas se deben guardar las leyes de la perspectiva, cuyo punto no deja de ser algo dificultoso por razon de la redondez de la tierra, se han inventado diferentes métodos para la formacion de los mapas. Ya que en esta formacion deben guardarse las leyes de la perspectiva, es preciso suponer el país que el mapa debe representar, pintado en un plano puesto entre el ojo y el mismo país. Quando se quiere, pues, representar la superficie de la tierra, y todos sus puntos y círculos, se supone colocado el ojo en algun punto fuera de la tierra, y al mismo tiempo un plano transparente colocado como se quiera entre la tierra y el ojo, bien que lo mejor es suponerle colocado perpendicularmente á la linea que vá desde el centro de la tierra al ojo, á fin de que salga mas regular la figura. Despues se imaginarán lineas tiradas desde todos los puntos de la tierra ó de sus círculos, quales son el equador, los trópicos &c., ó desde todas las ciudades, cuyas lineas atraviesen el espresado plano; y los diferentes puntos donde estas lineas cortaren el plano serán la representacion de los puntos correspondientes de la tierra.

30. Pero como la tierra es redonda, no es posible representar en un plano toda su superficie; porque entonces dos sitios distintos de la tierra se confundirían en un solo punto del plano, y este es el motivo de no pintarse mas que su mitad en un plano, y la otra mitad en otro plano. Se puede, pues, suponer que el ojo está dentro de la tierra; se le pue-

Fig. puede suponer en un emisferio quando se quiere pintar el otro, y el plano colocado entre el ojo y el emisferio cuyo mapa se quiere formar. Quando se hubiere de representar una parte de la tierra no mas, qual es Europa, Asia &c. se podrá suponer el ojo en el centro de la tierra.

31. Como podemos suponer el ojo colocado en muchos sitios diferentes unos de otros, tambien puede suceder que los rayos que desde los obgetos vinieren al ojo atraviesen el plano en muchos puntos diferentes; siguiéndose de aquí que la apariencia de la tierra y sus círculos no será la misma para un ojo colocado en su ege, que para un ojo colocado en otro lugar entre el equador y el polo, y que parecerán de distinta figura los círculos de la tierra.

32. Tambien resultará de lo mismo alguna diferencia en el tamaño de los mapas. 1.° quanto mas distante del ojo está el obgeto, permaneciendo el plano en la misma situacion, tanto menor ha de ser su imagen. 2.° quanto mas cerca está del ojo el plano donde se hace la representacion, tanto menor es la apariencia del obgeto &c. conforme se verá en la perspectiva.

33. Despues de fijado el plano, sea la que fuere la distancia entre el ojo y el obgeto, con tal que se mueva en una línea que pase por el centro de la tierra, ó sea perpendicular á su superficie, la figura parecerá la misma, bien que menor, y por consiguiente aunque el plano se acerque al obgeto, apartándose del ojo, la imagen será semejante en todas estas diferentes distancias, con tal que permanezca el plano en una situacion paralela, pero variará el tamaño de la figura. Por el contrario, si el plano mudare de situacion, ó se saliere el ojo de la linea que pasa por el centro de la tierra, entonces yá no será semejante la imagen, y los rayos que de ella vienen lle-

llegarán al ojo despues de atravesar el plano en puntos entre cuyas distancias respectivas no habrá la misma proporcion que antes. Fig.

34. Pero al proyectar la superficie de la tierra, se suele colocar el plano de modo que toque la superficie en un punto tal que una linea que desde el ojo llegue á él, sea perpendicular á la superficie, y se dirija al centro de la tierra; y por lo que toca al tamaño de la figura, se supone el ojo mas ó menos apartado de la tierra.

35. En la formacion de los mapas particulares se pueden dispensar las reglas de la perspectiva, y bastará formarlos mediante los ángulos de posicion y las distancias, conforme se dijo (1.837 y sig.). Pero en los mapas grandes no se pueden dispensar estas reglas, aunque con esto no se pintan de todo punto los lugares conforme están en la superficie de la tierra. Porque la formacion de los mapas abraza patentemente tres obgetos. 1.° todos los puntos han de estar en el mapa en una posicion y distancia determinada respecto de los círculos principales de la esfera, quales son el equador, el meridiano &c, conforme están en la tierra, á fin de que por el mapa podamos venir en conocimiento de la distancia del paralelo de cada lugar al equador &c. 2.° los mismos paises han de tener unos con otros la misma proporcion de estension que tienen sobre la tierra. 3.° los lugares han de estar en la misma situacion y distancia unos de otros que en la superficie de la tierra.

36. La primera de estas tres condiciones debe verificarse escrupulosamente en todos los mapas, y cumplen con ella los mas, pues están formados por las tablas de longitud y latitud; y esta condicion no se opone á las reglas de la perspectiva. Pero para que la segunda se verifique, es indispensable quebrantar algun tanto estas reglas; porque las partes de

Fig. de una superficie curva mas distantes del ojo, parecen menores que las que están en el plano cerca del ojo; sin embargo es cosa corta esta desigualdad, quando se supone el ojo á una distancia infinita de la tierra.

37. Por lo que mira á la tercera condicion, no se puede verificar en los mapas grandes, quales son el de la tierra y de sus quatro partes. Porque es defecto comun é inevitable en todas las proyecciones de esta naturaleza, el que las partes que están á distancias desiguales del centro, tambien estén pintadas en el mapa á distancias desiguales; de donde nace que la estension y figura de las partes de la tierra están mas ó menos alteradas, segun la diferente posicion del ojo. Para enterarse de la causa de esta apariencia y hasta qué punto se deba remediar este defecto, bueno será considerar el origen y formacion de estas representaciones. Supondremos con esta mira que se haya de egecutar la descripcion del globo, y tomarémos, para que sirva de egemplo, un círculo particular, despues que hubiéremos dado á conocer la proyeccion que sirve para los mapas.

38. Proyectar una figura es, segun dejamos insinuado (I.1228), referirla á un plano por medio de lineas tiradas desde cada punto de la figura á cada punto del plano. La mas simple de todas las proyecciones es la que se hace con lineas perpendiculares al plano de proyeccion, y se llama *proyeccion ortográfica.*

8. 39. Sea *AB* una linea, y *PL* un plano qualquiera distinto de la linea; si desde los estremos *A* y *B* de la linea dada se bajan al plano *PL* perpendiculares *Aa*, *Bb*, el espacio *ab* que cogieren en el plano *PL*, será la proyeccion ortográfica de la linea *AB*, y el plano *PL* al qual se han tirado las perpendiculares, se llama el *plano de proyeccion.*

La

40. *La proyeccion ortográfica* ab *de una linea* AB *hecha en un plano de proyeccion* PL *con las perpendiculares* Aa, Bb *es igual á la misma linea multiplicada por el coseno de su inclinacion.* Fig. 8.

Porque si tiramos la *AC* paralela á *PL*, el ángulo *BAC* será igual á la inclinacion de la linea *AB* respecto del plano de proyeccion *PL*, y $AC = ab$ es la proyeccion de la linea *AB*. Pero $AB : AC :: R : \cos BAC$; luego el radio es al coseno de la inclinacion, como la linea *AB* es á su proyeccion *AC*. Por consiguiente si tomamos la unidad por radio, la proyeccion de una linea es igual á la misma linea multiplicada por el coseno de su inclinacion respecto del plano de proyeccion.

41. *La proyeccion de un arco* FI, *es igual á su seno.* 9.

Sea la circunferencia *DFH* del semicírculo cuya proyeccion se pide, colocada en un plano perpendicular al plano de proyeccion; todas las lineas *FC*, *IK* tiradas perpendicularmente desde la circunferencia al diámetro *DH*, serán perpendiculares al plano y señalarán la proyeccion de los mismos puntos; el punto *K* será la proyeccion del punto *I*; será, pues, la linea *CK* la proyeccion del arco *FI*; pero si fuere *C* el centro del círculo, $CK = IL$ será el seno del arco *FI*; luego los senos de los arcos *FI* serán las proyecciones de los mismos arcos, si se toma su origen desde el punto *F* que corresponde perpendicularmente al centro *C*. *Si se tomára su origen en el punto* H, *la proyeccion del arco* HI *sería su seno verso* KH.

42. Por mas simple que sea esta proyeccion, es sumamente defectuosa para los mapas de alguna estension, porque siendo muy pequeños los senos versos ácia los bordes del emisferio, los arcos son representados por lineas demasiado pequeñas; solo puede servir para los mapas de las regiones circumpolares, ó de los paises de corta estension.

Fig. 43. La forma mas acomodada para los mapas que han de representar mucha estension de tierra, particularmente para los mapamundi, la que menos desfigura la forma natural de los continentes, es la proyeccion *estereográfica*: se supone en ella que el ojo esté en la circunferencia misma del globo en la parte superior, y que está mirando la inferior refiriendo todos los puntos de este emisferio al plano del círculo máximo, perpendicular al diámetro donde está el ojo; sentado esto,

10. 44. Supongamos que el ojo esté en Q; que BD sea el diámetro del círculo de proyeccion; BFD, el semicírculo que hemos de proyectar en el diámetro BD; imaginarémos rayos que desde el ojo Q ván á los diferentes puntos de esta concavidad, y encontrarán el diámetro BD en otros tantos puntos que serán sus proyecciones. Desde el medio F de la proyeccion tomarémos un arco FR de 40°, cuya proyeccion es CG; el ángulo CQG será de 20° (I.444), esto es, la mitad del arco FR; y yá que QC es el radio del círculo, CG será igual á la tangente de 20°; por consiguiente *en la proyeccion estereográfica la proyeccion de un arco contado desde el centro es la tangente de la mitad del arco.*

45. La gran propiedad de la proyeccion estereográfica consiste en que las representaciones de los círculos de la esfera, máximos ó menores, son tambien círculos. Sea RF un arco que esté en una posicion qualquiera, sobre el qual imaginarémos un círculo menor de la esfera cuyo diámetro sea RF, y cuyo círculo sea la base de un cono oblicuo FQR; vamos á probar que la seccion CG de este cono con el plano de proyeccion, será tambien un círculo. Los triángulos QFR, QCG son semejantes; porque si tiramos HR paralela á BD, tendremos el arco QDR igual al arco QBH, la mitad de QDR será la medida del ángulo QFR, y la mitad del arco QBH será la medida del ángulo QRH ó de su igual QGB (I.403); luego el ángulo QGC es igual al ángulo QFR. Los triángulos QCG, QFR tambien tienen un ángulo comun en Q, luego son enteramente semejantes, del mismo modo que los conos cúyas secciones son; luego yá que la base del cono QFR es un círculo, la base del cono QCG es tambien circular, bien que sea de diferente estension. Si hiciéramos otras figuras semejantes con las mismas letras, echaríamos de ver que el tamaño de FR y su situacion, aun en el semicírculo superior BQD, no altera la verdad de la proposicion. *Luego en la proyeccion estereográfica, todos los círculos del globo, sea la que fuere su posicion, son tambien círculos.*

Fig. 10.

46. En esta especie de proyecciones los meridianos son tambien círculos, tanto menos curvos ó cuyos diámetros son tanto mayores, quanto mas inmediatos están al centro. Para determinar el valor de sus diámetros, sea BH ó DI la longitud de un meridiano que pasa por los puntos H é I diametralmente opuestos; la proyeccion del semicírculo HRI será la linea recta $SP = SC + CP$; SC es la tangente de la mitad de HF, ó de la mitad del quadrante de círculo BF, menos la mitad de la longitud BH, y PC es la tangente de la mitad del arco FI ó de 45° mas la semilongitud de DI; luego tomando la mitad de SP, ó la mitad de la suma de estas dos tangentes, se saca facilmente esta regla general: *El radio de un meridiano en la proyeccion estereográfica es igual á la semisuma de la tangente y de la cotangente de la diferencia que vá de 45° á la semilongitud del mismo meridiano.* Por egemplo, el radio del meridiano que pasa por la longitud de 80°, será la mitad de la suma de las tangentes de 5° y 85°; el radio del meridiano que pasa por 60° de longitud, será la semi-

Fig. 10. suma de las tangentes de 15° y 75°, que es su complemento.

47. Como la proyeccion de un paralelo al equador ha de ser un círculo, determinarémos facilmente su diámetro. Sea *IR* el diámetro del paralelo; *QF*, el equador; el punto *G* será la proyeccion del punto *R*, y *CG* será la tangente de la mitad de la latitud *FR* ó del ángulo *FQR*, igual al ángulo *MQP*; porque el arco *FR* es igual (I.419) al arco *QI*, y el arco *QI* es la medida (I.442) del ángulo *MQP*. La proyeccion del punto *I* es el punto *P*, y *CP* es igual á la tangente del ángulo *CQP* que es el complemento de *MQI* ó *RQF*; por consiguiente *CP* es la cotangente de la mitad de la latitud, y la diferencia *GP* será el diámetro del paralelo. Luego *el radio de un paralelo al equador en la proyeccion estereográfica es igual á la mitad de la diferencia entre la cotangente y la tangente de la mitad de la latitud.*

48. El orizonte de un país qualquiera representado en un planisferio celeste es tambien un círculo, y puede servir para hallar el nacimiento y ocaso de los astros en el planisferio mobil. Para determinar el radio de este círculo, sea *Q* el polo del mundo, donde suponemos fijo el ojo en la proyeccion estereográfica de los planisferios; *ICH*, el orizonte del lugar dado, cuyos estremos se trasladan á *S* y *P* en el plano de proyeccion; la linea *SP* es el diámetro del orizonte, se compone de dos partes *CS* y *CP* que son la tangente y la cotangente de la mitad de la latitud. Para París el semidiámetro es de $132\frac{1}{2}$ dándole 100 al radio, ó de $397\frac{1}{2}$ dándole 300 al radio. Darémos aquí una tabla de los radios del orizonte para diferentes latitudes, suponiendo que el radio sea de 10000 partes. Por esta tabla el radio es infinito para los paises que están debajo del equador, porque su orizonte es un meridiano, y en nuestros pla-

planisferios todos los meridianos son lineas rectas que se cortan en el polo. Para servirse de este orizonte es preciso hacerle de carton, y colocar su centro en el punto del meridiano que señala la latitud del lugar en el planisferio. Fig.

Latitud	Radios
0	infinito
10	57588
20	29238
30	20000
40	15557
50	13054
60	11547
90	10000

49. Para construir mapas de modo que la figura de los paises se acerque mas á la figura del globo, quando los mapas han de representar una gran porcion del globo como 30 ó 40 grados, algunos Geógrafos se valen del método siguiente. Hacen iguales los grados de latitud, representan los paralelos al equador con círculos concéntricos, cuyo centro está en el punto donde la tangente media encuentra el eje de la tierra; de modo que los mapas son la resolucion de un cono circunscripto á la esfera, que la tocára en la circunferencia del paralelo que ocupa el medio del mapa. El paralelo de 50 grados de latitud es representado en el mapa por un círculo cuyo radio es la cotangente de 50°; y así de los demás que todos están trazados desde un mismo centro y á distancias iguales.

50. Todo está en saber qué arco se ha de tomar en dicho círculo del mapa para espresar un grado

Fig. del paralelo terrestre que representa; se halla multiplicando un grado ó 60′ por el seno de la latitud.

11. Sea P el polo de la tierra; D, el punto que está á 50° de latitud, de modo que BD es el coseno de 50°, y DT la cotangente; el paralelo cuyo radio es DB, es menor que el círculo cuyo radio es TD, en la misma razon que DB es menor que TD; por consiguiente un grado ó 60′ del paralelo ocupará en el círculo del mapa, cuyo radio es TD, un arco igual á $60' \frac{BD}{TD} = \frac{60' \cos \text{lat}}{\cot \text{lat}} = 60' \cos \text{lat} \tang \text{lat} = 60'$ sen lat; esto es, 46′ para 50° de latitud. En general dos meridianos, cuyas longitudes discreparen la cantidad m, forman entre sí un ángulo igual á m. sen lat.

51. Se echa, pues, de ver que 46′ del círculo cuyo radio es TD, y que ha de representar en el mapa el paralelo de 50°, componen el valor de un grado de longitud; por consiguiente 5° de longitud componen 3° 50′ del círculo del mapa, 10° componen 7° 40′, y 15° componen 11° 30′ &c. Suele ofrecerse trazar este círculo sin conocer su centro: para esto se tomarán 5° del meridiano por seno total, se multiplicarán por el coseno de 50°, y se sacarán 3° 13′ para el valor de 5° en el paralelo de 50°. Por consiguiente se tomarán 3° 13′ del meridiano para hacer 5° del paralelo, y se trasladarán sobre una linea recta perpendicular al meridiano. Se dividirá este espacio en 67 partes (son la tangente de 3° 50′), se tomarán $2\frac{1}{4}$ mas (este es el exceso que la secante de 3° 50′ lleva al radio), y quedará determinado uno de los puntos del paralelo de 50°. Se llevarán sobre la misma perpendicular al meridiano 6° 26′ del meridiano para componer 10° del paralelo, se dividirá este espacio en $134\frac{1}{3}$ partes (tangente de 7° 40′ valor de los 10° de longitud), se tomarán 9 de estas

tas partes mas arriba de la perpendicular; y estará Fig. determinado otro punto del paralelo. Asimismo, para 15° se llevarán 9° 39′ del meridiano; como la tangente de 11° 30′ es $303\frac{1}{2}$, y la parte esterior de la secante $= 20\frac{1}{2}$, se buscará otro punto, y así de los demás. Despues de determinados por este método muchos puntos de un círculo, se podrá trazar sin conocer su centro por medio de una regla flexible, cuya convexidad se hace mayor con un tornillo, hasta que pase por todos los puntos señalados. Si el mapa fuese tan pequeño que se puedan suponer rectilineos los meridianos, todo se reducirá á trazarlos todos ácia un mismo centro por las divisiones de los paralelos, pero para que rija en toda la estension del mapa una misma escala, se estila tomar en los demás paralelos intervalos que menguen como los cosenos de las latitudes, y con esto se determinan en dichos paralelos varios puntos por los quales se tiran los meridianos, con la regla curva y elástica.

52. Todo esto presupuesto, se nos hará muy facil *formar el mapa de un emisferio terrestre*, y daremos dos métodos para egecutar esta operacion.

I *Método* que supone el ojo en el polo del emisferio opuesto, ó distante del plano de proyeccion un semidiámetro terrestre.

1.° Desde el punto C como centro, y con el radio CA tomado á arbitrio, trácese el círculo $ADBE$ 12. que representará el equador ó el plano de proyeccion, pues hemos de proyectar un emisferio de la tierra, estando el ojo en el polo. 2.° desde el mismo centro C trácese otro círculo concéntrico, distante muy poco del primero, y divídase el limbo del plano en 360°. 3.° Ya que los círculos que están en el mismo plano que el ojo, conforme se enseña en la perspectiva, y dejamos probado (44), parecen lineas rectas,

Fig. tas, y todos los meridianos pasan por el polo
12. (II.582), el ojo está en la interseccion comun de todos los meridianos; si por el centro *C* se tiran á los grados del plano de proyeccion las rectas *AB*, *DE*, &c. estas rectas representarán los meridianos, y supondremos que el primero sea *AB*. 4.° Tírense con una regla desde el punto *E* á los grados del limbo del plano de proyeccion las lineas ocultas *E*10, *E*20, *E*30, &c. y desde el punto *C* como centro, con los radios *C*10, *C*20, *C*30, &c. trácense círculos concéntricos, estos serán los paralelos que pasarán por cada diez grados de latitud. 5.° Por medio de las tablas de longitud y latitud se señalarán los lugares del modo siguiente. Cuéntense en el equador *ADBE* tantos grados, quantos coge la latitud dada, y tírese desde el punto *E* al número de grados dado, pongo por caso á 60°, con un lapiz la linea *E* 60°; desde el centro *C* tírese otra linea *C*105, si fuere de 105° la longitud dada. Finalmente, desde el punto *C* con el intervalo *Ca* córtese la *C*105 en *i*; será *i* el sitio que corresponde al lugar propuesto.

Quedará probada la exactitud de la operacion, si probamos que los círculos concéntricos con *AEBD* tirados por los puntos 10, 20, 30, &c. representan los paralelos que pasan por cada diez grados de la
13. superficie de la tierra. Supongamos que sea *AgdfB* el emisferio que se ha de proyectar; *AEBD*, el plano de proyeccion, ó del equador; que el ojo *e* colocado en el ege *ed* diste del plano de proyeccion el semidiámetro *eC*, y se haya de proyectar el paralelo *gf*. Como la proyeccion del punto *g* está en *F*, donde el radio atraviesa el plano de proyeccion (44); será *AF* la proyeccion del arco *Ag* del meridiano, ó de la latitud del paralelo. Por consiguiente ya que un círculo paralelo al plano de proyeccion ha de parecer un círculo (45), y su centro *c* ha de estar en *C*, el círculo tra-

za-

zado desde el centro *C* con el radio *CF* será la pro- Fig.
yeccion del paralelo *gf*. Si nos figuramos que el cír- 13.
culo *eAdB* gira al rededor del ege *AB*, hasta confundirse con el círculo *AEDB*, el punto *e* caerá en *E*, y el punto *g* en *G*, y será $AG = Ag$, y $AE = Ae$. Por consiguiente, para determinar el punto *F* se debe tomar en el equador la distancia del paralelo *AG*, y tirar desde el punto *E* una recta que corte en *F* la proyeccion del meridiano *AB*, ó el diámetro del equador.

53. II. *Método* que supone el ojo colocado en el plano del equador, y distante del plano de proyeccion tanto como coge el radio de la tierra.

1.° Desde el centro *C*, con un radio arbitrario 14.
AC, trácese el círculo *ADBE*, que represente el primer meridiano, y será el plano de la proyeccion, suponiendo el ojo colocado en el polo del primer meridiano, á 90° de distancia de este círculo. 2.° Trácese desde el mismo centro otro círculo muy poco distante del primero, y divídase su periferia en 360°. 3.° Tírese la recta *AB* que representará el equador, y á esta la perpendicular *ED* que representará el meridiano, en cuyo plano está el ojo, el principio del equador está en *A*, y los polos en *D* y *E*. 4.° Desde el punto *E* tírense á cada diez grados de los quadrantes *AD* y *BD* las rectas *E*10, *E*20, *E*30, &c. y por los puntos de interseccion de la recta *AB*, y por los polos *E* y *D* trácense los arcos *D*10*E*, *D*20*E*, *D*30*E*, &c. y estos serán los meridianos. Si desde el punto *D* se tiran á cada veinte grados las rectas *Da*, *Db*, *Dc*, &c. se señalarán mas facilmente en la *CB* los centros de los arcos *D*10*E*, *D*20*E*, *D*30*E*, &c. 5.° Tírense del mismo modo desde *B* á cada diez grados de los quadrantes *AD*, *AE* lineas rectas para dividir la proyeccion *DE* del meridiano en los grados correspondientes; y por estos puntos de interseccion, y los

gra-

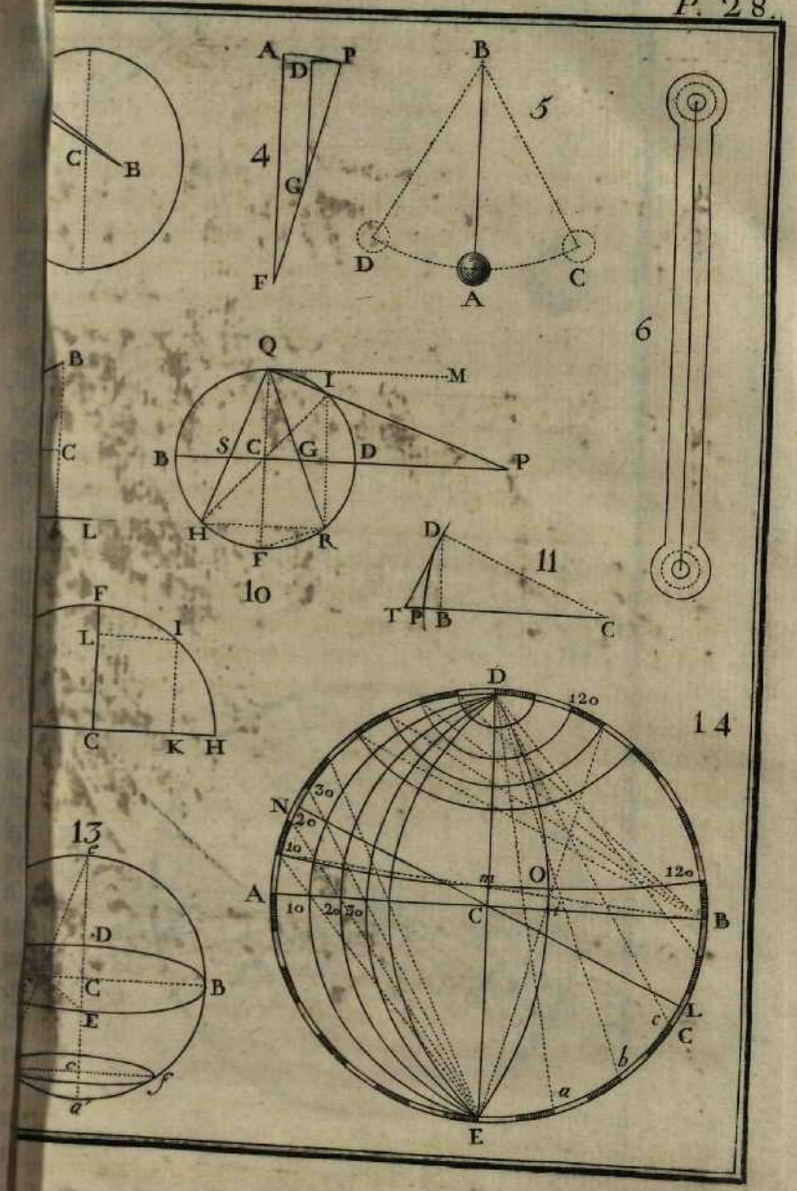
Fig. grados correspondientes del meridiano tírense como
14. antes arcos, estos arcos serán los paralelos. 6.° Como los arcos del meridiano *A*10, *A*20, *A*30, &c. corresponden á las declinaciones de los paralelos, síguese que por el mismo método se podrían trazar los trópicos y los círculos polares. 7.° Y si se supone que la eclíptica corta el equador en el punto donde está el ojo, el ojo estará en el plano de la eclíptica, y la representará la linea *NL*. Los demás puntos se podrán señalar por medio de las ascensiones rectas (II.751) y declinaciones dadas, suponiendo en *A* el principio de Aries, del mismo modo que se colocan los lugares en un plano por medio de su longitud y latitud. 8.° Ultimamente, para colocar estos lugares, cuéntese en el semicírculo *ADB* del primer meridiano la longitud *A*120, por egemplo, y tírese la recta *E*120, y por *E*, *i* y *D* el meridiano *DiE*. En el quadrante *AD* cuéntese la latitud *A*10, y tirando la recta *B*10, por 10, *m* y 170 trácese el paralelo 10 *m* 170. El lugar propuesto estará en la seccion comun *O*.

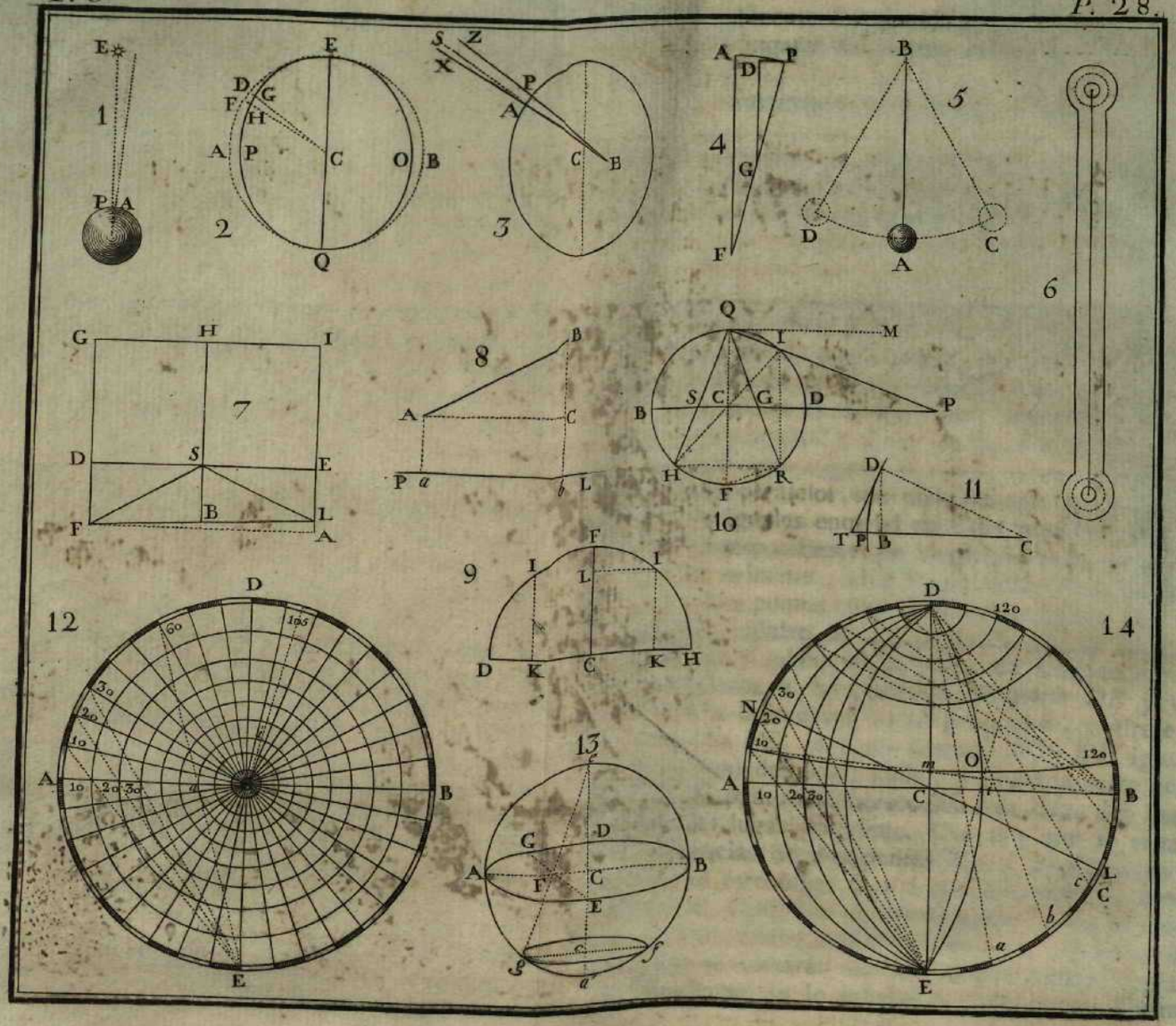
Despues de lo dicho hasta aquí escusamos dar la razon de esta operacion.

54. Veamos ahora *como se forma el mapa de una parte del mundo como Europa, Asia, &c. ó como se traza en grande una parte del mapamundi ó mapa general.*

Esto se egecuta trazando una linea recta *AB* que
15. represente el meridiano del lugar, en cuyo plano se coloca el ojo; á esta linea se trasladarán las distancias que en el mapamundi hay entre los paralelos, pero duplicándolas, triplicándolas, &c. conforme hubiere de ser el tamaño del mapa. Por cada grado de latitud se trazarán los paralelos *CD*, *EF*, *GH*, &c. con radios, duplos, triplos, &c. de los radios con los quales están trazados en el mapa universal. Trasládense del mapa general á los paralelos las distancias de los meridianos, y por los puntos que en ellos se deter-

mi-




1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14

minaren, trácense los meridianos. Finalmente se señalarán los lugares del mismo modo que en el mapa universal. Fig.

55. Ultimamente, para *formar el mapa de un pais particular*

Se construirá un paralelógramo rectángulo del tamaño del mapa. Se dividirán las latitudes *AC* y *BD* en tantas partes iguales quantos grados cogiese la latitud del pais propuesto, y se tirarán paralelas á las lineas *AB* y *CD*. Porque como los grados de latitud son grados del meridiano ó de un círculo máximo de la tierra, son todos iguales unos con otros, y la latitud del pais se puede tomar por una linea recta, por ser un arco de pocos grados. Por la misma razon los paralelos se pueden pintar como lineas rectas. Trasládense desde *C* á *D*, y desde *A* á *B* los grados de longitud que cogiere el pais, cuyos grados por serlo de los paralelos, son menores que los grados de latitud, é iguales entre sí en cada paralelo. Por los grados correspondientes de longitud tírense rectas que corten las primeras, estas rectas serán arcos del meridiano. Los puntos cuya longitud y latitud son conocidas se señalan del mismo modo que en el mapa general; es á saber, en el punto de interseccion de los meridianos y los paralelos. Háganse *DE* y *CF* iguales á la latitud del punto propuesto, y tírese la recta oculta *FE*. Háganse despues *AG* y *CH* iguales á la longitud del punto dado, y tírese la recta oculta *GH*. El punto de interseccion *I* de estas dos lineas será el del lugar propuesto. Una vez que se sepa á qué distancias de dos puntos *K*, *I* señalados en el mapa está otro lugar *L*, y á qué lado cae, se determinará el lugar que le corresponde, tirando desde *I* y *K* ácia *L* dos rectas iguales á las distancias dadas que se cortarán en *L*, determinando tambien quantas leguas se le señalan á cada grado. Ultima- 16.

men-

Fig. mente, añádasele al mapa el pitipie ó escala correspondiente.

56. Quando el pais que el mapa ha de representar fuere de corta estension, en latitud por lo menos, se forma el mapa de otro modo que le representará mas á lo natural.

17. Supongamos que *PEp*, *PQp* sean los dos meridianos estremos del espacio propuesto, y que *MN*, *RS* sean sus dos paralelos estremos.

Desde los puntos medios *I*, *K* de los arcos *MR* y *NS* que son la diferencia de latitud, se conciben tiradas las tangentes *IT*, *KT*, que encuentran el ege *Pp* en el punto *T*. Por ser de pocos grados los arcos *MR* y *NS*, se confunden sensiblemente con las tangentes *IT*, *KT*; y el espacio *MRNS* se puede considerar como la porcion de un cono recto cuyo vértice está en *T*; por consiguiente para representar este espacio resuelto en un plano, se traza con un radio
18. igual á *TI* un arco *KI* de tantos grados quantos coge la diferencia de longitud que hay entre los dos meridianos; y despues de tiradas las *TIM*, *TKN* al uno y otro lado de los puntos *I*, *K*, se toman las rectas *IM*, *IR*, y *KN*, *KS*, iguales respectivamente á los arcos *IM*, *IR*, ó á sus cuerdas de los quales no discrepan notablemente. Despues se dividen *MR* y *NS* en tantas partes iguales quantos grados hay en la diferencia de latitud; por cada punto de division, y desde el centro *T* se trazan otros tantos arcos que representan otros tantos paralelos. Finalmente, se divide tambien el arco *IK*, en tantas partes iguales, quantos grados coge la diferencia de longitud, y tirando por los puntos de division y el punto *T* lineas rectas, estas representarán los meridianos; hecho esto, se señala cada lugar donde pide su longitud y latitud.

De

Fig.

De los Mapas Hydrográficos ó Marinos.

57. Llámanse *mapas hydrográficos* los que representan una porcion de la mar, y son de un uso continuo en la navegacion. Para dar á entender mejor los fundamentos de su construccion, haremos primero algunas consideraciones sobre la formacion de los mapas generales y particulares, despues de sentada una proposicion que nos hace al caso.

58. Si imaginamos que el semicírculo *ABD* dé 19.
la vuelta al rededor del diámetro *AD*, y que desde varios puntos *R*, *B*, *H* de su circunferencia se tiren á *AD* las perpendiculares *RQ*, *BC*, *HP*:

1.° *Cada uno de dichos puntos trazará una circunferencia de círculo, cuyo centro estará en el punto de la* AD *donde cae dicha perpendicular, y el radio será la misma perpendicular.*

59. 2.° *Los arcos* RS, BE, HL *trazados en virtud de este movimiento, é interceptados entre los planos* ABD, AED, *serán todos de un mismo número de grados.*

Porque si tiramos las lineas *SQ*, *EC*, *LP*, serán todas perpendiculares á *AD*, pues no son otra cosa que los radios *RQ*, *BC*, *HP*, que están en el plano *AED*; luego (1.631) cada uno de los ángulos *RQS*, *BCE*, *HPL*, ó cada uno de los arcos *RS*, *BE*, *HL* mide la inclinacion de los dos planos *ABD*, *AED*; luego todos estos arcos son de un mismo número de grados.

60. 3.° *Las longitudes de dichos arcos* RS, BE, HL *son proporcionales á los senos de los arcos* AR, AB, AH *que miden las distancias á que cada uno de ellos está de un mismo polo* A, *ó lo que es lo propio, á los cosenos de las distancias á que están del círculo máximo, cuyo polo está en* A, *al qual son paralelos.*

Por-

Fig. 19. Porque es evidente que por ser semejantes estos arcos son proporcionales á sus radios *RQ*, *BC*, *HP* que son los senos de los arcos *AR*, *AB*, *AH*, ó los cosenos de los arcos *BR* y *BH*.

61. En lo propuesto (52 y sig.) se echa de ver que todos los meridianos se dirigen á un mismo punto. En los mapas generales (54) las partes del globo están en perspectiva; y ni los grados del meridiano ni los del equador son representados por partes iguales. En los otros mapas (55 y 56) los meridianos son lineas rectas; los grados de latitud son iguales entre sí, bien que distintos de los grados de longitud que van menguando al paso que crece la latitud. Por consiguiente los últimos mapas representan las partes del globo de un modo mucho mas natural que los otros. No son sin embargo los que sirven en la navegacion para representar el rumbo que se ha seguido ó se quiere seguir. Como este rumbo forma constantemente un mismo ángulo con los meridianos que atraviesa, no se podria pintar sino como una linea curva, si los meridianos no fuesen paralelos en el mapa; y se haría muy complicada la reduccion de los rumbos. Con el fin de vencer esta dificultad se inventaron los mapas planos, cuya construccion es como sigue.

18. 62. Quedándose las cosas como antes (56), si imaginamos que por los puntos *I*, *K* del paralelo medio, se han tirado las dos rectas *AB* y *CD* paralelas al meridiano *GT* que pasa por el medio *G* del mismo paralelo, los mapas planos se distinguirán de los otros (56) en que para eximirnos de atender á la diminucion de los paralelos desde *M* á *R*, suponemos todos estos paralelos iguales al paralelo medio *IK*; con esto los paralelos *MR*, *NS* se convierten en las rectas *AB*, *CD* paralelas á *GT*; y estando el punto *T* á una distancia infinita, los arcos *MN*,

MN, *IK*, *RS* se transforman en rectas *AC*, *IK*, *BD* perpendiculares á *GT*; de donde se saca la siguiente construccion. Fig. 18.

Se tirará á arbitrio una linea *QT* que represente el meridiano que ha de pasar por el medio del mapa, se le dividirá en tantas partes iguales quantos grados cogiere la diferencia de latitud. En el medio *G* se levantará la perpendicular *IGK* que representará el paralelo medio; y para determinar quanto han de coger de largo *GI* y *GK*, á fin de que señalen los grados de diferencia en longitud, tendremos presente que (60) las longitudes de arcos de un mismo número de grados, tomados en distintos paralelos, son proporcionales á los cosenos de las latitudes de los mismos paralelos; por cuyo motivo, con un radio *CA* igual á la cantidad que se ha tomado para representar un grado del meridiano, que tambien representa un grado del equador, trazarémos el arco *AB* de tantos grados quantos cogiere la latitud media; despues se bajará á *CA* la perpendicular *BP* que determinará *CP*, y esta será la cantidad de cada grado del paralelo. Porque en el triángulo rectángulo *CBP*, tenemos *CB* ó *CA* : *CP* : : *R* : sen *CBP* ó cos *BCP*. Pero el radio *R* es el coseno de la latitud 0° del equador; por consiguiente trasladarémos *CP* desde *G* ácia *I* y ácia *K* tantas veces quantos grados hubiere en la mitad de la estension que ha de coger el mapa en longitud; tirando despues por todos los puntos de division de *QT* paralelas á *IK*, y por todos los puntos de division de *IK*, paralelas á *QT*, estarán señalados los paralelos y los meridianos, y será facil señalar los lugares en virtud de su longitud y latitud. 20. 21. 20. y 21.

63. No hay duda en que para la navegacion son mas acomodados estos mapas que los demás; pero hemos de convenir en que son tanto menos exactos, quanto mayor es la diferencia en latitud, y mayor al mis-

Fig. mismo tiempo la latitud media. Dan los grados de los paralelos muy chicos por un lado, y muy grandes por otro.

Para remediar este defecto, dejando paralelos los meridianos, se han discurrido los *mapas reducidos*, cuyo uso es acomodado y seguro al mismo tiempo.

64. Los mapas reducidos que representan todo el globo, ó por lo menos su contorno en la direccion del equador, no son otra cosa que la resolucion de un cilindro que imaginamos circunscripto á la tierra, y cuyo diámetro es por consiguiente el mismo que el del equador, pero infinitamente largo. No son como algunos de los mapas de que hemos hablado hasta aquí, una proyeccion ó una perspectiva perteneciente á un punto solo. El fin de su construccion no es otro que hacer paralelos los meridianos, sin mudar no obstante la razon entre las partes del meridiano y las de los paralelos.

Para conseguirlo, en vez de disminuir la estension de los grados de los paralelos, al paso que crece la latitud, se les dá constantemente la misma cantidad; se hacen iguales con los grados del equador, de donde resulta forzosamente que los meridianos son paralelos. Pero al mismo tiempo se les dá á los grados de un círculo máximo qualquiera del globo, un valor mayor á medida que el paralelo de que se trata está á una latitud mayor. Por consiguiente, como la cantidad de un grado tomado en un paralelo qualquiera, es á la de un grado tomado en el equador, ó en general, á la de un grado de círculo máximo, como el coseno de la latitud es al radio, ó como el radio es á
21. la secante de la latitud, porque de los triángulos semejantes CPB, CAT sacamos $CP : CB :: CA$ ó $CB : CT$; si hacemos constantemente el grado de cada paralelo igual al grado del equador, será preciso, quando se tratare de un punto situado á una latitud qualquiera, con-

contar el grado de círculo máximo, como si su valor Fig.
fuera el de un grado del equador aumentado en la razon del radio á la secante de la latitud, esto es, multiplicado por la secante de la latitud, dividida por el radio.

Sentado esto, se echa de ver que si en los mapas reducidos, los grados de los paralelos son todos iguales á los del equador, los grados del meridiano ó de latitud no deben ser iguales, y que será preciso crezcan á medida que fuere creciendo la latitud. Pero 17.
no porque sean, segun se supone, MN y RS dos porciones de paralelos distantes un grado, se puede inferir de lo dicho poco ha, que el arco NS de un grado, medida de la distancia de los dos paralelos, se haya de espresar en el mapa con una linea igual al grado del equador multiplicado por la secante de latitud dividida por el radio. Con efecto, es constante que en N el grado de círculo máximo ha de valer $\frac{G \times sec\, QN}{R}$, siendo G el grado del equador; pero por lo mismo en el punto S el grado ha de valer $\frac{G \times sec\, QS}{R}$: como estas dos cantidades no son iguales, no pueden ser ni una ni otra la medida de la distancia de los dos paralelos; la una es mayor, y la otra menor de lo que corresponde. Pero si en vez de suponer los dos paralelos distantes un grado, los suponemos distantes un minuto no mas, entonces el valor del minuto en N será $\frac{M. \times sec\, QN}{R}$, siendo M el minuto del equador, y el valor del minuto en S será $\frac{M. \times sec\, QS}{R}$, cuyas cantidades discrepan muy poco una de otra, y se podrán tomar indistintamente por el valor del minuto de N á S ó del intervalo que se debe dejar en el mapa reducido entre los dos paralelos.

Fig. 65. Se echa, pues, de ver que para calcular los aumentos que se les debe dar á las partes del meridiano, respecto de los que se dán á los paralelos en la formacion de los mapas reducidos, se debe considerar el meridiano dividido en partes muy pequeñas; y multiplicando el valor de una qualquiera de estas partes por la secante de la latitud dividida por el radio, se saca el valor que ha de tener dicha parte en el mapa de reduccion; y será tanto mas exacta la operacion, quanto menor fuere la espresada parte.

La exactitud es suficiente quando se supone el meridiano dividido en minutos. Por consiguiente, para determinar la estension que se le debe dar al meridiano á fin de señalar una latitud determinada, basta tomar en las tablas todas las secantes de minuto en minuto desde 0°, hasta el grado de latitud de que se trata. Dividiendo la suma de estas secantes por el radio, se sacará un número de minutos, el qual trasladado desde el equador al meridiano, determinará el grado de la latitud de que se trata, con bastante exactitud.

Estas partes del meridiano se llaman *partes meridionales*; y se llaman *latitudes crecientes* las latitudes que señala este método.

66. Para la construccion de los globos celestes y
22. terrestres es preciso hacer grabar unos segmentos que tambien son una especie de proyeccion ó una resolucion del globo. El ege *PC* de esta curva es igual al quadrante de la circunferencia del globo; los intervalos de los paralelos en el ege *PC* son todos iguales, los radios de los círculos *KDI* que representan los paralelos son iguales con las cotangentes de las latitudes (49), y los arcos de cada uno como *DI* son iguales con corta diferencia al número de grados del ancho del segmento (que por lo comun es de 30°),

30°), multiplicados por el seno de la latitud. Sería, Fig.
pues, muy facil trazarlos, pero hace trabajosa esta 22.
operacion la alteracion que padecen los segmentos al encolarlos en el globo, y el determinar quanto menos se debe estirar el papel en los lados que en medio, por ser mas largos los lados, para que quadre puntualmente con el espacio que ha de cubrir.

67. Para trazar los segmentos siguen los prácticos el método siguiente. Tiran en el papel una linea *AC* igual á la cuerda de 15°, que forma la mitad del ancho del segmento, y una perpendicular *CP* igual al triplo de la cuerda de 30°, que forma la mitad de lo que ha de coger de largo; porque los papeles, cuyas dimensiones fueren iguales á las cuerdas, son iguales á los arcos mismos, quando se les encola en el globo.

Se divide la altura *CP* en 9 partes, quando se quieren tirar los paralelos de 10 en 10 grados; tambien se divide en 9 partes iguales el quadrante de círculo *BE*; por cada punto de division, qual es *G*, del quadrante de círculo, y por el punto correspondiente *D* de la recta *CP*, se tiran perpendiculares *HGF* y *DF*, cuyo concurso en *F* determina uno de los puntos de la curva *BFP* que terminará la circunferencia del segmento. Despues de determinados por este medio muchos puntos de la curva se traza el contorno *PIB* con una regla curva. Con esta construccion se le dán al segmento dimensiones que siguen como en el globo la razon de los cosenos de latitud. Estos anchos se suponen que se tomen perpendicularmente á *CD*; esto no es muy exacto, pero no es posible hacer por una operacion rigurosa un plano que se ajuste á una superficie curva, y que en una linea recta *AB* forme lineas *PA*, *PC*, *PB* iguales entre sí, conforme deben serlo en el globo. Para trazar el círculo *KDI* que está á 30° del equador,

Fig. 22. se toma ácia arriba un punto distante de *D* la cantidad de la tangente de 60°, tomándola ó en las tablas ó en un círculo igual á la circunferencia del globo que se quiere construir; este punto servirá de centro para el paralelo *DI* que ha de pasar por el punto *D*, porque se le supone igual al de un cono circunscripto al globo, y que le toque en el punto *D*.

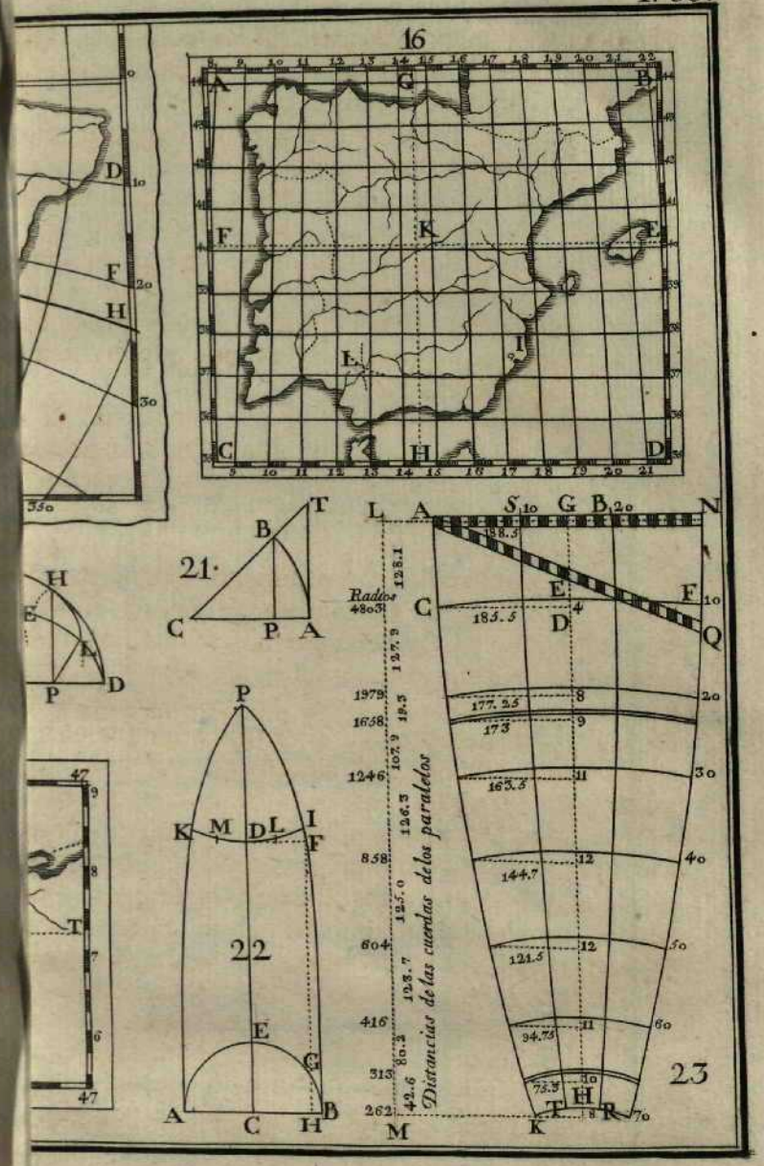
Los meridianos se trazan de 10 en 10 grados, dividiendo cada paralelo como *DI* en 3 partes en los puntos *L* y *M*, y tirando desde el polo *P* por todos estos puntos de division curvas que representen los meridianos que están entre *PA* y *PB*.

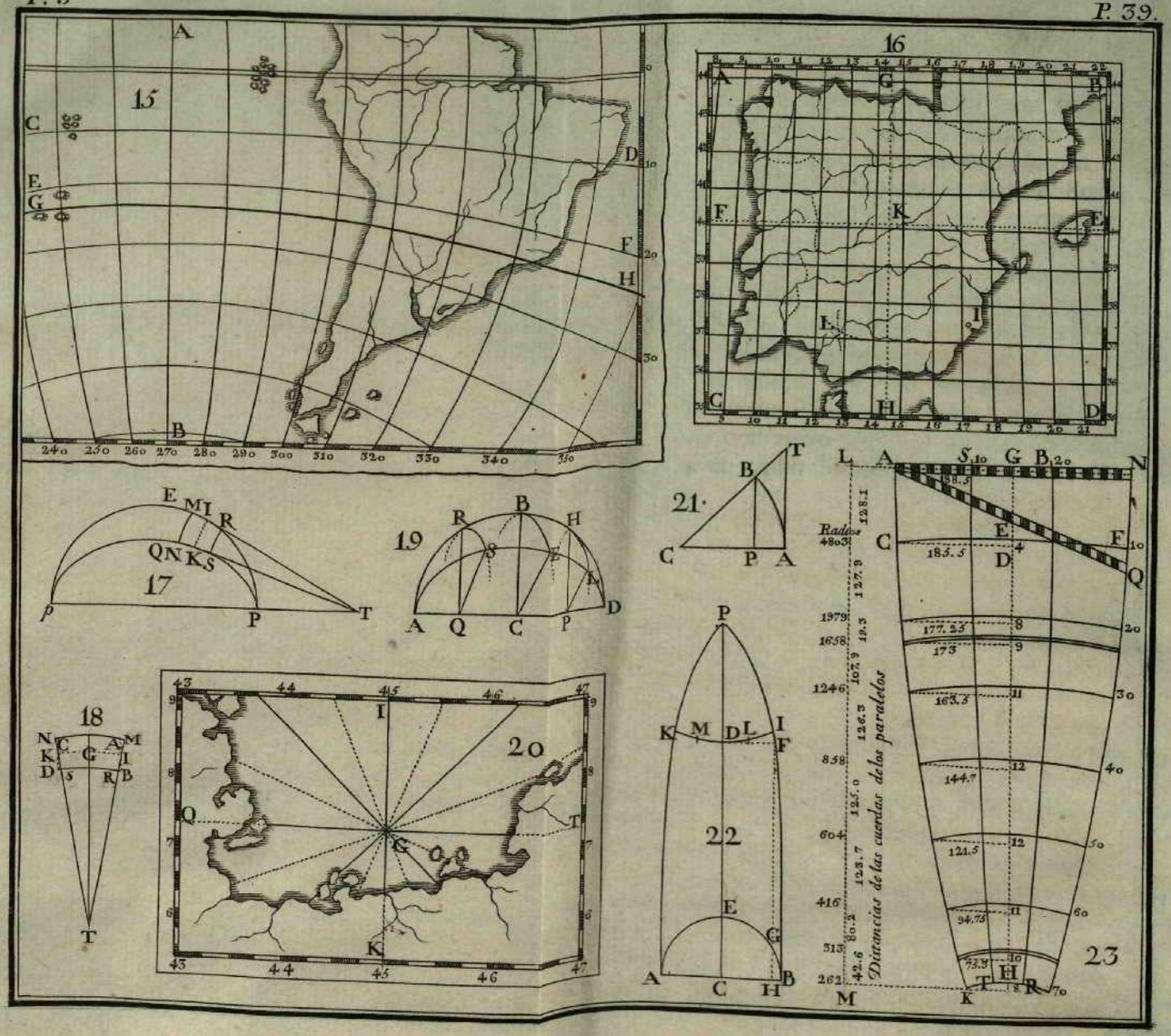
23. La eclíptica *AQ* se traza por medio de la declinacion conocida de los diferentes puntos del equador, tomándola en alguna tabla; para 10° es de 3° 58′; para 20° es de 7° 50′; para 30° es de 11° 29′ &c.

68. En general se ha observado que el papel en el qual se estampan los mapas, y que los Franceses llaman *Colombier*, se encoge $\frac{1}{72}$, ó una linea en 6 pulgadas, uno con otro, despues de secarse la estampa; este inconveniente se debe precaver al tiempo de grabar los segmentos; si no obstante fuesen muy cortos los segmentos, se remediará con quitarle al globo todo al rededor un poco de la capa de blanco que le cubre; y así llega á ser del tamaño correspondiente á los segmentos estampados. Lo mas singular es que despues de encolado el segmento para pegarle al globo, el ege *GH* se alarga, y el lado *AK* se acorta, de modo que ni el lado *ACK*, ni el ege *GEH* del segmento cogen de largo el quadrante de una circunferencia de globo, quando se considera en el cobre, ó en los números apuntados en la figura.

69. *Mr. Bonne* despues de hacer muchos esperi-

men-




15
16
17
18
19
20
21
22
23
Distancias de las cuerdas de los paralelos

mentos acerca de las dimensiones que les quedan á los segmentos despues de mojados con cola para pegarlos al globo, particularmente con el papel llamado del *nombre de Jesus*, que gastó para la construccion de su globo de un pie de diámetro, ha hallado que á los segmentos se les deben dar en el cobre las dimensiones apuntadas en la figura. Suponiendo que el radio del globo sea de 720 partes, la mitad del ancho del segmento es $AG = 188\frac{5}{10}$; la distancia AC para el paralelo de 10°, tomándole en la recta LM, es de 128,1; el corto desvío del paralelo de 10° en medio del segmento, ó la sagita ED, es de 4; la linea ABN es recta; el radio del paralelo de 10° ó del círculo CEF es de 4083, y así de lo demás. El casquetillo circular que se pone debajo de H tiene por radio 253, y no 247 como correspondía, si su radio hubiera de ser el seno de 20°. Fig. 23.

PRINCIPIOS DE GNOMÓNICA.

Fig. 70. EL asunto de la *Gnomónica* es dar reglas para trazar quadrantes ó reloges de sol sobre qualesquiera superficies.

71. En todo relox de sol hay un estilo ó un ege cuya sombra señala las horas. El *estilo* ó *gnomón* es una vara de hierro plantada en el plano del relox cuyo vértice ó estremo superior señala las horas con su sombra. A veces hay en el estremo del estilo una plancha con un agugero, y entonces el rayo solar que pasa por el agugero señala las horas.

72. Llámase *pie del estilo* el punto del plano del relox que corresponde perpendicularmente al vértice del estilo, ó al centro del agugero de la plancha. Así, el pie del estilo en un plano orizontal es un punto que se halla por medio de un plomo cuya parte inferior remata en punta, colgado de un hilo que pasa por el centro del agugero de la plancha, ó por el vértice del estilo, para lo qual es preciso que sea curvo; el punto del plano que toca la punta del plomo es el pie del estilo. Respecto del plano vertical el pie del estilo es el punto del plano al qual iría á parar una linea orizontal tirada desde el centro del agugero de la plancha, ó desde el vértice del estilo, cuya linea sería perpendicular al plano del relox.

73. El *ege* del relox es una vara de hierro ú otra cosa, que señala las horas con toda su sombra, en esto se distingue del estilo que solo señala las horas con la sombra de su estremo superior.

74. La *orizontal del plano* pasa por el pie del estilo en un plano vertical. Es importantísimo que esta li-

linea sea muy orizontal, por el papel que hace en Fig.
los reloges que no son orizontales.

75. Llamamos *vertical del plano* una linea que está rigurosamente á plomo, que pasa por el pie del estilo, y es perpendicular á la linea orizontal; es el rastro del círculo vertical perpendicular al plano. Se señala por medio de un plomo, y es muy esencial en los reloges verticales é inclinados.

76. Por *centro divisor* entendemos un punto fuera de una linea, por cuyo medio se la divide en grados de círculo.

77. La *meridiana* en qualquiera relox es la linea que señala el medio dia.

78. Llámase *substilar* una linea en la qual siempre se coloca el estilo ó el ege. A esta linea tambien se la suele llamar la *meridiana del plano*; no se la debe equivocar con la meridiana que señala 12 horas, que se llama la *meridiana del lugar*. La substilar siempre pasa por el centro del relox y el pie del estilo. Es el rastro del meridiano perpendicular al plano.

79. El *centro del relox* es el centro de todos los ángulos horarios; es, pues, un punto al qual ván á parar todas las lineas horarias, del mismo modo que el ege. Hay casos en que este centro está fuera del plano.

80. La *equinoccial* es una recta que representa el equador, la qual en todos los reloges siempre forma un ángulo recto con la substilar; como el equador es (H.634) la medida y regla del tiempo, en esta linea se buscan primero los *puntos horarios*.

81. El *radio equinoccial* ó del equador es una recta, tirada desde el estremo del estilo al punto donde la equinoccial encuentra la substilar.

82. Todos los reloges solares se reducen á tres que son el *orizontal*, el *vertical* y el *inclinado*.

El

Fig. 83. El *relox orizontal* es el que se traza en un plano paralelo al orizonte. Como el sol alumbra este relox todo el tiempo que permanece sobre el orizonte, señala todas las horas del dia, y por lo mismo es de mucho mas uso que los demas.

84. El *relox vertical* es el que se traza en un plano vertical, qual es una pared muy á plomo. Entre los reloges verticales hay quatro que se llaman *regulares*, porque están puntualmente de cara á los quatro puntos cardinales, es á saber, al sur, al norte, al oriente y al poniente. Son, pues, estos quatro reloges el *meridional*, que está de cara al medio dia; el *septentrional*, que está de cara al norte; el *oriental*, que está de cara al oriente; y el *occidental*, que está de cara al poniente.

85. Los demás reloges verticales se llaman *declinantes*, porque están vueltos oblicuamente al medio dia ó al septentrion. Quando la cara de la pared donde se ha de trazar el relox, está vuelta oblicuamente del medio dia al oriente, se dice que el relox es *declinante del medio dia al oriente*. Quando el plano de la pared mira oblicuamente al occidente, y está su cara algo vuelta al medio dia, se dice que el relox es *declinante del medio dia al occidente*. Lo propio debe entenderse de los planos declinantes del septentrion. Los reloges occidentales y orientales jamás son declinantes, porque yá no se mirarían como orientales ú occidentales, sino como meridionales ó septentrionales declinantes 90°.

86. La *declinacion de un plano* consiste en que el plano forma ángulos oblicuos con el plano del primer vertical. Conviene figurarse que la pared está prolongada de cada lado hasta el estremo del orizonte; y suponiendo una linea recta tirada desde el punto del oriente verdadero al occidente verdadero, que pase por el medio del plano, esta linea comparada con la cara de la pared, formará el ángulo de la declinacion del plano. Los grados de declinacion se cuentan desde el punto de oriente ú occidente verdadero, hasta el punto del orizonte donde iría á parar el plano si se le prolongára al infinito. Fig.

87. El *relox inclinado* es el que forma dos ángulos oblicuos con el orizonte, el uno agudo y el otro obtuso. El relox inclinado es superior ó inferior; el superior está de cara al cielo, y el inferior está de cara á la tierra. Entre los reloges inclinados los principales son el *relox equinoccial* y *el polar*.

88. El *relox equinoccial* es aquel cuyo plano es paralelo al equador, y forma por lo mismo con el orizonte un ángulo agudo igual á la elevacion del equador respecto del orizonte, cuya elevacion siempre es el complemento de la altura del polo (II.620). El relox equinoccial *superior* está de cara al norte, y el *inferior* de cara al sur.

89. El *relox polar* es el que se traza en un plano paralelo al ege de la tierra, el qual corta perpendicularmente el meridiano del lugar. El plano de este relox forma con el orizonte un ángulo igual á la elevacion del polo respecto del mismo lugar. Se llaman en general *reloges polares* todos aquellos cuyos planos son paralelos al ege de la tierra, aunque no sean perpendiculares al meridiano. Los reloges paralelos al ege de la tierra no pueden tener centro; y como los reloges orientales y occidentales son paralelos al ege, no tienen centro.

Instrumentos precisos para la práctica de la Gnomónica.

90. Un instrumento muy esencial es el *nivel de aire*, cuya descripcion dimos tiempo ha (I.865). Tambien es muy preciso un plomo de cobre cuyo es-

Fig. estremo inferior remate en una punta de acero. Se ha
24. de hacer al torno para que su punta esté puntualmente en su centro de gravedad, y en una misma linea con el hilo de seda del qual cuelga.

91. Se necesita un *estilo espurio* ó falso para determinar la declinacion de los planos verticales. La
25. parte *DE* es la punta que se clava en la pared dando con un martillo en la cabeza *F*. Esta punta ha de tener como unas 6 pulgadas de largo desde *D* á *E*, y unas 10 lineas en quadro ácia su mayor grueso. El brazo *DKLI* ha de estar soldado con la parte *DFE*, y llevar dos abrazaderas *I*, *L* y el tornillo *V*. El brazo *CGL* de forma triangular entra en las dos abrazaderas *I*, *L*. Al estremo *C* del brazo *LGC* se asegura una plancha de cobre de 9 á 10 pulgadas de diámetro, en la qual hay un agugero de unas 3 lineas y media de diámetro. El estremo *C* del brazo *LGC* ha de rematar en punta muy sutil de acero; en el estremo de esta punta se hace un agugerito, que vá á parar al centro del agugero de la plancha, la qual se coloca encima del recodo del estremo del brazo, donde se asegurará con dos tornillos. La plancha ha de estar un tantito combada, y debe colocarse paralela á la pared con muy corta diferencia. *CH* es paralela á *VK*, y *DH* es perpendicular á *CH*. Desde *D* hasta *H* ha de haber 8 á 9 pulgadas; y 15 ó 20 desde *H* hasta *C*. Quando se clavare el estilo en la pared, se quitará la plancha por no echar á perder alguna pieza. Todo el instrumento ha de ser de hierro, excepto la plancha que podrá ser de cobre.

26. 92. La figura representa una escuadra doble de madera, que es indispensable para plantar los eges de los reloges verticales. *AB* es una regla de madera de unos 3 pies de largo, y 3 ó 4 pulgadas de ancho, con la qual junta la regla *CD*, que coge

3,

3, 4 ó 5 pies de alto; se la pondrá á cada lado Fig.
un liston para que la regla *CD* no se ladée. Se tra- 26.
zará la linea *CD* muy perpendicular á la linea *AB*, que es la base. En la arista viva del borde anterior de la base *AB* se plantarán á distancias iguales de *C*, dos ó tres puntas de hierro de 3 ó 4 lineas de largo. Estas puntas se encorvarán á fin de que correspondan puntualmente al borde. Sirven para impedir que el instrumento se escurra, quando se le aplica á la pared. Toda la madera tendrá una pulgada de grueso, y es muy bueno el pino. La escuadra doble puede ser mayor ó menor, segun el quadrante ó el ege fuere mayor ó menor.

93. La figura representa una *escuadra triple* de 27.
madera que sirve para colocar los eges de los reloges verticales sin centro. Se plantarán tambien dos puntas torcidas en los puntos *A* y *B* de su parte anterior, y otra detrás en el punto *E*. Deberá procurarse que la linea *CD* sea puntualmente perpendicular á la linea *AB* de la base y á *CE*.

94. Pero de quantos instrumentos se necesitan para trazar quadrantes, ninguno es mas socorrido que el *compas de vara*. Compónese de una regla de metal ó madera, que lleva dos puntas de acero movibles para arrimarlas ó apartarlas una de otra conforme convenga. Estan afianzadas estas puntas en dos cajas por entre las quales pasa la regla, y lleva cada caja un tornillo para asegurarla donde se quiera. *AB* es la regla que ha de tener por lo menos 3 ó 28.
4 pies de largo; si fuere de palo ha de ser de una madera muy dura, compacta y seca. *C* y *D* son las dos cajas movibles de cobre armadas de dos puntas de acero que han de ser perpendiculares á la regla. Para dar mejor á conocer las diferentes partes de estas cajas, hay una pintada en grande cuya punta es *G*, y el tornillo, *F*; ambos de acero. El estre- 29.

mo,

Fig. mo del tornillo no toca inmediatamente la regla por
29. no hacerla hoyos, sino una chapa de acero *HL*, que doblándose ácia el medio aprieta la regla y estorva que la caja se escurra.

Quando se quiere trazar una circunferencia con este compas, se apartan las dos cajas hasta que haya entre las dos puntas una distancia igual al radio del círculo que se quiera trazar; se planta despues la una punta del compas en el punto donde ha de estar el centro, y se le hace dar la vuelta al compas, con lo que deja trazada la otra punta la circunferencia que se quiere.

95. Para que sea mas dilatado el uso de este compas se le señalan dos escalas, la una es la de las partes iguales, y la otra señala las cuerdas de los diferentes arcos.

En la escala de las partes iguales han de caber
28. 2 ó 3 mil de estas partes: yá hemos dado á conocer (I. 545) su construccion y sus usos. La figura representa la cara de la regla donde está.

96. La escala de las cuerdas se señala en la cara opuesta, y para construirla se supone el radio del círculo cuyas cuerdas se quieren señalar, igual á 1000 partes de la primera escala, ó á 500, ú 800, ó 1200, ó 1500, ó 2000 &c; aquí le supondremos de 1000 partes. Como el radio es igual á la cuerda de 60° (I. 521), es preciso que en las cuerdas de 60° quepan 1000 partes de la escala de las partes iguales. Se tira, pues, una perpendicular á las paralelas que suponemos tiradas á lo largo de la regla, cuya perpendicular corresponda á la que señala 1000 partes en la primera escala. Para determinar las partes que han de coger las demás cuerdas, se buscarán por medio de unas tablas los senos de los arcos que son la mitad no mas de aquellos cuyas cuerdas se quieren determinar, quitando de cada uno

uno de los números que espresan estos senos, tantos Fig.
guarismos quantos mas hay en el seno total de la tabla que en 1000 que es el seno total de la escala. Por egemplo, para sacar la cuerda de 30 grados, buscarémos el seno de 15, que es 25881; pero como este número supone el radio ó seno total de 100000, siendo así que en la escala no es mas que de 1000, se quitarán los dos últimos guarismos del número 25881, porque hay en 1000 dos ceros menos que en 100000. Luego el seno de 15°, suponiendo el radio de 1000, es de 258 partes, ó 259. Pero sabemos (I. 730 3°) que la cuerda de un arco es dupla del seno de la mitad del mismo arco; luego para hallar la cuerda de 30°, se ha de multiplicar el seno de 15° ó 259 por 2, y el producto 518 será la cuerda de 30° siendo el radio de 1000 partes.

Pero si en lugar de sacar la cuerda de 30°, se me ofreciera sacar una que lleve un número impar de minutos, qual es el de 30° 5′, tomaré la mitad de este ángulo que es 15° 2′ ½. Busco desde luego el seno de 15° 2′ que es 25938 y le escribo á parte; busco despues el seno de 15° 3′, que es 25966; resto el uno del otro; tomo la mitad 14 del residuo 28, y la añado al seno de 15° 2′, la suma 25952 es el seno de 15° 2½, cuyo duplo es la cuerda de 30° 5.

97. Una vez halladas todas las cuerdas de todos los grados desde 1 hasta 90, se señalan en el lado de la regla con perpendiculares á las paralelas, del mismo modo que hemos dicho respecto de la cuerda de 60°; y encima de estas perpendiculares se señalan de cinco en cinco ó de diez en diez los números que espresan los grados de dichas cuerdas; por egemplo, se pone 35 sobre la perpendicular que señala el remate de la cuerda de 35 grados.

98. A mas de esto, se tira una transversal desde el principio de cada perpendicular al estremo de la que se

Fig. se le sigue: estas transversales cortan las diez paralelas, y los diez puntos de interseccion señalan los minutos de grado de seis en seis, porque como el grado se compone de 60 minutos, su décima parte vale seis minutos. Verdad es que las intersecciones de estas transversales suponen que las diferentes cuerdas que se refieren al mismo grado, quales son las de 35°6′, 35° 12′, 35° 18′, 35° 24′ &c. hasta 36° tienen diferencias iguales, ó crecen en proporcion arismética, cuyo supuesto no es de todo punto verdadero. Pero no puede originarse de aquí ningun error sustancial, porque apenas se puede reparar desigualdad alguna entre los dos espacios que incluyen dos grados que se siguen, pongo por caso entre el espacio que hay desde 35° á 36°, y el que hay entre 36° y 37°.

99. Como el error inevitable en las operaciones prácticas es menor á proporcion quando se hacen con medidas grandes que quando se egecutan con medidas chicas, es muy del caso construir la escala de las cuerdas suponiendo el radio de 2000 partes y no de 1000, y entonces se sacarán las partes que corresponden á las diferentes cuerdas duplicando ó multiplicando por 2 los números que espresaren cuerdas semejantes, en el supuesto de ser el radio 1000. Así, yá que la cuerda de 30° es de 518 partes quando son 1000 las del radio, será de 1036 partes quando las del radio fueren 2000.

100. Síguese de aquí que una sola escala de partes iguales suple por muchas con aumentar ó disminuir el número de las partes de la escala hecha en la cara de una regla. Pongo por caso que sepamos que la cuerda de 30° tiene 1036 partes de una escala cuyo radio tiene 2000, inferiremos que si el radio fuese de 3000 partes, la cuerda semejante sería de 1554, porque como en 3000 cabe vez y media 2000, tambien en 1554 cabe vez y media 1036.

La

101. La escala de las cuerdas dá un método facil Fig.
para formar sobre un plano un ángulo de un número determinado de grados; para cuyo fin se trazará primero en el plano una linea recta, qual es *AB*, 30.
en cuyo punto *A* supondremos que ha de estar el vértice del ángulo; desde el punto *A* como centro, y con un intervalo igual al radio de la escala ó á la cuerda de 60° se trazará despues un arco de círculo indefinito que corte la linea *AB* en el punto *B*. Despues de trazado este primer arco se apartará la segunda caja del compas de vara de la primera, de modo que la distancia entre las dos puntas sea igual á la cuerda del ángulo que se quisiere trazar, que supondremos de 30°; y luego se pondrá la una de las puntas del compas sobre el punto *B*, para trazar desde este punto como centro, con un radio igual á la cuerda de 30°, otro arco que corte el primero en el punto *C*. Si se tira finalmente una linea desde el vértice *A* al punto *C*, será de 30° el ángulo *BAC*. En esto no hay duda, porque si se tira una recta *BC*, será una cuerda de 30°; y por consiguiente el arco *BC* que esta cuerda subtende, es de 30°, de donde se sigue que el ángulo *BAC* cuya medida es el arco, es tambien de 30°.

Si se hubiese de trazar un ángulo de 75°, no habiendo mas que 60 en la escala; despues de trazado el arco indefinito con el radio de 60°, se llevará este mismo radio al arco; despues se colocará la segunda caja sobre 15°, y el intervalo de estos 15° se añadirá al arco. Si se hubiese de hacer un ángulo de 100°, se llevaría dos veces 50 sobre el arco indefinito.

102. Tambien sirve el compas de vara para averiguar la cantidad de un ángulo formado en un plano, qual es el ángulo *BAC*. Para esto se tomará entre las dos puntas del compas una distancia igual al radio de la escala de las cuerdas, que coge tanto como

Fig. mo la cuerda de 60°, se trazará desde el vértice *A* como centro, y con un radio igual á dicha distancia, un arco que corte los dos lados del ángulo, y se tomará despues la longitud de la cuerda del arco comprehendido entre los dos lados; esta cuerda dará á conocer la cantidad del ángulo.

Del Relox orizontal.

103. Hemos visto como el sol anda 15° en una hora, cuyos grados se cuentan desde el meridiano del lugar, cuya representacion es la linea del medio dia del relox. Tambien hemos dicho (II.630) que por distancia del sol al meridiano se entiende el número de grados y minutos que se cuentan desde el meridiano al punto donde está el sol, cuya distancia se hallará por medio de una tabla que está mas adelante.

104. Llamamos *ángulo horario* (II.772) el ángulo que forma en el centro del relox cada linea horaria con la linea del medio dia. Todos los ángulos horarios del un lado del relox orizontal, y de todos los reloges regulares son iguales á los del otro lado; y por lo mismo con determinar los ángulos horarios del un lado de estos reloges, quedan determinados los del otro lado.

105. Los ángulos horarios se sacan por esta analogía: *el radio es al seno de la altura del polo, como la tangente de la distancia del sol al meridiano para la hora propuesta, es á la tangente del ángulo horario.*

Averiguemos, por egemplo, el ángulo horario correspondiente á las 12 y 5 minutos, esto es, á 5′ despues de medio dia, quando la distancia del sol al meridiano es de 1° 15′, en el supuesto de que la altura del polo sea 44° 50′.

Log

Log sen 44° 50′	9,84822	Fig.
Log tang 1° 15′	8,33886	
Suma	18,18708	
Restando log del radio	10,00000	
Resta	8,18708	

Esta resta será el log. de la tangente del ángulo horario que se busca, y se hallará que corresponde en las tablas á 0° 53′ con cortísima diferencia. Por este método se ha formado la tabla siguiente.

Horas y min. del relox orizontal.	Distanc. del sol al meridiano.	Angulos horarios.	Diferenc.	Cuerdas de los ángul. hor.	Diferenc.
Doce y 5 m.	1° 15′	0° 53′	53	15	15
10	2° 30′	1° 46′	53	30	15
15	3° 45′	2° 39′	53	45	16
Doce y 20 m.	5° 0′	3° 32′	53	61	15
25	6° 15′	4° 25′	53	76	16
30	7° 30′	5° 18′	53	92	15
Doce y 35 m.	8° 45′	6° 11′	54	107	16
40	10° 0′	7° 5′	54	123	15
45	11° 15′	7° 59′	54	138	16
Doce y 50 m.	12° 30′	8° 53′	54	154	16
55	13° 45′	9° 47′	55	170	16
1 hora	15° 0′	10° 42′	55	186	16
1 5′	16° 15′	11° 37′	55	202	16
1 10′	17° 30′	12° 32′	56	218	16
1 15′	18° 45′	13° 28′	56	234	16
1 20′	20° 0′	14° 24′	56	250	16
1 25′	21° 15′	15° 20′	57	266	16
1 30′	22° 30′	16° 17′	57	282	17
1 35′	23° 45′	17° 14′	58	299	17
1 40′	25° 0′	18° 12′	58	316	16
1 45′	26° 15′	19° 10′	59	332	17
1 50′	27° 30′	20° 9′	60	349	17
1 55′	28° 45′	21° 9′	60	366	17
2 horas	30° 0′	22° 9′	60	383	18
2 5′	31° 15′	23° 9′	62	401	17
2 10′	32° 30′	24° 11′	63	418	18
2 15′	33° 45′	25° 14′	63	436	18
2 20′	35° 0′	26° 17′	64	454	18
2 25′	36° 15′	27° 20′	65	472	18
2 30′	37° 30′	28° 25′	65	490	19
2 35′	38° 45′	29° 30′	67	509	18
2 40′	40° 0′	30° 37′	67	527	19
2 45′	41° 15′	31° 44′	68	546	19
2 50′	42° 30′	32° 52′	69	565	19
2 55′	43° 45′	34° 1′	70	584	20
3 horas	45° 0′	35° 11′	70	604	20

Ho-

Horas y min. del relox orizontal.	Distanc. del sol al meridiano.	Angulos horarios.	Diferenc.	Cuerdas de los ángul. hor.	Diferenc.
3 horas 5′	46° 15′	36° 21′	73	624	20
3 10′	47° 30′	37° 34′	74	644	20
3 15′	48° 45′	38° 48′	74	664	20
3 20′	50° 0′	40° 2′	76	684	21
3 25′	51° 15′	41° 18′	77	705	21
3 30′	52° 30′	42° 35′	78	726	21
3 35′	53° 45′	43° 53′	79	747	21
3 40′	55° 0′	45° 12′	80	768	22
3 45′	56° 15′	46° 32′	82	790	21
3 50′	57° 30′	47° 54′	83	811	22
3 55′	58° 45′	49° 17′	84	833	22
4 horas	60° 0′	50° 41′	86	855	23
4 5′	61° 15′	52′ 7′	87	878	23
4 10′	62° 30′	53′ 34′	88	901	22
4 15′	63° 45′	55′ 2′	89	923	23
4 20′	65° 0′	56° 31′	91	946	24
4 25′	66° 15′	58° 2′	92	970	24
4 30′	67° 30′	59° 34′	93	993	23
4 35′	68° 45′	61° 7′	95	1016	24
4 40′	70° 0′	62° 42′	96	1040	24
4 45′	71° 15′	64° 18′	96	1064	23
4 50′	72° 30′	65° 54′	98	1087	24
4 55′	73° 45′	67° 32′	100	1111	24
5 horas	75° 0′	69° 12′	100	1135	24
5 5′	76° 15′	70° 52′	101	1159	24
5 10′	77° 30′	72° 33′	102	1183	23
5 15′	78° 45′	74° 15′	102	1206	24
5 20′	80° 0′	75° 57′	104	1230	24
5 25′	81° 15′	77° 41′	104	1254	23
5 30′	82° 30′	79° 25′	105	1277	24
5 35′	83° 45′	81° 10′	106	1301	23
5 40′	85° 0′	82° 56′	105	1324	22
5 45′	86° 15′	84° 41′	106	1346	23
5 50′	87° 30′	86° 27′	107	1369	23
5 55′	88° 45′	88° 14′	106	1392	22
6 horas	90° 0′	90° 0′		1414	

Es

Fig. 106. Es importantísimo comprobar el cálculo de los ángulos horarios, despues de determinados. Para lo qual se buscarán las diferencias que hubiere de un ángulo horario á otro, y si estas diferencias siguieren un mismo tenor, será señal de estár bien hecho el cálculo; si las diferencias no siguieren por un mismo término, estará errado el cálculo, y será preciso hacerle otra vez allí donde estuviere la equivocacion. Esta puede provenir ó de haber errado el calculador la distancia del sol al meridiano, ó de haber tomado un número por otro en las tablas, el log. de un seno por el log. de una tangente, &c.

Para sacar las espresadas diferencias, se hará el cálculo al reves empezándole por el fin de la tabla; se convertirán en minutos los grados de cada ángulo, añadiéndoles los que llevare de mas si los llevare; y se restará el número menor del mayor. Por egemplo, se empezará por el último ángulo horario, que es de 90°, y es el de las 6, se le convertirá en minutos y saldrán 5400′. Se convertirán tambien los 88° que se siguen inmediatamente en 5280′, añadiéndoles los 14′ que hay de mas, y serán en todo 5294′, y rebajados estos del número antecedente 5400′, se apuntará la resta 106 en la quarta columna de la tabla entre los dos ángulos horarios, y esta será su diferencia.

107. La quinta columna de la tabla señala las cuerdas de los ángulos horarios para los que no tuvieren escala de las cuerdas. Los números de esta columna se sacan por lo dicho (96).

108. En la sexta columna van apuntadas las diferencias de las cuerdas de los ángulos horarios. Sácanse restando el número menor del mayor que se le sigue; y si estas diferencias fuesen por un mismo término, será señal de que están bien determinadas.

109. Una vez determinados los ángulos horarios, se puede trazar el relox, para lo qual es indispensable que

que el plano sea sumamente igual, de modo que aplicándole una regla en todas las direcciones, le toque en todos sus puntos; porque sin esta circunstancia sería falso el relox, y no se le podría poner á nivel. Fig.

110. Quanto mayor fuere el relox, tanto mejor será; bien que se puede hacer muy pequeño si hubiere de señalar las horas no mas. Se puede hacer de lo que se quisiere como no sea de madera, porque puesto al ayre y al sol se echará á perder en breve tiempo. Supongamos que el relox se haya de trazar en el plano quadrado *AEBD*. Se tirará la linea *AB*, 31.
que divida el plano en dos partes iguales. Divídase en tres partes con corta diferencia la linea *AB*; y dejando los dos tercios *BC* de esta linea para la meridiana, los centros del relox quedarán determinados en los puntos *C*, *I*, segun fuere el grueso del ege que ha de estar hecho de antemano. Tírese despues la perpendicular *DE* que pase por los centros *C*, *I* del relox; esta será la linea horaria de las seis de la tarde, y de las seis de la mañana.

111. Porque tiene el relox dos centros *C*, *I*, hay dos lineas para medio dia, distantes una de otra todo el grueso que se le quiere dar al ege. Si no tuviese el relox mas que un centro, habria de ser muy delgado, y por lo mismo sería poco duradero.

112. Desde el punto *C* como centro, y con un intervalo igual al radio de la escala que ha de servir, se trazará el quadrante de círculo *EF*, y lo propio se hará del otro lado del plano. Desde el centro *I*, y con el mismo radio, se trazará el otro quadrante de círculo *DL*. Concluido esto, solo faltará señalar los puntos horarios en estos dos quadrantes de círculo, cuya operacion se egecuta como sigue.

113. Si el práctico tuviere una escala de las cuerdas, se servirá de aquella cuyo radio hubiere servido para trazar los quadrantes de círculo. Tomará en ella

Fig. 31. la distancia de 53′ que es el ángulo horario para medio dia y cinco minutos, y llevará esta distancia desde el punto *F*, donde el quadrante de círculo corta la meridiana *CF*, en el mismo quadrante de círculo ácia *E*. Llevará la misma distancia desde *L* á *D*, señalando estos dos puntos horarios con una interseccion ó un punto, en los quadrantes de círculo.

Para las 12 y 10′ se halla en la tabla que el ángulo horario es 10° 46′; se tomará esta distancia en la escala de las cuerdas, y se la llevará desde *F* ácia *E*, y desde *L* ácia *D*.

Para la una el ángulo horario es 10° 42′, se tomará esta distancia en la escala de las cuerdas, para llevarla desde *F* á *E* y desde *L* á *D*. Se proseguirá señalando de este modo todos los puntos horarios en los quadrantes de círculo; despues se tirarán lineas desde el centro *C* á los puntos horarios señalados en el quadrante de círculo *EF*; estas serán las lineas horarias de por la mañana. Se tirarán despues otras lineas desde el centro *I* á los puntos horarios señalados en el quadrante *LD*; estas serán las lineas horarias de por la tarde.

114. Los que no tuvieren escala de cuerdas, podrán servirse de una escala de partes iguales; pero en vez de valerse de la tercera columna de la tabla, se valdrán de la quinta que contiene las cuerdas de los ángulos horarios. Se trazarán desde luego los quadrantes de círculo con un radio de 1000 partes de la escala que ha de servir; se tomarán despues en esta escala con un compas comun las distancias de las cuerdas correspondientes á cada ángulo horario, conforme van señaladas en la tabla; y será lo mismo que si se hiciese uso de la escala de las cuerdas.

115. Como estas escalas no tienen por lo regular mas que 1000 partes, siendo así que las cuerdas de los ángulos horarios que espresa la quinta columna de

de la tabla, llegan hasta 1414, se trazará sobre una regla de madera una linea recta, en la qual se señalará toda la longitud de las 1000 partes. Supongamos que esta longitud coja desde *A* á *B*, y que ocurra tomar la distancia de 1016 partes; se tomará la de 16 partes no mas en la escala de 1000 partes, llevándola desde *B* á *C*; despues se abrirá el compas comun desde *C* hasta *A*, y se llevará esta distancia que será de 1016 partes, sobre los quadrantes de círculo. Así, para la distancia de 1040, que es la cuerda del ángulo horario de 4 horas y 40 min. se tomará con un compas comun la distancia de 40 partes, llevándola desde *B* á *D*, despues se abrirá el compas desde *D* hasta *A*, y se cogerá con esto la distancia de 1040 partes. Fig. 32.

116. Si la escala de 1000 partes fuese demasiado grande respecto del plano, sería preciso tomar por radio de los quadrantes de círculo 500 partes en lugar de 1000; y en virtud de esto se tomaría (100) la mitad no mas de las cuerdas de los ángulos horarios.

117. Todas estas operaciones deben hacerse con una punta de acero muy sutil, para que salgan mas exactas, y sean sutiles las lineas horarias, porque estos reloges se miran desde cerca; se grabarán delgadas y profundas todas las lineas con un buril. Los números de las horas se señalarán mas abiertos.

Con prolongar las lineas horarias de las 4 y 5 de la tarde al otro lado del centro *I*, quedarán señaladas las de las 4 y 5 de por la mañana; y con prolongar las de las 7 y 8 de la mañana, quedarán señaladas las de las 7 y 8 de por la tarde.

118. Cuestion I. *Plantar el ege de un relox orizontal.*

Este ege siempre será mejor de cobre ó laton que no de hierro ú otra materia. Su ángulo *DBA* ha de ser 33.

Fig. ser igual á la altura del polo respecto del orizonte.
33. Este ángulo se hallará, quando no tuviere el práctico escala de cuerdas, por el mismo método que las cuerdas de los ángulos horarios (96). En el caso propuesto la latitud es de 44° 50′; y para hallar su cuerda, se tomará la mitad de 44° 50′ que es 22° 25′, se buscará por las tablas su seno natural que es 3813393, se duplicará, y saldrá 7626786. Se descartarán los quatro últimos guarismos, añadiendo una unidad á los que quedaren, y se hallará que la cuerda de 44° 50′ es de 763 partes. Se tirará, pues, una linea *BD* que será la base del ege; desde el punto *B* como centro, y con el intervalo de 1000 partes de la escala que sirviere, se trazará el arco *DE*; se tomará despues en la misma escala la distancia de las 763 partes llevándola sobre el arco desde *D* á *E*; se señalará allí un punto; y desde el vértice *B* se tirará una linea *BA*, que pase por dicho punto, y quedará trazado el ángulo de 44° 50′.

La linea *BA* se llama *la longitud del ege*; ha de coger unas 6 lineas mas que la distancia del centro del relox á las lineas horarias mas cortas, á fin de que las pueda alcanzar la sombra del solsticio á medio dia, que es la mas corta. Si el quadrante no señalare los minutos, podrá servir el ege aunque no sea tan largo.

119. Despues de grabado el relox, se le harán los agugeros correspondientes para sentar el ege, cuyos agugeros han de ser algo mayores ácia el fondo que á la entrada. Se les aplicará el ege de modo que su base quadre bien con el plano y que el estremo inferior *B* del ege esté puntualmente en el centro, y en medio de la distancia que hay entre las dos lineas de las doce. Se le plantará muy perpendicular al plano, arrimándole de cada lado una esquadra; se le asegurará con unas cuñitas de madera, de-

dejando abierto un resquicio no mas para echarle Fig.
plomo derretido; así que el plomo se hubiere enfriado, se quitarán las cuñas de los demás agugeros y se llenarán de plomo derretido. En estando frio el plomo, se le batirá con un martillo para consolidarle, cortando despues poco á poco con un escoplo el que sobrare. Si acaso el ege se ladeare se le enderezará batiendo un poquito el plomo.

120. Cuestion II. *Orientar el relox orizontal.*

Para esta operacion lo mas acertado es valerse de otro relox que conste estár bien hecho, ó de una meridiana orizontal trazada cerca del parage (II.623 y sig.) donde se ha de colocar el relox orizontal.

Se pondrá desde luego el relox en su sitio, orientándole tan puntualmente como sea posible, con diferencia de algunos minutos; colocándole muy á nivel en todas las direcciones por medio de un nivel de ayre. Unos minutos antes de las doce del dia se orientará al poco mas ó menos el relox por medio de un relox de faltriquera arreglado el dia antes. En el mismo instante que la meridiana orizontal trazada cerca del relox orizontal señaláre las doce, se pondrá un relox de faltriquera á las doce, y se mirará sobre la marcha ácia qué lado se le ha de dar vuelta al quadrante, para que señale las doce, y se le dará en el mismo instante la vuelta. Como al egecutarlo suele desnivelarse, es preciso ponerle otra vez á nivel, y se esperará á que el relox de faltriquera señale las doce y quarto para ver si concuerda con el relox orizontal; y si no concordare, se le volverá otro poco y se le pondrá á nivel; se mirará si concuerda con el relox de faltriquera á las doce y media; si no concordare, se repetirá la misma operacion, &c.

Al dia siguiente ú otro dia que hiciere sol, se mirará si el quadrante señala puntualmente las doce al mismo tiempo que la meridiana, para lo qual se

Fig. se arreglará otra vez con la meridiana el relox de faltriquera para comparar con él el relox orizontal; si no concordaren, se repetirá lo que dejamos especificado.

121. Para colocar como conviene el nivel, contribuirá muchísimo una regla ancha muy igual y derecha de un cabo á otro; se la pondrá á lo largo de la meridiana, y el nivel encima de la regla. Despues de nivelado el relox en esta direccion, se plantará la regla sobre la linea de las seis horas, se la pondrá encima el nivel, y se nivelará el relox en esta direccion. Se volverá á poner la regla con el nivel encima al lado de la meridiana, para ver si acaso se ha descompuesto la primera nivelacion. Se proseguirá esta maniobra hasta que el relox esté muy á nivel, porque este punto es sumamente esencial.

Ultimamente, despues de orientado el relox se mirará si el ege está puntualmente perpendicular, arrimando al lado superior del ege un plomo muy puntiagudo. Si la punta del plomo cayere sobre una de las meridianas, y despues de pasarle al otro lado del mismo estremo, cayere encima de la otra meridiana, el ege estará como es menester. El estremo del relox donde está el centro ha de estár del lado del sur.

De los Reloges regulares.

122. Llámanse con este nombre el relox vertical meridional, el vertical septentrional, el vertical oriental, el vertical occidental, el equinoccial y el polar. Antes de declarar como se trazan estos reloges diremos como se ha de hacer el plano donde se han de construir.

123. Lo primero que importa, quando se ha de trazar alguno de los quatro primeros reloges, es asegurarse de que la pared no declina, y despues

pues se forma un plano muy derecho é igual en todas las direcciones, y muy á plomo. Fig.

Para cuyo fin se quita desde luego toda la mezcla con que estuviere revocada la pared, hasta las juntas de las piedras. Despues se mojará bien la pared, y se la dará una mano con la mezcla que daremos á conocer en los principios de Arquitectura. En estando seca esta capa, se hará en cada lado del plano una faja de mezcla de arriba abajo, bien que fuera de la estension del plano del relox. Si el plano fuere muy ancho, como de 8, 10, ú 12 pies, se hará otra faja en medio. Estas fajas han de estar muy á plomo, muy derechas, y todas tres sobre una misma linea; y esto se comprobará aplicándolas una regla grande bien recorrida. Si tocare las tres fajas á un tiempo haciéndola correr de arriba abajo, y poniéndola oblicuamente en distintas direcciones, será señal de estar bien hechas las fajas. Podría suceder que por alguna contingencia llegasen á perder algo de su perfeccion, y en este caso sería preciso rectificarlas.

Estando bien secas y derechas las tres fajas, se mirará si entre ellas se puede tender otra capa como la primera; pero jamás se tenderá una capa de mezcla sin que esté muy seca la primera; se mojará muy bien el plano, y se tenderá la otra capa, prosiguiendo á este tenor hasta ponerlo todo igual con las fajas.

La última capa ha de ser muy fina; donde no, al tiempo de secarse se pondrá muy desigual; para cuyo fin se pasará la arena y el ladrillo por un cedazo de cerda. Se pasará la regla para ver si toca el plano en todas partes, poniendo mucho cuidado en no torcerla al tiempo de pasarla. A fin de que se haga con mayor seguridad esta operacion, se reconocerá cada dia la regla para ver si necesita recorrerse de nuevo.

An-

Fig. Antes que esta última capa se seque, se quitará la faja de en medio, y se llenará su hueco del mismo modo que se llenó el espacio de entre las fajas; se le dará la misma capa de fino, y se procurará que no quede la mas leve desigualdad en las juntas. Así que todo estuviere seco, se quitarán las fajas de los lados, y se le dará al relox la forma que se quisiere.

124. Despues de concluido y seco el plano, se le dará una mano de aceyte de nueces ó linaza muy caliente, sin ninguna preparacion, y se le irán dando muchas manos hasta que yá no admita mas aceyte, sin esperar á que se seque, á fin de que se introduzca bien en la mezcla. En estando seco el aceyte se dará una mano de albayalde al oleo, dejándola secar bien, y despues se averiguará si el plano declina. El albayalde se mantendrá tanto mas blanco, quanto mas le hubieren molido, y menos aceyte tuviere, porque el aceyte le pone amarillo. El aceyte se gastará sin preparacion, verdad es que tardará mas en secarse, pero tambien se mantendrá mas lustroso.

125. Cuestion I. *Trazar un relox meridional.*

Se practicará lo propio que quando se traza un relox orizontal; bastará mudar el segundo término de la analogía (105) diciendo: *El radio es al coseno de la altura del polo, como la tangente de la distancia del sol al meridiano es á la tangente del ángulo horario en el relox meridional.*

126. El ege de este relox se colocará sobre la meridiana, que tambien es la substilar, quando no hay declinacion, y su ángulo será igual al complemento de la elevacion del polo del lugar donde se hiciere el relox.

127. Cuestion II. *Trazar un relox septentrional.*

Como este es el opuesto del relox meridional, es muy sencilla su descripcion. Trastórnese de arriba aba-

abajo un relox meridional, y quedará hecho el relox septentrional. El ege estará con esto en su verdadera situacion, y los ángulos horarios serán los mismos; pero será menester prolongar mas allá del centro las lineas horarias de las 7 y 8 de la tarde, para señalar las 7 y 8 de la mañana, y se prolongarán las 4 y 5 de la tarde para sacar las 4 y 5 de la mañana. Fig. 34.

128. Como á este relox no le dá el sol sino mientras anda la parte septentrional del mundo, es á saber desde el equinoccio de la primavera hasta el de otoño, se escusa señalar las 9, 10, 11, 12, 1 y 2 horas, y solo se dejan las 4, 5, 6, 7 y 8 de la mañana, y las 4, 5, 6, 7 y 8 de la tarde; las de por la mañana se señalarán del lado occidental del quadrante, esto es, á mano derecha del que mira el relox, y las de por la tarde á la izquierda.

Como este relox tiene por razon de su situacion trastornada, su centro en la parte de abajo, su ege que mira ácia arriba, ha de estar sobre la meridiana, cuya linea es la de media noche en este quadrante. Para hacerse cargo de la situacion del ege conviene figurarse que el que está plantado en el vertical meridional, atraviesa la pared de par en par, y sale ácia el lado del septentrion tanto como ácia el lado del medio dia. Esta disposicion del ege será la del relox septentrional. Este ege, suponiendole prolongado al infinito del lado del norte y del medio dia en linea recta, remata en los dos polos del mundo. Esta ha de ser la situacion de los eges de todos los reloges.

129. Cuestion III. *Trazar un relox oriental.*

Tírese la linea orizontal *HR*, tomando en ella el punto *P* á arbitrio por el pie del estilo, cuyo estremo superior ha de señalar las horas; hágase en el punto *P* ácia la izquierda un ángulo *HPE* igual al com- 35.

Fig. 35. complemento de la elevacion del polo sobre el orizonte del lugar donde se traza el relox, prolongando *EP* hasta *N*; esta linea *EN* será la equinoccial. Tírese despues la linea *CA* que pase por el pie del estilo, y forme con la linea *HR* un ángulo *APH* igual á la elevacion del polo; esta linea *CA* que formará dos ángulos rectos con la equinoccial *EN*, será la linea horaria de las seis de la mañana, y será tambien la substilar.

130. Para determinar los puntos horarios; despues de tiradas las lineas *HR*, *CA* y la *EN* que es la equinoccial, se buscará la tangente de cada distancia horaria en esta linea *EN*. Se empezará desde la linea de 6 horas *CA* que pasa por el punto *P*, y se dirá: la distancia del sol de 5 á 6, y de 6 á 7 es de 15°. Se buscará la tangente de 15°, que es 268, omitiendo los quatro últimos guarismos; se llevará, pues, sobre la equinoccial al uno y otro lado del punto *P* de 6 horas, la distancia de 268 partes de la escala que sirve, y señalarán los puntos horarios de 5 y 7 horas. Suponemos que se le den al estilo ó al ege 1000 partes de la misma escala; si se le diesen mas ó menos, convendría tener presente lo dicho (100). Para sacar los demás ángulos se dirá: la distancia del sol desde las 6 hasta las 8 es de 30°; la tangente de 30° es 577, se tomará este intervalo en la escala, y se llevará sobre la equinoccial desde el punto *P* al uno y otro lado, y quedarán determinados los puntos horarios de 4 y 8 horas; y se proseguirá á este tenor. Despues de señalados todos los puntos horarios en la equinoccial, se tirarán por estos puntos paralelas á la linea *CA*.

131. En este relox el ege ha de ser paralelo en toda su longitud al plano del relox, y á todas las lineas horarias; por lo que mira á su altura, ha de ser igual á *PA*. El ege colocado de este modo es paralelo al ege del mundo.

Cues-

132. Cuestion III. *Construir un relox occidental.* Fig. 36.

Se practicará lo propio que para el relox oriental, por ser el occidental el opuesto del oriental. En lugar de señalar las horas de por la mañana como 4, 5, 6, 7 &c. deberán señalarse las de por la tarde 1, 2, 3, 4 &c. la linea de las 6 siempre es la substilar, y se colocará el ege en una situacion paralela á esta linea.

El ege del relox oriental y occidental vá pintado en la figura 37.

133. Cuestion IV. *Trazar un relox equinoccial superior.*

Desde el centro *C* trácese la circunferencia *EBF* 38.
con el radio que se quiera; divídase en quatro partes iguales con los diámetros perpendiculares *AB*, *EF*; divídase cada quadrante de círculo en seis partes iguales del modo siguiente:

Abrase el compas hasta que la distancia entre sus dos puntas sea igual al radio *AC* del círculo. Plántese la una en *E*, y la otra en el punto *G*; el arco *EG* será la sexta parte de la circunferencia (I.521) ó la tercera parte de la semicircunferencia; dejando despues la una de las puntas en *G*, llévese la otra á otro punto *H* de la semicircunferencia, y quedará dividida en tres arcos iguales *EG*, *GH*, *HF*, que cada uno será la tercera parte de la semicircunferencia. Divídase por último cada uno de estos arcos en dos partes iguales al arco *BG* ó *BH*, y estará dividida la semicircunferencia en seis partes iguales.

134. Hecho esto, tírense las lineas horarias desde el centro *C* á cada punto de division, prolongándolas mas allá del centro hasta la otra semicircunferencia, solo para las horas de antes de las seis de la mañana y despues de las seis de la tarde. Plántese despues en el centro del círculo un estilo que

co-

Fig. coja de alto la mitad del radio *AC*, perpendicular
38. al plano del relox, y estará trazado.

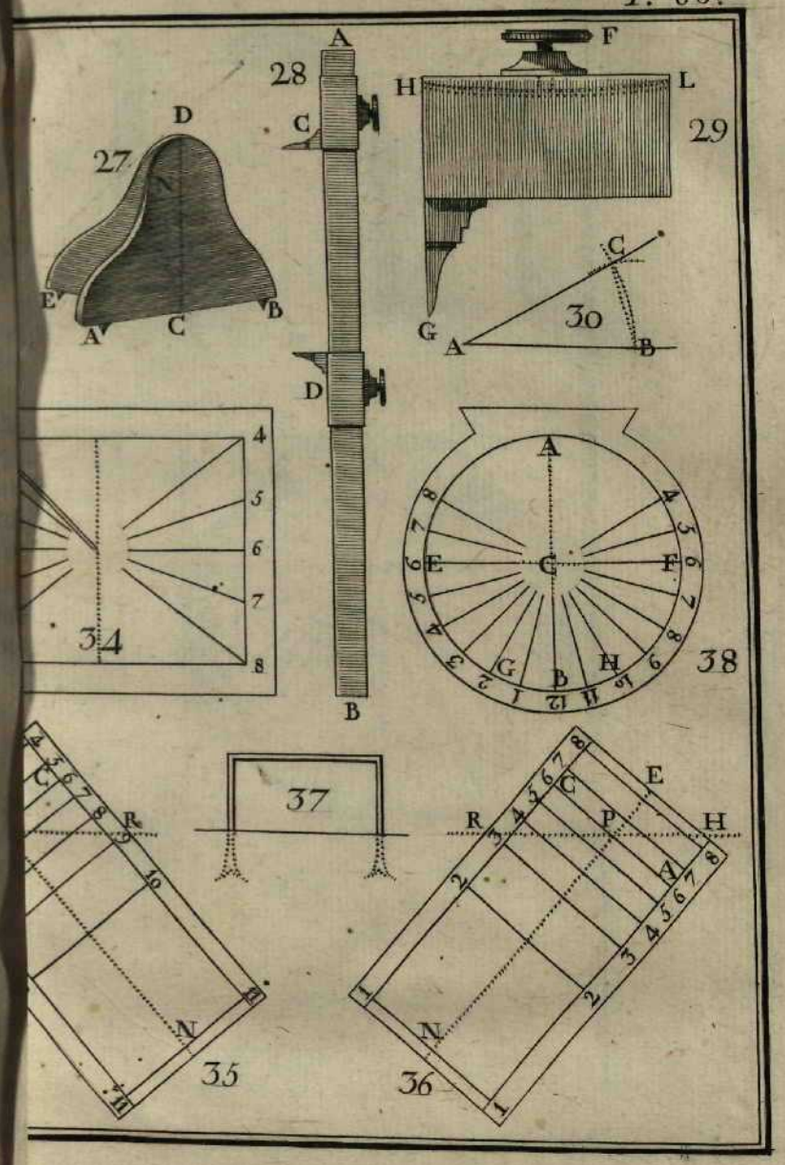
135. Este relox se orienta poniéndole inclinado de modo que el punto *A* esté arriba, la linea *AB* puntualmente en el plano del meridiano del lugar, y el plano del relox en el plano del equador; quiero decir, que la cara superior del relox que ha de estar vuelta al septentrion, ha de formar con el orizonte ó el nivel un ángulo igual al complemento de la altura del polo. Estando el relox en esta situacion, su ege será paralelo al ege del mundo, y su sombra señalará las horas desde el nacer del sol hasta que se pone, y desde el equinoccio de la primavera hasta el del otoño.

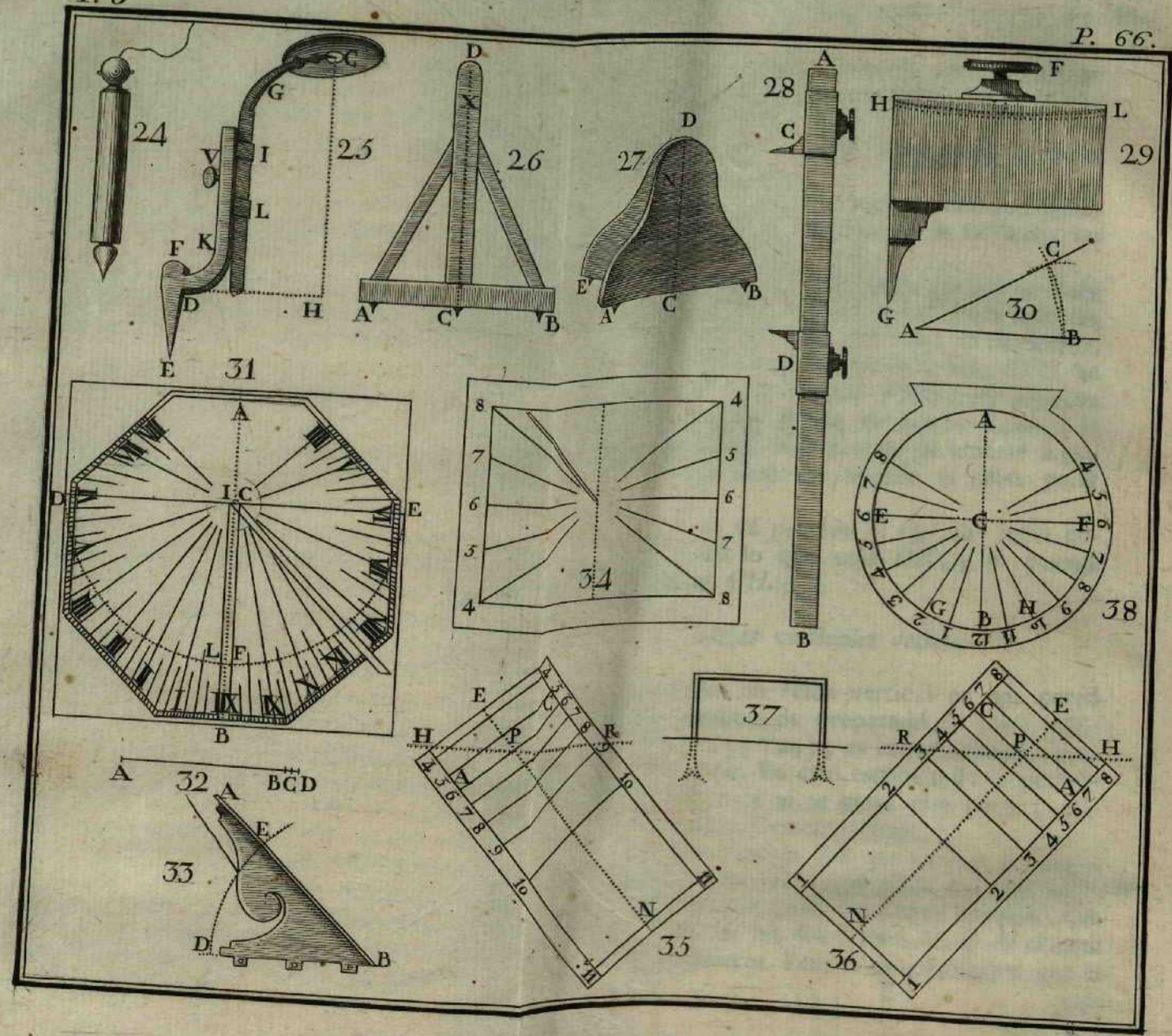
136. Cuestion V. *Trazar el relox equinoccial inferior.*

Se practicará lo propio que para el superior; pero se omitirán las horas que son antes de las seis de la mañana, y las que son despues de las seis de la tarde; porque al equinoccial inferior no le dá el sol sino desde el equinoccio de Septiembre hasta el de Marzo, en cuyo intervalo jamás nace el sol antes de las seis de la mañana, ni tampoco se pone despues de las seis de la tarde.

137. Cuestion VI. *Trazar un relox polar superior ó inferior.*

39. Para el superior, tírese la linea *AB* paralela al orizonte, y por el punto *E* del medio de *AB* tírese la recta *CEH* perpendicular á *AB*. Tírense las lineas *FG*, *FG* paralelas á *AB*, dejando entre ellas la distancia que se quisiere respecto de *AB*. Escójase despues, segun lo que cogiere de largo el relox, el punto *D*, desde el qual como centro, y con el radio *DE*, se trazará un quadrante de círculo, se le dividirá en seis partes iguales, y desde el punto *D* se tirarán lineas por cada punto de division del qua-




24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38

quadrante de círculo, prolongándolas hasta la *AB*, en la qual quedarán determinados los puntos horarios. Tírense por estos puntos horarios lineas paralelas á la *CH*, estas serán las lineas horarias, *CH* será la meridiana. Fig. 39.

Tambien se podrán señalar los puntos horarios por lo dicho (130).

El relox polar inferior se traza del mismo modo que el superior; pero al inferior se le quitarán las horas 9, 10, 11, 12, 1, 2 y 3.

138. Para orientar el relox polar superior se hará que la linea meridiana coincida con el meridiano del lugar, de modo que el lado *AF* mire al occidente, y el lado *BG* al oriente. El borde ó lado *FCG* ha de estar mas alto que el lado *FHG*; por manera que el plano del relox forme un ángulo igual á la altura del polo, y esté muy á nivel de oriente á poniente. Del mismo modo se orienta el relox polar inferior.

En la figura 40 vá pintado el ege del relox polar; tendrá de alto lo que coja *DE*, y se pondrá sobre la meridiana *CH*.

De los Reloges verticales declinantes.

Antes de trazar un relox vertical en una pared muy á plomo, despues de preparado el plano conforme digimos (123 y 124), es importantísimo averiguar su declinacion. En esto estriba toda la perfeccion del quadrante, y si se yerra este punto, saldrá el relox indefectiblemente falso.

139. Un plano vertical *OE* que cortare en ángulos rectos el meridiano del lugar *MN*, no será declinante; será paralelo al plano del primer vertical, que corta el orizonte en los dos puntos *O*, *E* de oriente y occidente verdaderos. Pero si nos figuramos que el 41.

Fig. 41. plano dá la vuelta al rededor del punto *C*, y llegue á *FD*, entonces formará un ángulo oblicuo *DCE*, ó *FCO* con el primer vertical *OE*; ó lo que es lo mismo, el plano *FD* prolongado al infinito, jamás llegará á encontrar los dos puntos *E* y *O* del oriente y occidente verdaderos.

La linea *MN* se puede considerar como la meridiana del lugar que corta el primer vertical *OE*; y la linea *AB* será la meridiana del plano *DF*, la qual le corta en ángulos rectos. Dicha linea *AB* es el rastro de un meridiano, que se halla ser perpendicular al plano *DF*, que vá figurado en la substilar del relox. Suponemos que el punto *N* es el norte, y el punto *M* el medio dia; si se mira el plano *DF* del lado del medio dia, entonces será declinante del medio dia al oriente todo el valor del ángulo *DCE*, ó su igual *OCF*; si se le mira del lado del norte *N*, será declinante del norte al occidente todo el valor del ángulo *OCF*, ó *DCE*.

Si el plano estuviera en una situacion paralela á la linea *AB*, entonces la cara mirada del lado de *MF* declinaría del medio dia al occidente todo el valor del ángulo *ACO*; y el lado vuelto ácia *ND* declinaría del norte al oriente el valor del ángulo *ECB*. Todo esto manifiesta que quando el plano declina del medio dia al oriente, es alumbrado mas tiempo antes de medio dia que despues; lo contrario sucedería si estuviese vuelto ácia el occidente. Es, pues, la declinacion del plano *FD* el ángulo *DCE*, ó su igual *OCF*, que forma la pared *DF* con una linea que se tirára desde el punto *E*, que es el oriente verdadero, al punto *O* que es el occidente verdadero. Esta linea sería paralela al primer vertical, y perpendicular al meridiano, conforme digimos antes. Todo esto supuesto:

140. Cuestion I. *Hallar la declinacion del plano.*

Pri-

Primero se plantará el estilo falso (despues de quitarle la plancha por recelo de romper alguna cosa) ácia la parte superior del plano del quadrante, y ácia el medio si se discurre que el plano declina poco. Pero si se discurriere que es mucha la declinacion del plano, como de 20, 40, 50 ó 60°, se plantará siempre arriba ácia la derecha, si se cree que declina del medio dia al occidente, ó ácia la izquierda si pareciere que declina del medio dia al oriente; respecto de los planos que declinan del norte se practicará lo contrario. Si el plano fuere alumbrado mas tiempo antes de las doce que despues, será señal de que declina ácia el oriente; y si fuese alumbrado mas tiempo por la tarde que por la mañana, declinará ácia poniente: todo esto debe entenderse en el supuesto de que no haya obstáculo alguno que le quite la luz al plano. Téngase presente que siempre llamarémos la derecha del relox, el borde que estuviere enfrente de la derecha del espectador. El estilo espurio se ha de plantar con corta diferencia perpendicular al plano, estando ácia abajo su curvatura. Ha de estar muy asegurado de modo que no se menée con facilidad, y se le podrá asegurar con cuñas de madera. Ha de tener de vuelo lo que corresponda á la estension del plano; pongo por caso 15 pulgadas, si el plano tuviese 4 ó 5 pies; 2 pies ó 2 y medio, si el plano tuviese 10 á 12 pies. Pero quando se tomare la declinacion del plano en verano, deberá tener menos vuelo el estilo espurio que en invierno, porque en verano la sombra coge mas trecho y es mas larga en el plano vertical que en invierno. Si el estilo espurio tuviere mortaja ó corredera, se le podrá asegurar quando el sol alumbrare el plano, y alargarle ó acortarle hasta que el punto de sombra ó luz no salga del plano, quando el sol empezare á alumbrarle, y esté en su borde; en este pun- Fig. 42.

Fig. punto se fija el estilo espurio. En general, quanto mayor fuere la altura del estilo espurio, tanto mas perfecta saldrá la operacion. Llamo *altura del estilo* la distancia perpendicular desde su pie hasta su vértice.

141. Despues se buscará el pie del estilo, cuya operacion es muy esencial que salga perfecta. Para cuyo fin se traza primero en el plano, no lejos del
42. estilo, la linea *AB* en la situacion que se quiera, y abriendo el compas como vez ó vez y media la altura del estilo, y plantando la una punta en el vértice *S*, en un agugerito que se le hiciere, se señalarán con la otra dos puntos *A* y *B* en la linea *AB* que estarán á igual distancia del vértice *S* del estilo. Se dividirá esta linea por medio con la perpendicular *GF*. Se volverá á poner la una punta del compas abierto como antes en el vértice *S* del estilo, y con la otra punta se señalarán otros dos puntos *G* y *F* en la linea *GF*, que tambien estarán á la misma distancia del vértice del estilo. Despues se buscará el medio de la linea *GF* en el punto *P* que esté á igual distancia de *G* que de *F*; este punto *P* será el pie del estilo.

142. Tambien se podrá trazar un círculo entero, si fuese posible, cuyo centro sea el vértice del estilo, cuyo radio sea igual con corta diferencia á la abertura de compas con la qual se hubiesen trazado los puntos que decíamos poco ha, se buscará el centro de este círculo, y este será el pie del estilo. La importancia de esta determinacion pide que se haga la operacion por ambos métodos, repitiéndolas ambas dos ó tres veces por lo menos, con diferentes lineas y distintos radios. Será preciso que siempre se halle en un mismo punto *P* el pie del estilo; si cada operacion diese puntos diferentes, se tomará un punto medio entre todos los puntos hallados.

En

En estando determinado el verdadero pie del estilo, Fig.
se embutirá un pedacito de cobre ó hierro que esté ras con ras con el plano, haciéndole un agugerito con un punzon, en el mismo punto cabalmene donde estuviere el pie del estilo.

143. Para buscar el pie del estilo, se le quitará la plancha, á fin de que no estorve plantar la punta del compas encima del vértice del estilo espurio. La punta del compas ha de apretar poco el vértice del estilo, para que no le tuerza. Esta operacion sale mas exacta con el compas de vara, y será preciso tomar quantas precauciones caben para no errarla por razon de su mucha importancia. El mas leve descuido en la determinacion del verdadero pie del estilo, puede ocasionar un error muy grande en la averiguacion de la declinacion del plano. Las lineas se señalarán muy sutiles con la punta de una navaja ó de un lapiz, y solo ácia la parte donde se discurriere que está el pie del estilo.

144. Despues de determinado este pie, se plan- 43.
tará en la pared un clavo algunas pulgadas mas arriba del punto *P*, de modo que una hebra de seda colgada del clavo pase por delante del pie del estilo, y llegue hasta la parte inferior del plano, donde habrá un vaso de hojadelata, ó un vaso lleno de agua ó aceyte arrimado á la pared, en cuyo vaso se meterá el plomo sin llegar al suelo, para que no le haga bambolearse el ayre. Despues de asegurado el plomo se apartará el práctico dos ó tres pies de la pared mirando con un ojo, cerrado el otro, de modo que el hilo del plomo le tape el pie del estilo. Estando el ojo en esta situacion mandará señalar quanto mas bajo se pudiere un punto en el plano, tal que le tape tambien la seda del plomo que tapa el pie del estilo. La linea tirada por el pie del estilo y por este punto señalado en la parte inferior

 del

Fig. del plano, será la vertical *PD* del plano. Como es
43. preciso que la seda y el plomo estén algo apartados de la pared, por razon de tener algun grueso el plomo, y que no se roce con nada, se aplica al mismo tiempo debajo de la seda en situacion vertical una regla, de manera que su estremo superior esté en el pie del estilo, y lo demás de la regla en la misma linea que el plomo. Despues de afianzada en esta situacion la regla, se tirará la vertical *PD* del plano con una punta de navaja.

145. Una vez trazada la vertical, se trazará la orizontal *HR* del plano. Con este fin se aplicará orizontalmente una regla perfectamente derecha, tan larga como el plano, cuyo borde superior pase por el pie *P* del estilo; se colocará encima de esta regla un buen nivel de ayre, bajando ó levantando uno ú otro estremo de la regla, hasta que la ampolla de ayre del nivel se pare en medio, pasando siempre el borde superior de la regla por el pie del estilo; se dará la vuelta al nivel, colocándole en el mismo lugar de la regla; si la ampolla de ayre volviese al medio y se parare allí, estará la regla muy á nivel. Entonces se trazará con una punta de navaja una linea *HR* desde un estremo á otro que pase por el pie del estilo; pero se hará correr la navaja orizontalmente á lo largo del borde superior de la regla, de modo que toque todo su ancho sin que el cuchillo se incline ni ácia arriba ni ácia abajo. Porque si se aplicára la punta del cuchillo no mas sobre la arista que está del lado del plano, la linea que se trazára no sería perfectamente derecha en los parages algo hondos, que puede haber en el plano. Esta es una advertencia general que conviene tener muy presente siempre que se tiran lineas en una pared, porque no hay ninguna que sea perfectamente plana. Tambien se podría trazar la orizontal con

con tirar *HR* perpendicular á la vertical *PD* del plano. Fig.
146. Se medirá la altura del estilo aplicando la 42.
una punta del compas en el vértice *S*; se le abrirá hasta que la otra punta toque el pie *P* del estilo, cuya operacion se hará mejor con el compas de vara. Se pondrá la una de las cajas en tal situacion que su punta esté ras con ras con el un estremo de la vara, cuya punta se plantará sobre el pie del estilo; se hará correr la otra caja hasta que su punta coincida puntualmente con el punto *S* del vértice del estilo. Se apuntarán en un papel las partes que se hallaren en el compas de vara. Se llevará esta distan-
cia igual á la altura del estilo, ácia la parte inferior 43.
de la vertical desde el pie *P* del estilo, y se señalará una interseccion *D*, en medio de la qual se plantará un pedacito de cobre ó hierro, que esté ras con ras con el plano, y se hará en medio del punto *D* un hoyito con un punzon. Despues de tomada la altura del estilo, se aplicará una regla que pase por encima del pie *P*, para ver si este parage del plano está acaso mas hondo que lo demás; si lo fuere, se le añadirá otro tanto á la altura del estilo; si fuere mas alto, se rebajará algo de la altura del estilo. Hecha esta reduccion, se llevará la espresada altura sobre la vertical *PD*; el punto *D* será *el centro divisor de la orizontal* HR.

147. Despues de concluidas todas estas operaciones, vamos á declarar como se averigua la declinacion del plano. Supongamos que su orizontal sea la linea *HR*; *P*, el pie del estilo; *PD*, la vertical; *D*, el centro divisor de la orizontal.

Si se supiere con certeza el instante del medio dia, se señalará en aquel mismo instante un punto *M* en el plano ácia el medio del centro del óvalo de luz que viene por el agugero de la plancha; pero un si es no es mas cerca del pie del estilo. Se aplicará des-

Fig. 43. despues un plomo colgado de un hilo á la orizontal *HR*, de modo que el hilo tape el punto *M* de luz, y se señalará un punto *I* en la orizontal. Si se tira una linea desde el centro divisor *D* al punto *I*, el ángulo *PDI* señalará la declinacion del plano.

148. El instante del medio dia se podrá saber por medio de una meridiana orizontal, trazada de intento en las inmediaciones del quadrante vertical, ó por medio de un relox de faltriquera arreglado por un relox de sol una hora ó media hora antes, ó por medio de una péndola.

149. Para hallar el valor del ángulo *PDI*, se trazará un arco *GP* tan lejos como se pudiere de su vértice *D*, y se tomará en la linea de las cuerdas la distancia entre los puntos *P* y *G*.

150. Para hallar los minutos de grado que cogiere el ángulo, se señalará en la linea *DP* un punto entre *D* y *P*, que supongo sea el punto *B*, y que el punto *D* dista de *B* 1000 partes de la escala de partes iguales; porque este punto *B* se ha de señalar puntualmente á la misma distancia del punto *D*. Se tirará desde *B* á *E* una paralela á la orizontal que corte el lado *DI* en el punto *E*. Se medirá el lado *BE* con el compas de vara, y se verá quantas partes coge. Supongo que coja $374\frac{1}{2}$, y hallo en las tablas que este número corresponde á 20° 32′. Luego el ángulo *PDI* es de 20° 32′ en el supuesto de ser de 1000 partes la distancia de *D* á *B*. Si fuese de 2000 partes se hubiera de tomar la mitad de este número $374\frac{1}{2}$, esto es, $187\frac{1}{4}$, que en las tablas corresponde á 10° 36′. Si la distancia de *D* á *B* fuese de 3000 partes, se tomaría el tercio de $374\frac{1}{2}$, &c.

151. Pero lo mas seguro será determinar el ángulo *PDI* por cálculo, haciendo la siguiente analogía: *El lado* DP *es al lado* PI, *como el radio es á la tangente del ángulo* PDI (I. 780).

Se

Se medirá por medio de la escala de las partes iguales el lado *DP*, y supondremos sea de 2256 partes. Supondremos que el lado *PI* sea de 845 partes; sumaremos el complemento arismético del log. del primer término *DP* con el log. del segundo término *PI*, y la suma 957352 será el log. tang. 20° 32′ que es el valor del ángulo *PDI* el mismo que el de la declinacion del plano. Fig. 43.

152. Cuestion II. *Trazar por un método geométrico un relox vertical declinante del medio dia ó del norte.*

Antes de trazar el quadrante en la pared, convendrá trazar otro parecido en un carton ó papel del tamaño del plano si pudiere ser. La situacion de las lineas horarias unas respecto de otras dará á conocer donde se habrá de colocar el centro del relox y la meridiana; si conviene omitir algunas horas, &c.

153. Se trazará sobre el plano propuesto la meridiana vertical *CLM*, y despues la orizontal *HR*; se tirará la linea *LD*, que forme con la meridiana el ángulo *DLM* igual á la declinacion del plano. La linea *DL* se podrá trazar tan larga como se quiera ó consienta el plano; porque el tamaño de todo lo demás pende de la longitud de esta linea, que suponemos que remate en el punto *D*, por el qual se tirará la vertical del plano *ZPD* paralela á la meridiana. El punto de interseccion *P* de la orizontal *HR* con el vertical *ZD* se mirará como el pie del estilo. 44.

Despues de tomar en la orizontal la $HL = DL$, desde el punto *H*, centro divisor de la meridiana, se tirará la linea *CH*, que forme el ángulo *CHL* igual á la altura del polo respecto del orizonte. El punto de interseccion *C* de esta linea con la meridiana será el centro del relox. Desde el centro *C* se tirará la linea *CPB*, que pasa por el pie del estilo; esta linea será la substilar. Se levantará la *PS* perpendi-

Fig. 44. dicular á la substilar é igual á la linea *PD*, ó á la altura del estilo; despues se tirará desde el centro *C* la linea *CS*, que pase por el punto *S*, la qual señalará la posicion del ege mas arriba de la substilar, porque el ege ha de pasar por el centro del relox y el vértice del estilo.

En el punto *S* se levantará á la *CS* la perpendicular *SB*, que será el radio equinoccial; se tirará despues por el punto *B* la *EBN* perpendicular á la substilar, cuya perpendicular será la linea equinoccial; y en su punto *M* que es el de su interseccion con la meridiana, está el punto de medio dia en la equinoccial, y en la interseccion con la orizontal, que está en el punto *R* de la equinoccial, está el de las seis.

Se tomará en la substilar la parte *BA* igual al radio equinoccial *BS*, el punto *A* será el centro divisor de la equinoccial; desde el punto *A* como centro, y con un radio arbitrario, se trazará el arco *FKO*.

Desde el punto *A* se tirará una linea que pase por el punto *M*, la qual ha de cortar la circunferencia en un punto, qual es *K* por egemplo; desde el punto *A* se tirará tambien una recta al punto *R*, que pasará por el punto *O* del mismo arco. El ángulo *KAO* ha de ser recto; se dividirá este quadrante de círculo en seis partes (133) iguales, trasladándolas quanto fuere posible mas allá de *K* sobre el arco *KF*, y mas allá del punto *O*, y desde el centro *A* se tirarán lineas á la equinoccial que pasen por los puntos de division del quadrante de círculo: estos serán los puntos horarios.

Desde el centro *C* del quadrante se tirarán lineas á los puntos horarios de la equinoccial; estas serán las lineas horarias, en cuyo remate se señalarán las horas, teniendo presente que las horas de por la mañana han de estár al occidente ó á la izquierda de la me-

meridiana, y las de por la tarde al lado opuesto. Fig. 44.
Hecho todo esto, se planta el ege conforme diremos mas adelante.

154. En los planos del medio dia y del norte la substilar ha de estár del lado opuesto á la declinacion del plano; quiero decir, que si el plano declina al oriente, la substilar debe estár del lado del occidente; y si el plano declina al occidente, la substilar debe estár del lado del oriente. Lo que acabamos de decir de la substilar debe entenderse de la vertical *ZPD*, y de la linea de declinacion *DL*.

155. El método que se ha propuesto es peculiar á los planos que miran oblicuamente al medio dia; si el plano mirare oblicuamente el norte, bastará trastornar la figura de arriba abajo, empapar el papel de aceyte para que todas las lineas se vean al traves, aplicarle despues á la pared del norte, y quedará trazado el quadrante declinante del norte.

156. Cuestion III. *Hallar por cálculo los ángulos horarios del relox vertical declinante del medio dia ó del norte.*

La resolucion de esta cuestion pide que primero se saquen los ángulos fundamentales; es á saber el ángulo *BCM* que forma la meridiana *CM* con la substilar *BC*. 2.° el ángulo *BCS* de la substilar *BC* con el ege *CS*, que tambien se llama la altura del polo sobre el plano. 3.° el ángulo *BAM* de la diferencia de los meridianos ó de las longitudes, esto es, el arco del equador *BM*, comprehendido entre el meridiano del lugar *CM* y la meridiana del plano ó la substilar *CB*.

157. El primer ángulo *BCM* se halla por esta analogía: *El radio es al seno de la declinacion del plano, como la cotangente de la altura del polo sobre el orizonte del lugar es á la tangente del ángulo que forma la meridiana con la substilar.*

El

Fig. 44. 158. El ángulo *BCS*, ó el que forma la substilar con el ege, se saca por esta analogía: *El radio es al coseno de la altura del polo sobre el orizonte del lugar, como el coseno de la declinacion del plano, es al seno de la altura del polo sobre el plano, ó del ángulo que forma la substilar con el ege.*

159. El ángulo *BAM*, que es el de la diferencia de los meridianos ó de las longitudes, nos le dará la siguiente analogía: *El radio es al seno de la altura del polo sobre el orizonte, como la cotangente de la declinacion del plano es á la cotangente de la diferencia de los meridianos ó de las longitudes.*

160. Darémos otra analogía que, bien que no es indispensable, servirá para verificar las tres primeras, porque el quarto término de la primera y la segunda son parte de esta, y el resultado ha de ser el mismo que el de la tercera. *El seno del ángulo* BCS *entre la substilar y el ege es al radio, como la tangente del ángulo* BCM *entre la meridiana y la substilar es á la tangente del ángulo* BAM *de la diferencia de los meridianos ó de las longitudes.*

161. Despues de determinados estos ángulos fundamentales, se calcularán los ángulos horarios, pero hemos de prevenir que en la determinacion de estos ángulos, pueden ocurrir tres casos. 1.° el punto horario puede estár entre la meridiana del lugar y la substilar, pongo por caso entre *B* y *M*. 2.° mas allá de la substilar respecto de la meridiana, como entre *B* y *N*. 3.° puede estár mas allá de la meridiana del lado opuesto á la substilar como entre *M* y *E*.

En los dos primeros casos, esto es, respecto de todos los puntos horarios que están en el espacio *MBN*, se tomará la diferencia que vá de la distancia del sol al meridiano, á la diferencia de las longitudes; y en el tercer caso, esto es, respecto de todos los puntos horarios que están en la parte *ME*, se

se tomará la suma de la distancia del sol al meridiano y de la diferencia de las longitudes. En suma, quando se calculan los ángulos horarios del lado de la substilar, quiero decir, los que están respecto de la meridiana del lado donde está la substilar; despues de hallada la distancia del sol al meridiano y la diferencia de las longitudes, se restará la una de la otra, y la resta será el tercer término de la analogía siguiente. Pero quando se calculan los ángulos horarios del lado que respecto de la meridiana es opuesto á la substilar, se sumará la distancia del sol al meridiano con la diferencia de las longitudes; la suma será el tercer término de la analogía. Fig.

162. Esto presupuesto, se hará la siguiente analogía: *El radio es al seno del ángulo entre la substilar y el ege, como la tangente de la diferencia ó de la suma espresada, es á la tangente del ángulo horario entre la substilar y la linea horaria propuesta.*

163. Como la substilar es la meridiana del plano (78), todos los ángulos horarios deben contarse desde esta linea. Para hacer con orden el cálculo de los ángulos horarios por la analogía precedente, se formará una tabla del mismo modo que respecto del relox orizontal, conforme manifestarémos despues.

164. Harémos una aplicacion de las reglas dadas haciendo los cálculos respecto de un relox muy declinante y casi oriental, supondremos que su declinacion del medio dia al oriente es de 80°, siendo de 44° 50′ la altura del polo.

Sacarémos primero (157) que el ángulo entre la meridiana y la substilar es de 44° 44′. 2.° que el log. del seno del ángulo que el ege forma con la substilar es 909041, y que por lo mismo este ángulo es de 7° 4′ (158). 3.° que la diferencia de las longitudes es de 82° 55′ (159).

165. Determinados los tres ángulos principales, se

Fig. se hará el cálculo de los ángulos horarios por la analogía (162) cuyo segundo término es el seno de la altura del ege sobre la substilar, y el tercero es la tangente del tercer término de la misma analogía (162). Como suponemos oriental la declinacion del plano, la substilar estará entre las horas de por la mañana, esto es (154), del lado occidental del relox, ó á la izquierda de la meridiana. Por consiguiente para calcular los ángulos horarios de por la mañana, se tomará (161) por tercer término de la analogía la diferencia que vá de la distancia del sol al meridiano á la diferencia de las longitudes. Harémos primero el cálculo de los ángulos horarios de por la mañana, que es el lado donde está la substilar.

A las 11 horas antes de medio dia la distancia del sol al meridiano es de 15°, que se han de restar de 82° 55′ diferencia de las longitudes, y restan 67° 55′.

Log. sen seg. term..... 909041
Log. tang. 67° 55′ terc. term..... 1039177

Suma y resta..... ‡948218

que es log. tang. 16° 53′; este es el ángulo horario correspondiente á las 11 horas respecto de la substilar, que se señalará entre la meridiana y la substilar.

A las 7 de la mañana, la distancia del sol al meridiano es de 75°, que se han de restar de 82° 55′, y quedan 7° 55′.

Log. sen. seg. term..... 909041
Log. tang 7° 55′ terc. term..... 914320

Suma y resta..... ‡823361

que es el log. tang 0° 59′; este es el ángulo horario correspondiente á las 7 horas, que ha de formar la meridiana con la substilar.

A 6 horas la distancia del sol al meridiano es de 90°, de la qual hemos de restar 82° 55′, y quedan 7° 5′.

Log.

Log. sen. seg. term..... 909041 Fig.
Log. tang 7° 5′ terc. term..... 909434

Suma y resta..... ‡818475

que es el log. tang 0° 53′; este es el ángulo horario de las 6 horas con la substilar, que se ha de colocar despues de la substilar, de modo que la substilar esté entre esta última linea horaria y la meridiana.

Como este relox declinante ácia el oriente estará alumbrado luego que el sol nazca, se calcularán los ángulos horarios hasta las 4 de la mañana.

166. Quando calculemos las horas de por la tarde, echarémos de ver que no se puede proseguir el cálculo mas allá de 25′ despues de las doce. Sin embargo como este relox puede señalar hasta las doce y tres quartos, es indispensable, para hallar este ángulo horario de las doce y tres quartos, señalar el ángulo horario correspondiente de por la mañana, que es el de las doce y tres quartos de la noche. Para hallar la distancia del sol al meridiano á las doce y tres quartos de la noche, se ha de tener presente que á las doce de la noche la distancia del sol al meridiano es de 180°; y como á las doce y tres quartos de la noche está 11° 15′ mas cerca del meridiano, se rebajarán de 180° estos 11° 15′, y quedarán 168° 45′ que espresarán la distancia del sol al meridiano á las doce y tres quartos de la noche, de cuya cantidad se rebajará (165) la diferencia de las longitudes, porque siempre está entre las horas de por la mañana; quedarán 85° 50′.

Log. sen seg. term..... 909041
Log. tang. 85° 50′ terc. term..... 1113757

Suma y resta..... 1022798

que es el log. tang. 59° 22′; este es el ángulo horario

Fig. rio de las doce y tres quartos de la noche, que se debe poner despues de la substilar.

Para sacar las doce y media del dia, hemos de buscar las doce y media de la noche, á cuya hora la distancia del sol al meridiano es de 172° 30′, y restando de esta cantidad la diferencia de las longitudes 82° 55′, restarán 89° 35′.

Log. sen. seg. term..... 909041
Log. tang. 89° 35′ terc. term..... 1213833

Suma y resta..... 1122874

que es el log. tang. 86° 37′; este es el ángulo horario respecto de la substilar para las doce y media de la noche.

167. Por lo que mira á las horas de por la tarde, solo podemos hallar por cálculo las doce y quarto, á cuya hora la distancia del sol al meridiano es de 3° 45′, que se han de sumar (161) con la diferencia de las longitudes 82° 55′, y sale la suma 86° 40′.

Log. sen. seg term..... 909041
Log. tang. 86° 40′ terc. term..... 1123475

Suma y resta..... 1032516

que es el log. tang. 64° 41′; este es el ángulo horario con la substilar á las doce y quarto.

Digimos arriba que este relox puede señalar las doce y tres quartos; luego se le deben añadir dos lineas horarias, para las doce y media y las doce y tres quartos, cuyos ángulos determinarémos con tomar el suplemento de los ángulos horarios de las doce y media, y doce y tres quartos de la noche. Y porque el ángulo horario de las doce y media de la noche es de 86° 37′, el ángulo horario de las doce y media del dia con la substilar será de 93° 23′. Y porque el ángulo horario de las doce y tres quartos de la noche es de 59° 22′, el ángulo horario de las

las doce y tres quartos del dia será de 120° 38′. Fig.

168. Pondremos aquí el modelo de una tabla, que es preciso formar, para escusar confusiones, en los cálculos de esta naturaleza. Está calculada respecto de un plano declinante 15° 18′ del medio dia, siendo 44° 50′ la altura del polo del lugar; la declinacion occidental del plano 15° 18′; el ángulo entre la meridiana y la substilar, 14° 52′; la altura entre el ege y la substilar 43° 10′; la diferencia de las longitudes, 21° 12′.

Horas desde mediodia en adelante.

Horas y quartos de hora.	Dist. del sol al meridiano.	Dif. entre la distanc. del sol al merid. y la dif. de las long.	Angulos horarios.	Diferencias.	Cuerd. de los ángulos horar.	Diferencias.
Doce y 15′	3° 45′	17° 27′	120 8′	160	211	46
30	7 30	13 42	9 28	157	165	46
45	11 15	9 57	6 51	156	119	45
1 hora	15 0	6 12	4 15	154	74	45
15	18 45	2 27	1 41	155	29	14
30	22 30	1 18	0 53	155	15	45
45	26 15	5 3	3 28	154	60	46
2 horas	30 0	8 48	6 3	156	106	45
15	33 45	12 33	8 39	160	151	46
30	37 30	16 18	11 19	162	197	47
45	41 15	20 3	14 1	166	244	48
3 horas	45 0	23 48	16 47	171	292	49
15	48 45	27 33	19 38	177	341	51
30	52 30	31 18	22 35	183	392	52
45	56 15	35 3	25 38	191	444	54
4 horas	60 0	38 48	28 49	199	498	55
15	63 45	42 33	32 8	208	553	58
30	67 30	46 18	35 36	218	611	60
45	71 15	50 3	39 14	230	671	64
5 horas	75 0	53 48	43 4	241	735	64
15	78 45	57 33	47 5	255	799	67
30	82 30	61 18	51 20	267	866	69
45	86 15	65 3	55 47	280	935	72
6 horas	90 0	68 48	67 27	292	1007	73
15	93 45	73 33	65 19	304	1080	73
30	97 30	76 18	70 23	314	1153	73
45	101 15	80 3	75 37	322	1226	73
7 horas	105 0	83 48	80 59	326	1299	70
15	108 45	87 33	86 25	110	1369	23
20	110 0	88 48	88 15		1392	

Ho-

Horas de por la mañana retrocediendo desde mediodia.

Horas y quartos de hora.	Dist. del sol al meridiano.	Dist. del sol al merid. adit. á la diferencia de las longitudes.	Angulos horarios.	Diferencias.	Cuerd. de los ángulos horar.	Diferencias.
45′	3° 45′	24° 57′	17° 39′	173	307	49
30	7 30	28 42	20 32	176	356	51
15	11 15	32 27	23 28	188	407	53
11 horas	15 0	36 12	26 36	193	460	55
45	18 45	39 57	29 49	202	515	57
30	22 30	43 42	33 11	211	572	59
15	26 15	47 27	36 42	222	630	61
10 horas	30 0	51 12	40 24	233	691	63
45	33 45	54 57	44 17	245	754	65
30	37 30	58 42	48 22	258	819	68
15	41 15	62 27	52 40	271	887	70
9 horas	45 0	66 12	57 11	284	957	72
45	48 45	69 57	61 55	296	1029	73
30	52 30	73 42	66 51	308	1102	73
15	56 15	77 27	71 59	316	1175	73
8 horas	60 0	81 12	77 15	323	1248	72
45	63 45	84 57	82 38	328	1320	71
30	67 30	88 42	86 6	229	1391	22
25	68 45	89 57	89 55		1413	

Com-

Fig. Compónese esta tabla, segun se vé, de siete columnas. En la primera van apuntadas las horas y quartos de hora que se quieren señalar en el relox; la segunda espresa la distancia del sol al meridiano, correspondiente á cada hora y quarto de hora. En la tercera están las diferencias que van de las distancias del sol al meridiano á las diferencias de las longitudes, porque la substilar está del lado de las horas de por la tarde (161). Por ser occidental la declinacion del plano, la substilar se debe colocar (154) del lado opuesto á la declinacion, esto es, al lado oriental donde están las horas de por la tarde; y respecto de la tabla de las horas de por la mañana, que están del lado de la meridiana opuesto á la substilar, la diferencia de las longitudes se suma (161) con la distancia del sol al meridiano, conforme se vé en la tercera columna.

En la quarta columna van apuntados los ángulos en el centro del relox, que forman las lineas horarias con la substilar, conforme los ha dado el cálculo, el qual, sea respecto de las horas de por la mañana, sea respecto de las de por la tarde, se ha llevado tan adelante como se ha podido; pues para el último ángulo horario de por la tarde, que es 7 horas 20′, la distancia del sol al meridiano, despues de rebajada la diferencia de las longitudes, es 88° 15′. Lo propio digo de las horas de por la mañana; la suma de la distancia del sol al meridiano y de la diferencia de las longitudes para el último ángulo horario de la tabla es 89° 55′; y no se ha proseguido mas, porque no puede pasar de 90°.

169. Veamos ahora si todos los ángulos horarios de la tabla son necesarios, si sobra ó falta alguno; esto es, si todas las horas que este relox puede señalar están en la tabla. Pronto veremos que ninguna linea horaria puede formar con la meridiana un ángulo de mas de 90°. El ángulo de una linea horaria con

con la meridiana se halla del modo siguiente; porque la tabla solo dá los ángulos respecto de la substilar. Fig.

170. 1.° Los ángulos de las lineas horarias que están entre la meridiana *CM* y la substilar *CS*, se hallan restando el ángulo que forma la substilar con la linea horaria, del ángulo que forma la substilar con la meridiana. 2.° Los ángulos que están mas allá de la substilar y del lado opuesto al de la meridiana en la parte *SAD*, se sacarán sumando dichos dos ángulos. 3.° Se sacarán los que están del otro lado de la meridiana en el espacio *ME*, tomando la diferencia entre el ángulo horario y el ángulo de la substilar con la meridiana, ó restando el ángulo de la substilar con la meridiana, del ángulo horario. 45.

171. En ningun relox vertical declinante del medio dia se debe señalar ninguna hora ó linea horaria que forme con la meridiana un ángulo que pase de 90°; quiero decir, que ninguna linea horaria puede estár mas arriba de una linea orizontal que pasára por el centro del relox, porque la sombra del ege nunca puede llegar mas arriba de dicha linea, pues este ege mira ácia abajo. No sucede lo propio con los reloges verticales declinantes del norte; porque como su ege mira ácia arriba, puede señalar horas mas arriba y mas abajo de su centro. Pero si el relox declinante de medio dia, no declinare mas que unos 34°, á la latitud de 44° 50′, podrá señalar las horas que no formaren mas de un ángulo recto con la meridiana. Como la tabla está calculada para una declinacion del plano que no llega á 34°, veamos si sobra ó falta algun ángulo horario.

172. Empezaremos por las horas de por la tarde, que están del lado derecho ú oriental del relox, entre las quales está la substilar. La última linea horaria que está en esta tabla es 7^h 20′, cuyo ángulo horario

Fig. rario es 88° 15′. Para averiguar qué ángulo forma este ángulo horario con la meridiana, le añadirémos el ángulo de la meridiana con la substilar, que es 14° 52′, y saldrán 103° 7′; y porque este ángulo pasa de 90°, se sigue de lo dicho que este ángulo horario no se puede señalar. Tampoco podemos señalar la linea horaria de las 7 de la tarde, porque la suma del ángulo de 80° 59′ y del ángulo de 14° 52′ es 95° 51′. Pero el relox podrá señalar 6 horas y media, cuyo ángulo horario es de 70° 23′, el qual añadido á 14° 52′, que es el ángulo de la meridiana con la substilar, compondrá un ángulo de 85° 15′; tambien podría señalar las 6 horas y 40′, porque su ángulo horario sumado con el ángulo que forma la meridiana con la substilar, forma un ángulo que no llega á 90°.

173. Por lo que mira á las horas de por la mañana, la primera linea horaria que está en la parte inferior de la tabla es 7^h 25′; pero como las horas de por la mañana están del lado occidental, y del otro lado de la meridiana, estas horas están en el caso espresado (170 3°). Así, para hallar el ángulo que forman con la meridiana las horas de por la mañana, se debe rebajar del ángulo horario el ángulo de la meridiana con la substilar. El ángulo horario de 7 horas 25′ es de 89° 55′, del qual debe rebajarse el ángulo de la meridiana con la substilar, que siempre es de 14° 52′; quedan 75° 3′, que es un ángulo horario mucho menor que 90°; por consiguiente el relox puede señalar otras horas antes por la mañana.

174. Para hallar los ángulos horarios de las horas de por la mañana antes de las que están en la tabla, se toman los suplementos de los ángulos horarios de por la tarde supernumerarios; porque se deben calcular á fin de que suplan sus suplementos lo que el cálculo no pudo dar para la mañana.

Veamos, pues, si se podrán señalar en el relox las

las 7 horas de la mañana. El ángulo horario de 7 Fig. horas de la tarde es de 80° 59′, cuyo suplemento 99° 1′ será el ángulo horario de 7 horas de por la mañana; y restando de este ángulo horario el ángulo de la substilar con la meridiana, que es de 14° 52′, quedarán 84° 9′ valor del ángulo que forma la meridiana con la linea horaria de 7 horas de la mañana. Parece, pues, que se puede señalar otra linea horaria en este relox antes de las 7 de la mañana, es á saber, la de las 6 y tres quartos.

Hallamos en la tabla que el ángulo horario de las 6 y tres quartos de por la tarde es 75° 37′, cuyo suplemento 104° 23′ será el ángulo horario de las 6 y tres quartos de la mañana; restando de este ángulo horario 14° 52′, quedarán 89° 31′, que serán el ángulo de la linea horaria de las 6 y tres quartos de la mañana respecto de la meridiana. Por consiguiente el relox cuyo cálculo está en la tabla puede señalar desde las 6 y tres quartos de la mañana hasta las 6 y tres quartos de la tarde.

175. La quinta columna de la tabla sirve para comprobar los ángulos horarios de la quarta columna, y espresa las diferencias entre los ángulos horarios. Esta columna se saca multiplicando los grados de un ángulo horario por 60′, y añadiéndole los minutos restantes, si los hubiere; se repetirá esta operacion para cada ángulo horario, y restando despues el menor del mayor, el residuo será la diferencia.

176. Los que no tuvieren escala de las cuerdas, necesitan de la sexta columna de la tabla, donde van apuntadas las cuerdas de los ángulos horarios; yá dejamos dicho (96) como se calcula esta columna. La séptima columna que sirve para verificar el cálculo de las cuerdas de los ángulos horarios, es muy facil de hacer; se empezará por la parte inferior de la tabla, restando el número menor del mayor, y se apuntará ca-

Fig. cada resta; estas restas serán las diferencias de una cuerda á otra. Los que tuvieren escala de cuerdas podrán escusar hacer las dos últimas columnas.

177. Cuestion IV. *Señalar en un relox vertical declinante del medio dia las primeras y últimas horas.*

En la resolucion de esta cuestion pueden ofrecerse dos casos; segun decline el relox mas ó menos que la amplitud máxima del sol. Quando decline menos, las primeras y últimas horas se determinarán como sigue.

178. Es preciso figurarse una parte de un relox
46. orizontal trazado para la latitud del lugar donde se ha de hacer el relox, la linea *CM* será la meridiana de dicho relox orizontal; *EO* será la linea de 6 horas de mañana y tarde; tírese una linea *AB* que pase por el centro *C*, y forme un ángulo *BCO* ó *ECA* igual á la declinacion del plano. Esta linea *AB* señalará las primeras y últimas horas que se deberán trazar en el relox vertical, segun las lineas horarias del relox orizontal con las quales fuere paralela. Todo está, pues, en saber con que linea horaria la linea *AB* será paralela, aunque no se tenga á la vista un relox orizontal. La siguiente analogía lo dará á conocer: *El seno de la altura del polo es al radio, como la tangente del ángulo horario igual al complemento de la declinacion del plano, es á la tangente de la distancia del sol al meridiano*, esto es, de un arco que se convertirá en horas, las quales señalarán la primera ó última hora.

Supongamos que la altura del polo sea de 48°, y la declinacion oriental del plano = 8°, la tangente de su complemento 82 será el tercer término, y el seno de 48° el primero.

Comp. aris. log. sen 48° alt. pol.....	012893
Log. tang. 82° terc. term.....	1085220
Suma.....	1098113

que

que es el log. tang. 84° 2′, los quales convertidos en tiempo dan 5 horas 36′; esta será la última hora de por la tarde que se podrá señalar en el relox vertical propuesto. Y como estos reloges pueden señalar 12 horas, esto es, las que no forman con la meridiana un ángulo que pase de 90°, síguese que este relox empezará á señalar desde las 5^h 36′ de la mañana. Fig.

179. Si la declinacion del plano fuese occidental, deberían restarse estas 5 horas 36′ de 12 horas; el residuo 6 horas 24 minutos sería la primera hora de por la mañana y la última de por la tarde, que se debería señalar en el relox declinante del medio dia menos que la amplitud máxima del sol.

180. Si la declinacion del plano fuese mayor que la amplitud máxima del sol, se hará primero la siguiente analogía: *La cotangente de la altura del polo sobre el plano, es á la tangente de la máxima declinacion del sol* 23° 28′, *como el radio es al seno de un arco*, cuyos grados convertidos en horas y estas añadidas á 6 horas, la suma será la hora á que se pondrá el sol respecto del orizonte paralelo al plano. Despues se hallará por la diferencia de las longitudes ó de los meridianos, que hora es en el lugar donde está el plano en el instante que el sol se pone respecto del orizonte paralelo al plano. Esta hora será la última que se podrá señalar en el plano.

Supongamos que un plano vertical decline 54° á la latitud de 48° 51′; la altura del polo sobre este plano será 22° 45′ (158); y la diferencia de los meridianos ó de las longitudes será 61° 19′ (159).

Compl. aris. log. tang 67° 15′ complemento de la altura del polo sobre el plano.....	962256
log. tang 23° 28′ declinacion máxima del sol.....	963761
suma.....	∤ 926017

que

Fig. que es el log. sen 10° 29′, los quales convertidos en tiempo hacen como unos 42′, y añadiéndolos á 6 horas, la suma 6^h 42′ será la hora á que se pone el sol respecto del orizonte paralelo al plano el dia del solsticio. Despues se buscará por la diferencia de los meridianos ó de las longitudes, que hora es en el lugar del plano, quando son las 6 y 42′ en el orizonte paralelo al plano. Como la diferencia de los meridianos en grados es 61° 19′, será en tiempo 4 horas 5′ 16″; se rebajarán, pues, estas 4^h 5′ 16″ de 6^h 42′, el residuo 2^h 36′ 44″ será la última hora que deberá señalarse en el relox.

181. Cuestion V. *Trazar por cálculo los reloges verticales declinantes del medio dia ó del septentrion.*

Se tendrá presente parte de lo dicho (152 y sig.), y se determinará el punto donde ha de estar el
45. centro *C* del relox, que ha de estar con poca diferencia ácia el medio de la parte superior del plano, conforme manifiesta la figura, si la declinacion no fuere mucha. Se plantará en el punto *C* una tachuela ó un clavillo de alambre, y mejor será de cobre, del grueso de un cañon de pluma, y de una pulgada de largo; se le meterá todo en la pared, de modo que la cabeza esté ras con ras con ella, en medio de la cabeza se hará un hoyo algo hondo con un punzon de punta fina bien que corta; este hoyo será el centro del quadrante.

182. Si la declinacion del relox fuese mucha, como de 40 ó 50 grados, el centro *C* en vez de estar en medio del relox, habrá de estar un poco de lado, para que quede mas lugar del lado donde se hubieren de señalar mas lineas horarias; y esto se echará de ver quando se trazare el relox en el piso de un quarto ó en un carton (152), operacion preliminar que escusará mucho trabajo inutil.

183. Encima del centro *C* se colgará un hilo ó una he-

bra de seda, que llegue hasta el borde inferior del Fig.
plano, teniendo presente lo prevenido (144), pa- 45.
ra señalar la linea de medio dia *CM*, que ha de ser puntualmente vertical, cuya linea *CM* ha de pasar por el centro *C* del relox. Desde el centro *C* se trazará un semicírculo *DME*, cuyo radio sea igual al radio de la escala de las partes iguales que rige. Si el plano fuese de mucha estension, será preciso que este radio sea muy grande, y tan grande como consienta el plano, y aun de cinco ó seis pies; por manera que si el práctico se sirviere de una escala de cuerdas, será preciso que su radio, que es la cuerda de 60°, tenga de largo 5 á 6 pies, ó 4 ó 5000 partes. Si se sirviere de una escala de partes iguales, se tomará un radio de 4 ó 5000 partes; entonces se multiplicará cada cuerda de las que lleva la sexta columna de la tabla, por 4 ó 5. Si se hiciere la operacion con un compas de vara, que lleve una escala de cuerdas, se asegurará la una de las cajas en el estremo donde empieza la escala, y la otra en el grado 60, y con esta abertura se trazará el semicírculo *DME* sin señalarle mucho, apoyando la una punta en el hoyo del centro *C*.

184. Se trazará desde luego la substilar *CS*. Para cuyo fin se buscará en la tabla (168) el ángulo de la substilar con la meridiana, que es de 14° 52′; se tomará en la escala de las cuerdas la distancia de una caja á otra de 14° 52′; se plantará la una punta en el punto *M*, donde el semicírculo *DME* corta la meridiana *CM*, y en el mismo semicírculo se señalará un punto *S* del lado oriental del quadrante (154), porque en el caso propuesto la declinacion del plano es occidental. La linea *CS* tirada desde el centro *C* del relox al punto *S* será la substilar. El que solo tuviere escala de partes iguales, buscará la cuerda del ángulo de la meridiana con la subs-

Fig. 45. substilar 14° 52′; con cuya mira tomará la mitad de 14° 52′, que es 7° 26′, cuyo seno es de 1293725 partes; se sacará el duplo de este número que es 2587450, descartando quatro guarismos; quedarán 259 partes para la cuerda del ángulo de la substilar con la meridiana. Suponemos que el radio del semicírculo *DME* es de 1000 partes.

185. Despues de señalado el punto *S* de la substilar en el semicírculo, se le plantará una tachuela de cobre, del mismo modo que en el centro *C* del relox, que esté ras con ras con el plano; se hará un hoyito en el punto de interseccion del semicírculo y de la linea substilar, sobre cuyo punto se plantará la una punta del compas, y desde allí se señalarán todos los puntos horarios en el semicírculo *DME*.

186. Se señalará en el semicírculo el ángulo de la altura del ege respecto de la substilar, cuyo ángulo es por la tabla de 43° 10′; se tomará en la escala de las cuerdas la distancia del ángulo de 43°10′, y se llevará desde el punto *S* de la substilar ácia *A* al punto *A*, por cuyo punto se tirará una linea desde el centro *C*. La linea *CA* será la de la altura del ege respecto de la substilar. El que no tuviere mas que una escala de partes iguales, buscará la cuerda de 43° 10′ (96), y la llevará sobre el semicírculo desde *S* á *A*. La linea *CA* representará el ege del relox.

187. En el semicírculo *DME* se señalarán todos los puntos horarios, haciendo que todos salgan desde el punto *S*; y especificarémos algunos para mayor instruccion.

Empezando por el lado oriental del quadrante, donde está la substilar entre las horas de por la tarde, se halla en la tabla (168) que el ángulo horario de las doce y quarto es de 12° 8′; se tomará en

en la escala de las cuerdas del compas de vara la distancia de 12° 8′, del qual se plantará la una punta en el punto *S* de la substilar, y se señalará en el semicírculo ácia *M* el punto horario de las doce y quarto. Para las doce y media el ángulo horario es, por la tabla, de 9° 28′; y se le llevará igualmente con el compas de vara al medio círculo desde el punto *S* ácia *M*. Fig. 45.

Para la una y quarto, el ángulo horario es de 1° 41′, y se llevará desde *S* ácia *M*. Para la una y media el ángulo horario es de 53′ no mas, y se le trasladará tambien con el compas de vara desde *S* á *D* al otro lado de la substilar, opuesto á la meridiana. Para la una y tres quartos el ángulo horario es de 3° 28′, y se le llevará sobre el semicírculo desde *S* ácia *D*.

188. Hemos hallado (172) que este quadrante puede señalar hasta las seis y media de la tarde, cuyo ángulo horario 70° 23′ se llevará desde *S* ácia *D*. Suponemos en todo esto que el práctico tenga una escala de cuerdas. Si no tuviere mas que una escala de partes iguales, se valdrá de la sexta columna de la tabla, donde ván señaladas todas las cuerdas de los ángulos horarios, y se llevarán en el semicírculo desde el punto *S* ácia *M* ó *D*, segun fuere el caso. Estos intervalos de las longitudes de cada cuerda es mejor tomarlas con un compas de vara qualquiera, que no con un compas comun, á excepcion de las cortas distancias, quales son los ángulos horarios mas inmediatos á la substilar.

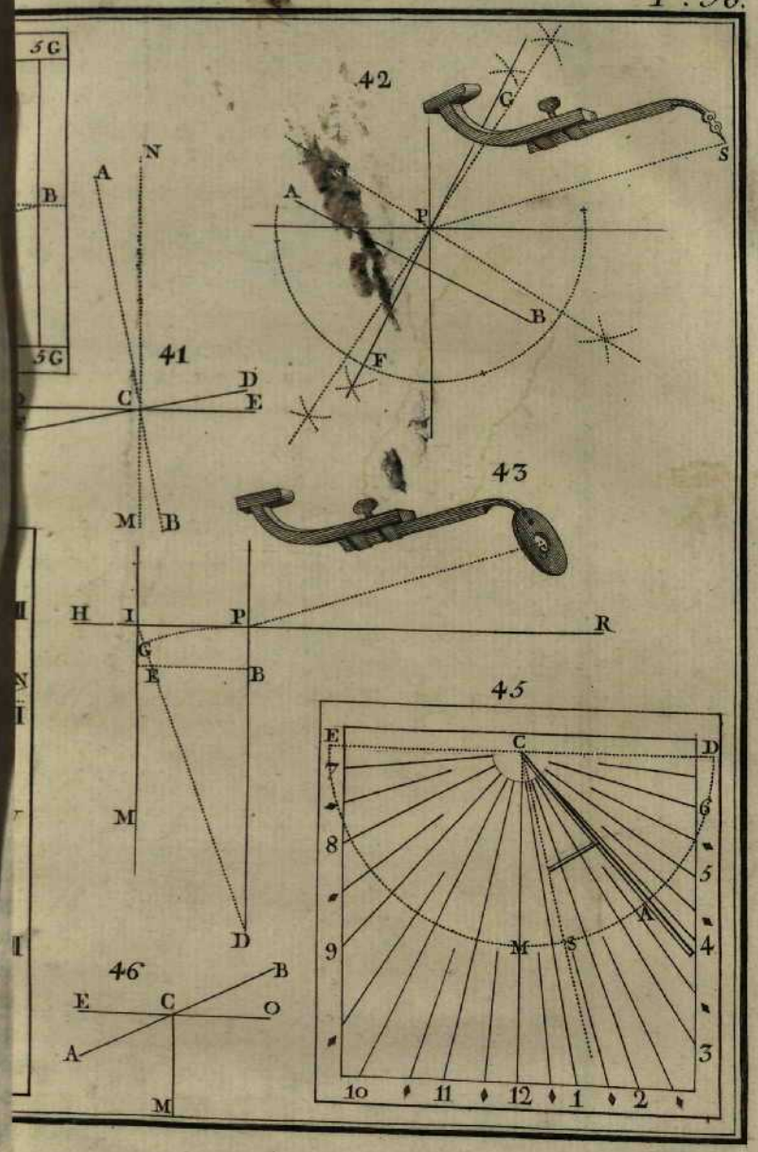
189. Una vez señalados todos los puntos horarios de las horas de la tarde del lado oriental del quadrante, se practicará lo propio con los ángulos horarios de por la mañana, que se colocarán del lado occidental. Por egemplo, el ángulo horario de las 11 y 3 quartos es de 17° 39′; se llevará la distancia de este ángulo desde *S* mas allá de la meridia-

Fig. diana del lado occidental del quadrante, y siempre en el semicírculo. Para las 11 horas, el ángulo horario es de 26° 36′; se llevará la cuerda de este ángulo desde *S* mas allá de la meridiana, ácia *E*. Se proseguirá á este tenor respecto de todos los ángulos horarios de por la mañana, llevando al semicírculo todas las distancias, plantando la una punta del compas de vara sobre el punto *S* de la substilar, y la otra punta ácia *E* sobre el arco *SE*.

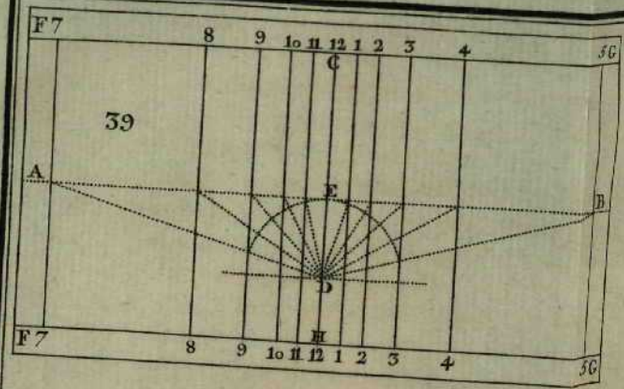
Hemos hallado (174) que este quadrante puede empezar á señalar desde 6 horas y tres quartos, y que el ángulo horario de 6 horas tres quartos es de 104° 23′; se llevará este ángulo poniendo la una punta del compas de vara en el punto *S*, y la otra punta sobre el semicírculo ácia *E*.

190. Para hallar la cuerda de este ángulo horario de 6 horas tres quartos 104° 23′, sin escala de cuerdas, se practicará lo propuesto (96), donde queda declarado como se halla la cuerda de un ángulo de número impar qual es este. Dejamos dicho (101) que quando ocurre formar un ángulo mayor que los que ván señalados en la escala de las cuerdas, qual es el de 104° 23′, se le llevará en dos veces al semicírculo; se puede tomar por egemplo 55 grados, y llevar esta distancia desde el punto *S* sobre el semicírculo ácia *E*, restar 55° de 104° 23′, quedarán 49° 23′; despues se tomarán 49° 23′, se llevarán al semicírculo, desde el punto donde se hubiere señalado el grado 55 ácia *E*, contando siempre desde el primer grado en el principio de la escala de las cuerdas. Pero si no tuviere el práctico mas escala que la de partes iguales, y por no tener un compas bastante grande, tiene que llevar en dos veces la cuerda de un ángulo; como es forzoso llevar la cuerda en linea recta, y no se sabe todavía donde rematará, será preciso se valga de una regla bastante lar-

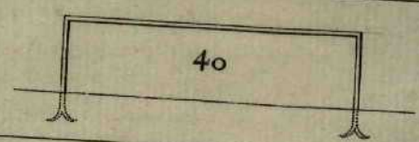
ga,



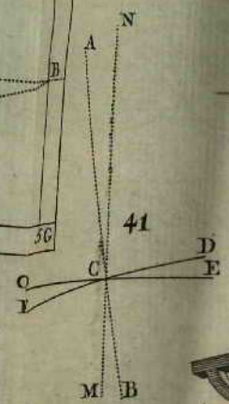
39



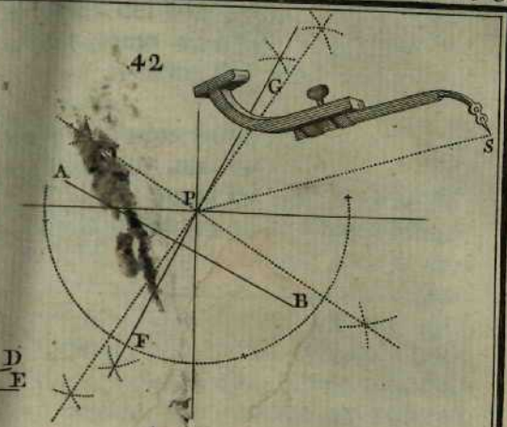
40



41

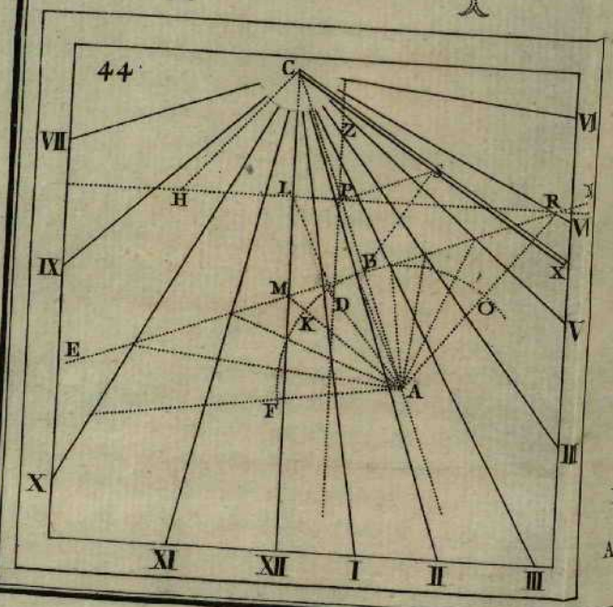


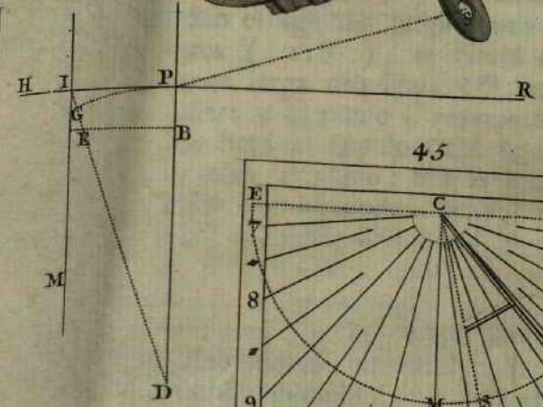
42



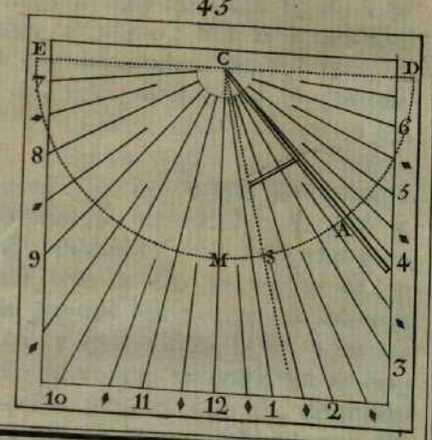
43

44

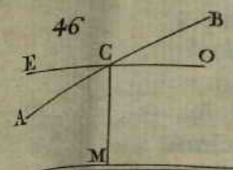




45



46



ga, plante el un estremo del borde de la regla en *S*, Fig.
y señale ácia el otro estremo el punto donde remata la cuerda del ángulo en cuestion, y traslade de este modo este punto al plano.

191. Despues de señalados todos los puntos horarios, se aplicará al plano una regla larga recien recorrida para trazar con la punta de un cuchillo las lineas horarias, manteniéndole en una misma situacion desde el un estremo al otro; estas lineas se estamparán en el plano, dejándolas sin embargo bastante finas. Las lineas de las horas enteras se trazarán en toda su longitud, las de las medias horas mas cortas, y las de los quartos mas cortas todavía.

192. Los reloges declinantes del septentrion se trazan del mismo modo que los demás (155).

193. Cuestion VI. *Declarar como se coloca el ege en los reloges verticales declinantes y no declinantes.*

Despues de hecho el ege tan largo como es menester segun digimos (118), se tirará encima
de una mesa bastante larga una linea *CO*, que re- 47.
presentará la substilar, y el punto *C* representará el centro del relox. Se hará el ángulo *OCL* igual á la elevacion del polo sobre el plano, ó á la altura del ege sobre la substilar que suponemos de 43° 10′.

Acia el medio *G* del ege, se trazará el sustentáculo grande *GI*, prolongándole mas allá de la linea *CO* como unas 6 pulgadas, esto es, la parte *DI* que se ha de meter en la pared. Se trazará otro sustentáculo *KH* mncho menor á unas 4 ó 5 pulgadas del estremo *C*, dándole 4 ó 5 pulgadas mas por razon de la parte que se ha de meter en la pared. El sustentáculo grande ha de ser de mucho aguante, por cuyo motivo ha de tener unas 9 ó 10 lineas en quadro en la parte que se mete en la pared, yendo en diminucion ácia el ege *G*, de modo que sea un si es no es menos grueso que el ege. Si

Fig. el relox estuviere muy alto, el ege deberá tener
47. unas 7, 8 ó 9 lineas de diámetro, y menos en proporcion si el relox estuviere bajo. Este ege ha de rematar en punta muy sutil por ambos estremos; pero esta punta ha de venir desde lejos en el estremo *C*, y muy corta en el estremo *L*. Ha de ser redondo y de igual grueso en toda su longitud, y tambien será bueno que vaya en diminucion ácia el estremo *C*. Se ha de poner sumo cuidado en que la punta de cada estremo esté en medio del ege. Se remacharán muy bien los sutentáculos sobre la varilla del ege, procurando que se mantenga muy derecho de un estremo á otro, quando está en la situacion en que se ha de colocar; porque suele torcerse un poco, y se pone convexo ácia arriba; por cuyo motivo es del caso darle algo de pandéo ó concavidad al contrario, á fin de que quando esté puesto en su lugar se mantenga derecho.

194. No basta que esté bien hecho el ege; la dificultad está en colocarle bien. Este es un punto esencialísimo, y si el ege no estuviere puntualmente en el ege del mundo, todo el quadrante será falso.

195. Por no errar esta operacion se determinará por cálculo la distancia de *B* á *L*, en el supuesto de ser la distancia *BC* igual al ege *CL*; para cuyo fin se medirá puntualmente el ege, y despues se hará la siguiente analogía: *El radio es á la longitud del ege* CL *ó* BC, *como el seno de la mitad del ángulo* BCL *entre la substilar y el ege es á la mitad de la base* BL.

Supongamos que el ege *BC* coja de largo 4564 partes, y el ángulo *BCL* sea de 43° 10′

log. de 4564 seg term..... 365935
log. sen mitad 43° 10′ = 21° 35′..... 956568

suma y resta..... 1322503

que

que es el lóg. de la mitad de la distancia *BL*, que Fig.
corresponde á 1679; esta es la mitad de la distan- 47.
cia de *B* á *L*. El duplo de este número, ó 3358, es-
presará la distancia de *B* á *L* en partes de la escala
de las partes iguales, cuya distancia se llevará des- 48.
de *C* á *X* de la escuadra doble.

196. Estando todo dispuesto de este modo, se llevará el ege á su lugar, haciendo que su varilla quadre con la linea *OM*, que es la que representa el ege, y los dos sustentáculos caerán encima de la substilar *OS*; por manera que todo el ege estará aplicado á la pared. Se señalarán los agugeros para los sustentáculos en los parages donde estos cortaren la substilar. Despues de señalados los agugeros se quitará el ege, y se mandarán hacer los agugeros.

Despues se tomará la medida de todo el ege, se la llevará sobre la substilar desde *O* á *P*, y se tirará por el punto *P* una perpendicular *RT* á la substilar, prolongándola de cada lado con poca diferencia tanto como el pie *AB* de la escuadra doble.

197. Hechos los agugeros se arrimará el ege á su lugar en la misma situacion que debe estar, y los sustentáculos en sus agugeros. El estremo *O* en el agugerito *O* del centro del relox. Se colocará la escuadra doble sobre el plano, de modo que el borde del pie *AB* esté puntualmente sobre la linea *RT* que atraviesa la substilar. Se hará que la linea *CD* de la escuadra doble convenga con el punto *P* de la substilar; se levantará así la escuadra doble hasta que el estremo *L* del ege esté en el punto *X* de la escuadra doble, y se hará que el borde *AB* de su pie esté muy arrimado á la pared, despues de metidas las puntas.

198. Una vez hechos los agugeros en la pared bastante grandes para que entren con desahogo los sustentáculos, y puesta la escuadra doble conforme se ha dicho, se mandará á dos peones que sosten-

 gan

Fig. gan su pie, teniéndola muy aplicada á la pared, sosteniendo al mismo tiempo otro hombre su estremo superior, de modo que el punto *X* casi toque la punta inferior del ege. Otro peon sostendrá el ege
48. no por la varilla de hierro, á lo qual no ha de llegar, sino por su sustentáculo grande, poniendo sus manos muy cerca de la varilla de hierro, y arrimándola fuertemente al agugerito del centro del relox. El peon que mantuviere así inmobil el ege no ha de perder de vista el punto *X* de la escuadra doble, y el otro que sostiene el estremo superior de la escuadra doble, tampoco perderá de vista el punto *X*, para mantenerle siempre muy arrimado al estremo inferior del ege, sin que llegue á tocarle.

Estando todo dispuesto conforme acabamos de individualizar, un albañil llenará los agugeros con yeso muy bueno, macizándolos con pedacitos de ladrillo como nueces. Meterá muy adentro el hierro y los pedazos de ladrillo, sin forzar de ningun modo los pies del ege. Proseguirá haciendo lo mismo hasta llenar los agugeros, dejándolos ras con ras con la superficie del relox, sin poner ningun tentemozo. Así que los agugeros estén bien tapados, si el yeso fuese bueno y bien amasado, estará yá seco al rematarse la operacion. Con esto estará bien sentado el ege, y se mantendrá en la situacion que se le hubiere colocado.

199. Pero no basta haber colocado el ege, es preciso asegurarse de que está en su verdadera situacion. Para cuyo fin tómense en la linea *RT* de cada lado de la substilar *OS* dos distancias iguales *RP*, *PT* de quantas partes iguales se quiera, pongo por caso la mitad de la distancia de *C* á *X* de la escuadra doble. Quádrese el número de partes que caben en el espacio *RP*; quádrese tambien el número de partes que cogiere el espacio *CX* de la es-

escuadra doble; súmese el quadrado de *CX* con el Fig.
de *PR*; sáquese la raiz quadrada de la suma; esta 48.
raiz será la distancia de los puntos *R* ó *T* al punto *L* que es el estremo del ege. Se tomará, pues, en el compas de vara el número de partes que en dicha raiz cupiere; se plantará la una punta del compas en el punto *R*, la otra ha de ir á tocar el estremo *L* del ege; se practicará lo propio en el punto *T*. Si la punta del compas fuere á dar igualmente en el estremo *L* del ege, será señal de que está bien colocado.

Si la parte *CX* de la escuadra doble cogiese, por egemplo, 3358 partes, y la parte *PR* 1682, se sumará 11276164 quadrado de 3358 con 2829124 quadrado de 1682, y de la suma 14105288 se sacará la raiz quadrada 3755 ó 3756. Se tomará, pues, en el compas de vara la distancia de 3756 partes.

De los Reloges verticales sin centro.

200. Llámase *relox sin centro* al que le tiene fuera del plano. Es indispensable hacer un relox vertical sin centro quando es mucha la declinacion del plano. La razon es que quanto mas el plano declina, tanto mas apretadas han de estar las lineas horarias en las inmediaciones de la substilar; y si la declinacion del plano fuese todavía mayor, las lineas horarias estarían tan apretadas, que se tocarían. Tambien se puede hacer, si se quiere, un relox sin centro aunque sea corta la declinacion del plano, como quando se quiere que estén mas apartadas las horas, yá para señalar los minutos de cinco en cinco, yá para que se distingan desde mas lejos.

201. Un relox vertical sin centro no se distingue de un relox ordinario, cuyas lineas horarias fuesen muy largas de arriba á bajo, pongo por caso de 20 pies, del qual se quitasen despues de acabado 12 pies en su parte superior, á fin de que no quedasen mas que 8 pies.

Fig. 202. El cálculo de los ángulos horarios de los reloges sin centro se hace del mismo modo que para los reloges cuyo centro está en el plano.

203. Cuestion I. *Trazar un relox vertical sin centro.*

Supondremos que el plano decline del medio dia 89° 15′, y que la altura del polo sea 46° 20′; darémos para trazarle un método que sirve para todos estos reloges, esté cerca ó lejos del plano el centro.

49. Sobre una mesa ó sobre el plano mismo se tirará la orizontal *HR*, y en ella se tomará un punto *P* haciendo que por él pase la substilar. Se determinará en el mismo punto la altura del estilo, pongo por caso de 250 partes de la escala. Para trazar la substilar, se hará en la orizontal *HR* el ángulo *pPR* igual al complemento del ángulo formado por la meridiana y la substilar. En el caso propuesto el ángulo *pPR* es de 46° 20′, complemento de 43° 40′, que por lo dicho (157) será el ángulo de la meridiana con la substilar. Este ángulo *pPR* se hará cabalmente de dicho valor con tomar en la *HR* la parte *PR* de 500 partes de la escala; sobre el punto *R* se levantará la perpendicular *RN*, dándola tantas partes de la escala quantas cupiesen en la tangente del ángulo *pPR*, despues de quitarla algunos guarismos. Esta tangente en el caso actual es de 1048 partes, de las quales se tomará la mitad no mas, porque no se le han dado mas que 500 partes á la distancia de *P* á *R*. Se le darán, pues, á *RN* 524 partes de la escala. Determinado el punto *N* en la *RN*, se tirará la *PNp*, que pasa por *PN*; esta será la substilar.

204. Para tirar una paralela á la equinoccial, se tirará una perpendicular *EQ*, que pase por el punto *P* en cuya paralela se han de determinar los ángulos horarios, por medio de la siguiente analogía: *La*

La tangente del ángulo que forma el ege con la substilar, en este caso es 31′, *es á la altura del estilo de* 250 *partes*, *como la tangente del ángulo en el centro del relox entre la substilar y la linea horaria de* 11 *horas*, en el caso actual es 1° 52′, *es al número de las partes de la escala que coge la parte* P 11 *de la paralela á la equinoccial.* Fig. 49.

Compl. aris. log. tang 0° 31′	204490
log. 250	239794
log. tang 1° 52′	851310
Suma y resta	1295594

que corresponde al número 903. Por consiguiente desde *P* á 11 habrá 903 partes de la escala, y será el punto horario de las 11.

Haciendo la misma analogía respecto de cada punto horario, se sacará *P*10 de 420 partes; *P*9 de 242; *P*8 de 137; *P*7 de 65; *P*6 de 2; *P*5 de 73; *P*4 de 162. Si se llevan estas distancias de la escala de las partes iguales sobre la paralela á la equinoccial *EQ*, empezando desde el punto *P*, quedará determinado un punto de cada linea horaria. Pero para trazar estas lineas es preciso determinar otro punto de cada una.

205. Trácese, pues, con esta mira otra paralela *epq* á la equinoccial tan lejos como se pueda de la primera *EPQ*. Bastará tirar la linea *epq* paralela á *EPQ*. Mídase con el compas de vara la distancia que hubiere entre las dos paralelas desde *P* á *p*, y supongamos que coja 939 partes de la escala de las partes iguales. Búsquese despues la distancia de *P* al centro del relox por esta analogía: *La tangente del ángulo que forma el ege con la substilar, que aquí es de* 31′, *es á la altura del estilo de* 250 *partes*, *como el radio es á la distancia que se busca desde* P *al centro del relox.*

Fig. 49. Compl. aris. log. tang. 0° 31′..... 204490
log. 250..... 239794

Suma..... 444284

que corresponde á 27723 partes que espresan la distancia del punto *P* al centro del relox. De 27723 se restarán las que hay desde *P* á *p*, esto es, 939, y la resta 26784 señalará que desde *p* al centro del relox hay 26784 partes. Para sacar la altura del estilo sobre la substilar en el punto *p*, se dirá: *La distancia del punto* P *al centro del relox*, *que aquí es* 27723 *partes*, *es á la distancia del punto* p *al mismo centro*, *que aquí coge* 26784 *partes*, *como la altura* PS *del estilo ó* 250 *partes*, *es á la altura del mismo estilo en el punto* p *de la segunda paralela.*

Compl. aris. de 27723..... 555716
log. de 26784..... 442787
log. de 250..... 239794

Suma..... 238297

que es el log. de 241 cuyo número espresará la altura del estilo de *p* á *s*. Despues se repetirá el cálculo de la analogía de antes (204) para hallar los puntos horarios en la segunda paralela *epq*.

Daremos un egemplo para el punto horario de 11 horas

Compl. aris. sen 0° 31′..... 204492
log. 241 alt *ps*..... 238202
log. tang 1° 52′..... 851310

Suma..... 294004

que corresponde á 871: este número espresa la distancia desde *p* al punto de las 11 en la paralela *eq*. Prosiguiendo el cálculo sacaríamos *p*10 de 404 partes; *p*9 de 233; *p*8 de 132; *p*7 de 62; *p*6 de 2; *p*5 de 70; y *p*4 de 155 partes; tirando lineas por los puntos determinados en ambas paralelas, estas serán las lineas horarias.

Fig. 49. 206. El ege *Ss* se ha de poner sobre la substilar *Pp* en ángulos rectos; la altura del estremo inferior *S* ha de ser igual á la del estilo en el parage *PS*. El estremo inferior *ps* del mismo ege tendrá tambien la misma altura que el estilo *ps*; por manera que suponiendo que haya en realidad dos estilos *PS* y *ps*, sería preciso que sus vértices *S* y *s* estuviesen en medio del grueso del ege *Ss*.

207. Si el relox, que llamarémos *oriental*, *declinante ácia medio dia*, declinára ácia el septentrion, entonces en lugar de hacer venir las lineas horarias desde un centro puesto ácia la parte superior del plano, se las haría venir desde un centro puesto ácia la parte inferior del relox, y el ege miraría igualmente ácia arriba; las lineas horarias vendrian desde abajo ácia la derecha, si el relox septentrional declinára ácia el occidente; ó ácia la izquierda, si declinára ácia el oriente. Así, luego que se ven reloges que tienen sus lineas horarias mas apartadas unas de otras ácia arriba que ácia abajo, son siempre septentrionales. Si su ege está en situacion oblicua, son declinantes. Si las lineas horarias fuesen paralelas, serían muy declinantes.

208. Cuestion II. *Plantar el ege de los reloges verticales sin centro.* 50. 51.

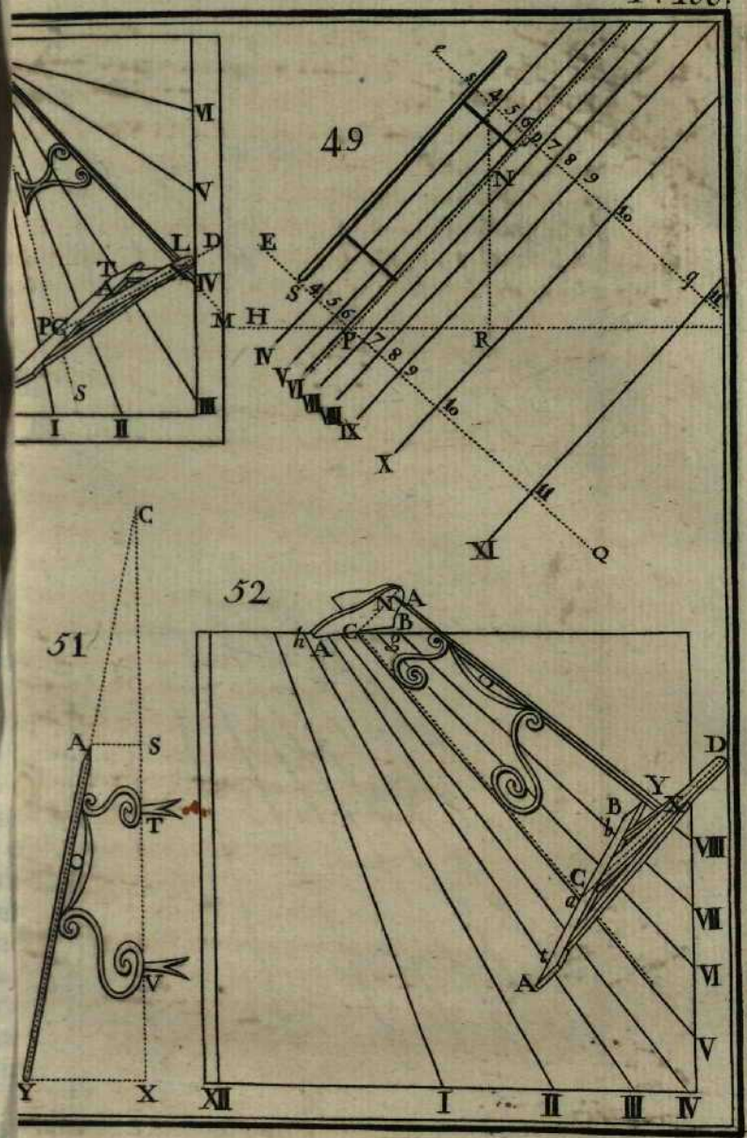
En el caso de no estár el centro muy distante, se trazará encima de una mesa la linea indefinita *CSX*, que representará la substilar *CfX*. Se trazará tambien la linea *CAY*, que forme el ángulo *XCY* igual á la altura del ege sobre la substilar. En el quadrante, trazado de antemano en el suelo ó en un carton, se determinarán los puntos *f* y *X* en la substilar, que sirven para determinar quanto se le ha de dar de largo al ege. Tomaráse la $CS = Cf$, y la $SX = fa$; tiraránse las perpendiculares *SA*, *XY*, iguales á las distancias *fg*, *aY*, y se tirará la recta *CY* que determinará la longi-

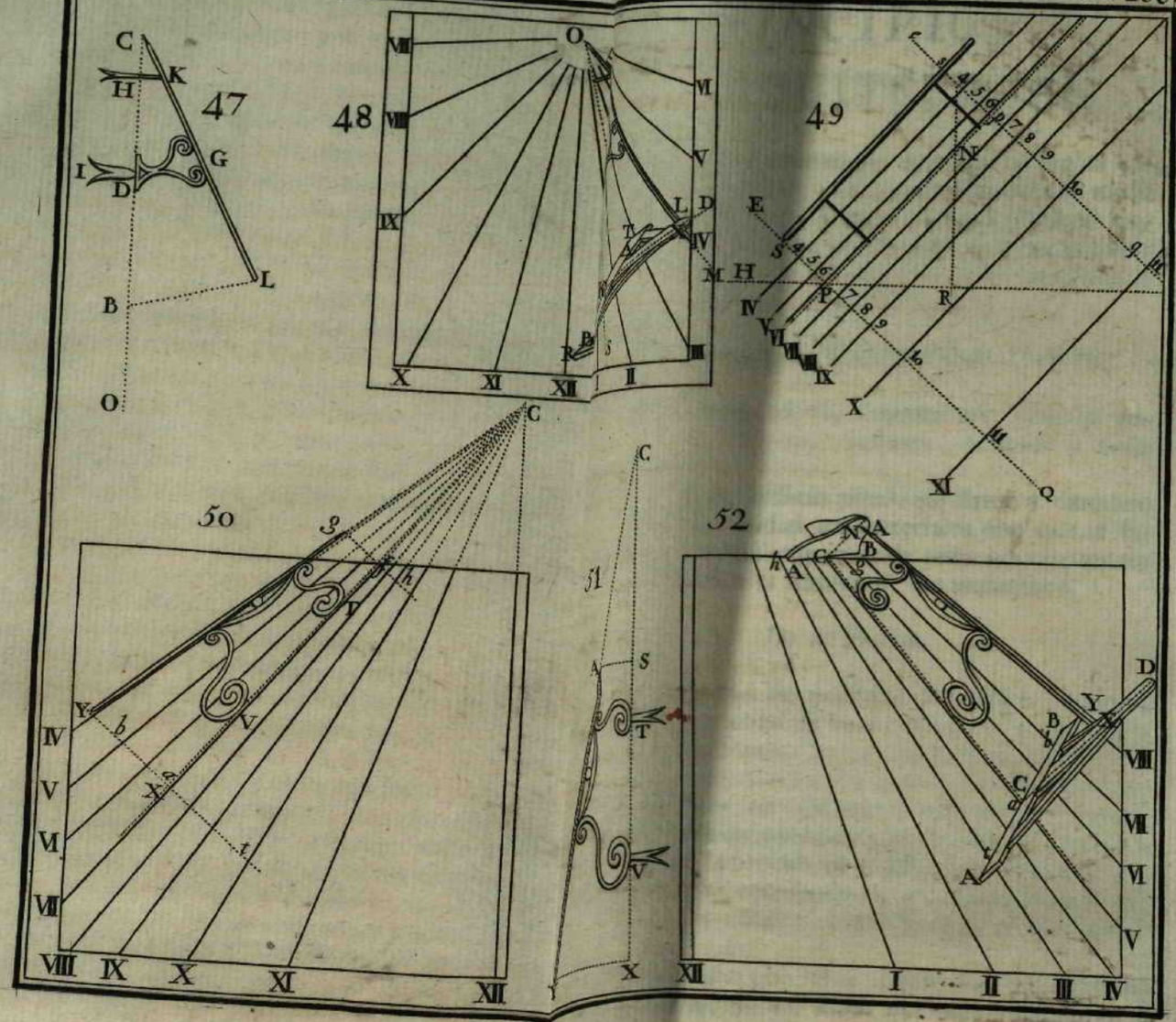
Fig. gitud *AY* del ege. Se encargará el ege con sus sus-
50. tentáculos á un cerragero; por los puntos *a* y *f* se ti-
51. rarán las lineas *bt* y *gh* perpendiculares á la substilar;
52. se llevará la distancia *XY* á la escuadra doble desde *C* á *X*; se llevará tambien la distancia *AS* á la escuadra triple desde *C* á *N*; despues se presentará el ege
50. sobre la linea *AY*, tendiendo sus sustentáculos sobre
51. la *CX*, en la qual se señalarán los puntos *T*, *V*; en la substilar *CX* se tomarán las distancias *fT* y *aV* iguales á las distancias *ST*, *VX*. Se mandarán hacer en *T* y *V* dos agugeros en los quales se asegurarán un poco los dos sustentáculos, de modo que se puedan
52. sacar ó meter, á fin de que aplicando la base *ACB* de la escuadra doble sobre la recta *bat*, su punto *C* sobre el punto *a*, y al mismo tiempo la base *ACB* de la escuadra triple sobre la recta *gh*, su punto *C* sobre el punto *f*; la punta inferior *Y* del ege esté en el punto *X* de la escuadra doble, estando su punta superior *A* en el punto *N* de la escuadra triple. Toda esta operacion está representada en la figura que citamos, y bueno será volverla á leer mirándola. Representa un quadrante de la misma declinacion y para la misma latitud que el de antes. No hay mas diferencia sino la de que mira al occidente.

Estando todo dispuesto conforme se deja dicho, se hará asegurar el ege, teniendo presentes todas las prevenciones especificadas (193 y sig.) que se puedan aplicar al caso actual; si el ege fuese muy largo, se le pondrán dos sustentáculos.

51. 209. Si el centro del relox estuviese muy distante, se tirará la linea *SX* de una longitud que quadre con la substilar del quadrante, terminada en sus dos estremos con la posicion de los dos estilos: despues se tirarán las dos perpendiculares *XY* y *SA* iguales cada una á la altura de cada estilo; lo demás se practicará conforme se dijo poco há (208).

PRIN-




47
48
49
50
51
52
C
K
H
G
I
D
L
B
O
X
XI
XII
II
III
IV
V
VI
VII
VIII
IX
E
M
P
R
Q
Y
T
S
A
N

PRINCIPIOS DE ARQUITECTURA.

210. ES la Arquitectura un arte que dá reglas para construir qualesquiera fábricas de modo que sean firmes, acomodadas y vistosas. Aunque hay varias especies de arquitectura, aquí solo tratarémos, y esto con brevedad, algunos puntos de la arquitectura civil, y de la arquitectura hidraúlica. Fig.

DE LA ARQUITECTURA CIVIL.

211. El obgeto de la arquitectura civil es enseñar cómo se fabrican ciudades, templos y casas particulares.

Como ningun edificio puede ser firme y duradero si son de mala calidad los materiales con que se fabrica; nos toca declarar antes de todo las circunstancias en que estriba la bondad de los materiales.

De la Piedra.

212. No todas las canteras dan piedra de igual consistencia; de unas se saca muy dura y compacta, y de otras algo blanda. La piedra dura es muy á propósito para aguantar mucho peso y las inclemencias del tiempo, por ser sus partes mas sólidas y compactas. Es perfecta quando no tiene huecos, es sonora, y de igual densidad en todas sus partes. La piedra blanda debe emplearse en las partes menos importantes de un edificio, ó en las que no han de sostener mucho peso.

213. Es regla general y segura colocar la piedra en la fábrica del mismo modo que está colocada en la can-

Fig. cantera; quiero decir, que las que se hallan en sus canteras á manera de grandes moles, se pueden colocar como se quiera; pero las que se hallan en camas ó tongadas, se han de sentar del mismo modo. Así aguantan mucho mas peso, del mismo modo que un libro encuadernado en pasta sostiene mas peso sobre la cubierta que sobre sus cortes.

214. Entre las piedras duras formadas en camas se halla una especie de moho ó piedra á medio formar, que es esencial quitarlas antes de emplearlas. Y como la piedra sale algo húmeda de la cantera, es provechosísimo dejarla que se seque y se pasen algunos meses antes de gastarla.

Del Ladrillo.

215. Es opinion generalmente recibida que las paredes de ladrillo son de mas duracion y aguante que las demás, particularmente contra los incendios, porque el fuego no calcina el ladrillo. La tierra con que se hace ha de ser gredosa, blanquecina y dócil; quiero decir, que al apretarla entre los dedos se ha de estender, sin hendirse, y no ha de ser arenisca. Lo mas acertado sería sacarla en otoño, amasarla en invierno, y fabricar los ladrillos en la primavera. Quando se fabrican en invierno, conviene cubrirlos con arena y paja en el estío; déjense secar dos años á la sombra, y despues cuézanse. Algunos autores aconsejan como una práctica provechosísima dejar en los ladrillos grandes y gruesos varios agugeritos á fin de que se sequen con mas facilidad y el fuego los cale mejor; con el mismo fin aconsejan que se mezcle paja con el barro, bien que otros autores son de sentir que la mezcla de la paja con el barro dá lugar á una fermentacion interior que divide y tritura, digamoslo así, las moléculas de la tierra, y pone mas fina la masa con lo que sale tambien mas fino y mejor el ladrillo. Fig.

216. El ladrillo es perfecto quando descansando sobre dos apoyos sostiene mucho peso; quando es ligero, sonoro; despues de haber resistido los hielos de un invierno por lo menos; y quando despues de metido en el agua apenas muda de color.

217. Hombres de mucha inteligencia en estas materias quisieran que se volviesen á gastar ladrillos triangulares, y es cierto que los usaron los antiguos, particularmente los Romanos, como lo manifiestan algunas de sus fábricas, y lo que se ha encontrado estos años pasados en el palacio de Venecia, puestos en obra como *ABC*, lo mismo que dice *Alberti*. Estos 53.
ladrillos triangulares se pueden fabricar haciendo uno grande quadrado *D*, y dividiéndole antes que se seque 54.
en quatro triángulos, sin separarlos del todo en la parte interior, para cocerlos todos quatro juntos, y al tiempo de emplearlos los puede separar con un golpecito el oficial. De este modo cree *Alberti* que los fabricaron y gastaron los antiguos; y aunque otros autores son de sentir que se fabricaban de dos en dos en un quadrado *E*, convienen todos en que no se fabricaban de uno en uno por la gran dificultad que habria de acomodarlos en el horno. Estos ladrillos triangulares son sumamente acomodados para construir paredes circulares como *IGL*, particularmente para for- 55.
mar el contorno convexo, porque en la cara cóncava yá se pueden acomodar los rectangulares, como se vé en *IKL*.

De la Cal.

218. La cal se hace con piedra cocida ó quemada en un horno, y quanto mas dura es la piedra, tanto mejor sale la cal. La cal bien cocida es sonora, y arroja mucho humo al mojarla. Conviene resguar-

Fig. guardarla de la humedad que es su enemigo capital, apagarla poco despues de hecha; donde no, se desvirtúa. No toda especie de agua sirve para esto; la de los pantanos es muy mala; la de rio es buena, y tambien la de pozo, bien que conviene dejarla algun tiempo al ayre, particularmente en verano, porque cerrando su frialdad los poros de la cal, la apaga mal, y se forman muchos garullos. Si se echa mucha agua, la cal se anega; si poca, se quema, y al tiempo de echarla el agua se la debe revolver con una batidera. En conociendo que está deshecha, se la hace caer de la pila ó alberca donde se apagó al pozo donde se quiere guardar. Se la deja destapada unos quatro ó cinco dias, se la echa una poca de agua para que se cierren las grietas, y por último se cubre con un pie de arena.

De la Arena.

219. La arena para fabricar ha de ser muy limpia, sin mezcla alguna de tierra, de modo que no empuerque las manos. Sus granitos no han de tener ninguna adherencia unos con otros, y han de resbalar unos por encima de otros con mucha facilidad. Todas estas circunstancias concurren en la arena de rio, porque como el agua que corre la está limpiando continuamente, cada grano forma como un guijarrillo suelto y limpio. La que se saca de arenales ó desmontes es pésima.

Del Yeso.

220. Tambien es el yeso una piedra calcinada. Si esta piedra hecha polvos, puesta á la lumbre en una caldera, empieza á cocer como si estuviese mezclada con agua, se menea como un verdadero fluido, y llegando finalmente á cierto punto de cochura, se precipita y mantiene inmobil en el

el suelo de la caldera, será excelente para hacer yeso. Fig.

221. El grado de cochura influye tambien mucho en la buena calidad de este material; se conoce que es bueno quando al tiempo de amasarle sienten en las manos los que le manosean una como pegosidad; no sirve quando es áspero, seco, y no se pega á los dedos.

222. Es circunstancia esencial gastarle tan reciente como se pueda. En los parages húmedos es perjudicial fabricar con yeso, porque tarda mas tiempo en secarse, el agua le hincha, y hace fuerza para derribar quanto se le opone, hasta que hace sentimiento la pared de fábrica donde se halla.

De la Mezcla.

223. Con la cal y la arena se hace un mixto llamado *mezcla* que sirve para trabar unas con otras las partes sólidas con que se hace la fábrica. Bien se echa de ver que para que salga la mezcla de buena calidad se han de mezclar en determinada proporcion los dos materiales de que se compone. Esta proporcion, averiguada desde los siglos mas remotos, consiste en mezclar una tercera parte de cal con dos terceras partes de arena. Para que la arena se incorpore bien con la cal, se echa agua poco á poco á la mezcla, y al mismo tiempo se la bate con una batidera. El agua ha de ser tan poca como sea posible, y se puede escusar si la cal fuere recien apagada, porque entonces con batir algo mas los dos ingredientes con la batidera, se conseguirá se incorporen uno con otro quanto es menester.

De

Fig.

De la Mezcla ó Argamasa Romana, llamada Mezcla de Loriot.

224. La mezcla que acabamos de proponer es la que se gasta comunmente, y es muy inferior á la que gastaban los Romanos, si consideramos la solidez de las fábricas suyas que han quedado. La tenacidad de la mezcla ó argamasa romana empeñó á un artífice frances, llamado *Mr. Loriot*, en indagar de qué materiales la componian; y considerando que en todas partes es una misma la firmeza de los edificios romanos, discurrió que en todas partes tenian á mano estos materiales, y que no podian ser otros que los que nosotros conocemos, es á saber, la cal, la arena, el ladrillo molido. Ocurrióle á *Mr. Loriot* que los portentosos efectos de la mezcla romana acaso provenian de que á la mezcla comun añadian alguna porcion de cal viva en polvos.

Con el fin de verificar esta sospecha echó en una vasija vidriada una porcion de cal apagada desde mucho tiempo, y conservada con sumo cuidado, y púsola á la sombra para que se secára naturalmente; al paso que se fue evaporando la humedad, la mezcla se abrió por todas partes, hasta separarse de las paredes de la vasija, y se hizo mil pedazos de la misma consistencia que los pedazos de cal recien apagada que se hallan secados del sol en las orillas de los pozos ó albercas donde se apaga.

En otra porcion de cal apagada echó una tercera parte de cal viva en polvos, batío este compuesto hasta que las dos cales se amalgamaron una con otra, y echó la mezcla en un vaso vidriado. Muy en breve notó que el mixto se calentaba, y al cabo de algunos minutos adquirió una consistencia igual á la del mejor yeso despues de amasado y gastado como corres-

responde. Fue como una petrificacion hecha en un instante, y los metales derretidos no se fijan con mas prontitud despues de sacados del fuego. La mezcla se seca toda en muy poco tiempo, se convierte en una masa compacta, sin grieta alguna, pegada de tal modo á las paredes del vaso, que para sacarla es preciso hacerle pedazos. La causa de fraguar con tanta prontitud esta mezcla es porque introduciéndose, al tiempo de batirla, la cal viva en los mas íntimos intersticios de la cal apagada, chupa el agua que en ella encuentra, de donde proviene la *desicacion* repentina que hemos dicho. Fig.

225. Pero la circunstancia mas apreciable de esta argamasa, es que no se la repara grieta alguna quando los materiales están mezclados en la debida proporcion; no se encoge ni dilata, manteniéndose constantemente en el mismo estado que quando se fijó. Ni los hielos, ni los calores causan en ella alteracion alguna; antes adquiere mayor dureza, conforme lo tiene averiguado su inventor por medio de muchos esperimentos muy variados y repetidos.

226. Es, pues, la cal viva en polvos la que transforma las mezclas que se hacen con cal apagada, en una argamasa perfectísima. Quando ha de servir para revocar albercas y contener aguas, conforme lo estilaban los Romanos, se toma *una parte de ladrillo molido pasado por un cedazo, dos partes de arena fina de rio pasada por un cañiz, cal apagada, la cantidad correspondiente para hacer en un cuezo con agua una mezcla comun, bien que bastante húmeda para que pueda apagar una porcion de cal viva en polvos, igual á la quarta parte de la arena y ladrillo molido juntos*; luego que los materiales estén bien incorporados, gástense sin dilacion, porque fragua con tal presteza la mezcla, que la mas mí-

ni-

Fig. nima tardanza puede imposibilitar su uso.

227. Una capa de esta mezcla en el suelo y las paredes de un estanque, cauce, y otra qualquiera fábrica cuyo destino sea contener ó conducir agua, obra un efecto portentoso, que lo sería todavía mas, si desde sus principios se hubiesen hecho con esta mezcla las paredes de la fábrica.

228. Con añadir *una quarta parte de cal viva* á la mezcla comun hecha con cal apagada y arena, se logra otra muy excelente para los revocos, que en veinte y quatro horas adquiere mas consistencia, que la comun en muchos meses.

229. Bien se percibe que la cantidad de cal viva que ha de entrar en la mezcla romana pende de su calidad, la qual varía segun sea de distintas canteras la piedra con que se hace, y aun quando es de una misma cantera varía tambien su calidad, conforme ha mas ó menos tiempo que se coció. Por este motivo se necesita mas ó menos cal viva, y ha tomado *Mr. Loriot* un término medio señalando *la quarta parte del total de la arena y ladrillo molido*; esta es la porcion de una cal de mediana calidad gastándola al salir del horno; se echará algo mas si estuviere cocida desde mas tiempo; y mucho menos si fuese de calidad muy aventajada y hecha con piedra muy dura, que sorbe mucha agua.

La mezcla se puede hacer de dos maneras.

230. I. Se batirá con toda diligencia la cal apagada, el agua, la arena y el ladrillo hasta la consistencia de la mezcla comun, dejándola algo menos travada que para gastarla, se la echará despues la cal viva en polvos, mezclándola bien, y se gastará la argamasa sobre la marcha.

231. II. Mézclense unos con otros los ingredientes secos, es á saber, la arena, el ladrillo molido, y la cal viva en la proporcion señalada, cuya mezcla se

se puede guardar en costales hasta la cantidad necesaria para dos cuezos, y llevando por otra parte el agua y la cal apagada, se podrá hacer en un instante en el mismo andamio la argamasa, del mismo modo que se amasa el yeso. Fig.

232. Es tanto lo que esta mezcla se resiste al agua, que de ningun modo la puede penetrar, y por lo mismo es excelente para las fábricas subterraneas, las letrinas, que tanto incomodan quando se rezuman, y todas las que están fabricadas con la mezcla comun se rezuman mas ó menos. En prueba de esta impenetrabilidad referiremos dos pruebas hechas por *Mr. Loriot*: con una mezcla de cal apagada y cal viva hizo una taza, despues de seca la pesó y la echó agua; al cabo de algunos dias quando esta habia mermado muy notablemente, arrojó la que quedaba, volvió á pesar la taza, y halló que pesaba lo mismo cabalmente que antes de echarla el agua. Ofrecíósele al mismo artífice reparar un cauce, para cuyo fin le fue preciso desviar el agua que conducia, la qual entraba en el cauce por un agugero hecho en una piedra de sillería: tapóle con su mezcla, y el agua, que se rezumaba por la piedra, jamás llegó á calar la argamasa.

De la Madera.

233. Enseña la esperiencia que la madera es tanto mas fuerte quanto mas viejos son los árboles de donde se saca, siendo de una misma especie, y que resiste mas la del pie que la de las partes superiores; que la del alburno es de menos aguante que la del corazon; y que es mayor ó menor su resistencia conforme se hubiere dejado secar mas ó menos tiempo. Acerca de esta última circunstancia tambien tiene manifestado la esperiencia que de dos

 ár-

Fig. árboles iguales quanto cabe, criados en un mismo terreno, y cortados á un mismo tiempo, el uno se seca mas pronto que el otro. Pero el que se hubiere de gobernar por estos esperimentos deberá tener presente que segun está averiguado, las maderas de una misma especie no tienen el mismo aguante, no solo quando son de distintos paises, mas tambien quando no son de un mismo terreno.

234. Las maderas que se gastan en las fábricas deberían ser, si fuese posible, otros tantos troncos de árboles, porque se tiene esperimentado que aguantan menos las que se sacan aserrando en varias partes el tronco de un arbol grande.

235. Aunque parece que la resistencia de un madero debe ser proporcional á su volumen, no es así; consta que un madero duplo ó quadruplo de otro tiene un aguante mas que duplo ó quadruplo; tampoco sigue la resistencia de la madera la ley que por principios de mecánica corresponde á su longitud; pues consta que un madero de 8 pies de largo, y de igual grueso que otro de 16 pies, no aguanta un peso duplo; aguanta menos.

236. En general, consta que quanto mas pesada es la madera, tanto mas aguanta; de modo que de dos maderos iguales en longitud y grueso, el que mas pesare resistirá mas. Sácase de aquí que para averiguar quál de dos maderos de una misma especie aguantará mas, bastará pesarlos, ó pesar un pedazo de cada uno.

237. Los nudos debilitan mucho la madera, en tal exceso que solo un nudo en la cara inferior de un madero le quita la quarta parte de su resistencia. Tambien se la debilita mucho con cortarla algunas hebras, porque enseña la esperiencia que la madera cortada en linea curva, qual se necesita para construir navios, y las cúpulas, aguanta mas si se la car-

carga el peso sobre la cara cóncava que si se le carga sobre la cara convexa. La razon de este fenómeno tan estraño y contrario á lo que parece debería suceder naturalmente, es que como estas maderas se sacan de un arbol que tiene algun grueso, la parte interior ó cóncava tiene mas hebras ó fibras cortadas que la esterior, y por lo mismo resiste mucho menos. Fig.

238. Hay un medio indefectible y muy esperimentado para aumentar el peso, la solidez y la fuerza de la madera; consiste en descortezar el arbol de arriba abajo al tiempo de la sava, dejándole secar en pie hasta el tiempo de cortarle. Se pone con esto tan dura la madera, que el alburno mismo adquiere una consistencia y dureza estraordinaria, de modo que se puede aprovechar.

239. Toda madera resiste mas en la direccion de la longitud de sus fibras, que no en la direccion de su ancho. Este crece ó mengua segun las estaciones, siendo así que la longitud no padece ninguna alteracion. Esta es la razon porque en la construccion de varias obras de carpintería que se cubren con tablas, siempre se cortan las maderas de la armazon á lo largo, y al cubrirlas con las tablas se encastran sin clavarlas, y en los parages donde se pueden hinchar en latitud, se deja lugar suficiente.

240. Las maderas que han de sostener peso, como las bigas, no han de tener quadrada la base; quiero decir que se las ha de dar mas de alto que de ancho, pongo por caso dos de ancho y uno de grueso, ó por lo menos 7 de ancho y 5 de grueso. Al 56.
paso que es mayor el grueso, es tambien mayor la resistencia.

241. Quando se han de emplear maderas cortas se empalman conforme se vé en *A*, *B*, *C*, *D*. Todo 57.
el fin de esta operacion se dirige á conseguir que las ma-

Fig. maderas empalmadas no se venzan ni con su peso, ni
57. con el que han de sostener.

242. Al construir armaduras de qualquiera especie se ha de procurar que ninguno de los maderos empuge directamente las paredes, y que todos juntos compongan una mole que cargue perpendicularmente la pared, y empuge lo menos que se pueda. Las figu-
58. ras representan las armaduras mas sencillas, de cuyas
y piezas pondremos aquí los nombres: *a*, *a* son los *ti-*
59. *rantes*; *b*, *b*, los *pares*; *c* es el *pendolón*; *e*, *e* son los *javalcones*; *d* es la *hilera*; *f*, *f* son los *parecillos*; *g* se llama el *entablado*.

De los cinco órdenes del ornato de la Arquitectura.

243. Cinco son los órdenes de Arquitectura que, en opinion de los Maestros del siglo XVI, usaron los antiguos en sus edificios, segun las circunstancias y destinos á que los aplicaban. Llámase *orden* una composicion de fábrica que consta, empezando desde abajo, de pedestal, basa, columna, capitel, arquitrave, friso y cornisa; conforme lo manifestarémos con las figuras correspondientes.

244. El primer orden es el *toscano*; el segundo, el *dórico*; el tercero, el *jónico*; el quarto, el *corintio*; y el quinto, el *compuesto*, que tambien se llama *latino* ó *romano*. Los Griegos usaban tres órdenes no mas, es á saber, el *dórico*, el *jónico*, y el *corintio*; y estos solos fueron, si bien se considera, los que usaron los Romanos, y usan los modernos; porque el órden compuesto aunque se distingue del corintio en algunas partes de su ornato, conserva las mismas proporciones de este, y el toscano que se estila hoy dia, no es otra cosa que un dórico menos adornado. Sin embargo, conformándonos con la opinion comun del dia,

dia, considerarémos y darémos á conocer los órdenes como si fueran cinco. Fig.

245. Quando los antiguos construían algun edificio que habia de llevar dos ó mas órdenes uno sobre otro, los colocaban por el orden con que los hemos nombrado. En algunas ocasiones hacian todo el edificio de un orden no mas, aunque llevase varias ordenes de columnas una sobre otra, porque en los edificios que dedicaban á sus dioses, solamente usaban aquel orden que á la tal deidad pertenecia bien por su origen, bien por sus supersticiones. Y así, á Marte, Hércules y Minerva, que tenían por dioses fuertes y guerreros, les dedicaban el dórico que es un orden varonil y robusto; el corintio, que es el mas delicado de todos, le empleaban para Venus, Flora y las Musas, que tenían por deidades tiernas y delicadas; para Juno, Diana, Baco, y los demás que ni tenían la gravedad de los primeros, ni tampoco la delicadeza de los segundos, servía el jónico, orden que no es ni robusto ni delicado. Este mismo decoro y propiedad podríamos usar nosotros tambien en los edificios así sagrados como profanos, atendiendo á la clase de los sugetos para quienes se construyen, y al uso para que han de servir.

246. Tambien hacian los antiguos sus fábricas de dos ó mas órdenes, segun les parecía á los Arquitectos, y correspondía al edificio. Pero como quiera que edificasen, el orden mas serio y de menos ornato siempre quedaba debajo del mas delicado, colocándolos por el mismo orden con que los hemos nombrado; y es de notar que el orden superior siempre tenía una quarta parte menos de altura que el inferior, descartando de los cinco todos los que les parecía que no harían buen efecto en la parte baja ó en la alta del edificio; y sin embargo de que la mayor parte de los modernos, quando echan dos ó mas órde-

Fig. denes, dan á los superiores una quarta parte menos de altura que á los inferiores, *Scamozzi* tiene por muy defectuosa esta diminucion, y quiere que el diámetro por abajo de las columnas del orden superior sea igual al diámetro por arriba de la columna inferior.

247. Mucho tendríamos que prevenir al arquitecto en quanto á la colocacion de muchos órdenes unos sobre otros; contentarémonos con advertirle que por ningun camino lo haga, á no ser que el edificio esté realmente dividido en varios pisos, y aun en este caso ha de tener presente que como la cornisa representa el alero del tejado, bastará con que el orden inferior lleve un arquitrave solo, ó quando mas una cornisa alquitravada y capada de todas aquellas partes que representan el vuelo de los tejados.

248. Pero no solo en este caso, mas tambien en quantos ocurran pertenecientes á la decoracion, se ha de procurar que los cuerpos que se empleen sirvan de algo, y que al mismo tiempo dén á entender para lo que sirven. Con este motivo aconsejamos á los principiantes que no se degen seducir del egemplo de algunas escuelas licenciosas que creen la parte del ornato enteramente arbitraria; consulten, aténganse á los mejores autores para aprender lo que ha de representar cada parte de la decoracion, y con particularidad la que se conoce con el nombre de órdenes de Arquitectura.

Modo general de repartir todos los órdenes.

249. El modo general de repartir cada orden en sus partes principales consiste en hacer que todos juntos, y cada uno de por sí guarde una misma razon que los mida y distribuya. Como hasta el dia de hoy nadie ha señalado á punto fijo esta razon (quizá por

por causa de la variedad que se nota en los edificios Fig.
antiguos de Roma, y por lo poco que concuerdan con lo que dejó escrito *Vitruvio*); porque no parezca estraño que nosotros nos queramos meter á señalarlas, nos ceñiremos á dar una regla casi enteramente sacada de *Viñola*, autor que en el repartimiento de todos los cinco órdenes, ni se desvía de los antiguos, ni se opone á la doctrina de los autores modernos mas acreditados. Antes de poner en práctica qualquiera de los cinco órdenes referidos, es menester saber de quantos módulos consta la columna de dicho orden, para lo qual se observará como regla general que la *columna toscana con basa y capitel* 60.
(así se entiende siempre) *tiene* 14 *módulos*, *esto es*, *siete gruesos ó diámetros de altura*; *la dórica tiene* 16 *módulos*; *la jónica* 18 *módulos*; *la corintia y compuesta* 20 *módulos*.

250. Sabido esto, se determina la altura de todo el orden desde el suelo ó primer piso fuera de tierra hasta el último perfil de la cornisa; cuya altura se divide en 19 partes que sirven para repartir el orden en sus partes principales. Quatro de estas partes son para la altura del basamento debajo de la columna y su basa, que compone todo el pedestal; tres se dán en la parte de arriba para la cornisa, friso y arquitrave juntos, y las doce restantes son para la columna; cuya proporcion ó conformidad de miembros y partes principales se halla constantemente observada en todos los órdenes de los antiguos. Despues de determinado de qué orden ha de ser la fábrica, se dividen todas las doce partes que se le dieron á la columna en tantas partes como módulos tuviere la columna del orden que se vá á egecutar; cada una de estas nuevas partes será el módulo que servirá para distribuir todos los miembros y molduras del orden.

El

Fig. 251. *El módulo* que determina la altura de la columna, y es su semidiámetro por la parte que sienta sobre la basa, *se subdividirá en 12 partes en los órdenes toscano y dórico, y en 18 en los otros tres órdenes*, para arreglar por ellas varias molduras delicadas del ornamento.

252. No negamos que este systema de *Viñola* para la distribucion de las órdenes, en todos los quales el ornamento (arquitrave, friso y cornisa juntos) ocupa constantemente la quarta parte de la altura de la columna, así como el pedestal se lleva la tercera, no es de la aprobacion de muchos maestros del arte de bastante crítica y juicio. Por lo que mira al ornamento, es á su parecer una cosa repugnante que unos sustentáculos tan delgados como son las columnas corintias, hayan de mantener una carga tan alta y pesada como las columnas toscanas y dóricas. En quanto al pedestal, dicen que la excesiva altura que se le dá, hace que parezca, particularmente en los órdenes delicados, no un basamento de un orden, sino un pilar quadrado.

253. Por estas razones algunos maestros le dán de altura al ornamento toscano y dórico la quarta parte de su columna; y al de los demás órdenes, la quinta parte. Otros, que no hallan diferencia entre
61. los órdenes toscano y dórico, compuesto y corintio, *le dán al ornamento toscano y al dórico la quarta parte, al corintio y al compuesto la quinta, y al jónico las dos novenas partes de la altura de sus respectivas columnas.* Proporcionados así los ornamentos, parece forzoso reformar los pedestales, arreglándolos de modo que ademas de quedar cercenada su demasiada altura en los órdenes delicados, convengan mejor en todos con la de sus respectivas columnas, y con la que respecto de estas se les ha dado últimamente á los ornamentos. En vista de todo lo qual, y

y por la misma razon de no distinguirse esencialmente los órdenes toscano y dórico, corintio y com- Fig. 61.
puesto: *en los órdenes toscano y dórico tendrá el pedestal la tercera parte de su columna; en el corintio y compuesto, la quarta parte, y en el jónico dos novenas partes y media, esto es, dos diámetros y medio de la columna ó cinco módulos.* El pedestal, en la opinion de los mas de los Arquitectos, no pasa por parte esencial del orden, sino por accesoria, que se le agrega quando es menester levantar del piso las columnas; y aun por esta razon se ván muy á la mano en usarle, y quando le usan, solo es por necesidad, arreglando su altura por los mismos límites que les señala el caso en que se hallan.

Este último modo de proporcionar los ornamentos y pedestales será el que nosotros practicarémos, sin dejar por eso de seguir en lo general á *Viñola*, por parecernos el mas juicioso y ajustado.

Egemplo del repartimiento y regla para la distribucion de algunos miembros comunes á todos los órdenes.

254. Sea, por egemplo, un orden dórico el que vamos á egecutar. Despues de divididas, segun digi- 60.
mos (250), las 12 partes que componen la altura de 61.
la columna en 16 módulos, porque otros tantos tiene la columna dórica, esto es, ocho diámetros ó gruesos; se dividirá cada módulo ó semidiámetro (251) en 12 partes, que sirven para el repartimiento por menor de todos los miembros; y quedará no solo determinada la altura de la columna con su grueso y la de las demas partes principales, mas tambien preparada la medida para todo lo demás del cornisón.

255. *La basa tiene en todo orden por regla general un módulo de alto. El cimacio del pedestal medio mó-*

Fig. *módulo de alto*; y aunque se encuentran pedestales en
61. todos los órdenes que tienen su basamento de medio módulo, esto es, tan alto y no mas como el cimacio, nosotros seguiremos la regla de *Paladio* y otros maestros, que atendiendo á su mayor solidez y buen efecto han proporcionado mejor sus pedestales, haciendo siempre el basamento duplo por lo menos del cimacio, para lo qual le añaden un zócolo, ó prolongan el plinto, y así en los egemplos que para todos los órdenes propondremos, *el basamento tendrá siempre un módulo de alto. La imposta ó cimacio de los arcos tiene asimismo otro módulo*; las luces ó los vanos de los arcos son la mitad de lo que tienen de alto, bien que en el orden toscano no desdicen teniendo la razon de 2 á 3, y en el corintio y compuesto se les puede dar la razon de 8 á 17. Las alturas de la cornisa, friso y arquitrave se arreglan como sigue. Se dividirá la altura del cornisón en cinco partes; se le dará
62. una y media al arquitrave, una y media al friso, y las otras dos restantes á la cornisa; de este modo las partes principales ván arregladas en todos los órdenes á una misma razon. No se propone esta razon por tan invariable, que no le quede al Arquitecto libertad para alterarla quanto juzgue necesario quando lo pida el buen efecto, ó alguna dificultad insuperable por otro camino, como la que suele ocurrir en el orden dórico en cuyo friso se ponen triglifos y metopas proporcionadas. En este caso es menester muchas veces darle al friso mas altura, quitándosela á la cornisa y al arquitrave en proporcion. Este es uno de los repartimientos mas dificultosos de toda la Arquitectura, particularmente quando se ha de arreglar á los espacios que hay entre las columnas, las quales siendo de un mismo grueso pueden estar á mayor ó menor distancia una de otra, conforme lo harémos patente mas adelante. Pero en to-

todo caso un Arquitecto de juicio se ha de vandear segun la estrechura en que se halla. Fig.

256. El método que hemos dado para la distribucion del cornisón no será á gusto de los que, para observar con escrupulosidad la imitacion de las obras de madera, que es lo que en realidad representan los ordenes de Arquitectura, pretenden que tenga siempre el friso menos altura que el arquitrave, y por lo mismo se acomodan con los que dividiendo todo el cornisón en 12 partes, dan 4 al ar- 62.
quitrave, 3 al friso, y 5 á la cornisa. El arquitrave, en su modo de opinar, representa aquella biga maestra ó solera que en un edificio de madera se ha de sentar inmediatamente encima de las columnas; el friso figura el lugar que ocupan las cabezas de los maderos (como se echa de ver en los triglifos del dórico) que sientan sobre el arquitrave y forman el suelo. Y como las bigas que están debajo para sostener las de encima han de ser á todos visos mayores que las sostenidas, es un despropósito hacer el friso mas alto que el arquitrave. Hemos de confesar que este raciocinio es muy ajustado quando algunos de los maderos con sus cabezas que representan el friso, sientan sobre los vanos entre las columnas, ó sentando todos ellos á plomo de las columnas tienen en la longitud con que forman el suelo, menos vuelo que el arquitrave que tienen debajo. Pero siempre que los referidos maderos sienten á plomo de las columnas, y tengan tanto vuelo ó mas que el arquitrave, es evidente que como en tal caso no sirve este para sostener los maderos del friso, ni se atiende á su vuelo, ni hay que atender á su grueso; y así por este lado se puede seguir con alguna seguridad el método que dejamos propuesto. Y pues yá dejamos declarado quanto pertenece en comun á todos los órdenes, pasarémos á la distribucion particular de

Fig. 62. de los miembros de cada orden de por sí.

De los Intercolumnios en general.

257. En los edificios de los antiguos observamos tres clases de intercolumnios: El primero lleva pilar detrás de la columna, con arcos entre las columnas, y con pedestales: El segundo se compone de arcos y pilares detrás de las columnas sin pedestales, por manera que entre este intercolumnio y el primero no hay mas diferencia que el no llevar pedestal, bien que son distintas sus dimensiones; porque quando en un mismo pilar se le pone pedestal á la columna, sale esta menor que quando no lleva pedestal, aunque siempre es una misma la distribucion de las partes principales y sus miembros: El tercero, último y mejor de todos se compone de columnas con sus arquitraves en plano, sin pilastra ni pedestal, y este intercolumnio que se llama *simple*, es el mejor modo y mas bien fundado de emplear las columnas que nos han dejado los antiguos, y le dividían en cinco géneros conforme sigue.

63. El *pychnóstylos AB* que constaba de diámetro y medio, ó de tres módulos de columna á columna.

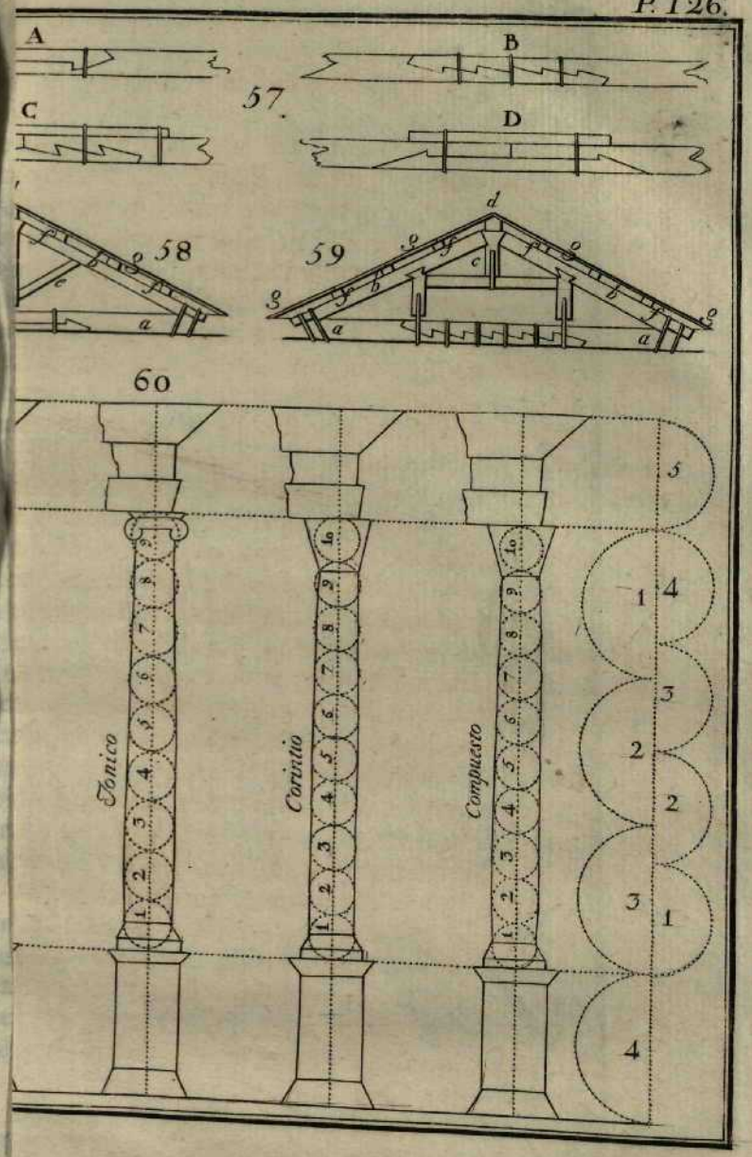
El *systylos CD* que se componía de dos diámetros ó quatro módulos.

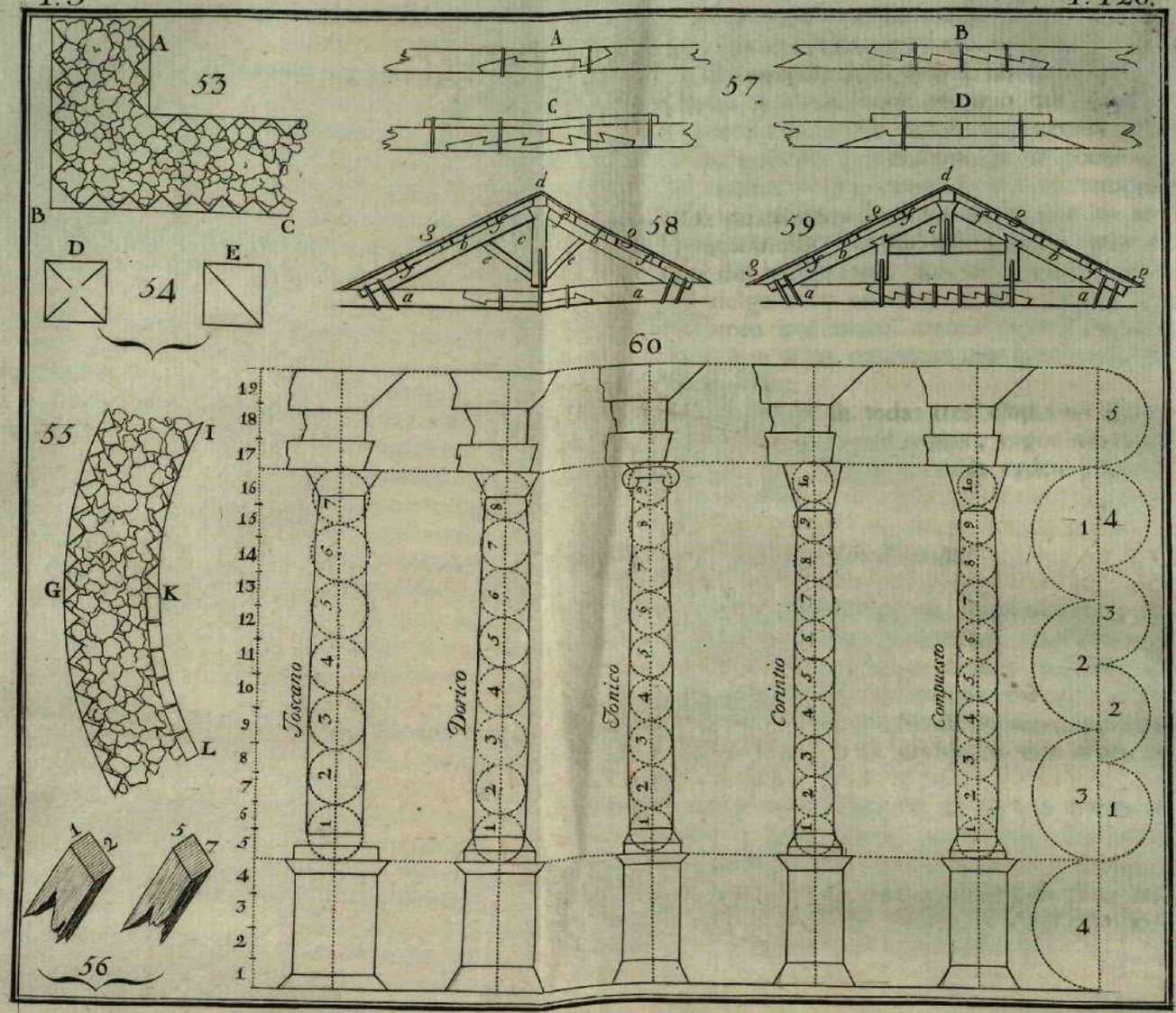
El *diastylos EF* de tres diámetros.

El *areóstylos GH* de quatro ó mas diámetros:

Y finalmente el *Eustylos IK* que constaba de dos diámetros y $\frac{1}{4}$ ó $4\frac{1}{2}$ módulos; cuyo intercolumnio es el mas hermoso y mejor proporcionado de todos.

258. La impropiedad y el poco discurso con que usan algunos las tres especies de intercolumnios, nos daría motivo para tratar mucho mas estensamente es-




53
A
B
C
54
D
E
55
I
G
K
L
56
57
A
B
C
D
58
59
60
Toscano
Dorico
Jonico
Corintio
Compuesto

este punto; pero como los límites de esta obrita no lo consienten, nos contentarémos con aconsejar á los principiantes que acudan para esto á las obras de los autores clásicos, advirtiéndoles de paso que á pesar de los egemplares que verán de los Arquitectos mas acreditados, se guarden quanto puedan de poner en una fachada, como si digéramos la de un templo, intercolumnios de distintas dimensiones; que en semejantes circunstancias han de dar quando mas al intercolumnio del medio algo mas de ancho; que á las columnas delgadas y esveltas de los órdenes delicados pertenecen por razon natural intercolumnios mas estrechos, que á las columnas mas gruesas de los órdenes robustos &c. Fig.

Darémos egemplos de todas tres clases de intercolumnios, para que sirvan de reglas, y por no repetir las figuras ni ser prolijos en cada orden pondremos egemplo distinto.

Del orden Toscano.

259. La figura representa un intercolumnio de orden toscano con pilares y pedestales, señalados con números y letras. Los números árabes seguidos de una *M* significan módulos, y los que ván solos ó seguidos de una *P*, señalan partes de módulo, que conforme vá dicho (251) se divide en este orden en 12. partes. 64.

Para facilitar la inteligencia de lo que queremos dar á entender con las figuras, prevenimos que las letras mayúsculas tienen en todas ellas una misma significacion; *A*, siempre significará cornisa; *B*, friso &c. á excepcion de la *M* y la *P* que significarán invariablemente lo que hemos dicho poco ha.

Nom-

Fig. 64. *Nombres de las partes que componen la figura.*

A, *B*, *C*, ornamento.
A, cornisa.
B, friso.
C, arquitrave.
D, capitel.
E, fusto de la columna.
F, basa.
G, *H*, *I*, pedestal.
G, cimacio.
H, dado ó tronco.
I, basamento.
K, pilar.
L, imposta.
M, faja del arco.
N, clave del arco.

65. 260. La figura demuestra en grande el capitel, arquitrave, friso, y cornisa del mismo orden toscano, con sus proporciones señaladas con números, y las de todas las molduras que componen dichas partes, y se refieren á sus letras correspondientes. Las lineas de puntos con la llamada señalarán siempre el vivo, desde donde salen y se cuentan los vuelos de todas las molduras, cuyos vuelos ván tambien señalados con números.

Nombres de las molduras del ornamento A, B, C.

a: listel.
b: esgucio.
c: corona.
d: escapo de la corona.
e: gola reversa ó talon.
f: tenia.
g: faja.

Por

Por parecernos algun tanto diminutos los listeles de la cornisa toscana vulgar, los hemos proporcionado de otro modo que en nuestro sentir conviene mejor con la robustez del orden. Algunos no lo aprobarán, pareciéndoles que queda demasiado chica la corona; pero si bien lo miran, hallarán que es mucho mas chica á proporcion en la mayor parte de las cornisas antiguas. Fig. 65.

En el capitel D.

a, *b*: abaco.
a: cimacio.
c: óvolo.
d: filete.
e: friso del capitel.
f, *g*: collarino.
f: astragalo ó tondino.
g: filete.
h: esgucio, y es el parage por donde el fusto de la columna se une en la parte de arriba con el filete *g* del capitel, y en la de abajo con el listel *i* de la basa; en el primer caso se llama *suinoescapo*, y en el segundo *imoescapo*. Este mismo perfil cóncavo ó escapo suelen guardar las coronas y fajas quando ván debajo de algun listel. 65. 66.

261. La figura 66 representa la basa toscana y el pedestal; y aunque en el antiguo no se encuentra egemplar alguno de este orden con pedestal, queda al arbitrio del Arquitecto el ponerle ó no, bien que quando se ponga se le dará la proporcion que señalamos, y la seriedad y lisura que le compete conforme á lo demás del orden.

En la basa F.

i: listel.
l: toro.
m: plinto de la basa.

En

Fig. 66. *En el pedestal* G, H, I.

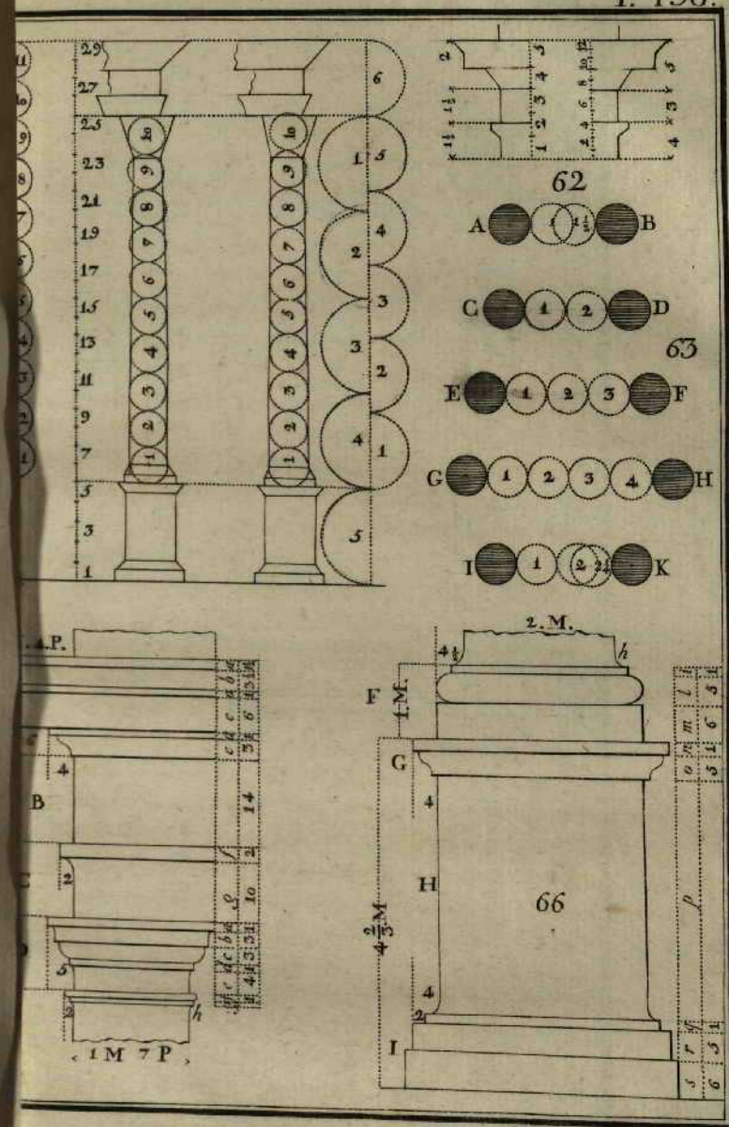
n: listel ó regleta.
o: talon.
p: dado del pedestal.
q: filete.
r: plinto del pedestal.
s: zócalo.

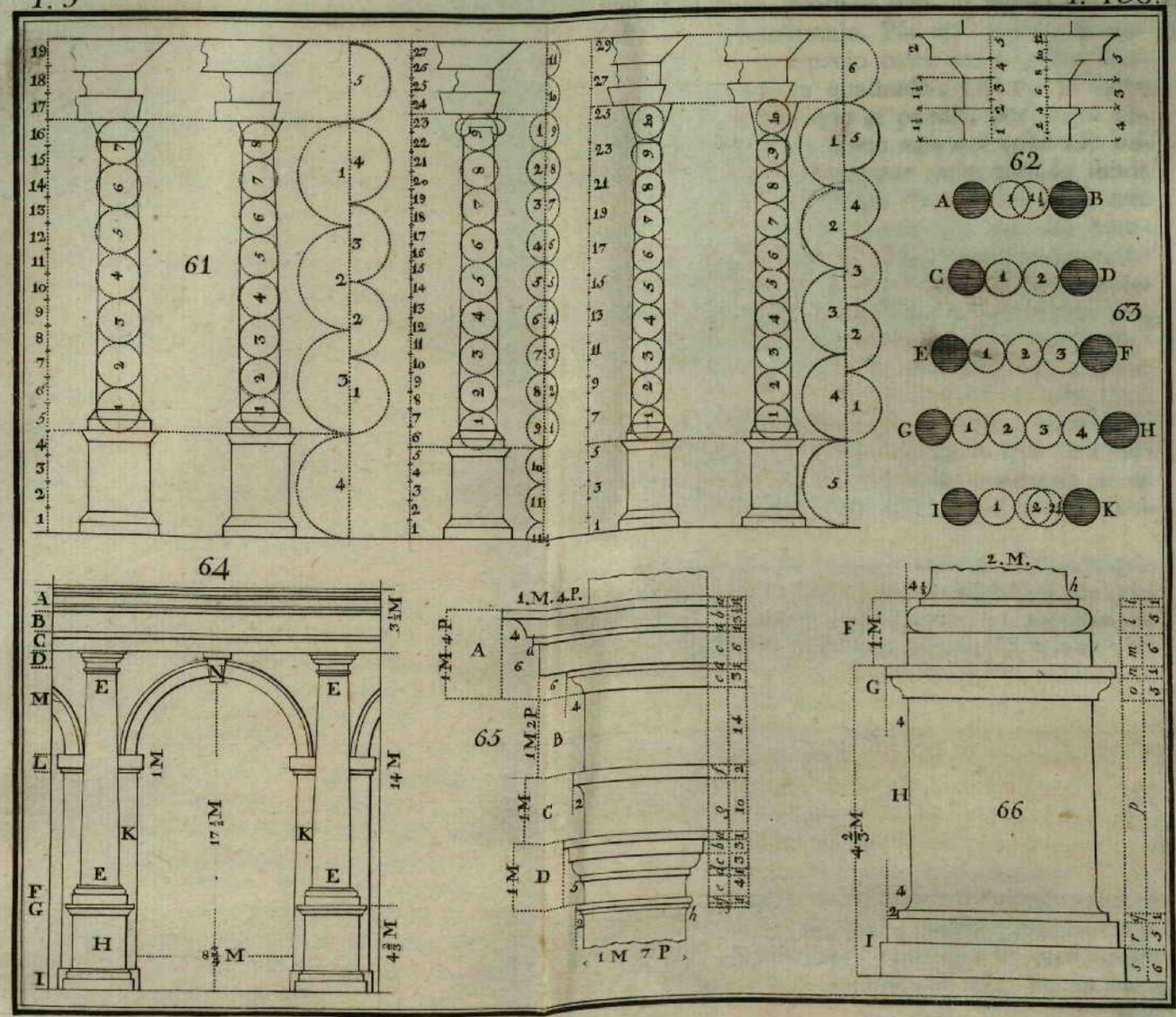
Es de advertir que aunque al señalar las dimensiones del capitel y la basa, así en este como en los demás órdenes, se señalan las del collarino *f*, *g* y las del listel *i* de la basa, se han de considerar como partes indivisibles que son del fusto de la columna.

La imposta de este orden es por lo comun una faja lisa de un módulo de alto y de una quarta parte de módulo de vuelo. La faja del arco es tambien lisa, y tiene otro módulo de ancho.

Del orden Dórico.

67. 262. Esta figura demuestra un intercolumnio de orden dórico con un arco y sin pedestales, que puede servir de dechado para los intercolumnios de esta clase en todos los demás órdenes, en quanto á sus principales proporciones, pues aunque no lleva pedestal, no por eso deja de ser la misma la medida general; porque quitando al hacer la reparticion las quatro partes que corresponden al pedestal, y dividiendo la altura del orden en 15 partes (250), siempre viene á salir lo mismo. Al arreglar los intercolumnios en este orden ocurren por lo comun no leves dificultades; y así quando se le ponen triglifos al friso de este orden dórico, antes se deben arreglar por la cornisa los espacios de las columnas, que al reves; á causa de que ha de caer un triglifo en medio de




61
62
63
64
65
66
1.M.4.P.
2.M.
1M 7P

cada columna, y otro puntualmente en medio del vano del arco ó intercolumnio. Por otra parte, la *metopa* (así se llama el espacio entre dos triglifos consecutivos) ha de ser un quadrado, y si no lo fuere ha de faltar lo menos que se pueda, por cuya razon se la dará de altura tanto mas del quadrado como tenga de vuelo el arquitrave, que mirado desde abajo cubre parte de la metopa. No servirá decir que quando las cosas tienen la proporcion que las compete, hacen el efecto que se desea; porque los autores que han fijado las proporciones, lo han hecho por reglas, no solo para que salgan lo que deben ser, sino tambien para que lo parezcan en qualquiera parte. Por egemplo, si una cosa colocada en un sitio muy alto se viera desde un punto bajo no mas, y á poca distancia, es constante que todas sus partes parecerían de mucho menor altura de la que deberían tener por las reglas; y lo contrario sucedería si se mirasen desde un lugar mas alto, y á mayor distancia. Fig. 67.

263. La figura representa la cornisa, friso, arquitrave y capitel del orden dórico, arreglado á las proporciones que señalan los números, y representan partes de las doce en que se divide el módulo en este orden. 68.

aa: modillones.
b: capitel del triglifo.
c, *d*, *e*: triglifo.
c: canales.
d: entrepaños.
e: medias canales.
f: parte de la metopa quadrada.
g: media metopa. Este nombre no se usa con propiedad, porque su significado no llega á la mitad de una metopa, conforme se hará cargo muy en breve el que considerare que ha de cor-

Fig. responder un triglifo al medio de la columna, se-
68. ñalado con la linea de puntos *bb*.

i: tenia.
l: filete.
m: gotas.

264. Los antiguos adornaban por lo comun las metopas ó espacios entre los triglifos con bajos relieves alusivos al destino del edificio. Nosotros podemos hacer lo propio; nuestros usos y costumbres nos suministran largamente geroglíficos y asuntos proporcionados para este ornato, sin valernos en nuestras fábricas de cosas alusivas á los de los antiguos. Por no haber tenido presente esta advertencia varios maestros del tiempo de la restauracion de la arquitectura moderna, han puesto con grande impropiedad en templos dedicados al verdadero Dios, cabezas de víctimas, bandejas, segures, y otras cosas propias de los templos de los gentiles.

265. La figura 69 demuestra con sus medidas correspondientes la basa y el pedestal del orden dórico.

Esta basa, conocida con el nombre de basa dórica de *Viñola*, que sin duda quiso imitar en ella la de alguna columna de monumento, como la rostral que está en el campidolio, ó la parte superior de algunas basas corintias, no tiene la aprobacion de muchos porque lleva repetidos los dos miembros de un mismo perfil. En su lugar han usado algunos la basa ática, que despues daremos á conocer; otros han usado la basa toscana, que como el orden dórico no sea muy rico, no hará en realidad mal efecto. Hay casos en que sentará grandemente dejar la columna sin basa, conforme se repara en muchos edificios dóricos muy antiguos.

70. Estotra figura es la imposta *L* de este orden, y el perfil de la moldura *M* del arco, con sus proporciones.

Fig.

Del orden Jónico.

266. La figura representa un intercolumnio sim- 71.
ple; y por este se pueden sacar los de los demás órdenes en quanto á sus principales proporciones. Y pues dejamos (257) señaladas las que observaban los antiguos para arreglar sus intercolumnios, debemos nosotros imitar tan bien fundados egemplos, siempre que sea compatible con las circunstancias del sitio, el gasto y la ocasion con que se haga la fábrica.

267. En la figura se ven la cornisa, el friso y el 72.
arquitrave jónico con sus números. Este mismo cornison tambien puede servir para la columna corintia, segun *Vitruvio*, que no le dá al orden corintio cornison distinto del jónico. Los números señalan lo restante de las proporciones arregladas por la division del módulo en 18 partes para este orden y los dos restantes.

g: gola ó talon reverso.
d: dentellones.

268. En la misma figura vá pintado el capitel jónico con su planta; y por quanto se encuentran en Roma y fuera de ella capiteles jónicos con el abaco curvo como el del corintio y compuesto, quedará al arbitrio y gusto del arquitecto servirse de él quando le parezca, pues tiene mucha gracia á la vista, y luce mucho, como se vé con particularidad en las columnas que puso el *Buonarota* en las fachadas del campidolio.

a, *b*: abaco.
c, *d*, *e*: voluta.
c: listel.
d: canal.
e: ojo de la voluta.

La fig. 73 representa por mitades el costado *X*

Fig. del capitel jónico con su balaustre, y el perfil *Y* de
73. este mismo respecto de las demás molduras del ca-
72. pitel.

f, *g*, *h*: costado ó balaustre.
f: cinta.
h: atadura.

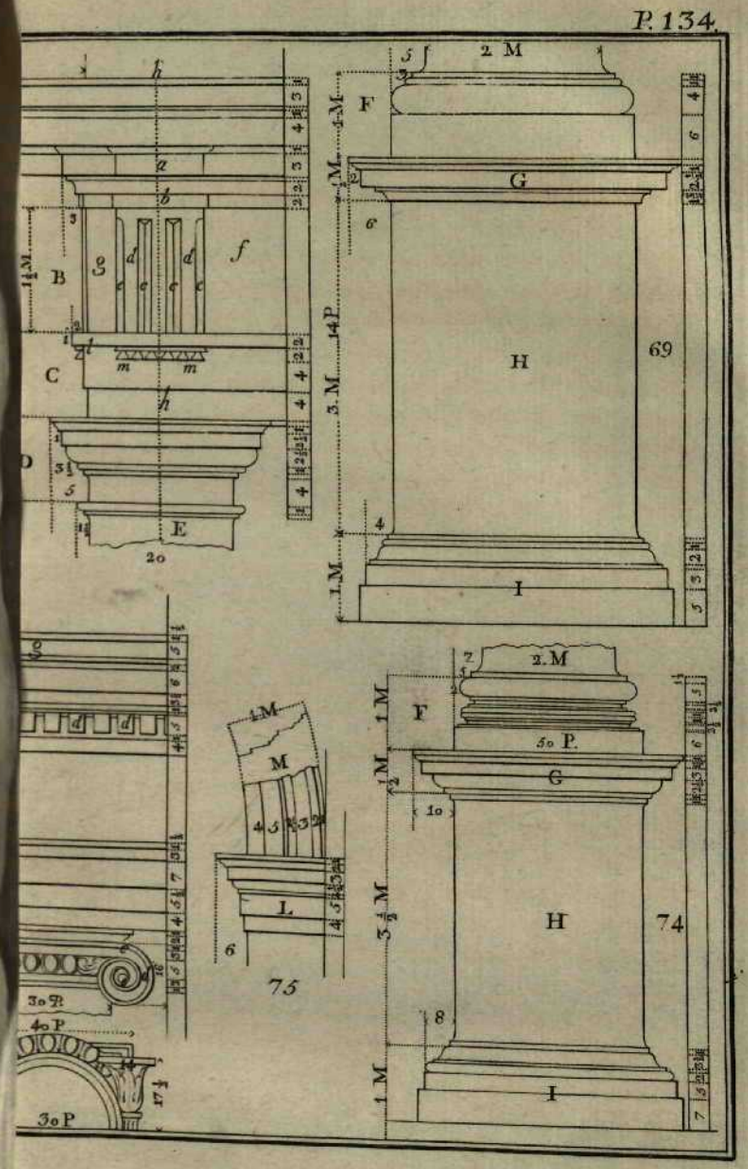
269. Quando se quiera hacer uso del abaco curvo del qual acabamos de hablar, se tendrá presente que la cara de las volutas *c*, *d*, *e* ha de seguir la inclinacion de los cuernos del abaco, del mismo modo que en el capitel compuesto. Y quando se hicieren por el gusto del *Bounarota*, se unirán tambien con balaustres al modo de las del capitel de la figura, y quedarán metidas, de suerte que el balaustre quede casi pegado al óvolo. Además de eso en medio de la curvatura del abaco se pone un mascaron ó una flor; y entre las volutas y el collarino de la columna se deja un friso que se adorna con quatro festones que cuelgan, dos de los ojos de la voluta, y dos de debajo de los balaustres. Otros han puesto las volutas del mismo modo que en el capitel compuesto, y aun con las volutas de este modo unos han dejado friso, y otros no. Ultimamente otros han puesto friso, dejando quadrado el abaco, y las volutas conforme nosotros las ponemos.

74. 270. Sigue la distribucion de la basa y del pedestal jónico con sus dimensiones de alturas, vuelos, &c.

La figura y proporcion de la basa están arregladas á los perfiles que la dá *Vitruvio*, bien que en su lugar se puede poner la ática que hará buen efecto, y es á todos visos mucho mas arreglada que esta jónica.

75. Ultimamente, la figura manifiesta la proporcion y las dimensiones de la imposta *L* del orden jónico con el perfil del arco *M*.

Del



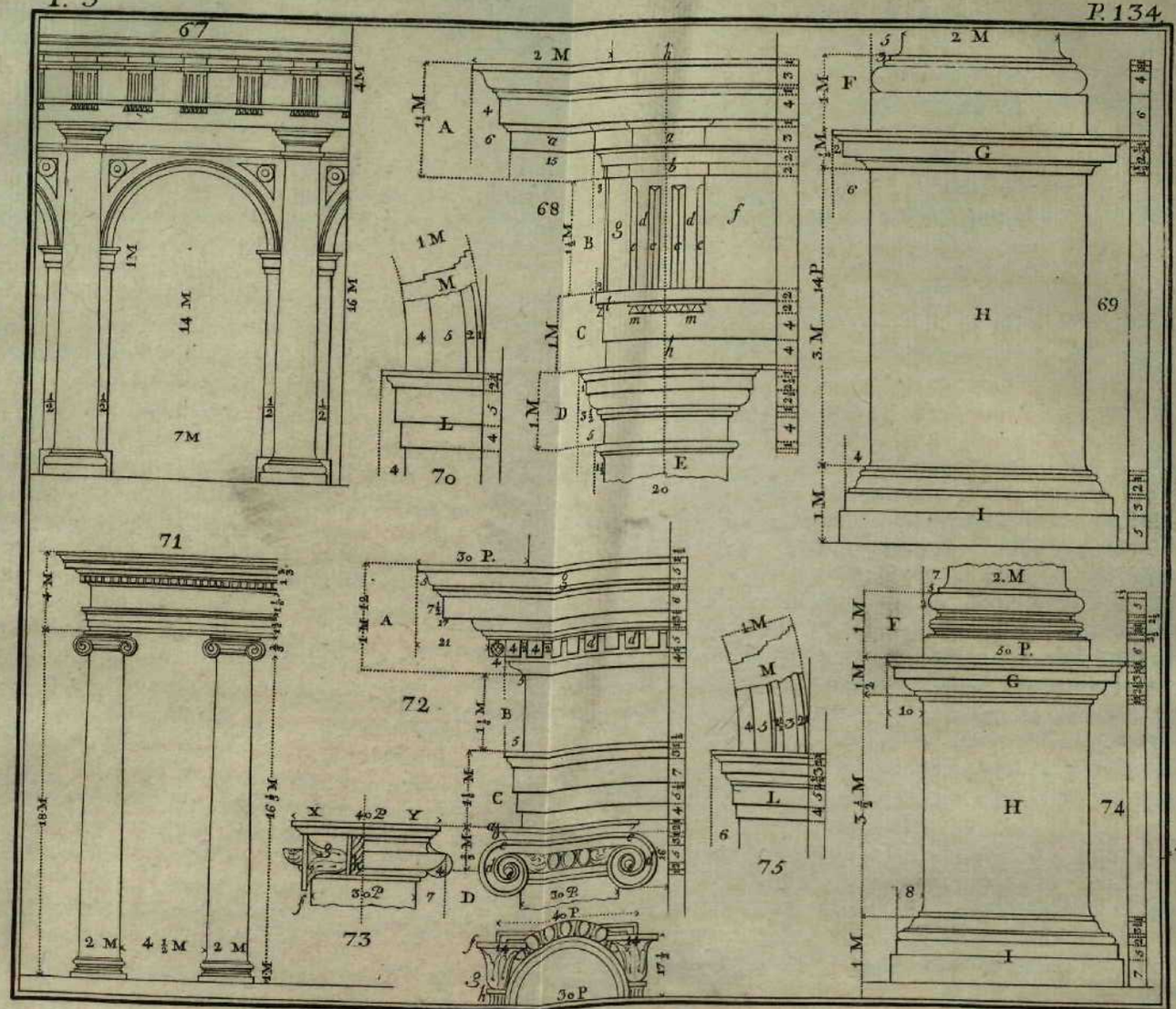

67
68
69
70
71
72
73
74
75
A
B
C
D
E
F
G
H
I
L
M
X
Y
2 M
1 M
4 M
14 M
16 M
7 M
14 P
3 M
30 P.
40 P.
2 M
4 ½ M

Fig.

Del orden Corintio.

271. Una vez que dejamos declarados en los tres órdenes antecedentes los tres modos de intercolumnios, escusamos repetir aquí egemplo alguno para este orden. Y aunque en el antiguo se encuentran intercolumnios con pedestal y sin pilares, no son de seguir estos egemplos, á no ser que lo pida la necesidad, ó se hayan de subir muchos escalones desde el piso de tierra al piso del pórtico. En este caso se ha observado que se le daba al pedestal toda la altura que habia que subir, ó si no, se subia tanto como habia de tener el pedestal de alto, y la basa sentaba en el piso del pórtico, segun se vé en Asisi en el Templo que llaman de Minerva. Por este motivo escusamos dar reglas para ello.

272. En la figura se vé el arquitrave, friso y cornisa corintia con su reparticion. Esta cornisa tiene su dificultad por lo tocante al repartimiento de modillones y espacios. Cada modillon ha de ser la mitad de un espacio, y este ha de quedar quadrado para poner en él florones por la parte de abajo del vuelo de la corona. En medio de cada columna ha de venir un modillon, y otro en medio del arco, ó del intercolumnio, si no hubiese arco, haciendo la reparticion de modo que salga tambien la cuenta con el cornison. Todo lo demás se deja ver claramente en la figura á la qual hemos agregado la planta del paflon de la cornisa, sacada de los vuelos de las molduras que la componen. 76.

273. En la misma figura vá pintado un capitel corintio de fachada, y para la mas perfecta inteligencia de lo que queremos declarar hemos añadido en la figura siguiente su planta y perfil donde van señaladas las alturas y los vuelos de todas las partes 77.

Fig. que le componen, dejando para mas adelante declarar como se forma el abaco de este capitel y del compuesto.

76. *a*, *b*: abaco.
77. *c*: flor.
d: caúlicos.
e: volutas.
f, *f*: hojas.
g: tambor.

274. El tambor vá guarnecido de 16 hojas en dos órdenes, 8 en la de abajo, y 8 en la de arriba, y á cada una de estas hojas se la suelen hacer 7 ú 8 divisiones á modo de macetas. En su principio su contorno quiso imitar, segun *Vitruvio*, la hoja de acanto; pero hoy dia en el capitel corintio cada maceta se compone de 5 hojas de oliva, que van á unirse en la parte de abajo; y solo las del compuesto conservan alguna semejanza con las hojas de acanto. Para adquirir buen gusto en el contorno de las hojas, deben dedicarse los principiantes á copiar muchas por el natural, como el pico de cigueña, el renúnculo aquático, el peregil, la matricaria, la verbena, &c. que son muy comunes y muy bellas para estudiadas; además de eso donde haya buenos monumentos antiguos deben copiarlas por ellos, y solo el verlo les servirá mucho mas que quanto nosotros les podamos decir. Pero los que no tengan á mano monumentos que copiar, deben hacerse con algunos perfiles de los buenos, que se estamparon en el siglo XVI, entre los quales los mas apreciables son los de la primera edicion de *Viñola*. Con esta ocasion prevenimos que en estas estampas de *Viñola* no es para imitado el diseño de las volutas que empiezan delgadas, y van despues engruesando; antes bien, dice *Paladio*, "el »tallo de donde nacen se ha de hacer grueso, y á me»dida que vayan dando vueltas se han de ir adelga»zando, á imitacion de las plantas que son mas grue»sas en su nacimiento que en la punta." La figura 78 representa una voluta por el estilo de *Viñola* y de varios que le precedieron. La voluta *e* de la figura 77 está hecha segun *Paladio* que en esto siguió el estilo de los antiguos.

Fig.

275. La primera de las dos figuras representa los ornamentos de la mitad de la basa y del pedestal corintio. En la otra figura vá representada la imposta de los arcos, incluso tambien el perfil de la moldura del arco; previniendo que para la distribucion por menor de las impostas no se puede dar regla alguna fija, porque las que se conservan del antiguo son diferentes en casi todos los edificios de un mismo orden; bien que nosotros la hemos dejado en su justa proporcion, conforme manifiestan los números. 79. 80.

Del orden Compuesto ó Romano.

276. Dejamos dicho (249) que las columnas corintias y compuestas guardan una misma proporcion; sin embargo sus cornisones son distintos, conforme se puede ver en el arquitrave y cornisa compuesta que representa la figura. Tampoco pondremos en este orden intercolumnios, porque se aplican á todos los órdenes los que pusimos en el toscano, dórico y jónico. 81.

En la misma figura vá señalada la simetría del capitel compuesto; y para su mayor inteligencia hemos agregado la figura 82 que demuestra en perfil y planta las principales partes de que se compone.

277. La figura 83 contiene las dimensiones de medio pedestal compuesto, y de la mitad de la basa que *Viñola* aplica á este orden.

278. En la figura 84 hemos puesto el perfil y pro-por-

Fig. porcion de una basa que varios Arquitectos han acomodado á todos los demás órdenes, y en la opinion de otros solo se le debe poner al compuesto. Esta basa, que es la *ática*, lleva anotadas en la figura sus proporciones con números. Por regla general á toda basa se la debe dar un módulo de alto.

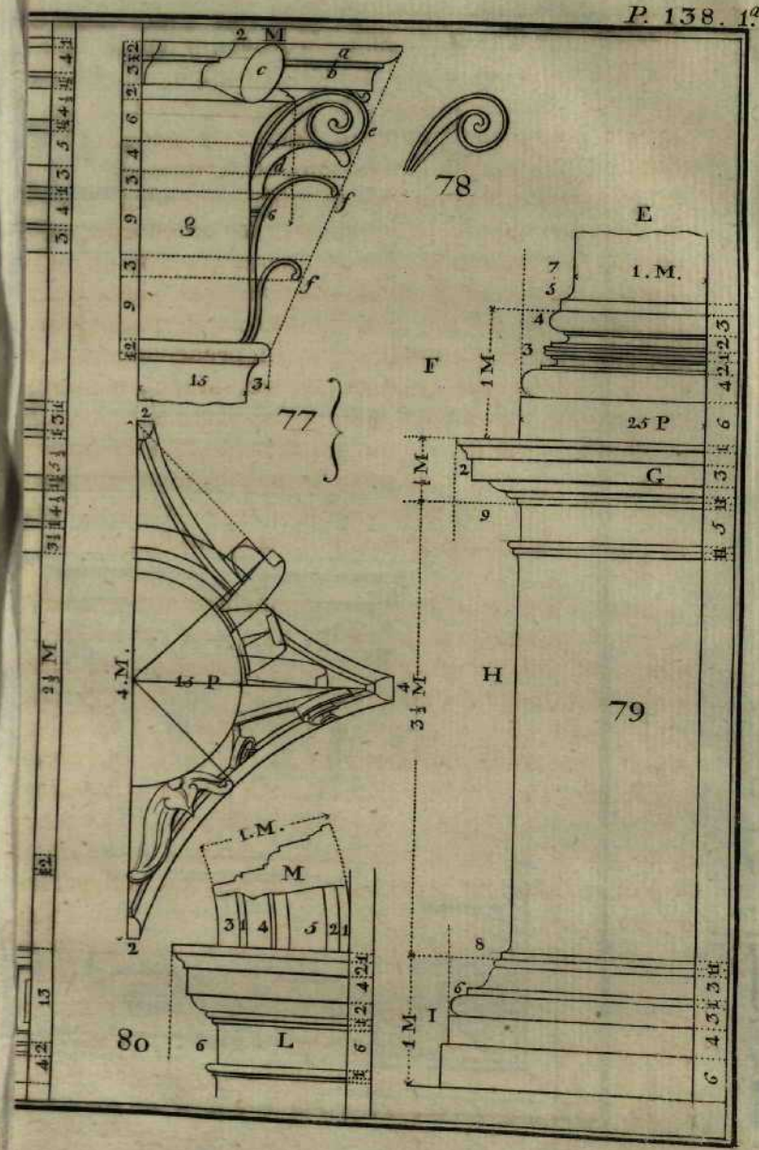
Viñola es uno de los que pretenden que esta basa solamente le viene bien al orden compuesto; que en el jónico se puede tolerar, pero no en los demás órdenes, por varias razones que alegaría, segun dice, á no ser una *licencia tan introducida.* Si consideramos con madurez, y sin preocupacion á favor de *Viñola* esta parte de la decoracion, echarémos de ver que las razones que él calla nunca pueden ser de tanto momento, que justifiquen la esclusion de esta basa, y por este motivo la han usado con felicidad, aun en los órdenes en que él no la admite, Arquitectos de mejor gusto y mas atenido que no el *Viñola.*

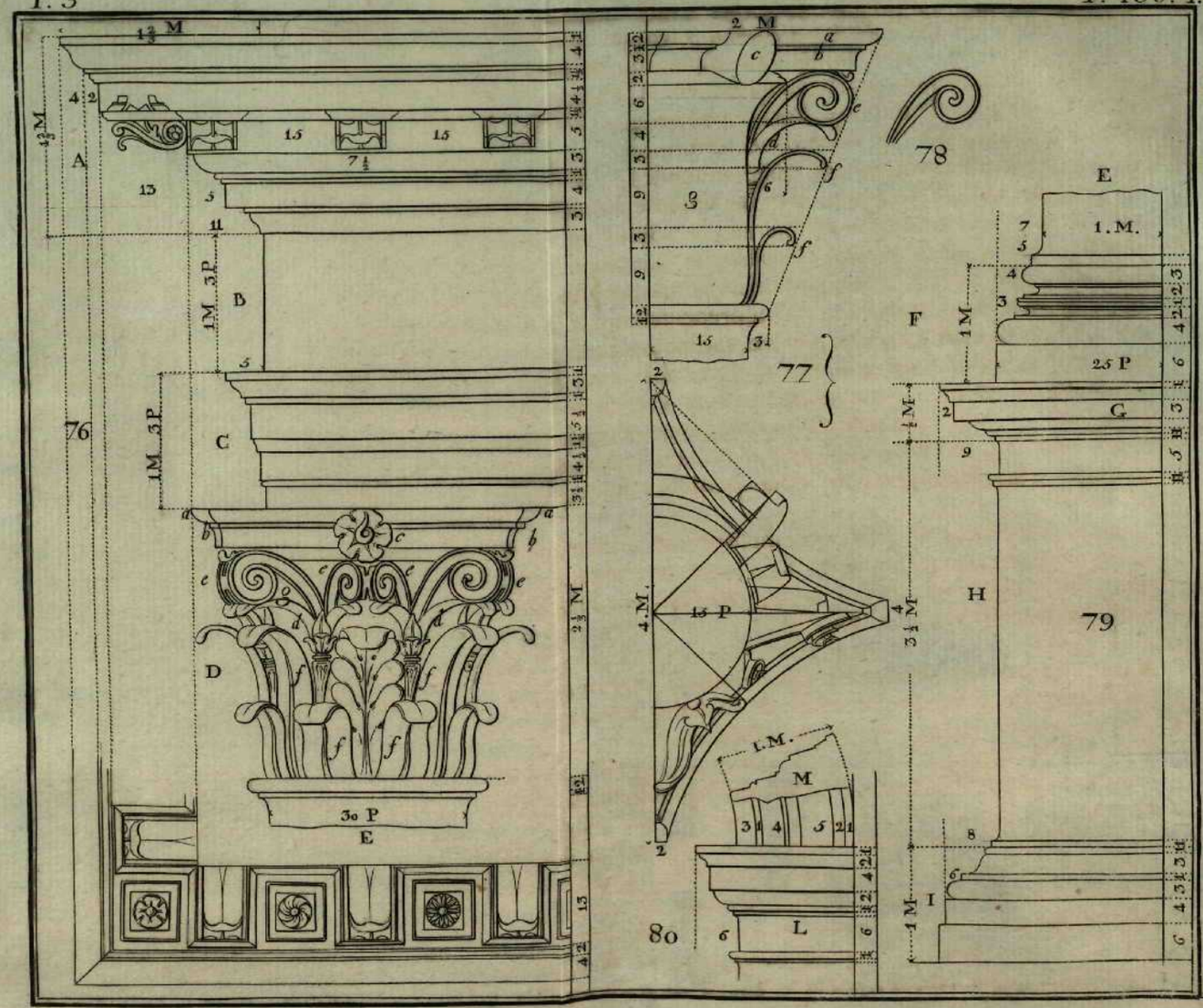
85. 279. Daremos fin á los ornamentos con aconsejar se dé una mirada á la figura 85, que representa el perfil de la imposta con su arco, todo con sus letras y números correspondientes.

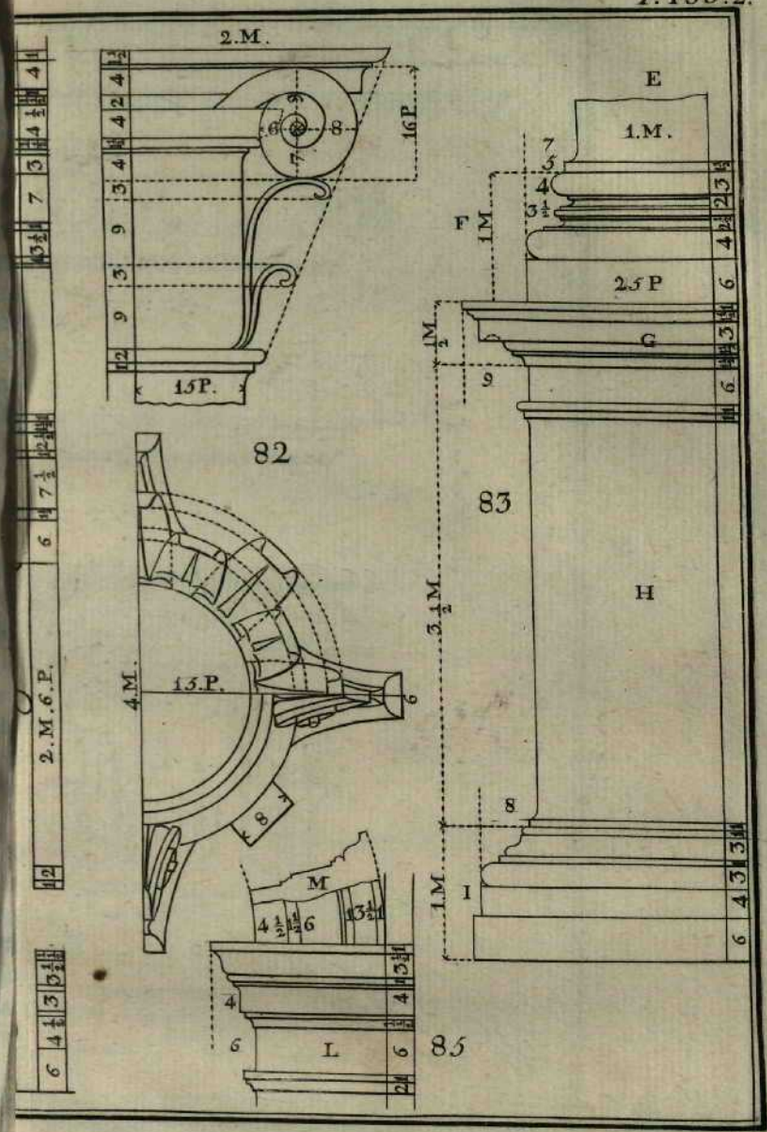
De la simetría de los capiteles, del modo de trazar las volutas, los frontispicios, el perfil de las columnas, las estrías y varias molduras.

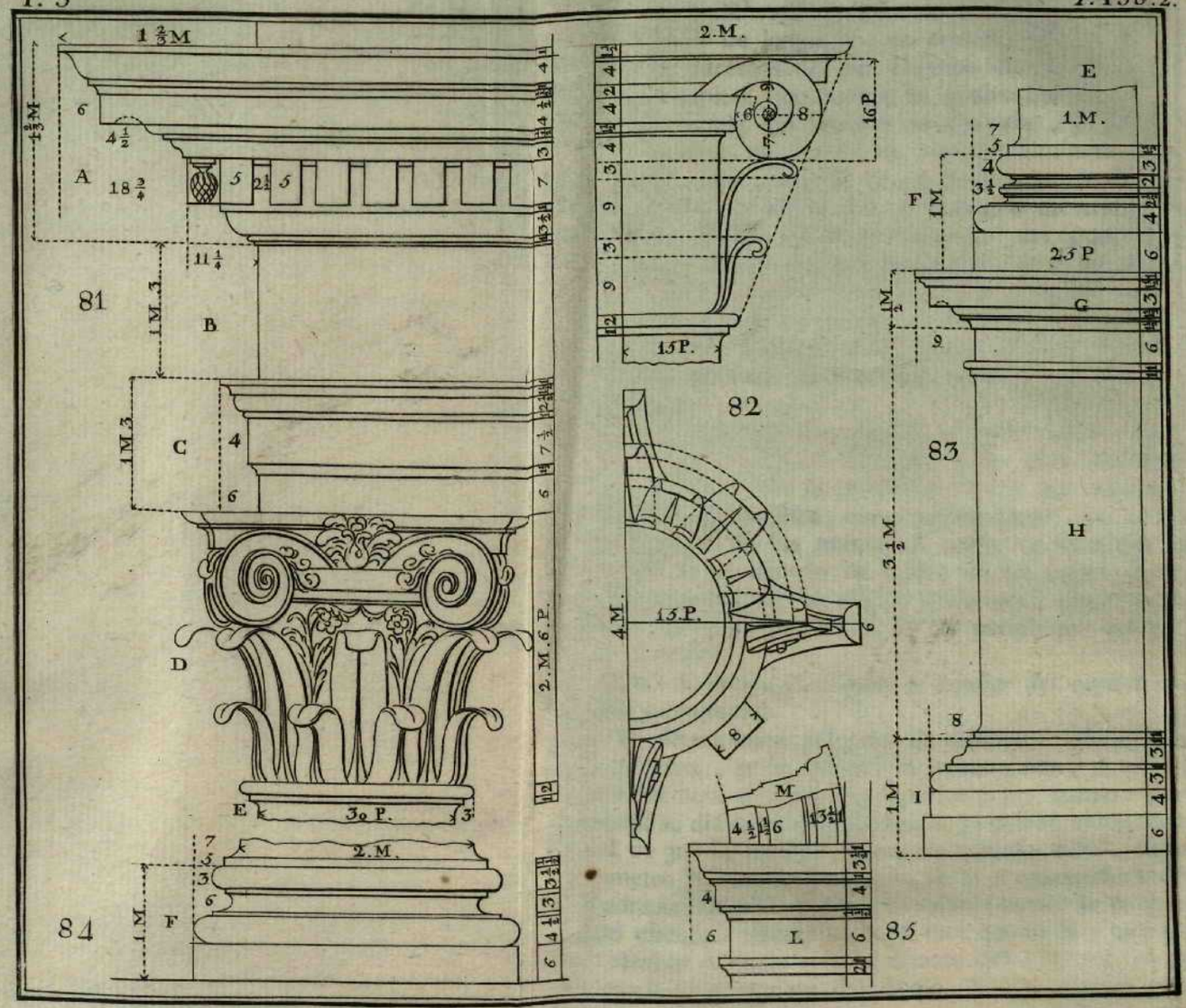
280. Cuestion I. *Formar los abacos corintio y compuesto.*

86. Esta figura y la siguiente representan la simetría de estos dos capiteles, cuyas partes principales guardan entre sí una misma proporcion. Entre varios modos que hay para formar los abacos, el mas comun es tirar por el centro *A* de la columna dos lineas *BAC*, *DAE* á ángulos rectos, y dando á cada una de las par-




76
77
78
79
80
A
B
C
D
E
F
G
H
I
L
M
1.M.
30 P
25 P
15 P


2.M.
16P.
15P.
82
E
1.M.
F
1M
2.5P
G
83
H
3.½M.
1.M.
I
4.M.
15.P.
2.M.6.P.
M
L
85


81
82
83
84
85
A
B
C
D
E
F
G
H
I
L
M
1 2/3 M
1 1/3 M
18 3/4
11 1/4
1.M.3
2.M.6.P.
30 P.
2.M.
16P
15P.
4.M.
1.M.
25 P
3 1/2 M
1 1/2 M

partes *AB*, *AC*, *AD*, *AE* contadas desde el centro dos módulos de longitud, sus estremos *B*, *C*, *D*, *E* serán los estremos de los cuernos del abaco ó tablero del capitel, que remata en quatro lineas de quatro partes cada una quando es corintio, y de seis partes quando es compuesto, perpendiculares á las *AB*, *AC*, *AD*, *AE*. Se tirará despues desde *D* á *C* la recta *DC*, y sobre ella se formará un triángulo equilatero *DCF*. Poniendo despues una punta del compas en *F*, y alargando la otra hasta los estremos de los cuernos del abaco, se trazará su curvatura, como se vé en *DGC*. Repitiendo esta misma operacion desde *C* á *E*, desde *E* á *B*, y desde *B* á *D*, quedará enteramente trazado el contorno del abaco. Fig. 86.

Los Artistas no gastan en esto tanta prolijidad; egecutánlo de memoria ó de pura práctica; bien que esto solo es permitido á los que teniendo el compas en la vista, como suelen decir, no necesitan tenerle en las manos. A nadie se le niega la facultad ni el arbitrio de poder variar alguna cosa, con tal que guarde las reglas generales, tanto en la forma como en la medida de las partes que componen el ornato.

281. Cuestion II. *Trazar el tambor del capitel corintio y compuesto.*

Se determinará primero el diámetro inferior de la columna, se le quitará la sexta parte, y el remanente será el diámetro superior; por manera que quando su diámetro inferior sea de 36 partes, el superior será de 30. Se trazará, pues, un círculo *ABC*, cuyo diámetro *BC* sea de 30 partes, se le circunscribirá un quadrado *DE FG*, y desde el mismo centro se trazará otro círculo, circunscripto á este quadrado, que en el tambor corintio será el remate del labio, y en el compuesto el remate del óvolo. Si este último círcu- 87.

Fig. culo se inscribe en un triángulo equilátero *HIL*, sus
87. ángulos señalarán el vuelo de los cuernos del abaco, que se trazará despues así en uno como en otro capitel, conforme se ha dicho. Sin embargo, no aconsejamos que se siga este método, porque la estension *MHN* del abaco actual es mucho mayor que la otra *POQ* que sale del otro modo, que es el mas usado y el que hace mejor efecto.

282. A lo que dejamos dicho acerca del tambor del capitel añadirémos que el tambor tiene la figura y proporcion de un vaso, y puesto encima de la columna es mucha la gracia que dá al cornison que lleva encima; y tanto en este caso como en otros muchos se ha de valer el arquitecto de lo que le diga su propia vista. Quando el modelo de alguna obra, puesta en su sitio y mirada desde el lugar mas conveniente, no le parezca que tiene toda la gracia que podría, podrá alterar las proporciones todo lo que haya menester; así no incurrirá en el engaño de muchos hombres grandes que al poner en su sitio obras trabajadas en los obradores con todas las medidas y esmero correspondientes, se hallaron, por mirarse de sitio distinto, con que hacian diferente efecto del que se habian propuesto. El modo mas acertado para librarse el arquitecto de tales engaños consiste en que sepa á fondo las perspectivas lineat y aerea que forman el último tratado de este Tomo.

283. Cuestion III. *Trazar la voluta.*

88. I. Método. Determinada la altura *AB* de la voluta (que por lo comun es de 16 partes de módulo) se divide en ocho partes iguales, y sobre la quinta como diámetro se traza un círculo *CD* que será el ojo de la voluta, dentro del qual se forma el quadrado en diagonal que mas en grande se vé al lado. Por el centro *E* se tirarán las *FG* y *HI*, paralelas á los lados del quadrado, que se dividen en seis partes iguales

les cada una, cuyas divisiones se señalan con números por el orden que se vé en la figura. Poniendo Fig. 88.
despues una punta del compas en 1 se traza con el radio 1*A* un quadrante de círculo *AM* que remata en la *MN*, que pasa por el centro del ojo; desde el punto 2 con el intervalo 2*M* se trazará otro quadrante de círculo *MB*, y pasando al punto 3 se proseguirá á este tenor hasta haber trazado desde los doce centros otros tantos quadrantes que concluirán exactamente las tres vueltas de la voluta. Por lo que toca al listel, tendrá de ancho en su principio por *A* la quarta parte del espacio entre la primera y la segunda espira; y para trazarle se dividirán todos los espacios que en las *FG* y *HI* sirvieron de centros para la voluta, en quatro partes, y tomando siempre por centros los puntos de estas nuevas divisiones mas inmediatos á los primeros, se trazará el listel por quadrantes de círculo al mismo tenor que se trazó la voluta.

284. 2. Método. Divídase la altura *AB* que se le 89.
quiera dar á la voluta en 8 partes iguales. La parte *CD*, que es la quinta en orden, se subdividirá en quatro partes iguales en 1, *E* y 4 (conforme se vé al lado en grande), y desde el centro *E* con el radio *CE* se trazará un círculo que será el ojo de la voluta. Subdivídase 1, 4 en seis partes iguales en los puntos 5, 9, *E*, 12, 8, y fórmese sobre 1 y 4 un quadrado 1, 2, 3, 4; sobre 5 y 8 otro quadrado 5, 6, 7, 8, y otro 9, 10, 11, 12 sobre 9 y 12, cuyos lados 1 y 2, 2 y 3, 3 y 4 se prolongarán indefinitamente. Desde el centro 1 trácese despues con el radio 1*A* el primer quadrante *AF* de la voluta; desde el centro 2 y con el radio 2*F*, trácese el segundo quadrante *FG*; y desde los centros 3, 4, 5, hasta 12 trácense succesivamente doce quadrantes que formarán todo el perfil esterior de la voluta. Para que salga mas á gusto la operacion, es mejor em-

Fig. empezarla en el centro 12, y concluirla en el 1.
89. Trazado el perfil esterior, se pasa al interior, y entre los dos componen el listel, cuyo ancho *AH* se determinará; y despues se tirará por *A* la *AI* igual á *E*1, que forme con *AE* el ángulo que se quiera; se tirará *IC*, y desde *H* la *HL* paralela á *AI*. Se dividirá despues *AI* en tres partes iguales, y desde los puntos de division se tirarán al punto *C* dos lineas que dividirán *HL* en tres partes iguales, y por lo mismo proporcionales á las de *AI*. Las divisiones de *LH* se trasladarán desde *E* á 1, y desde *E* á 4; se formarán tres quadrados como se ven en las lineas de puntos del ojo de la voluta en grande, y los doce ángulos de los espresados quadrados serán otros tantos centros para trazar la espiral interior del listel.

90. 285. Cuestion IV. *Trazar un frontispicio.*

Debajo del plano *AB* donde sienta el frontispicio se trazará un semicírculo *ACB*, cuyo diámetro sea igual á la longitud de la cornisa que corona la fábrica; desde su centro *E* se levantará una perpendicular *EC*; y desde el punto *C* donde corta la circunferencia, como centro, se trazará una porcion de círculo *AFB*, que será el contorno del frontispicio redondo; si se le quiere hacer angular á manera de tejado, porque así le usaron siempre los antiguos, se tirarán desde los estremos *A* y *B* del diámetro al punto medio *F* de dicha porcion de círculo unas rectas *AF*, *BF*; ó si no, se formará sobre cada estremo *A* y *B* del diámetro un ángulo de 22° $\frac{1}{2}$, y las lineas que le formaren tendrán el mismo pendiente.

Tambien se puede hacer de otra manera, que consiste en dividir la longitud *AB* en nueve partes iguales, y dándole dos de altura, resultará un frontispicio *AIB* algo mas alto que vá señalado con las lineas de puntos.

El modo que hemos dado para dibujar un frontis-

tispicio es general, y se aplica á todos los órdenes. Fig.

286. En su principio se pusieron frontispicios á los cornisones por necesidad, porque aquel era el cubierto que desde el medio del caballete tenia la misma pendiente á un lado que á otro, y así los principios de todas las cosas se los debemos á la naturaleza. Este es el motivo por que algunos maestros no gustan de dentellones en la misma cornisa que lleva modillones; porque el modillon era la cabeza de una biga que en el cubierto sostenia otras maderas menores que por lo mismo sacaban á lado distinto las cabezas de las quales formaban los dentellones.

Se han hecho frontispicios de muchos modos; quien los ha hecho rotos por el medio; quien los ha rematado en volutas de contornos estraños, todos los quales, si observamos lo que nos enseña la naturaleza, son reprehensibles en los edificios, bien que se pueden tolerar en los interiores donde se hacen solo para ornato. Sin embargo tenemos por mas acertado no usarlos en los interiores y lugares cubiertos ni enteros, ni rotos; con esto no se incurrirá en el defecto de no imitar ó imitar defectuosamente á la naturaleza.

287. El frontispicio se compone de dos partes que 91.
son el tímpano y la cornisa. El *tímpano* es el espacio *MNO* comprehendido entre la cornisa orizontal *P*, y las otras dos inclinadas *Q*, *R*; el plano del tímpano guarda el mismo plomo que el friso que lleva debajo, y puede adornarse con bajos relieves de historia, &c. Las cornisas inclinadas son iguales á la orizontal, á excepcion de la última gola ó cimacio, que se pone en las inclinadas y no en la orizontal *P*. Con este motivo observarémos que si al cimacio del frontispicio se le dá el vuelo correspondiente, y se le hace dar vuelta por los costados de la fábrica, quedará muy diminuto conforme se vé en la figura 92, 92.
en

Fig. en la qual *S* es la gola de los costados, y *T* es la del
92. frontispicio. Para oviar esta desigualdad, han apelado algunos al artificio de doblar el cimacio, como
93. se vé en la figura 93, bien que esto no es para imitado; otros se han contentado con que quede poco
92. vuelo, como se demuestra en la figura 92.

Los antiguos, y á su imitacion varios modernos de buen gusto han puesto por remate de los frontis-
91. picios tres pedestalillos ó *acroteras*, con un talon solo, ó poco mas, por cornisa, para colocarles estatuas encima. La altura de estos pedestales se ha señalado con mucha variedad; la mas arreglada es dar á los dos laterales *V*, *X* tanto como tiene de vuelo la cornisa, y al de en medio una octava parte mas. Por lo que mira á su ancho, se les dá un diámetro de las columnas que vayan debajo. Pero si en lugar de poner en los laterales una estatua sola, se pone un grupo de dos ó mas estatuas, se continuarán hasta la inclinacion del frontispicio, como se vé en *X*. *Paladio* que con tanta felicidad imitó á los antiguos, siempre los usa así, aunque hayan de llevar una estatua no mas.

288. Cuestion V. *Trazar el perfil de las columnas.*

Para resolver esta cuestion hemos de hablar del fusto de las columnas, que es toda la parte comprehendida entre la basa y el capitel.

Ha sido siempre uso comun y constante dar á las columnas cierta diminucion en la parte superior, con lo qual tienen mas gracia, é imitan mejor á los troncos de los árboles, de donde tomaron su principio, los quales por la parte de abajo son mas gruesos que por la de arriba. Esta diminucion se puede hacer de varios modos; ó bien 1.° disminuyéndolas seguidamente desde el principio hasta el fin, á manera de un huso; ó bien 2.° dejando recto su primer tercio, y haciendo su diminucion en los dos tercios su-

superiores; ó finalmente 3.° haciéndolas mas gruesas Fig.
por la tercera parte de su altura, que por abajo y por arriba, y en este caso se llaman columnas hinchadas.

1.° Para disminuirlas del primer modo, se viene á los ojos que con tirar dos lineas desde los estremos del diámetro inferior á los del diámetro superior, quedará concluida la operacion.

2.° El segundo modo, que es el mas usado de 94.
antiguos y modernos, es como sigue: Despues de determinada la altura de la columna en su ege ó cateto *AC*, y la diminucion que por arriba se la quiere dar, se dividirá la altura en tres partes iguales, y dejando la primera *BC* para el trozo cilíndrico, se señalará debajo del collarino el semidiámetro superior *AD*; se trazará un semicírculo *EKH* sobre la linea *EH* igual al diámetro inferior de la columna. Desde el estremo *D* del diámetro superior se bajará una perpendicular *D*1, que cortará el semicírculo en el punto 1. Se dividirá el arco *E*1 en quantas partes se quiera, en quatro por egemplo, y en otras quatro la porcion *AB* que se ha de disminuir; se tirarán despues desde los puntos 2, 3 de las divisiones del arco paralelas 22, 33, al ege *AB* que encuentran las divisiones orizontales en los puntos correspondientes 2, 3, y quedarán señalados unos puntos 2, 3 que se trasladarán al otro lado del ege, por los quales se tirarán rectas que formarán la diminucion de la columna. Prevenimos que en obra es menester que el número de estas divisiones sea muy grande, á fin de que cogiendo poco trecho las rectas que por sus estremos se tiren, queden disimulados los ángulos, y mas suave el contorno.

3.° Ultimamente, para trazar las columnas hinchadas, se toma una linea de la misma longitud que la columna; en sus dos estremos se ponen los gruesos

 que

Fig. que ha de tener la columna por arriba y por abajo; á los dos tercios de su parte superior se la dá un grueso mayor que por la parte inferior; se toma una regla de madera, y doblándola se hace que toque los tres puntos de los gruesos señalados, y con esto quedará trazado el perfil de la columna. Este método, que es el de *Paladio*, dá á la columna muy buen perfil; pero á estas columnas las escluyen de la arquitectura los hombres de mas juicio y razon, porque desdicen de su origen y de los principios del arte. Por lo qual aconsejamos ó que no se use esta especie de columnas, ó si se usa, sea dándolas en su tercio una hinchazon que apenas se conozca, porque la que las dá *Viñola* es excesiva, y las quita en obra la belleza. Véase en *Francisco Blondel* (*Curso de Arquit. p. 2. cap.4.*) de qué modo piensa que se las pueda dar á las columnas el *enthasis* de que habla *Vitruvio*, sin hacerlas por su tercio mas gruesas que por su pie.

289. La costumbre general es dar á las columnas de todos los órdenes una misma diminucion; no obstante *Scamozzi* atribuyendo esta práctica á poca reflexion de los Arquitectos, dá diferente diminucion á la columna de cada orden; á la toscana, la dá por el diámetro superior una quarta parte menos que por el inferior, empezando la diminucion desde la quarta parte de su altura; á la dórica, una quinta parte, y á la jónica, una sexta, empezando la diminucion entre el quarto y el tercio de sus alturas; á la compuesta (que en su opinion no es tan delicada como la corintia) la disminuye una séptima parte, y á la corintia, la octava, á contar desde el tercio para arriba.

290. Generalmente, quanto mas altas sean las columnas de todos los órdenes, tanto menos se las ha de disminuir, porque lo que tengan menos de diminucion, se compensará con que los rayos visuales formarán un ángulo menor, por lo que parecerán mas del-

delgadas aunque en realidad no lo sean. *Vitruvio* dá Fig. para esto la regla siguiente.

En las columnas que tengan de alto 15 pies	se dividirá su diám. inferior en 6 partes	y al diám. superior se le darán 5 partes
entre 15 y 20	$6\frac{1}{2}$	$5\frac{1}{2}$
entre 20 y 30	7	6
entre 30 y 40	$7\frac{1}{2}$	$6\frac{1}{2}$
entre 40 y 50	8	7

Francisco Blondel cree que esta division es peculiar á las columnas jónicas, porque *Vitruvio* quiere que su diminucion represente una sexta parte. Pero aunque le concediéramos que esto sea así, la regla para las columnas jónicas tambien se podria acomodar á las demás, y lo advierte el mismo *Blondel*, para disminuirlas de modo que á qualquiera altura que se coloquen, parezca que tienen la misma diminucion que se quiere tengan á una altura determinada. Esto se logra con aumentar el diámetro superior en la misma razon de lo que mengua á la vista por causa del menor ángulo en que se le vé.

291. Concluiremos este punto con aconsejar á los principiantes que así como en nuestro dictamen deben escusar quanto puedan servirse de columnas hinchadas, por los motivos apuntados (288. 3°), han de escusar tambien servirse de las columnas salomónicas, cuyo perfil enseña á trazar el mismo *Viñola*, de las polyhedras, y otras de ridícula invencion, que solo sirven para quitar á las columnas la idea de su solidez, y de lo que son en realidad. A este propósito dice *Scamozzi*: *arrojada temeridad fue por cierto la de los estrangeros y bárbaros, y con ella compite el abuso de al-*

Fig. *algunos modernos que inventaron columnas triangulares, de muchas caras, salomónicas con bástagos y hojas de parra, con guirnaldas, &c.* No se conoce por esperiencia mejor modo de adornar las columnas que con las estrias.

292. Cuestion VI. *Trazar las estrias.*

Las estrias se pueden trazar de varios modos. 1.°
95. dándolas la sexta parte de un círculo, cuyo centro *A* sea el vértice de un triángulo equilátero. 2.° dán-
96. dolas la quarta parte de un círculo, cuyo centro esté
97. en *B*. 3.° dándolas la tercera parte de un círculo, cuyo centro *C* sea el de un triángulo equilátero. 4.° dán-
98. dolas un semicírculo.

El primer modo es el que mejor sienta á las estrias de las columnas dóricas, á las quales no se dejan entrepaños que separen una estria de otra; en cada columna de estas se echan 20; y si la piedra fuese de la mayor dureza, qual es el pórfido, &c. se pueden hacer tambien del segundo modo; porque aunque los ángulos que forma una estria con otra sean mas agudos, pueden resistir por ser la piedra muy dura.

98. El quarto modo se usa para estriar las columnas jónicas y corintias, y quando no se quieran hacer tan delicadas, ó sea la piedra de poca resistencia,
97. se podrán hacer del tercer modo para evitar los oscuros demasiado recortados. De estas se hacen por lo comun 24, y quando se lleva la mira de que las columnas parezcan mas gruesas, se hacen hasta 28, 30 ó 32, bien que para esto es indispensable que las columnas sean de un tamaño desmesurado. Entre estas estrias se deja un entrepaño, cuyo ancho ni ha de pasar de la tercera parte de la estria en las columnas mas robustas, ni ha de bajar de la quarta parte en las mas delicadas. Algunas veces se les echa á los entrepaños para adornarlos un bastonci-
99. llo, cuya planta se vé en la figura, y entonces el en-

entrepaño ha de ser la tercera parte de la estria. Fig.
Quando las columnas se han de colocar en parages donde corren riesgo de padecer encontrones, se meten en las estrias hasta el tercio de la columna unos bastones redondeados como en *A*, ó planos en faja como en *B*. En las pilastras es costumbre poner un 100.
número impar de estrias, y no mas de 9 ni menos de 5. Lo mas acertado es abrir 7 estrias, particularmente quando van pilastras juntas con columnas, porque siendo este su número, salen las estrias mas proporcionadas á las de las columnas, que suponemos llevan 24. Por lo mismo lo mejor será hacer las estrias de las pilastras puntualmente iguales á las de la columna, y lo que sobrare repartirlo entre los dos entrepaños angulares de la pilastra. No ha faltado quien ha dado á las pilastras un número par de estrias, y en abono de esta práctica se pueden alegar varias razones de mucho peso que omitimos.

293. Cuestion VII. *Trazar las molduras.*

Las molduras ó perfiles de los miembros menudos de los órdenes se forman ó con lineas rectas, ó con curvas, ó con lineas mixtas.

Compónense de lineas rectas los *listeles*, *plintos*, *fajas* &c. por lo que escusamos especificar como se trazan.

294. Con lineas curvas se forman:

1.° Los *toros* y *bastoncillos* que por lo comun 101.
se trazan en semicírculo, y su centro está á la mitad de su altura. Quando los bastoncillos han de ser
tallados, se les dá dos tercios ó tres quartos de cír- 102.
culo, y si debajo han de llevar alguna faja, se trazan de suerte que su diámero caiga á plomo en el plano de la faja que se socava un poco, conforme se echa de ver, para dejar mas lugar al bastoncillo.

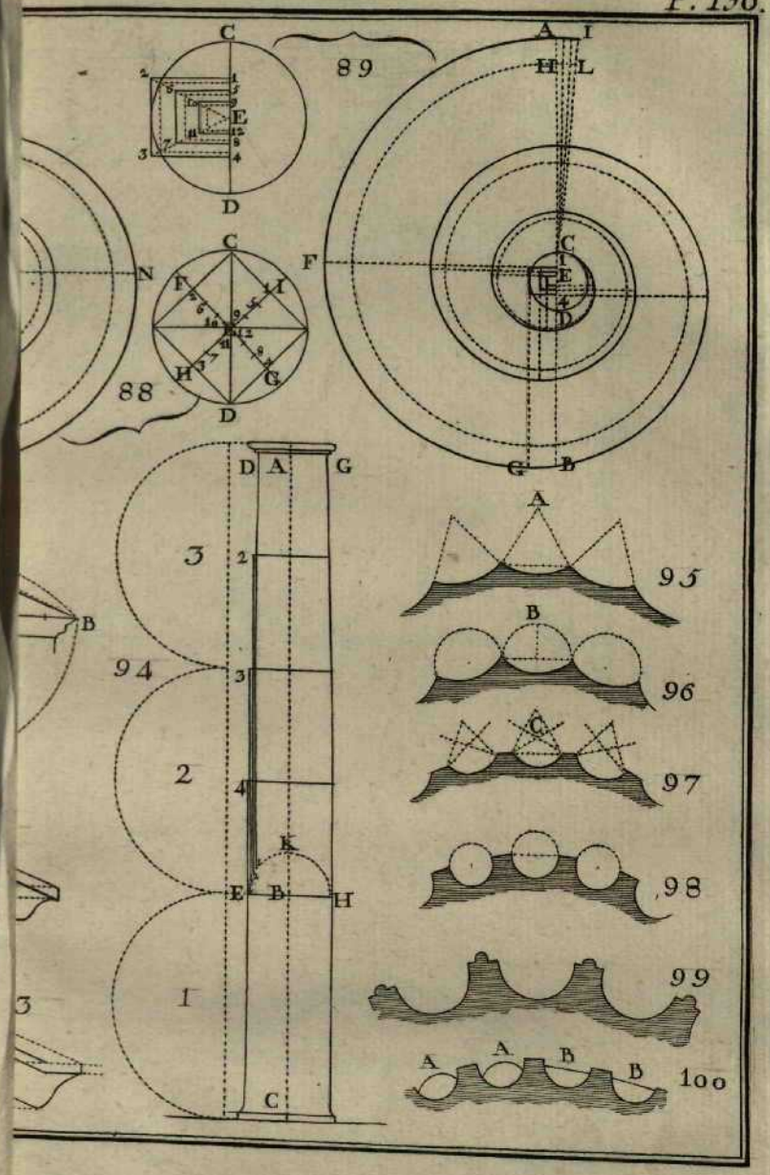
2.° El *óvolo* ó *quarto bocel* se traza con un quadrante de círculo, en cuyo caso el centro está en el 103.

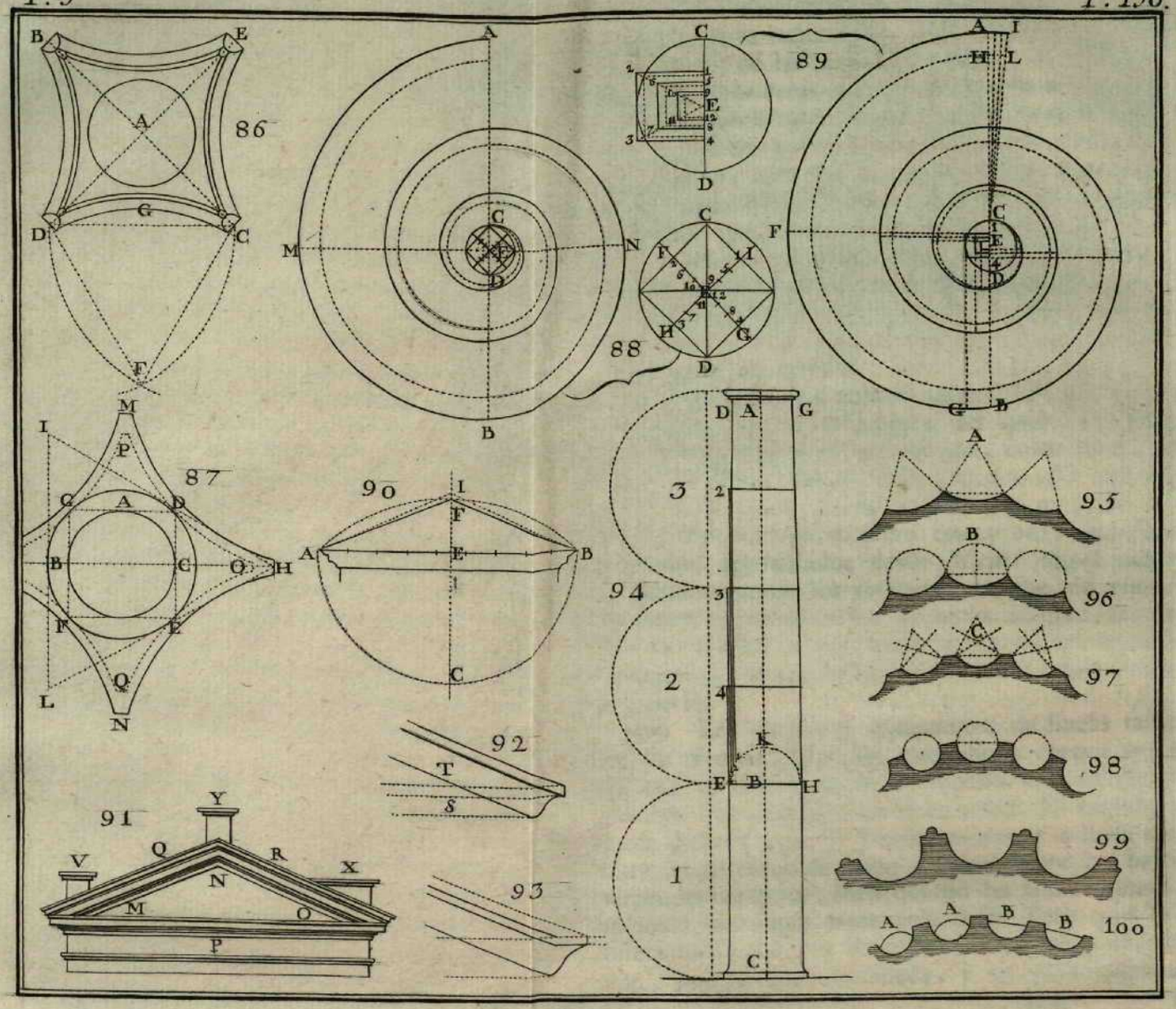
 pun-

Fig. punto *A* á tanta distancia del vuelo *B*, como es la
104. altura *AC*. Tambien se traza con porciones menores,
105. en cuyo caso despues de señalar para su vuelo los
106. dos tercios de la altura ó los tres quartos, ó los quatro quintos, se tira la *DE* en cuyo medio se levanta una perpendicular *FG*, en la qual se tomará el centro de la porcion que se vá á trazar mas ó menos cerca de *F*, segun hubiere de ser mas ó menos convexa. El que quiera acertar ha de tomar este centro de modo que no esté ni á mas distancia que
104. el vértice *G* del triángulo equilátero formado sobre
106. *DE*, ni menos que el punto *H* de la *HF* igual á *FD* ó *FE*. En el primer caso saldrá una sexta parte de círculo, en el segundo una quarta parte; y esta es la que se ha de usar, particularmente quando el miembro vaya liso, arreglado á la perspectiva, porque el perfil saldrá mas en *I* que en *E*. *Paladio* aconseja que se ponga el centro en *L*, que es donde *FD*
105. corta la *EL*.

107. 3.° El *esgucio* ó *media caña* se traza despues de determinado su vuelo, del mismo modo que el óvolo. Pero así como en este se busca el centro ácia la misma moldura, en el esgucio se busca ácia la parte de afuera, conforme lo dá á entender la figura, á la qual se ha aplicado el método de *Paladio* que sirvió para trazar el óvolo de la fig. 105. El vuelo *IE* ó *LM* se determina por lo comun haciendo *LD* igual con *LI*.

4.° En quanto á la *gola derecha* ó *talon reverso*, yá dejamos declarado (l. 437 y 438) como se traza; pero aquí prevenimos que á imitacion de lo que se practíca respecto del óvolo, la mayor distancia de los centros que sirven para trazar las porciones que
108. forman la gola derecha ha de ser en los vértices *H*, *G* de los triángulos equiláteros, y la menor en
109. los puntos *I*, *L* de la *IF* = *CF*. *Paladio* pone los cen-




86
87
88
89
90
91
92
93
94
95
96
97
98
99
100

centros en los vértices *M* y *N* de unos triángulos Fig.
isósceles, cuyos lados *MB*, *ME* tienen de largo los 111.
seis séptimos de las bases *CE*, *EB*.

5.° La *gola reversa* ó *talon derecho* se traza por los métodos declarados (I.437 y 438), y se la aplican las prevenciones que acabamos de hacer acerca de la gola derecha, bien que la operacion se hace al revés. El vuelo *LB* ó *MA* se determina por lo regular haciéndole igual á lo que coge de alto.

6.° Aunque dejamos dicho (I.440) como se
traza la *escocia*, la figura lo recordará. Encima de 112.
la escocia se suele poner en lugar de un listel un óvolo reverso *AL*, que se traza con una tercera ó quarta parte de círculo.

7.° Por el mismo método que la escocia se pue- 113.
de trazar el toro corrompido del qual nos quedan algunos egemplares en el antiguo, como en el que trahe *Antonio Labacco*, haciendo que *AC* que es la linea de su vuelo, quede vertical, y su parte convexa forme la moldura. Pero este y otros semejantes miembros introducidos desde *Micael Angel* acá en la decoracion de los órdenes, aunque de ellos se encuentre por rareza algun egemplar antiguo, mas que para los órdenes sirven en la composicion de vasos, candeleros, marcos de quadros y otras cosas de esta especie.

295. Los miembros compuestos de lineas mixtas son las *coronas*, *fajas* &c. que por lo comun se juntan con el listel que las acompaña con un esgucio ú escapo que degenera en linea recta. El esgucio ya queda dicho (294. 3°) como se traza; la linea recta entre Arquitectos de buen gusto siempre ha bajado
perpendicularmente, bien que no ha faltado quien la 114.
ha inclinado algun tanto ácia fuera. Pero quando se 115.
quiera hacer así, ha de ser con muchísima moderacion, y muy poco inclinada, y en sitios cubiertos

Fig. 115. en alturas superiores á la altura del ojo, no se la dará inclinacion alguna, para que no parezca demasiado diminuta la faja del miembro.

296. En todas las molduras de que hemos hablado se determinará su mayor ó menor concavidad, convexidad ó vuelo atendiendo 1.° al caracter del orden, porque el orden dórico, por egemplo, no ha de tener los miembros tan ligeros, ni delicados como el corintio. 2.° al color del material, porque en las piedras oscuras se han de profundizar los huecos mucho mas que en las claras. 3.° al punto desde donde se las ha de mirar, aumentándolas ó disminuyéndolas de suerte que parezcan en obra del modo que agradaban en el dibujo.

Todas estas prevenciones se han de tener tambien presentes quando se piense en enriquecer las molduras con ornatos tallados, observando ademas en quanto á su formacion lo que digimos (274), y en quanto á la eleccion lo que apuntamos (264); quiero decir, procurando que cada parte del ornato tenga su significacion adequada, cosa bien facil para un Arquitecto instruido. Fuera de esto, se procurará evitar la confusion que resulta á la vista de ser talladas todas las molduras, por cuya razon aun en los órdenes mas ricos conviene dejar entre cada dos molduras talladas una lisa.

De varias cosas conducentes, así á la comodidad, como al ornato de los edificios.

297. Declarados yá los cinco órdenes, sus reglas y su repartimiento general y particular, pasarémos á tratar, con la concision que desde el principio nos hemos propuesto, de las demás partes necesarias de los edificios, como son puertas, ventanas, chimeneas, es-

escaleras, alturas de pisos, y proporciones de fachadas. Fig. 115.

De las Puertas y Ventanas.

298. Empezando por la puerta principal, se le darán de alto dos quadros de su ancho, ó dos quadros y un octavo; y aunque algunos las han hecho disminuidas por la parte de arriba, no sin algun fundamento; por no estar recibida esta práctica escurarémos detenernos mas en ello.

299. Quando para el adorno de la puerta se hayan de echar columnas, se acudirá á las reglas que dejamos sentadas, y en este caso su jamba ha de ser como el arquitrave de las mismas columnas, bien que se podrán variar las molduras á gusto del Arquitecto, mas ó menos segun lo pidan el sitio, la vista y otras circunstancias que pueden ocurrir; pero no teniendo columnas, se adornan de varios modos que se pueden ver en el antiguo, y en los egemplos de los Arquitectos de buen gusto.

300. Algunos quieren que la proporcion de la altura de la jamba con su ancho ha de ser la misma que la de una columna del orden que lleve aquel cuerpo; y que no habiendo orden ninguno, las partes de que se componga la fábrica de la puerta, han de ser sérias ó delicadas, conforme fuere ó séria ó delicada la estructura del edificio. Por egemplo, si la puerta tuviere algun ornato que declare ser dórica, quieren que su jamba tenga de altura 16 módulos (tomando por módulo la mitad del ancho de la jamba), porque de otros tantos consta la columna dórica. Este modo de proporcionar las jambas con la luz de las puertas no es de todo punto para seguido, por el mal efecto que causa á la vista su demasiado ancho. Mucho mas arreglado al buen efecto y á los mejores egemplos de la antiguedad es qualquiera de los dos

Fig. dos systemas que muy en breve propondremos, y han servido de norma para las proporciones de la puerta que representa la fig. 116.

117. 301. No carece de fundamento la práctica de los que sientan la cornisa del ornamento de la puerta inmediatamente sobre el lintel; porque quando no se lleva el ánimo de que el friso sirva para alguna inscripcion ó algun bajo relieve, si se dejára friso encima del lintel, quedaría fuera de su lugar el que (256) ocupan las cabezas de las bigas en el friso de los ornamentos de los órdenes.

Por lo que mira á las cornisas de las puertas, debemos prevenir que en las que estuvieren al descubierto, parece conforme á razon que el cimacio de dichas cornisas sea una gola derecha que representa un canal y en las que estuvieren á cubierto, una gola reversa. En este caso se ha de hacer recta la cornisa, y no en frontispicio, ni triangular ni circular, á no ser que se quiera que el frontispicio circular represente el arco que para mayor solidez se suele hacer encima de todos los vanos, y por lo comun queda oculto ó ciego, como dicen.

302. Entre varios systemas que se conocen para la proporcion de las puertas, escogeremos únicamente el de *Paladio* y el de *Scamozzi*, los dos autores clásicos mas célebres, aconsejando á los principiantes que acudan á sus obras donde lo hallarán con mas estension.

Paladio sienta por regla general que la luz de las puertas sea de dos quadros, y una sexta parte mas, arreglándose á la proporcion que señala *Vitruvio* á las puertas dórica y ática; las jambas nunca las hace ni mas anchas de un quinto, ni menos de un sexto de la luz de la puerta; divide despues el arquitrave, que hace igual á la jamba, en 4 partes, y dá tres de ellas al friso y 5 á la cornisa.

Sca-

Scamozzi dá dos quadros á la luz de la puerta toscana, y dos quadros y un séptimo á la puerta corintia, buscando unas medias proporcionales arisméticas entre estas dos para la luz de las puertas de los demás órdenes. Despues de determinada la altura de la luz, saca de ella la altura del ornamento, quiero decir, del arquitrave, friso y cornisa, dándole al ornamento toscano la quarta parte de la altura de la luz, y al corintio la quinta parte, y entre estos dos busca medios arisméticos para los ornamentos de los demás órdenes. Divide despues la altura del ornamento en 15 partes; dá 5 al arquitrave que es igual á la jamba, 4 al friso y 6 á la cornisa; por manera que segun este autor: Fig.

La puerta	tiene de alto	de ancho	su ornamento
Toscana	12 partes	6	3
Dórica	$12\frac{3}{4}$	$6\frac{1}{4}$	3
Jónica	$13\frac{1}{2}$	$6\frac{1}{2}$	3
Corintia	$14\frac{1}{4}$	$6\frac{3}{4}$	3
Compuesta	15	7	3

Al poner en práctica estas reglas se tendrán presentes las advertencias que acerca del friso dejamos hechas (301); y no por eso han de creer los principiantes que incurrirán en una falta capital por no imitar escrupulosamente el egemplo de los maestros acreditados; antes bien deben saber que no se debe contar con la autoridad de los egemplos, quando contra estos militan razones bien fundadas; y que solo con observar esta máxima podrá haber Arquitectos con conocimiento de los principios de su arte, que son los verdaderos arquitectos.

303. Las mismas reglas que hemos dado para las puertas, sirven igualmente para las ventanas, bien que el ornamento de estas siempre ha de ser mas de-

Fig. delicado. En algunas ocasiones se les ponen á las puertas y ventanas ornamentos que requieren, además de la jamba, pilastras, sobrejambas &c, como sucede quando se echan ménsulas. Con este motivo prevendremos que en las puertas y ventanas el ancho de jamba y sobrejamba juntas jamás ha de pasar de la tercera parte de la luz. Por esto conviene tanto que el Arquitecto sea práctico para que sepa proporcionar con acierto las puertas y ventanas á las fachadas de los edificios, porque en una fachada diminuta de una casa no vienen bien puertas y ventanas desmesuradas; y al revés á una fachada de mucha estension no sientan bien puertas y ventanas mezquinas; por cuya razon se han de hacer primero dibujos y modelos, á fin de proporcionar por este
118. medio las partes con el todo. La figura representa una ventana, y tanto esta como la otra figura 116 pueden servir para puertas y ventanas promiscuamente. No será fuera del caso recordar al Arquitecto que las puertas y ventanas son las que dán toda la gracia al edificio; y aunque se ven ventanas de mil modos diferentes, son muy pocas las que hacen buen efecto á la vista. Tambien sucede que una puerta ó ventana proporcionada al edificio y de buen efecto, puesta en otra fábrica y en otro parage parece como que muda de forma, y no tiene tanta gracia. Todo esto proviene de la perspectiva; no todas las cosas diferentes que se ponen en un mismo sitio, parecen igualmente bien, como tampoco tienen la misma gracia unas mismas cosas puestas en sitios y aspectos diferentes. Este es el motivo porque el Arquitecto se ha de gobernar mas por el discurso que por las medidas para hacer juicio, y aprobar las obras hechas ó por hacer. Quando para el ornato de las ventanas se pongan ménsulas, se podrá seguir el precepto de *Vitruvio* que no permite que las ménsu-

sulas bagen mas abajo del nivel de la linea inferior del lintel, y de allí abajo la hoja. Fig. 118.

De las Fachadas y sus remates.

304. Ya que hemos hablado de las puertas y ventanas que son parte del ornato de las fachadas, parece natural que digamos algo de las fachadas, y sus proporciones. Y aunque en este punto no se puede dar regla fija, pues en los edificios particulares modernos hay que atender á la longitud de los pasos de las piezas, patios, pórticos, galerías y otras comodidades semejantes; sin embargo debemos prevenir que quando la fachada sea de una estension estraordinaria, particularmente en latitud, su remate ha de ser mayor en proporcion y para que tenga gracia es menester que ni bage del quadro, ni pase de quadro y medio, y por esta misma proporcion se arreglarán las puertas y ventanas, porque el ancho de las puertas no ha de salir de entre 8 y 15 pies, y el de las ventanas de entre 5 y 7, bien entendido que siempre hablamos de casas y edificios de alguna consideracion.

305. En la parte superior de las fachadas se suelen poner varios remates ó cornisas que se varían á gusto de cada uno; y como para que no salgan de la justa proporcion precisa sin la qual no pueden hacer buena vista, es menester alguna regla; si la fachada fuere de bastante estension, su cornisa ha de ser algo mayor que quando la fachada fuere reducida, en la inteligencia de que esto es para los edificios sin órdenes de Arquitectura. Por lo que toca al tamaño de la cornisa, se puede sentar por regla general la siguiente: divídase la altura de la fachada en 30 partes y una de ellas será la cornisa, cuyo repartimiento, aunque siempre queda á arbitrio, ha de

Fig. de ser mas ó menos delicado, conforme al mayor ó menor ornato de lo restante del edificio. Si se hubiere de coronar la fachada con arquitrave, friso y cornisa, se dividirá su altura en 12 partes y se le dará una al ornamento. Para el repartimiento de los tres miembros de que consta el cornisón, se subdividirá su altura, que es la duodécima parte de la fachada en 10 partes y se darán 3 al arquitrave, 3 al friso y 4 á la cornisa. En esto se caminará con arreglo á la mayor ó menor distancia á que se ha de ver la fachada, por cuya razon ocurren casos en que es indispensable mudar de medidas y proporciones, bien que el artífice que discurre con despejo vence facilmente todas las dificultades.

De las Bóvedas y los Techos.

306. Las alturas de las bóvedas y los techos han de ser proporcionadas al tamaño de las piezas. Las piezas se arreglan por la altura de la sala principal, pero como en muchas ocasiones no se les puede dar la misma altura á las piezas de habitacion que á las salas principales, se dejarán entresuelos entre la altura de la sala y la de las piezas.

307. La menor altura que se les dá á las piezas es entre 12 y 15 pies, la altura media es entre 15 y 20, y la mayor entre 20 y 25; las que pasan de esta yá son desproporcionadas. En todo esto se ha de atender á la clase del edificio, y á la precision del sitio, que muchas veces obliga á arreglarse por alguna fábrica antigua, pero siempre conviene saber poner en práctica las reglas generales en el pormenor de los edificios.

La altura de los salones será entre 25 y 40 ó 45 pies, segun fuere su tamaño, y las piezas nunca han de tener menos de la quarta parte de la sala á que

que corresponden, y aun hay casos en que por razon Fig. de los encuentros del edificio, es menester que tengan mas ó menos de la mitad, llevando por regla general que la fachada de la sala que hace frente á la puerta de entrada, ha de parecer quadrada del techo abajo, ó de la imposta de la bóveda abajo. Y como las casas de cierta magnificencia se componen de muchas piezas, la parte mas templada se destinará para las piezas de invierno, que serán tambien mas reducidas y mas bajas, á fin de que se pueda templar el ambiente con mas facilidad, dándolas todas las comodidades y uso que requieran su destino y la estacion en que han de servir.

308. Para dar á las tres dimensiones de que se componen las piezas (largo, ancho y alto) la justa proporcion que requieren para hacer buen efecto, no solo ha de saber el Arquitecto arreglar la altura, mas tambien ha de saber qual ha de ser su largo, qual su ancho, y de qué modo se han de combinar las tres dimensiones unas con otras. Por lo que mira á la longitud y latitud, se tendrá presente tanto la capacidad como la figura que han de tener. Si quisiéramos señalar reglas para fijar la capacidad, nos empeñaríamos en un asunto muy dilatado; nos contentarémos con prevenir que la capacidad de las piezas se ha de arreglar por el tamaño de todo el edificio, la variedad de los climas, usos y costumbres.

309. Su figura puede componerse de lineas rectas, curvas ó mixtas. Las lineas rectas que la formen serán quatro por lo menos, y en este caso, además de hacer rectos los ángulos, se hará quadrada, ó rectangular de un quadrado y $\frac{1}{4}$, ó de $1\frac{1}{3}$, $1\frac{1}{2}$, $1\frac{2}{3}$, $1\frac{3}{4}$ ó 2 quadrados; mayor longitud solo es adequada para galerías &c. Las figuras de mas de quatro lados, si no son polygonos inscriptos en un círculo, se inscribirán en un rectángulo de las mismas medidas; prácticando es-

Fig. esto mismo con las figuras terminadas por lineas curvas que no sean círculos ó lineas mixtas. Pero entre todas, las quadriláteras son las mejores y mas acomodadas para piezas de edificios particulares, que son de los que vamos hablando; las demás figuras se pueden usar, bien que con mucho tiento, ó en piezas de diversion y de poco uso, ó bien para aprovechar algun ángulo ó pedazo de sitio donde no se pueda acomodar un quadrado ó un rectángulo.

310. Despues de determinado el largo y ancho, se ha de determinar el alto, para lo qual darémos las reglas siguientes, casi enteramente sacadas de *Paladio*. Si las piezas ván á cielo raso, se les dará tanto de alto como de ancho; si ván en bóvedas y fueren quadradas, circulares ó polygonos inscriptos en el círculo, se les dará una tercera parte mas de su ancho. A las que lleven bóveda, y sean rectángulas ó de figuras compuestas de lineas curvas ó mixtas, inscriptas en rectángulos, se las dará de alto la media proporcional arismética ó geométrica ó harmónica entre su largo y su ancho. La media arismética, que es la que sigue con preferencia *Scamozzi* para la decoracion, se saca tomando la mitad de la suma del largo y del ancho; por manera que una pieza de 32 pies de largo y 18 de ancho, tendrá de alto 25 que es la mitad de la suma de 32 y 18. La media geométrica se halla sacando la raiz quadrada del producto del largo por el ancho; y así una pieza de 32 pies de largo y 18 de ancho tendrá de alto 24, que es la raiz quadrada del producto 576 de 32 por 18. Finalmente, la media proporcional harmónica se saca tomando un medio arismético entre el largo y el ancho, que se multiplicarán á parte uno por otro, y su producto se dividirá por el medio arismético hallado; el cociente que saliere será el medio harmónico ó la altura de la

la pieza. Por egemplo, si la pieza tuviere 32 de largo y 18 de ancho, se tomará un medio arismético 25 entre 32 y 18; se multiplicará 32 por 18, y su producto 576 se dividirá por el medio hallado 25; el cociente $23\frac{1}{25}$ que es el medio harmónico, será la altura de la pieza. Fig.

La primera de estas alturas es mayor que la segunda, y esta mayor que la tercera; se usará cada una de ellas, dice *Paladio*, segun venga mejor "quando se quisiere que varias piezas de distin»tos tamaños tengan sus bóvedas á una misma al»tura, quedando al mismo tiempo las bóvedas pro»porcionadas á las piezas: resultará de aquí buen »efecto para la vista, y la comodidad de que el pi»so que vaya encima quedará todo á un igual." No son estas solas las alturas que se pueden dar á las bóvedas, hay otras muchas que no están sugetas á regla, de las quales se ha de valer el Arquitecto con discrecion, y segun las urgencias en que se halle. Quien desee mayor instruccion en este punto, acuda á *Leon Bautista Alberti*.

De las Escaleras.

311. Así como en un edificio no hay parte mas necesaria para la comodidad de la habitacion que la escalera, tampoco hay otra mas dificil de acomodar. Tratarémos por lo mismo con alguna particularidad de las escaleras, por ser en una casa, despues de las luces y de la entrada, lo que mas llama la atencion de los que entran en ella.

Quatro son los requisitos principales que ha de tener una escalera, y son subida facil, lugar acomodado y bien á la vista de los que entran, luz despejada, y finalmente proporcion con lo restante del edificio.

Fig. Como en los sitios hay tanta variedad, y por otra parte es tan dificil encontrar escaleras que lo tengan todo cumplido, unas veces por no cortar los pasos de las piezas, otras por no quitarla alguna comodidad á la habitacion, se hallará amenudo el Arquitecto en la precision de discurrir buscando otro sitio mas acomodado, y aun de inventar escaleras de todo punto nuevas.

312. Las reglas mas generales que acerca de las escaleras se pueden dár, son las siguientes. Las escaleras comunes que no tienen embarazo alguno, se hacen de dos tiros para cada piso, y se llaman de ida y vuelta. El primero llega á la mitad de la altura, y el segundo sube hasta el piso. Y como los pisos tienen diferentes alturas, es menester que el largo y ancho de las escaleras se arreglen por sus alturas, y por lo mismo conviene saber qué estension es necesaria así para que suban á los pisos, como para que sean cómodas. Pero como no en todas las ocasiones hay lugar de estenderse todo lo que es menester, será preciso hacer escaleras redondas ú ovaladas, ó quadradas de quatro tiros, ó de caracol, y otras semejantes. Darémos, pues, reglas generales proporcionadas á las tres alturas de piezas, que dejamos determinadas (307), para que sirvan en caso necesario, y por ellas se vendrá en conocimiento de lo que hay que hacer en las escaleras de forma diferente.

313. Dada la altura del piso, se tomará en él un plano ó mesilla correspondiente al ancho de la escalera. Se dividirá despues la altura en partes proporcionadas á lo que puede tener de alto cada escalón. Se buscará despues el ancho ó huella que corresponde á la altura del tal escalón, se le darán á la longitud de la planta de la escalera tantas huellas menos una como escalones lleva el tiro; y esto se hace así, porque la huella del último escalon siempre es parte del mismo piso. El Fig. número de los escalones y su perfil es el que arregla el perfiil de la escalera.

Por lo que toca á su número, es de notar que los antiguos siempre dieron á los tiros de sus escaleras un número de escalones impar, á fin de que empezando á subir con el pie derecho se acabará con el mismo pie; y aunque para hacerlo así, mas les movia cierta supersticion que la comodidad; á su imitacion, la mayor parte de los modernos han adoptado el número impar, cuya práctica se podrá seguir mientras lo permita el sitio, pues aunque no mucho, siempre es mas cómodo hallarse en el piso con el pie derecho. En quanto al número de escalones de cada tiro, se le darán 15 ó 21 quando mas, á no hallarse el Arquitecto en algun apuro que le obligue, atropellando por todo, á pasar con exceso de este número; bien que siempre le queda el recurso de cortar el tiro á la mitad con una mesilla.

La mejor regla que se puede dar para el perfil de los escalones, se deduce de la medida del paso regular de una persona de perfecta estatura. La estension de un paso natural en un plano orizontal es de 3 palmos; pero como al subir un escalon se dobla el pie, no se puede coger tanto trecho sin incomodarse. Sácase de aquí esta regla: teniendo yá el escalon la altura que corresponde para poderle subir sin que el pie se doble mucho, pongo por caso 8 dedos, se tomará su duplo 16, y se restará de 36 que es la medida del paso orizontal; el residuo 20 será el ancho ó huella del escalon. Varios Arquitectos han dado hasta 10 dedos de alto á los escalones, pero siempre que haya arbitrio, y particularmente en fábricas de consideracion, no se les dará ni mas de 9 dedos, ni menos de 6. Con arreglo á esto está sacada la tabla siguiente, en cuya formacion no hemos ob-

Fig. servado con rigor la regla espresada respecto de los escalones de 7 dedos de alto, por señalar otra razon mas cómoda que la de 7 á 22.

Escalones		
alto	ancho	proporciones
9	18	1 á 3
8	20	2 á 5
7	21	1 á 3
6	24	1 á 4

119. Para que el pie pueda subir el escalon con mas comodidad, se robará la esquina superior *A* del escalon, dejándole por delante un dedo mas bajo que por detrás quando tenga mucha huella, y $\frac{1}{2}$ dedo quando tenga menos. El perfil del escalon se repartirá dividiendo su altura *AB* en dos partes, y subdividiendo la superior en otras quatro, tres serán para el toro, y una para el filete.

314. En consecuencia de la regla dada (313) todo tiro de escalera que haya de subir $7\frac{1}{2}$ pies mitad de la altura de una de las piezas mas bajas, tendrá 20 pies de largo, esto es, 5 en la mesilla, y 15 en la planta del tiro que lleva 15 escalones contando siempre el de la mesilla, cada uno de los quales tendrá 8 dedos de alto y $17\frac{1}{7}$ de huella.

Quando con un tiro se hayan de subir 9 pies que son la mitad de una altura de las medianas (307), se le darán 24 de largo, 6 para la mesilla, y 18 para la planta del tiro, que se compondrá de 17 escalones de á $8\frac{8}{17}$ dedos de alto cada uno, y 18 de huella. Se le dará de ancho á la escalera lo mismo que tenga de ancho la mesilla entre la pared y los escalones; por egemplo, en la última escalera la mesilla tiene 6 pies, y otros tantos deberá tener de ancho la escalera.

Quando se haya de hacer una escalera para subir

12 pies, que componen la mitad de la altura de una Fig. pieza muy espaciosa, se la darán 32 pies de largo, 8 de mesilla, 24 de tiro, y 8 de ancho; llevará 21 escalones de á $9\frac{1}{7}$ dedos de alto, y $19\frac{1}{5}$ de huella.

Si pareciere demasiado penoso este tiro de 21 escalones, los mismos 32 pies de toda la escalera se pueden repartir de este modo: Se darán 8 pies á la mesilla corrida, y otros 4 á un descansillo en medio del tiro, cuyos dos trozos se compondrán de 11 escalones cada uno de á $8\frac{8}{11}$ de alto, y un pie de huella. Con estas reglas se podrán formar quántas escaleras se ofrezcan.

315. La figura manifiesta el modo de proporcionar por lineas las escaleras de qualquiera edificio, conforme lo vamos á individualizar. 120.

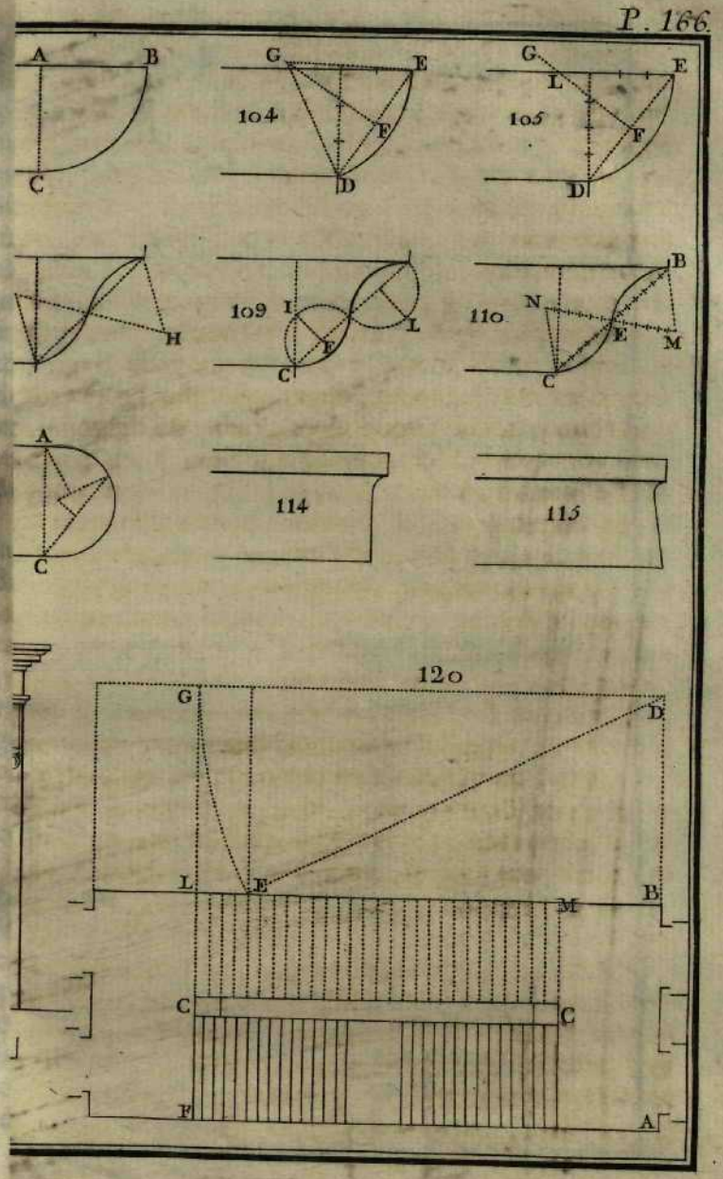
Despues de dado á la escalera el ancho que ha de tener, se determina su altura y longitud del modo siguiente. Se hará la mesilla segun se vé á la frente del tiro, y si la escalera tuviese 10 pies de ancho, se toma una distancia *AB* de 20, y tanto mas como tengan de grueso los pilares *C*, *C* entre los dos tiros; se toma despues otra distancia *BD* igual á la *AB*, menos el grueso de los pilares *C*, y se junta con la otra. Por lo que mira á su longitud, desde la pared *BD* donde vá la mesilla, ácia atrás se tomarán las dos distancias juntas que se tomaron antes, esto es, 20 pies, que es el ancho de los dos tiros á 10 cada uno, y 20 que es la otra distancia *BD*, 40 entre todo; se retirará, pues, el punto *E* 40 pies, y desde el ángulo *D* de la distancia *BD* agregada, se trazará con la diagonal de puntos *DE* como radio la porcion de círculo *GE*, y el punto *G* determinará el principio de la otra mesilla. Se tirará una perpendicular *GF* paralela á la mesilla, que determinará el principio del primer escalon, y á la parte de afuera se trazará la otra mesilla quando así convenga. Haciendo la cuenta se saca que la planta

Fig. 120. *LM* de este tiro que supondremos sube 15 pies, tendrá como unos $34\frac{3}{4}$ de largo; en cuyas circunstancias, ó bien le dividiremos en dos trozos de á 15 escalones cada uno, dejando en medio un descansillo de 5 pies, y dando á cada escalon 8 dedos de alto y 17 de huella, ó bien haremos un tiro seguido de 29 escalones de á $8\frac{8}{29}$ dedos de alto, y $19\frac{6}{7}$ de huella cada uno. *CF* representa en la figura la primera reparticion con el descansillo en medio, *CL* la segunda del tiro seguido. La regla que acabamos de dar se reduce á formar un rectángulo que tenga de ancho dos veces mas que la escalera, y de largo quatro veces mas; esto es, en el egemplo propuesto 20 de ancho y 40 de largo; se le tirará una diagonal que será con corta diferencia de 45 pies, y rebajando de aquí el ancho 10 de la mesilla, que es el mismo que el de la escalera, el residuo 35, poco menos, es lo que ha de tener el tiro de largo. Y aunque se ofrece pocas veces construir edificios que requieran escaleras de estas medidas y proporciones, no por eso dejará de aprovechar esta noticia. Los aparejadores suelen trazar en las mismas paredes la altura de los escalones con sus números, y en otro lado el perfil del tiro, y así saben hasta donde llega, particularmente quando no se pueden estender todo lo necesario. Lo mismo practican respecto de las escaleras de caracol, las quales quando sirven para muchos pisos, han de tener en cada uno su mesilla correspondiente.

De las Chimeneas y sus proporciones.

316. Las chimeneas son una parte del edificio tan util como importante; y aunque no se puede dar regla alguna fija acerca de sus medidas y proporciones, porque muchas veces obliga la necesidad á ponerlas en parages menos vistosos, apuntarémos sin embargo lo que nos parezca mas esencial.

Las



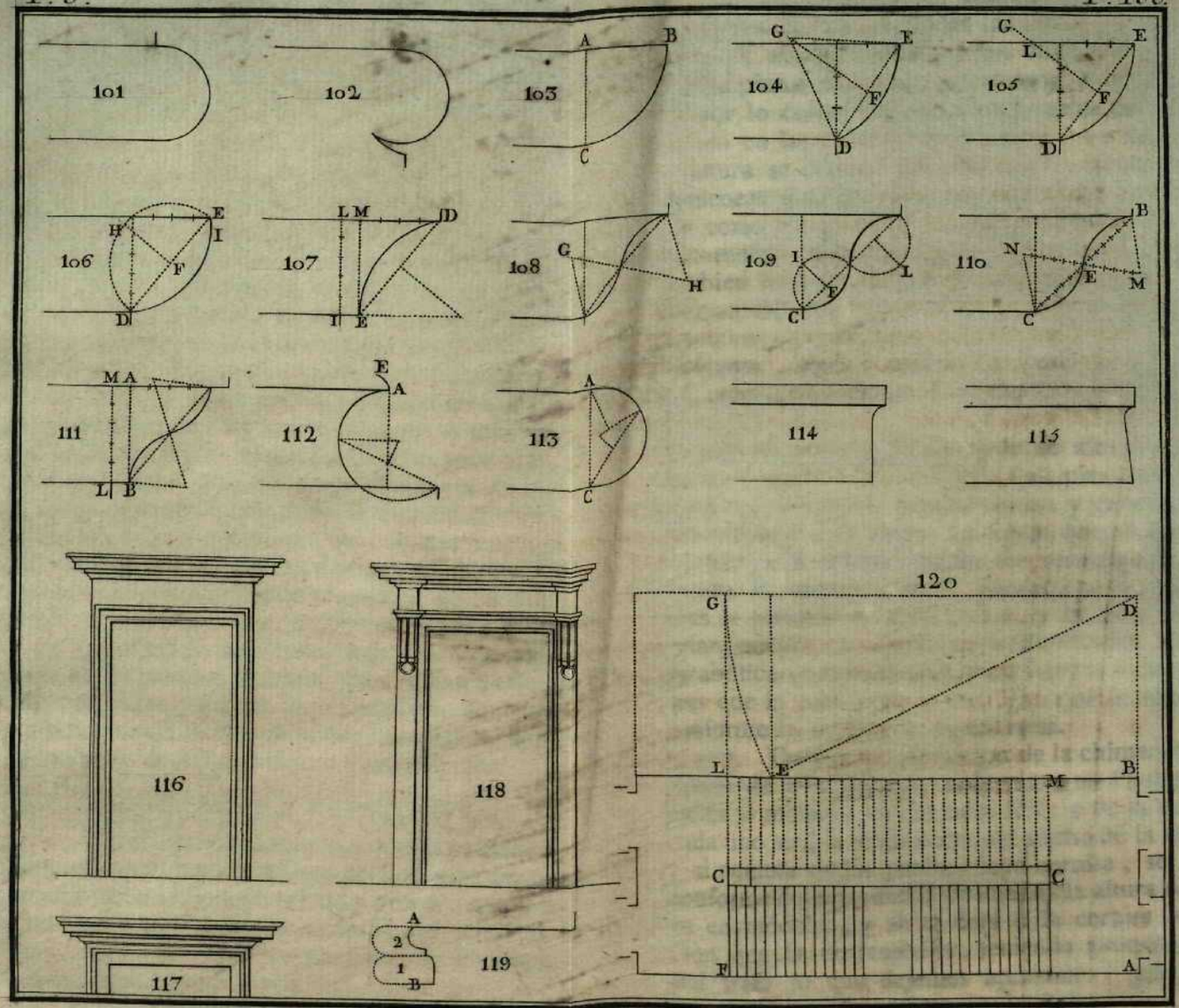

101
102
103
104
105
106
107
108
109
110
111
112
113
114
115
116
117
118
119
120

Fig. 121.

Las chimeneas de los salones podrán tener entre 5 y 8 pies de luz, y las de las piezas menores entre 3 y 5. Y aunque podrá ser tan magnífico el edificio, que las piezas requieran chimeneas de 6 pies, quedan por lo comun bien proporcionadas las chimeneas quando en las salas tienen 6 pies, y en las piezas 4. Su altura se determinará del modo siguiente. En las chimeneas grandes, su ancho se ha de haber con su alto como 7 á 5; en las medianas, como 5 á 4; y en las menores como 1 á 1. Hay ocasiones en que vendrá bien hacerlas en las salas mas altas que anchas, enriqueciéndolas por encima y en los lados con varios ornatos; y en otras ocasiones convendrá hacerlas mas bajas, porque aunque no tendrán tanta gracia, será menester atender á algun fin particular de su dueño. Fig.

Pero tengan lo que tuvieren de alto y ancho, se las podrá dar de fondo dos ó tres pies, porque dándolas mas se pierde mucho calor, y dándolas menos sale el humo á la pieza. La figura de su hueco ó planta, que es lo mismo, puede ser rectangular *A*, polygona *B*, semicircular *C*, parabólica *D*, y de todas ellas la parabólica es la mejor, y la peor la rectangular; porque con anchos y profundidades iguales, la parabólica reverbera mas calor que la circular, esta mas que la polygona, y esta mas que la rectangular, conforme lo enseña la esperiencia. 121.

317. Quando la guarnicion de la chimenea se componga de tres pedazos nada mas, es á saber, de la jamba ó moldura de los lados *RR*, y de la de encima, cada uno será la sexta parte del ancho de la chimenea; y si encima de las jambas lleva cornisa, se arreglará conforme dejamos dicho dividiendo la altura de la jamba en módulos, y se la dará á la cornisa la proporcion que la corresponda, teniendo presente respecto del friso lo que dejamos apuntado (301). Y en ca-

Fig. caso de que se quiera echar todavía mas ornato encima de la cornisa, se pondrán á los lados términos, figuras, pilastras, &c, con tal que su altura no sea desproporcionada á su ancho, y así sucederá siempre que el ornato de los dos lados juntos no pase del ancho del vano, ni el ancho de toda la obra pase de la altura desde la cornisa al suelo. Se ha de llevar por regla general que esta parte de la arquitectura no admite órdenes enteros, porque el hacer uso de ellos en cosas tan diminutas es, en sentir de *Algaroti*, una verdadera y ridícula pedantería.

Esto es quanto nos propusimos decir de las chimeneas; y aunque á todas las de esta especie las llaman *francesas*, solo se deben llamar así las que tienen el plano algo mas alto que el piso de la pieza; las que están al mismo piso, y son las mejores porque con ellas se puede calentar todo el cuerpo, se llaman á la *olandesa*.

Bueno sería que nos detuviéramos á hablar de los cañones de las chimeneas, y diésemos reglas, así para que hagan buen efecto, como para que evacuen el humo con desahogo. Pero como hay mucho que decir en este asunto, nos contentarémos con advertir que de qualquier modo que se hagan, siempre se le ha de dar salida al humo por parte que no pueda ser rebatido ácia abajo, para cuyo fin se han inventado los cañones con linternas, con agugeros encontrados, &c.

Medida de las Bóvedas.

122. 318. Llámase *bóveda*, como todos saben, una fábrica *ABC* en figura de arco, cuyas partes se sostienen unas á otras. Compónese de diferentes piedras de sillería cortadas á propósito para el intento, que se llaman *dovelas*, y se dá el nombre de *clave* á la que

que está en medio *B* de la bóveda y la cierra. La Fig.
parte cóncava de toda bóveda se llama *intrados*, y la de afuera, quando es regular, se llama *estrados*, sea ó no paralelo al intrados.

319. Tres son los puntos principales que hay que considerar acerca de las bóvedas; es á saber 1.° como se trazan, y este es el asunto de la montea. 2.° Como se calcula su empuge, ó la fuerza que hacen para derribar las paredes ó *pilares* sobre que descansan. 3.° Como se miden, ó se halla el valor de su superficie y solidez. Aquí solo tratarémos este último punto, y le tratarémos con brevedad, ciñéndonos á las reglas prácticas. En el Tomo IX de mi Curso está tratado con la correspondiente estension, igualmente que la montea y el empuge de las bóvedas.

320. Bien se deja percibir que segun fuere la curva del arco de la bóveda, será mas ó menos dificultosa su medicion. En estos Principios solo enseñaré como se miden las mas comunes, que son las cúpulas ó medias naranjas, las bóvedas esquilfadas, y las capillas por arista; pudiendo ser cada una de ellas ó sus partes de medio punto, rebajadas, ó peraltadas.

Llámase bóveda de *medio punto* aquella cuya altura *BD* es igual á la mitad *AC* de su base; la bóveda es *rebajada* quando su altura no llega á la mitad de su base, y es *peraltada* quando la altura es mayor que la mitad de su base. 122.

321. Toda bóveda rebajada puede considerarse como formada de un quadrante de elipse *AB* dando la vuelta al rededor de su ege menor *BC*, y la bóveda peraltada se puede considerar como originada de la revolucion de un quadrante de elipse *AB* moviéndose al rededor de su ege mayor *AC*. Pero como las bóvedas elípticas son muy penosas de trazar con la puntualidad que corresponde, particularmente en obras grandes, se suelen formar las bóvedas rebajadas y 123. 124.

Fig. y peraltadas con *medias asas* suponiendo que den la vuelta al rededor de su mayor ó menor diámetro, segun sea la bóveda peraltada ó rebajada.

125. 322. Es, pues, el *asa* una curva que imita la elipse, y se usa mucho hoy dia para la construccion de los puentes. La recta *AB* que vá desde el un estremo del asa al otro, se llama su *diámetro*, la recta *CD* levantada perpendicularmente en medio del diámetro del asa, que remata en la clave, se llama la *sagita* ó *altura* del asa. Los dos estremos de la curva se llaman los *arranques del asa.*

Ya que el asa ha de imitar la curvatura de una semielipse cortada en la direccion de su ege mayor, y la tangente en los estremos del ege de la elipse es perpendicular al mismo ege, síguese que los arcos estremos de una asa, han de tener su centro en el diámetro, y como las dos mitades de una semielipse son semejantes, el asa debe componerse de un mismo número de arcos semejantes é iguales de dos en dos de cada lado del arco del medio, y por lo mismo el número de los arcos que componen una asa debe ser impar, estando dividido en dos partes iguales el que está en medio.

Quando el asa no es sumamente rebajada, se puede trazar con tres arcos de círculo, dando mas ó menos grados á los arcos estremos; pero quando la sagita es menor que la mitad del semidiámetro, es preciso, para que salga vistosa la curva, dar á cada uno de los arcos estremos mas de 60°, y el número de estos arcos habrá de ser tanto mayor, quanto mas rebajada fuere la bóveda.

Finalmente, si el asa hubiere de ser estremadamente rebajada, como quando la sagita no llega á la quarta parte del semidiámetro, y se la trazára con tres arcos de círculo no mas, la curvatura de los arcos estremos no podría menos de discrepar demasiado de la del arco del medio, con lo que haría muy mala vista la curva, y repugnaría con los principios de una buena construccion. En este caso se le dan al asa cinco centros y á veces mas. Fig.

Como sobre un mismo diámetro y una misma altura se pueden trazar una infinidad de asas diferentes unas de otras, la cuestion cuyo asunto es trazar una asa es de suyo indeterminada, y el número de resoluciones que admite es tanto mayor, quanto mas centros ha de tener la curva. Pero se la hace determinada yá con señalar el número de los grados de cada arco, yá con señalar la razon que ha de haber entre los radios. En general sea el que fuere el número de los arcos de círculo que forman una asa, todos juntos han de coger 180°, ó una semicircunferencia. Todo esto presupuesto:

323. Cuestion I. *Dados el diámetro* AB, *la sagita* CD *de una asa, y los centros* E, F *de los arcos estremos, trazar la curva.* 126.

Todo está en hallar el centro *G* del arco del medio *MDN*. Para esto supondremos resuelta la cuestion, y repararémos que las lineas *GM* y *GD* han de ser iguales; pero como la parte *EM* es dada en el radio *GM*, si tomamos en la sagita *CD* la *DH* igual al radio estremo *AE*, y tiramos *EH*, esta linea tendrá sus estremos á distancias iguales del centro *G* que se busca. Luego levantando en medio *I* de esta linea la perpendicular *IG*, el punto donde cortaré la sagita prolongada será el centro del arco medio. De donde se saca la siguiente:

Construccion. Tómese en *CD* la $DH = AE$; tírese la *EH*; en medio de esta linea levántese la perpendicular *IG*, que determinará en la sagita prolongada el centro *G* que se busca.

324. Cuestion II. *Dados el diámetro, la sagita* CD *de una asa, y el centro* G *del arco del medio, hallar los centros de los arcos estremos.* 126.

Ya

Fig. 126. Ya que el centro G del arco medio es dado, las lineas ó radios GD, GM son dados de longitud; luego si llevamos GD desde A á L, por ser iguales las lineas AE, ME, tambien será $EL = EG$. Pero como los puntos G y L son mediante esto puntos dados de posicion, tambien será dada de posicion la linea GL. Fuera de eso, el centro E del arco estremo ha de estár á igual distancia de estos dos puntos, luego estará en el punto donde la perpendicular en medio de GL cortará el diámetro AB; de donde se saca la siguiente

Construccion. Llévese DG desde A á L; tírese la GL, y en el punto K del medio de esta linea levántese una perpendicular KE que determinará el centro E del uno de los arcos estremos.

127. 325. Cuestion III. *Dado el diámetro* AB, *y la sagita* CD *de una asa, trazar la curva con tres arcos de círculo de* 60° *cada uno.*

Supongamos que los puntos E, F igualmente distantes del medio C del diámetro AB, son los centros de los arcos estremos, y que los arcos AM, MN y BN son de 60° cada uno; es patente que si tiramos AM que forme con AC un ángulo de 60°, el punto M, estremo del radio GM, ha de estar en algun punto de dicha linea. A mas de eso, como el triángulo MGD es isósceles, y el ángulo en G de 30°, los dos ángulos en M y D serán de 75° cada uno; luego si tiramos la DM que forme con efecto con DC un ángulo de 75°, el punto M de reunion de los arcos AM, MN estará tambien en la misma linea; luego estará en el punto donde se cortan. De aquí se saca la siguiente

Construccion. Sobre AC como base trácese un triángulo equilátero ACO, desde el punto C como centro y con el radio CD, trácese el arco DL que remata en el punto L del lado CO; tírese despues DL pro-

prolongándola hasta M, y MEG paralela á CO que determinará los centros E, G del arco estremo AM y del arco medio MDN. Fig. 127.

Porque por ser equilátero el triángulo AOC, el ángulo en A es de 60°, y el ángulo DCL será de 30°. Luego yá que por construccion el triángulo DCL es isósceles, el ángulo CDL será de 75°, y por lo mismo el punto M es el estremo del primer arco AM, y tambien $GM = GD$ por razon de los triángulos isósceles y semejantes MGD y LCD. Luego el arco trazado desde el punto G como centro y con el radio GM pasará por el estremo de la sagita CD.

326. Se viene á los ojos que los arcos estremos de una asa formada con tres arcos de 60° cada uno, son tanto menores, quanto menor es la sagita CD. Porque como el ángulo BAM siempre es uno mismo, no hay duda en que quanto menor fuere CD, tanto mas cerca del punto A la DM cortará el lado AO. Se echa, pues, de ver que habrá entonces mucha diferencia entre los radios de los arcos estremos, y el radio del arco medio, de donde resultará una curva poco vistosa, y será preciso trazarla con mas arcos.

327. Cuestion IV. *Dado el diámetro* AB *y la altura* CD *de una asa, hallar el valor de los radios de sus tres arcos, de modo que en su espresion no haya mas lineas que* AB *y* CD.

La figura misma está diciendo que el radio $AE = AC - CE$, y que el radio DG ó $AF = AC + CF$; cada una de estas lineas CE, CF es igual á MO por ser semejantes los triángulos AEM, ACO; luego todo está en sacar la espresion de la linea MO. Para lograrlo, tirarémos desde el punto L la LK paralela á CA, y la LI perpendicular á AO, y resultará el triángulo equilatero OKL, y por lo mismo el ángulo KLO será de 60°, y su mitad ILO de 30°; restando es-

Fig. 127. este del ángulo OLM ó DLC de 75°, quedará el ángulo ILM de 45°, y por ser recto el ángulo en I, tambien será de 45° el ángulo IML. Luego será $IM = IL$, y $MO = IO + IM = \frac{1}{2} OL + MI$. Si suponemos $OL = 2$, OI será $= 1$, cada una de las lineas IL ó IM será $= \sqrt{3}$, y por lo mismo $OM = 1 + \sqrt{3}$; y como el verdadero valor de la linea OL respecto de las AC y CD es que sea igual á $CA - CD$, por la construccion de antes (325), tendremos $2 : 1 + \sqrt{3} :: OL$ ó $CA - CD : OM = (CA - CD) \times \frac{1+\sqrt{3}}{2}$. Luego AM ó $AE = AC - CE = AC - (CA - CD) \times \frac{1+\sqrt{3}}{2}$; y AF ó $AC + CF = CA + (CA - CD) \times \frac{1+\sqrt{3}}{2}$. Luego quedará determinado el valor del radio del arco medio y el de los radios de los arcos estremos por medio del diámetro AB y de la altura CD.

328. Si tomamos en lugar de $\sqrt{3}$ el quebrado $\sqrt{\frac{363}{121}}$, cuyo denominador es el quadrado de 11, y cuyo numerador no lleva mas que dos unidades de exceso al quadrado de 19, sacarémos con bastante precision para la práctica $\sqrt{3} = \frac{19}{11}$; con esto será facil hallar nuevas espresiones de los radios AE ó BF y GD de los arcos estremos y del arco medio. Tendríamos, pues, $AE = AC - \frac{15}{11} AC + \frac{15}{11} CD$, por ser $\frac{1+\sqrt{3}}{2} = \frac{1+\frac{19}{11}}{2} = \frac{30}{11 \times 2}$, ó con reducir $AE = \frac{15CD - 4CA}{11}$. Tambien sacaríamos que el valor del arco GD es $\frac{26CA - 15CD}{11}$, substituyendo $\frac{15}{11}$ en lugar de $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$ en la espresion del mismo radio hallada antes igual con $CA + (CA - CD) \times \left(\frac{1+\sqrt{3}}{2}\right)$.

Cues-

329. Cuestion V. *Dado el diámetro* AB, *y la altura* CD *de una asa, siendo de* 60° *cada uno de sus arcos, hallar la longitud del asa.* Fig. 127.

Suponiendo que la razon entre la circunferencia y el diámetro sea la de 22 á 7, y una vez que todo arco de 60° es el tercio de la semicircunferencia, la longitud del arco medio MDN será $= \frac{GD}{3} \times \frac{22}{7}$; el valor de los dos arcos estremos AM, BN será $\frac{2AE}{3} \times \frac{22}{7}$; luego la longitud del asa será $\frac{2AE + GD}{3} \times \frac{22}{7}$. Pero hemos hallado poco ha (327) $AE = CA - (AC - CD) \times \frac{1+\sqrt{3}}{2}$, y AF ó $GD = AC + (AC - CD) \times \frac{1+\sqrt{3}}{2}$; luego $2AE + GD = 3AC - (AC - CD) \times \frac{1+\sqrt{3}}{2}$. Si en esta espresion substituimos en lugar de $\sqrt{3}$ el quebrado $\frac{19}{11}$, se transformará en $3AC - \frac{15AC}{11} + \frac{15CD}{11}$, ó $\frac{33AC - 15AC + 15CD}{11}$. Reduciendo, tomando el tercio de esta suma, y multiplicando despues por $\frac{22}{7}$, sacarémos por último que la espresion del valor del asa es $\frac{12AC + 10CD}{7}$ ó $\frac{6AB + 10CD}{7}$, y por lo mismo es igual á seis veces el diámetro mas diez veces la altura, dividida por siete.

Medida de la superficie de las Cúpulas.

Por ser las cúpulas de medio punto semiesferas, y haber declarado en los Principios de Geometría quanto pertenece á la medida de la esfera, enseñarémos como se miden las cúpulas rebajadas ó peraltadas.

330. Cuestion I. *Hallar la superficie de una cúpu-*

Fig. *pula rebajada, sea asa ó elipse la curva que la ter-*
123. *mina.*

Suponemos que la altura de la cúpula no sea menor que la quarta parte del diámetro de la base, porque es muy raro el que se construyan cúpulas mas rebajadas.

Añádanse á la altura *BC* de la cúpula los dos quintos de la diferencia que vá de la misma altura al semidiámetro *AC* de la base; multiplíquese la suma por la circunferencia de la base; el producto será con cortísima diferencia el valor de la superficie de la cúpula rebajada.

Supongamos que una cúpula rebajada formada por la revolucion de la mitad de una asa ó de un quadrante de elipse *AB*, tenga una base de 20 pies de diámetro ó 10 pies de radio, y siete pies de altura *BC*.

Se tomarán los dos quintos de la diferencia 3 pies que hay entre el semidiámetro de la base de la cúpula y la altura, y saldrá $1\frac{1}{5}$ de pie, se sumarán con la altura 7 pies, y saldrán $8\frac{1}{5}$ pies. Se multiplicará despues esta suma por la circunferencia de la base de la cúpula, esto es, por la circunferencia de 20 pies de diámetro, ó por 62, 832 pies, suponiendo que 1 á 3,1416 sea la razon entre el diámetro y la circunferencia, y se sacarán 515, 22 pies quadrados, que serán la superficie de la cúpula rebajada propuesta.

331. Cuestion II. *Hallar la superficie de una cúpula peraltada, sea asa ó elipse la curva que la termina.*

124. De la altura *AC* de la cúpula se restarán los dos séptimos de la diferencia que hubiere entre la sagita y el semidiámetro de la base; se multiplicará la resta por la circunferencia de la base; el producto será, con cortísima diferencia, la superficie de la cúpula.

Supongamos que una cúpula peraltada formada por

por la revolucion de una asa tenga una base de 14 Fig.
pies de diámetro ó 7 pies de radio, y que la altura 124.
AC sea de 10 pies; la diferencia entre el semidiámetro y la sagita será 3 pies, cuyos dos séptimos serán $\frac{6}{7}$ pies. Se restarán, pues, $\frac{6}{7}$ de la altura 10 pies, y se multiplicará la resta $9\frac{1}{7}$ pies por la circunferencia de la base, esto es, por 44 pies, y saldrán $402\frac{2}{7}$ pies quadrados, que serán la superficie de la cúpula peraltada propuesta.

De las Bóvedas en rincon de claustro ó esquilfadas.

332. Sea un prisma triangular *ACFDBE*, cuya base es un triángulo *CFD* rectángulo en *F*, y la altura *AC* es igual al lado *CF* del ángulo recto. Si des- 128.
pues de trazar desde el centro *C* y con el radio *CF* el quadrante de círculo *ANMF*, se tiran desde todos los puntos del quadrante de circunferencia *ANMF* las rectas *Nn*, *Mm*, &c. todas paralelas á la linea *DF*, ó lo que es lo propio, perpendiculares al plano *ACFE*, y terminadas en el plano *ACDB*; la superficie curva *ANMFDA* formada de todas estas lineas, se llama *cacho de bóveda de medio punto.* El agregado de muchos cachos de bóveda de medio punto sobre una base regular, compone la bóveda llamada *rincon de claustro de medio punto.* Si el plano de la base no fuera un polygono regular, los diferentes cachos de bóveda que componen el rincon de claustro, no serían de medio punto, ó por lo menos sería imposible que todos lo fuesen á un tiempo, siendo algunos de ellos *rebajados* ó *peraltados.*

333. *La superficie de un cacho de bóveda triangular de medio punto es igual á la del paralelógramo* BDEF *del prisma triangular en el qual está inscripto, y opuesto á la altura* AC *del mismo cacho.*

Porque si tenemos presente la construccion propuesta (I.686), y nos figuramos que por las lineas *MP*,

Fig. 128. *NL* pasen planos *MPm*, *NLn* paralelos al plano de la base, y terminados en el plano vertical *BDFE*, es patente que las areas correspondientes *MmnN*, *GgbH* del cacho de bóveda y del rectángulo *BDFE* se podrán considerar como los elementos correspondientes de dichas superficies, suponiendo el arco *MN* infinitamente pequeño. Pero la superficie $MmnN = MN \times Oo$ (1.671), y la superficie $GgbH = GH \times Kk$; luego todo está en probar que $MN \times Oo = GH \times Kk$. No hay cosa mas facil; porque los triángulos semejantes *CQO*, *MRN* dán $MN : RN :: CO$ ó $QK : QO$, y los triángulos semejantes *QOo*, *QKk*, por ser *Oo* y *Kk* paralelas, dan $QK : QO :: Kk : Oo$; luego $MN : RN :: Kk : Oo$; luego $MN \times Oo = RN \times Kk$ ó $GH \times Kk$; quiero decir que un elemento qualquiera de un cacho de bóveda es igual al elemento correspondiente del rectángulo *BDEF*. Luego la superficie total del mismo cacho de bóveda es igual al rectángulo entero *BDFE*.

334. Luego la superficie de un cacho de bóveda de medio punto es dupla del triángulo que le sirve de base. Porque el triángulo $CFD = FD \times \frac{1}{2} CF$, y la superficie del rectángulo *BDEF* ó del cacho de bóveda que es igual con el (333), es igual á $DF \times FE$; pero *FE* es dupla de $\frac{1}{2} CF$, pues suponemos $CF = FE$, por la misma naturaleza del cacho de bóveda de medio punto; luego &c.

335. Luego ya que la superficie del cacho de bóveda de medio punto *AFD* es dupla del triángulo *CFD*, se sigue que la superficie de una bóveda de medio punto, cuya base es un polygono regular qualquiera, tambien es dupla del polygono regular de la base. Porque si se tiran en el plano de la base desde el centro del polygono á todos los ángulos de la figura radios oblicuos, y se concibe que pasan por el ege de la bóveda y cada uno de estos radios unos planos perpendiculares al plano de la base; quedará la bóve-

veda dividida en tantos cachos de bóveda iguales unos con otros, quantos triángulos iguales hubiere en el plano de la base, y cada cacho de bóveda será duplo del triángulo correspondiente. Fig.

Luego la superficie de toda la bóveda esquilfada de medio punto, es dupla del plano de su base.

336. Cuestion I. *Hallar la superficie de un cacho rebajado de bóveda en rincon de claustro.*

Súmese la altura del ege *SR* con los dos quintos de la diferencia que hubiere entre el ege y la perpendicular *RM* tirada desde el pie del ege á la base *AB* del cacho *ASB* que se ha de medir; multiplíquese despues esta suma por la longitud de la base *AB* del cacho; el producto será la superficie del cacho. 129.

Supongamos que en el cacho *ASB*, que hemos de medir, sea $AB = 20$ pies, $RM = 10$ pies, $SR = 7$ pies. La diferencia que vá de *RM* á *SR* será 3 pies, cuyos dos quintos son $1\frac{1}{5}$ de pie. Sumarémos, pues, $1\frac{1}{5}$ de pie con el ege $SR = 7$ pies, y multiplicarémos la suma $8\frac{1}{5}$ pies por la base $AB = 20$ pies, y saldrán 164 pies quadrados, que serán el valor de la superficie del cacho propuesto *ASB*.

337. Cuestion II. *Hallar la superficie de un cacho peraltado de bóveda en rincon de claustro.*

Del ege *RS* réstense los dos séptimos de la diferencia que hubiere entre el mismo ege y la perpendicular *RM* tirada desde su pie á la base *AB* del cacho *ASB* que se hubiere de medir; multiplíquese despues la resta por la longitud de la base *AB* del cacho; el producto será el valor de la superficie del cacho. 130.

Si hubiéramos de medir el cacho *ASB*, y fuere $AB = 14$ pies, $RM = 7$ pies, $SR = 10$ pies, la diferencia entre *SR* y *MR* sería 3 pies, cuyos dos séptimos valdrían $\frac{6}{7}$ de pie. Luego restaríamos $\frac{6}{7}$ de pie de

Fig. la altura $RS = 10$ pies, y multiplicaríamos la resta
130. $9\frac{1}{7}$ pies por $AB = 14$ pies, y el producto $= 128$ pies quadrados sería el valor de la superficie del cacho peraltado propuesto ASB.

De las Bóvedas llamadas Capillas por arista.

131. 338. Sea $ABDE$ un paralelógramo rectángulo que sirve de base al medio cilindro $AFEDLB$ que suele llamarse *cañon de bóveda.* Desde el centro C del semicírculo AFE, tirarémos en el plano de la base las diagonales CB, CD; si por el radio vertical CF, y por estas diagonales pasaren planos CFB, CFD que quiten de la superficie del cañon los cachos de bóveda de medio punto AFB, EFD, la resta $BFLD$ de la superficie se llamará *luneto circular.* El agregado de muchos lunetos circulares sobre un plano regular forma la bóveda que llamamos *capilla por arista* de medio punto. Hay tambien capillas por arista rebajadas ó peraltadas formadas por cañones de bóveda rebajados ó peraltados.

339. Cuestion I. *Hallar la superficie de un luneto de medio punto.*

De lo dicho (333 y sig.) se sigue que la superficie de un luneto de medio punto, ó lo que queda de un cañon recto semicilíndrico despues de quitadas las superficies de los cachos de bóveda AFB, EFD, será igual á la diferencia que vá de la superficie del medio cilindro que forma el cañon á la superficie del paralelógramo $ABDE$, que le sirve de base.

Porque la superficie del cacho de bóveda AFB de medio punto es dupla del triángulo ACB de la base (334), y será igual á la del paralelógramo $ABGC$, y del mismo modo la del cacho de bóveda EFD será igual al paralelógramo $CGDE$; luego la superficie de los dos cachos de bóvedas, que

que se han de restar de la del cañon para sacar la del luneto, es igual al paralelógramo $ABDE$. Fig. 131.
Pero la area del cañon ó medio cilindro es igual á $AB \times BLD$, y la del paralelógramo $ABDE = AB \times BD$; luego la superficie del luneto es igual á $AB \times BLD - AB \times BD = AB\,(BLD - BD)$.

340. Por consiguiente quando muchos lunetos circulares forman una capilla por arista sobre un plano regular, se sacará la superficie de dicha bóveda multiplicando la de un luneto por el número de los lados del polygono de la base.

341. Cuestion II. *Hallar la superficie de un luneto rebajado de capilla por arista.*

Acudirémos para resolver esta cuestion al método de antes (336), considerando el cañon como 132.
si fuese rebajado en asa. Añadirémos, pues, á la altura SR del luneto los dos quintos de la diferencia que vá de la misma altura al semidiámetro RM, la suma será $SR + \frac{2}{5}(RM - SR) = SR + \frac{2}{5}RM - \frac{2}{5}SR = \frac{2}{5}RM + \frac{3}{5}SR$; y multiplicando esta suma por MB, y luego por 2, el producto $2\left(\frac{2}{5}RM + \frac{3}{5}SR\right) \times MB$ será igual á la suma de los dos cachos MSB, NSC, que se deberán restar de la superficie del cañon para sacar la del luneto rebajado $SBHCS$. Pero la superficie del cañon rebajado es igual á $\frac{12RM + 10SR}{7} \times MB$ (329). Luego restando de esta cantidad la suma hallada de los dos cachos MSB, NSC, la resta $\frac{32MR + 8SR}{35} \times MB$ será el valor de la superficie del luneto rebajado. Luego:

Para hallar la superficie de un luneto rebajado se sumará 32 veces su semidiámetro ó 16 veces su diámetro con 8 veces su altura, se multiplicará la suma por la longitud del luneto, y se dividirá el pro-

Fig. ducto por 35; el cociente será la superficie del lune-
132. to rebajado propuesto.

Supongamos que se nos ofrezca determinar la superficie del luneto recto rebajado *SBHCS* cuyo diámetro $BC = 28$ pies ó el semidiámetro $RM = 14$ pies, la altura SR ó $HL = 10$ pies, y la longitud MB ó $SH = 7$ pies.

Sumarémos $32\,RM$ ó $16\,BC =$	448pies
con $8SR$..... $=$	80
multiplicarémos la suma.....	528
por la longitud $MB =$.....	7
dividirémos el producto.....	3696

por 35, y el cociente $105\frac{3}{5}$ pies quadrados será el valor de la superficie del luneto rebajado propuesto *SBHCS*.

342. Cuestion III. *Hallar la superficie de un luneto peraltado de capilla por arista.*

133. Acudirémos para resolver esta cuestion al método de antes (337), para lo qual de la altura SR se restarán los dos séptimos de la diferencia que va de la misma altura á la perpendicular RO tirada desde el pie de la altura ó medio del diámetro, á MB; multiplicarémos el residuo por MB, y el producto $[SR - \frac{2}{7}(SR - RO)] \times MB$ ó $(SR - \frac{2}{7}SR + \frac{2}{7}RO) \times MB$, ó $(\frac{5}{7}SR + \frac{2}{7}RO) \times MB$ será igual á la superficie del cacho MSB (337); y como los dos cachos MSB, NSC son iguales, la suma de las superficies de estos cachos será $(\frac{10}{7}SR + \frac{4}{7}RO) \times MB$. Luego si restamos el valor de estos dos cachos peraltados MSB, NSC del valor de la superficie del cañon peraltado que es igual á $\frac{12\,SR + 10RO}{7} \times MB$ (329), el remanente $\frac{(2SR + 6\,RO) \times MB}{7}$ será el valor

lor del luneto peraltado *SBHCS*. Luego Fig.

Para hallar la superficie de un luneto peraltado 133.
de capilla por arista, se sumará dos veces la altura con 6 veces el semidiámetro, ó tres veces el diámetro entero de la cercha ó curvatura del luneto; se multiplicará la suma por la longitud, y se tomará la séptima parte del producto.

Supongamos que se nos ofrezca medir el luneto peraltado *SBHCS*, cuya cercha *SO* tenga un semidiámetro *RO* de 7 pies, la altura $SR = 10$ pies, y la longitud $MB = 14$ pies.

Sumarémos $2SR$.....	20 pies
con $6\,RO$.....	42
multiplicarémos la suma.....	62
por la longitud MB.....	14
y del producto.....	868

tomarémos la séptima parte, y saldrán 124 pies quadrados que serán la superficie del luneto peraltado propuesto *SBHCS*.

Medida de la solidez de las Bóvedas.

343. Cuestion I. *Hallar la solidez de los cañones de bóveda.*

Quando un cañon de medio punto, rebajado ó 134.
peraltado tiene sus dos caras paralelas y perpendicu- 135.
lares á su longitud, se saca su solidez multiplican- 136.
do la superficie de la una de sus caras por su longitud.

Si la cara del cañon estuviere entre un intrados *AEB* y un estrados *MON* paralelos y terminados por una misma recta *MN*, se sacará la superficie de esta cara con multiplicar la mitad de la suma del intrados *AEB* y del estrados *MON* por el grueso *OE*

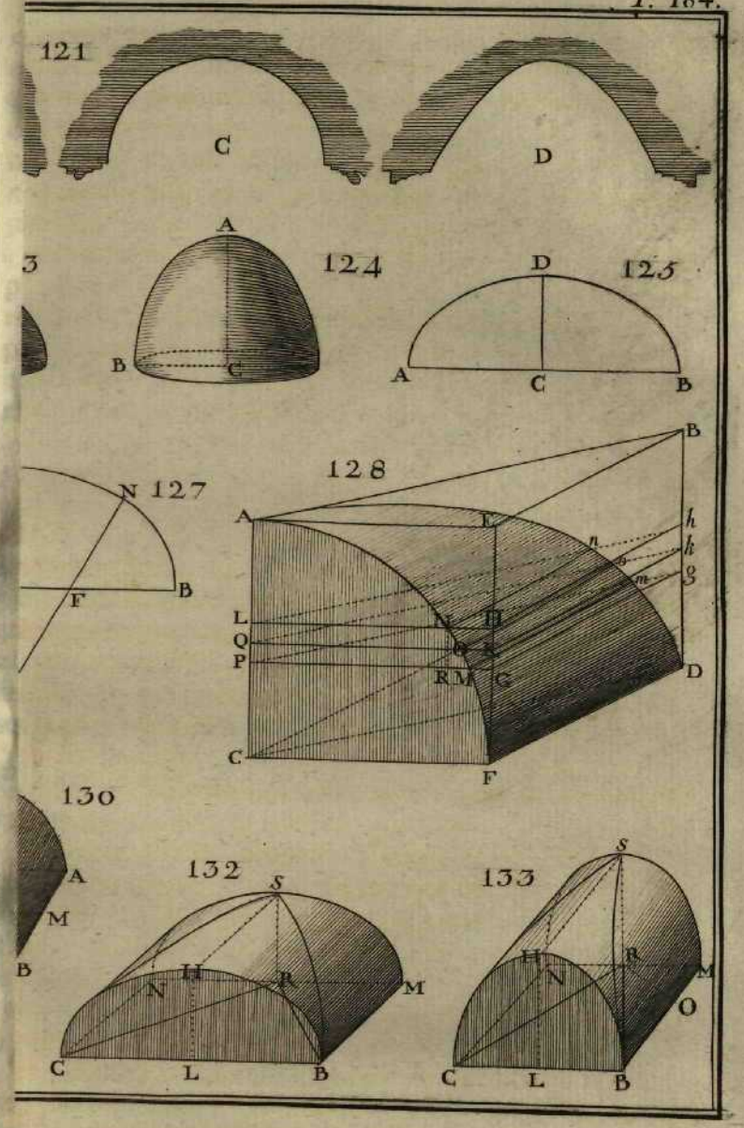
Fig. ó *MA* de la bóveda. Y como este intrados y estra-
134. dos paralelos, siempre se podrán tomar por semicir-
135. cunferencias de círculo ó por asas, y dejamos di-
136. cho (329) como se miden estas curvas; se saca-
rá siempre que se quiera la superficie de una cara de cañon de medio punto rebajado ó peraltado comprehendida entre un intrados *AEB* y un estrados *MON* paralelos y terminados por una misma recta *MN*.

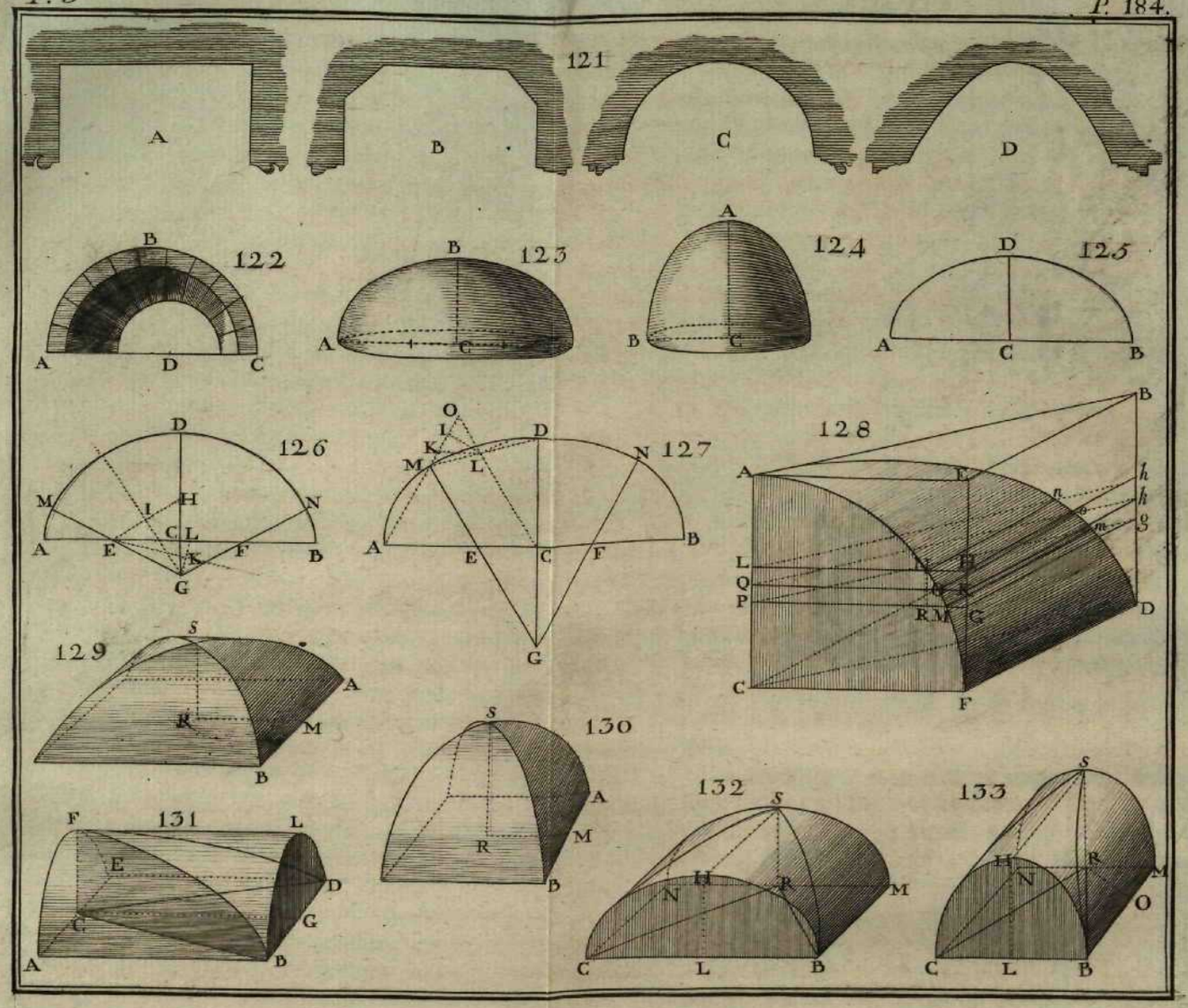
135. Si el cañon fuese rebajado ó peraltado, y el in-
136. trados *AEB* y el estrados *MON* fuesen dos semielipses, se sacará la superficie de toda su cara, restando la superficie de la semielipse interior *AEB* de la superficie de la otra semielipse *MON*; y el producto de la superficie de esta cara por la longitud del cañon será su solidez.

134. 344. Si el cañon estuviere entre dos paredes *DM*,
135. *CN*, de modo que el estrados *FOG* no llegue has-
136. ta la recta *MN* que termina el intrados; y si no se hubiese de valuar mas que el sólido comprehendido entre el intrados *AEB*, el estrados *FOG* y las caras interiores *DA*, *CB* de las dos paredes; se multiplicará la porcion de cabeza *AFOGBEA* no mas por la longitud del cañon. Esto quiere decir que despues de valuada la semicorona comprehendida entre el intrados *AEB* y todo el estrados *MON*, se restarán de su valor los dos semisegmentos *AMF*, *BNG*, y se multiplicará el remanente por la longitud del cañon. Como los semisegmentos *AMF*, *BNG* son semisegmentos de círculo ó elipse, será facil de hallar su valor por lo dicho en el Tomo I.

345. Cuestion II. *Hallar la solidez de una cúpula.*

Si nos figuramos que dos quadrantes de círculos ó dos quadrantes de elipses concéntricas *AKE*, *MKO* terminados por los lados de un mismo ángulo *MKZ*, giran al rededor de un lado *KZ* de dicho




121
A
B
C
D
122
123
124
125
126
127
128
129
130
131
132
133

cho ángulo; engendrarán dos semiesferas ó dos semiesferoides elípticos concéntricos, cuyos perfiles estarán figurados en los dos semicírculos ó semielipses concéntricas *AEB*, *MON*; y el quadrante de corona *AEOM* engendrará el sólido de una cúpula de medio punto ó rebajada ó peraltada, cuyo perfil será la semicorona circular ó elíptica *AEBNO*. Fig. 134. 135. 136.

Se puede, pues, considerar el sólido de una cúpula de medio punto como la diferencia de dos emisferios, y pues dejamos declarado en la Geometría quanto pertenece á la medicion de la esfera, solo nos resta declarar como se miden las cúpulas rebajadas y peraltadas.

346. Cuestion III. *Hallar la solidez de una cúpula rebajada ó peraltada.*

Figurémonos una semiesfera *AHB* cuyo diámetro *AB* sea la base misma del semiesferoide aplanado ó prolongado engendrado por el quadrante de elipse *AKE*; y por lo probado (I.1179) tendremos $AK : KE$, como el sólido del emisferio cuyo perfil es *AHB*, es al sólido del semiesferoide aplanado ó prolongado cuyo perfil es *AEB*. Luego sacarémos el sólido del semiesferoide elíptico aplanado ó prolongado con multiplicar por $\frac{KE}{AK}$ el sólido de la esfera cuyo perfil es *AHB*. 135. 136.

Pero si llamamos circ *AK* la superficie del círculo cuyo radio es *AK*, hallarémos (693) que el sólido de la esfera cuyo perfil es *AHB* es igual á circ $AK \times \frac{2}{3} KH$ ó circ $AK \times \frac{2}{3} AK$. Por consiguiente la solidez de la cúpula ó del semiesferoide aplanado ó prolongado cuyo perfil es *AEB*, será igual á circ $AK \times \frac{2}{3} AK \times \frac{KE}{AK} =$ circ $AK \times \frac{2}{3} KE$; esto quiere decir que el sólido de un semiesferoide elíptico ó aplanado es igual, del mismo modo que el de

la

Fig. la esfera, á los dos tercios del producto de su base por su altura, ó igual á los dos tercios del cilindro circunscripto. Con esto se podrá valuar la solidez de qualesquiera esferoides elípticos, y por lo mismo la de qualquiera cúpula, pues esta es la diferencia de los dos semiesferoides.

347. Cuestion IV. *Hallar la solidez de las bóvedas esquilfadas*, ó *rincon de claustro.*

Estas bóvedas no se distinguen de una cúpula hecha de diferentes cachos sobre un plano regular. Por consiguiente, así como podemos considerar el sólido de una cúpula como la diferencia de dos semiesferas ó dos semiesferoides elípticos, el sólido de una bóveda en rincon de claustro de medio punto, rebajada ó peraltada, se puede considerar como la diferencia de dos sólidos terminados por dos superficies de bóveda en rincon de claustro de medio punto rebajadas ó peraltadas. Vamos á probar que estos sólidos se hallarán del mismo modo que los sólidos de los semiesferoides, multiplicando sus bases por los dos tercios de sus alturas.

137. Figurémonos una úngula *ABRS* del sólido de
138. una bóveda en rincon de claustro, terminada por un
139. cacho *ASB* de dicha bóveda y por dos planos *SRA*, *SRB* que pasan por su ege *SR* y por dos aristas *SA*, *SB*. Si á esta úngula la cortare un plano *SRM* perpendicular á la base *AB* del cacho *ASB*, dicho plano *SRM* será un quadrante de círculo ó un quadrante de elipse, segun fuere la úngula de que se trata de medio punto ó rebajada ó remontada; y podremos considerar el sólido de esta úngula como formado de filetes paralelos á *AB*, terminados por los planos *SRA*, *SRB*, y engendrados por todos los puntos del quadrante de círculo ó del quadrante elíptico *SRM* moviéndose perpendicularmente al mismo plano. Por consiguiente el sólido de la úngula *ABRS* se-

será igual al producto de la superficie del plano Fig.
SRM multiplicada por el trecho que anduviere el 137.
centro de gravedad del systema de todos los puntos 138.
del plano (II.105). Imaginémonos que por el cen- 139.
tro de gravedad *P* del plano *SRM* pase una recta *IK* paralela á *AB* que remata en los planos *SRA*, *SRB*: esta recta *IK* será el trecho que anduviere el centro de gravedad de todos los puntos del plano *SRM*, pues los movimientos de todos los puntos de este plano son terminados por los dos planos *SRA*, *SRB*. Luego el sólido de la úngula *ABRS* será $SRM \times IK$.

Figurémonos un plano *IQK* que pase por *IK* paralelo á la base *ARB* de la úngula; las lineas *PQ*, *IQ*, *KQ*, donde cortarán este plano los planos *SRM*, *SRA*, *SRB*, serán paralelas á las rectas *MR*, *AR*, *BR*, donde los mismos planos encontrarán la base de la úngula. Y como suponemos la *IK* paralela á *AB*, los triángulos *MRB*, *ARB* serán semejantes á los triángulos *PQK*, *IQK*, y darán $MR : PQ :: BR : KQ :: AB : IK$; de donde sacarémos $IK = PQ \times \frac{AB}{MR}$.

Si el plano *SRM* fuese un quadrante de círculo, 137.
será $PQ = \frac{(SM)^2}{3\,SNM}$, como se puede inferir de lo probado (II. 93). Pero entonces tambien será $SR = MR$, y $(SM)^2$ ó $(SR)^2 + (MR)^2 = 2(MR)^2$, y por lo mismo $PQ = \frac{2(MR)^2}{3\,SNM}$; de donde sacarémos IK ó $PQ \times \frac{AB}{MR} = \frac{2\,MR \times AB}{3\,SNM}$.

Tambien será $SRM = \frac{1}{2} SNM \times SR$; luego $SRM \times IK = \frac{1}{2} SNM \times SR \times \frac{2\,MR \times AB}{3\,SNM} = \frac{1}{3} SR \times MR \times AB$, ó $\frac{MR \times AB}{2} \times \frac{2}{3} SR$; y quiere decir que el sólido de la úngula *ABRS* es igual al producto de su ba-

Fig. 137. base $ARB = \frac{MR \times AB}{2}$ multiplicada por los dos tercios de su altura SR.

138. Si el plano SRM fuese un quadrante elíptico, y
139. desde el punto R como centro, se trazare el quadrante de circunferencia MO, cuyo centro de gravedad esté en T; este centro de gravedad T y el de la elipse P estarán en una misma recta PT paralela á SR, ó perpendicular á RM. Tendremos, pues, TV ó $PQ = \frac{(MO)^2}{3MNO}$; y como $(MO)^2 = (MR)^2 + (OR)^2 = 2(MR)^2$, será $PQ = \frac{2(MR)^2}{3MNO}$, y por lo mismo IK ó $PQ \times \frac{AB}{MR} = \frac{2MR \times AB}{3MNO}$. Tambien será MR ú $OR : SR :: ORM : SRM$, y por lo mismo $SRM = \frac{ORM \times SR}{MR}$. Y por ser $ORM = MNO \times \frac{MR}{2}$, será $SRM = MNO \times \frac{SR}{2}$; luego tendremos $SRM \times IK$ ó $MNO \times \frac{SR}{2} \times \frac{2MR \times AB}{3MNO} = \frac{2}{3} RM \times \frac{AB}{2} \times SR$ ó $\frac{2}{3} ARB \times SR$; y quiere decir que el sólido de la úngula $ABRS$ rebajada ó peraltada es igual al producto de los dos tercios de su base ARB por su altura SR.

348. Luego una vez que la úngula del sólido terminado por la superficie de una bóveda en rincon de claustro de medio punto, rebajada ó peraltada, es igual al producto de los dos tercios de su base por su altura; es evidente que el sólido total terminado por la superficie de una bóveda en rincon de claustro, ó la suma de las úngulas que componen este sólido, es igual al producto de los dos tercios de la base de la bóveda por su altura.

349. Cuestion V. *Hallar la solidez de las capillas por arista.*

Ya

Ya que una capilla por arista se compone de tantos lunetos quantos lados tiene el plano de su base, y el sólido de cada luneto comprehendido entre dos planos ERB, ERC que pasan por sus aristas SB, SC perpendicularmente á su base, se puede medir separadamente; sabremos medir una capilla por arista una vez que sepamos medir el sólido de un luneto comprehendido entre los planos de sus aristas. Y como el sólido de un luneto de capilla por arista está dividido en dos partes iguales por un plano $ENLR$ que pasa por su ege SR, y el centro L de su cara; bastará dar un método para medir el sólido de un medio luneto comprehendido entre los dos planos $ENLR$, ERB. Fig. 140. 141. 142.

Imaginémonos que el sólido de la mitad de este luneto se compone de una infinidad de filetes paralelos á su longitud RL que supondremos perpendicular á su cara NMB; y que estos filetes comprehendidos entre el plano ERB y la cara de la media cabeza $BHNM$ del luneto, son engendrados por todos los puntos de dicha media cara; el centro de gravedad P del systema de todos estos puntos trazará una linea paralela á LR, que estará comprehendida entre los dos planos SRB, NMB. Y como el sólido del medio luneto es igual (II.105) al producto de la media cara $BHNM$ por el trecho que anda su centro de gravedad P; la cuestion, cuyo asunto es hallar el sólido de este medio luneto, queda reducida á hallar la superficie de la media cara $BHNM$, y el trecho que anda su centro de gravedad.

Y pues hemos enseñado como se hallan así las superficies de todas las figuras rectilineas, y de todas las porciones de círculos y elipses, como tambien métodos para determinar los centros de gravedad de dichas superficies; se podrá determinar con la precision que se quisiere la area de la media cara $BHNM$, y la situacion

Fig. cion de su centro de gravedad P respecto de NL. Lue-
140. go con suponer una perpendicular PQ al diámetro BC,
141. se hallará BQ; y con suponer QT paralela á LR,
142. haremos esta proporcion $BL : LR :: BQ : QT$, cuyos tres primeros términos serán conocidos, y el quarto QT será el camino andado por el centro de gravedad P al tiempo de engendrarse el sólido del medio luneto.

Medida de algunos otros Sólidos.

350. Cuestion I. *Medir un cañon de bóveda anular.*

143. Ya que el centro C de un círculo ó una elipse $BDEF$ es el centro de gravedad de su circunferencia y su superficie, síguese de lo probado (II.104 y 105) que si un círculo ó una elipse dá la vuelta al rededor de un punto fijo A, de modo que su plano se mantenga perpendicular á las lineas que andan todos sus puntos, la superficie ó el sólido engendrado en este movimiento es igual á la circunferencia ó á la superficie del círculo ó elipse movible, multiplicada por la circunferencia que trazare el centro de dicho círculo ó elipse.

144. Por consiguiente la superficie de un cañon de bóveda anular, formado por el movimiento de un semicírculo ó semielipse BDE al rededor de un ege vertical AZ, es igual al producto de la circunferencia de dicho semicírculo ó semielipse, multiplicada por la porcion de circunferencia que trazare el centro C del círculo ó elipse.

Porque como el centro de gravedad P del semicírculo ó semielipse está en un radio perpendicular al diámetro BE ó paralelo al ege AZ de revolucion, traza una circunferencia ó una porcion PQ de circunferencia, igual á la circunferencia ó á la porcion CK de circunferencia que traza el centro C del círculo ó de la elipse.

Cues-

351. Cuestion II. *Hallar la superficie de un toro.* Fig.

Quando un semicírculo DBE está construido sobre un diámetro DE paralelo al ege AZ al rededor 145.
del qual gira, engendrá un toro. La superficie convexa de este cuerpo es igual al producto de la semicircunferencia movible DBE multiplicada por la circunferencia ó porcion de circunferencia que anda el centro de gravedad P de la semicircunferencia movible; quiero decir que la superficie del toro originado de la revolucion de la semicircunferencia DBE es igual á $DBE \times$ circ. PA ó á $DBE \times$ (circ. $PC +$ circ. CA), ó finalmente á $DBE \times$ circ. $PC + DBE \times$ circ. CA.

Pero $DBE \times$ circ. PC es igual á la superficie de la esfera que se originaría de la revolucion del semicírculo DBE al rededor de su diámetro; luego la superficie del toro originado de la revolucion del semicírculo DBE al rededor del ege AZ, es igual á la superficie de una esfera de igual diámetro que el semicírculo generador del toro, mas el producto de la circunferencia DBE multiplicada por la circunferencia del círculo, cuyo radio es igual á la distancia CA del diámetro DE al ege AZ de revolucion.

Luego la superficie de un quadrante anular originado de la revolucion de un quadrante de círculo DCB al rededor de un ege AZ paralelo al radio terminador CD del quadrante de círculo, es igual á la superficie de una semiesfera, mas el producto del quadrante de circunferencia BD multiplicado por la circunferencia del círculo cuyo radio es igual á la distancia que hay desde el ege AZ de revolucion al radio CD paralelo á dicho ege.

352. Cuestion III. *Medir la solidez del toro.*

Se multiplicará la superficie del semicírculo DBE por la circunferencia del círculo cuyo radio sea igual

á

Fig. á la recta PA tirada perpendicularmente al ege AZ,
145. ó por dos circunferencias cuyos radios fuesen las dos partes PC, CA de la recta PA. Pero la superficie del semicírculo BDE multiplicada por la circunferencia del círculo cuyo radio fuese PC, es igual al sólido de la esfera que se originase de la revolucion del semicírculo DBE al rededor de su diámetro DE, y que por consiguiente tuviese el mismo diámetro que dicho semicírculo. Luego la solidez del toro engendrado por la superficie del semicírculo DBE al tiempo de girar al rededor del ege AZ, es igual al sólido de una esfera de igual diámetro que dicho semicírculo, mas el producto de la superficie del mismo semicírculo multiplicada por la circunferencia cuyo radio es CA.

Luego el sólido de un quadrante anular originado de la revolucion de un quadrante de círculo DCB al rededor de un ege AZ paralelo al radio terminador CD del quadrante de círculo, es igual al sólido de una semiesfera cuyo radio es el mismo que el del quadrante de círculo, mas el producto de la superficie de dicho quadrante de círculo multiplicada por la circunferencia del círculo cuyo radio es igual á la distancia CA del ege AZ al radio CD.

353. Cuestion IV. *Hallar la superficie de un carril.*

146. Llamarémos carril la superficie que engendraría la semicircunferencia DBE dando la vuelta al rededor del ege AZ, y estando vuelta su convexidad ácia el ege AZ. La superficie de este carril es igual al producto de la semicircunferencia movible DBE multiplicada por la circunferencia cuyo radio fuese igual á la distancia PA del centro de gravedad de la semicircunferencia movible al ege AZ de revolucion; quiero decir que la superficie del carril $= DBE \times$ cir. PA. Pero $PA = CA - CP$; luego cir. $PA =$ cir. CA

$CA -$ cir. CP; y por lo mismo $DBE \times$ cir. $PA =$ Fig.
$DBE \times$ cir. $CA - DBE \times$ cir. CP. Luego la super- 146.
ficie del carril formado por DBE es igual á $DBE \times$ cir. $CA - DBE \times$ cir. CP; y como $DBE \times$ cir. CP es igual á la superficie de una esfera originada de la revolucion del semicírculo DBE al rededor de su diámetro DE, síguese que la superficie del carril es igual á la diferencia que vá de la superficie de una esfera que tiene un diámetro igual al de la semicircunferencia generatriz DBE del carril, al producto de esta semicircunferencia generatriz multiplicada por la circunferencia del círculo cuyo radio fuese igual á la distancia AC del ege AZ al diámetro DE.

354. Cuestion V. *Hallar el sólido igual al hueco del carril.*

De lo dicho se deduce que el sólido igual al hueco del carril, originado de la revolucion del semicírculo DBE al rededor del ege AZ, es igual á la diferencia que vá del sólido de una esfera de igual diámetro que el semicírculo generador, al producto de la superficie del mismo semicírculo multiplicada por la circunferencia cuyo radio es la distancia AC del ege AZ al diámetro DE.

355. Cuestion VI. *Hallar la superficie de una gola* 147.
derecha ó reversa AHPGD *formada con dos arcos de* 148.
círculo AHP, PGD *iguales y semejantes que se juntan en el punto* P.

Es patente que el centro comun de gravedad de los dos arcos está en el punto P; por consiguiente quando la gola $AHPGD$ girare al rededor de un ege CF que esté en su plano, la superficie que de su movimiento se originare será igual al producto de la gola por la circunferencia ó parte de circunferencia que trazare el punto de reunion P de los arcos AHP, PGD.

Fig. 147. 148. Si los dos arcos *AHP*, *PGD* que componen la gola fuesen desiguales ó desemejantes, se buscará separadamente (II.89) el centro de gravedad de cada uno, y se multiplicará cada arco por el trecho que anduviere su centro de gravedad, y se sacará la superficie originada del movimiento de la escocia *AHPGD*.

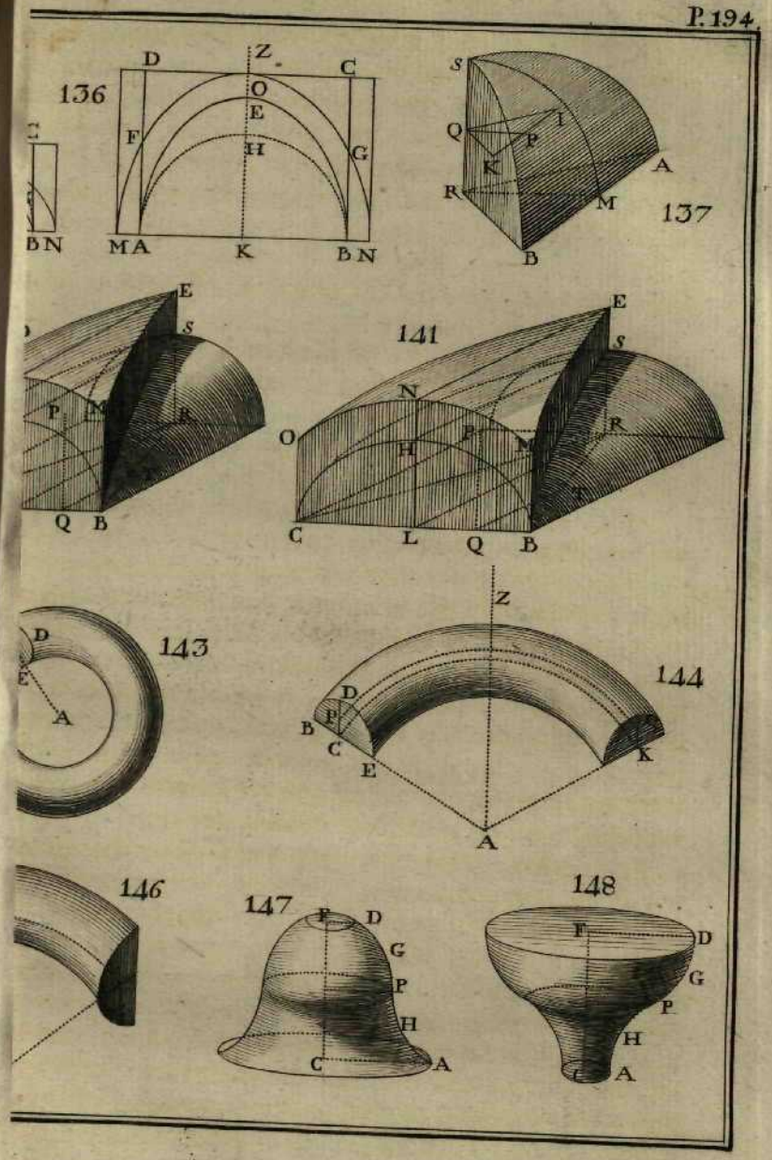
DE LA ARQUITECTURA HIDRAULICA.

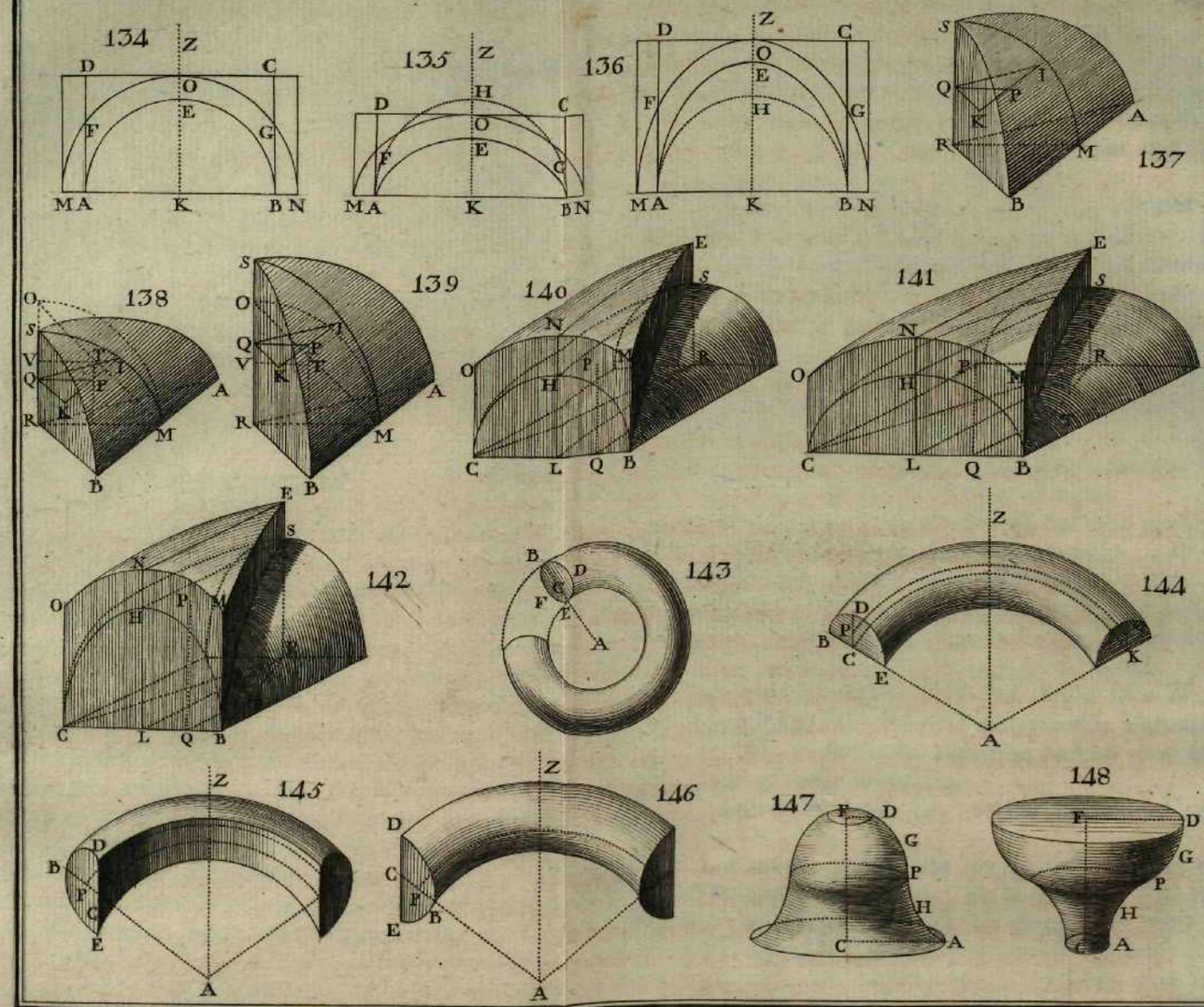
De quantas fábricas pertenecen á este ramo, solo hablarémos de las que mas comunmente ocurre hacer en los rios.

De las Adiciones.

356. Una de las primeras fábricas que ocurre hacer en los rios es arrimar la tierra á la madre del rio, llenando los recodos inútiles que el rio forma. No ignoramos que algunos tienen por máxima incontrastable que *no se debe tocar á la madre de un rio*; pero la verdad que esta máxima encierra es, que es arriesgado estrechar con obras la madre *verdadera* de un rio, porque esto no se puede practicar sin perjuicio del dueño ó de sus vecinos; pero no se infiere que no se pueda hacer lo que se quiera con lo que está fuera de la verdadera madre del rio.

357. Hay quien dice que estas obras hacen las avenidas mas peligrosas, porque las proporcionan mayor altura; pero no hay que temer ese riesgo. Porque 1.° consta por mil hechos que debajo de los rios caudalosos hay vastos depósitos que de ningun modo se pueden consolidar, adonde se encaminan las aguas: 2.° como el agua corre con menos rapidez en los parages que no son de la madre verdadera, que no en la misma madre, el rio llena por sí de arena aquellos parages, y forma naturalmente sin ninguna ma-




134
135
136
137
138
139
140
141
142
143
144
145
146
147
148

mala resulta, lo que se ha de conseguir con la obra que proponemos. Quando el rio lleva la mayor cantidad de agua que suele, es facil de adivinar quales son los parages que cederán con mas facilidad, y son todos aquellos donde las olas son entonces menores, y la velocidad del agua mucho menor que en la madre verdadera. Fig.

358. Muchos Maestros creen que con diques y antemurales se consigue quitarle algun pedazo de tierra á un rio. Estos se engañan de medio á medio, porque el agua socava en las grandes avenidas la tierra donde sientan estas obras, y al fin consigue derribarlas. El camino mas seguro es engañar, digámoslo así, el rio, plantando mimbres ó sauces muy pequeños; porque precisado el rio á dejar entre los mimbres la arena que acarrea, forma allí insensiblemente un dique, el qual fortificándose de dia en dia cierra por último el paso al agua.

359. Esto supuesto, sean *A* y *B* los dos parages mas cercanos donde el rio está comprimido; por lo dicho (356) se puede ganar facilmente todo el terreno *ACDEFGH*. Porque si todo este terreno quedare seco al tiempo de las aguas bajas, se podrán plantar sauces muy inmediatos unos á otros en la parte *ACH*, y se podrá plantar otra fila desde *G* á *D*, y en la orilla desde *F* á *A*; y no perjudicaría plantarlos desde *A* á *E*, si hubiere algo que rezelar por esta orilla en las grandes avenidas. 149.

360. Acerca de esto hay varias cosas que prevenir.

1.° Los sauces no se han de plantar en filas paralelas á la madre del rio. 2.° En la parte *HA* se han de plantar muy apretados, á fin de que el agua no forme islas pasando por entre ellos, y con el mismo fin las filas de sauces que se planten mas allá han de estár inclinadas á la madre del rio. 3.° Si el

Fig. rio fuese muy violento en las avenidas, será preciso
149. plantar muy espesas las filas de árboles, dejando algun trecho mas de arbol á arbol. Si el rio no fuese muy violento, no habrá ninguna necesidad de esto, y conducirá mucho al intento observar el rio un año entero en los parages que se le hubieren de quitar, antes de ponerlo por obra.

361. Quando entre la orilla y un banco de arena *L* pasa un brazo del rio, se plantarán estacas desde *I* á *K*, en el parage por donde entran las aguas, y no sauces; estas estacas han de salir de tierra un pie ó algo mas, plantando detrás de ellas los sauces. Si las estacas salieren sobrado, podrían ocasionar saltos en las aguas grandes, y esto es sumamente perjudicial.

362. Si el rio no hubiere formado todavía depósito ninguno en el recodo, cuyo caso se verifica quando hay enfrente alguna punta de tierra *V*; será preciso contentarse con hacer en la orilla un buen plantío de sauces, plantándolos cada año mas adelante. Una vez que se consiga quitarle algun terreno al rio, se fortificarán las orillas con plantar muchos sauces; donde no, se corre riesgo de perder en un año lo que se hubiere adelantado en otro.

Como se han de fortificar las orillas.

363. Las mejores orillas son las que son altas, firmes y rectas; y las peores son las bajas, torcidas y movedizas. Yá se vé que estas son las que pueden necesitar de algun reparo, pues á las otras solo se debe llegar ó quando se haya de construir encima alguna fábrica, ó en el caso de que por el modo con que rechazan el agua perjudiquen á la orilla opuesta, ó porque en alguna parte se metan agua adentro donde ocasionan caidas y bancos. Quanto mejor fuere la orilla, tanto mas costoso será quitar la parte que causare estos males.

Los

364. Los reparos que se hacen en las orillas de Fig.
los rios penden del modo con que los rios las echan á perder, y son por lo mismo tan varios como las causas del daño. Si se dejaren mucho tiempo molinos de barcas, ó barcos en la orilla, angostarán la madre del rio cuya agua irá socavando el fondo de las orillas. Con quitar los molinos y barcos, y trasladarlos á otro sitio, queda remediado el mal.

365. Tambien admite remedio quando proviene de haber en el fondo del agua algun arbol ó peña grande que causa remolinos, obligándola á socavar las orillas. En estos casos se pone atravesada sobre dos barcos una biga corpulenta que se mueve con palancas; de la biga cuelga una cadena en cuyo estremo están aseguradas unas tenazas muy fuertes; se cargan las lanchas todo lo posible á fin de que cojan mucha agua; y en agarrando las tenazas el obstáculo, se alijan los barcos, y subiéndose ácia la superficie del agua, se llevan la causa del mal. Si acaso no sirviere este recurso, ó por ser muy grande el obstáculo, ó por estár muy agarrado, se le echará cascajo al rededor, hasta que quitada la desigualdad, no estorve el curso del agua.

366. Si acaso el daño proviniere de haberse hecho en la orilla opuesta obras que rechacen el agua ácia la orilla que padece, dirémos mas adelante como se remedia; pero lo mas acertado sería derribar dichas obras.

367. Tambien es preciso atender á la direccion 149.
de la madre del rio; porque si las orillas son paralelas ó se meten rio adentro como *VW*, sería perjudicial hacer contrabaterías; pero si formaren algun recodo como *OX*, serán indispensables. Queda 150.
hecho quanto cabe, en logrando hacer que la orilla sea paralela á la madre del rio, con restituir lo que

 el

Fig. el rio se llevó, y fortificar la orilla para que no
150. vuelva á suceder otro tanto.

368. Todo esto presupuesto, quando la orilla es perpendicular ó paralela á la madre del rio, es muy facil de fortificar, una vez quitada la causa que la perjudicaba. Se llena todo lo que el rio se llevó, con piedras, cascajo, desmontes, &c; bastará las mas veces llenar los huecos de mayor consideracion, dejando al cuidado del rio llenar los demás. Quando la parte está fuera del curso del rio, como *abc*, se puede hacer el reparo de una vez ó en muchas, como se quisiere, porque allí no hay estorvo alguno que rezelar de parte del rio.

369. Si no fuese posible quitar la causa de la irrupcion; ó el agua del rio se mantiene constantemente en el parage donde se metió, ó solo se mete á temporadas; en ambos casos es indispensable cegar el hueco donde se introduce el rio; pero como con el discurso del tiempo se forma un hueco en la parte inferior de este reparo, por llevarse casi siempre el agua su arena, es forzoso apelar á algun recurso.

Este consiste en plantar desde *A* á *B* estacas al tiempo de las aguas bajas, cuyas estacas no han de salir del agua mas que la altura de la mano, y quanto mas adentro entraren, tanto mas durará la obra. Tambien se plantarán desde *C* á *D*, desde *E* á *F*, desde *G* á *H*, &c. de manera que sus cabezas se vayan levantando al paso que se acercaren á la orilla, estando á nivel con ella las cabezas de las últimas. Estas estacas se enlazarán con faginas que lleguen hasta el fondo del agua, por manera que desde allí hasta la superficie formen una como pared. Los huecos que entre estas separaciones quedaren, llénense con piedras y desmontes, no con arena, porque se saldrá. Encima de este lastre hágase una cama no de fagi-

ginas, sí de ramas grandes de sauces, que alcancen Fig.
desde una fila de estacas á otras, como desde la fila 150.
EF á la fila *GH*. Sirven estas ramas para fortificar las estacas y faginas contra el peso del cascajo y de los desmontes.

370. Quando la orilla se mete dentro del rio como *AB*, no se la debe fortificar mas que hasta *B*, 151.
esto es hasta el punto donde la bate la corriente, practicando lo dicho (369). Lo propio decimos de la orilla *DE*; si se fortificasen con una contrabatería, se arruinaría indefectiblemente la orilla opuesta.

371. Por lo que mira á las orillas entrantes como *FG*, se las agregarán obras fuertes que rechacen el rio, particularmente quando el agua las acomete con todo su ímpetu.

372. Las orillas socavadas se fortifican de muchas maneras. Quando son paralelas, basta sostenerlas con una fila de faginas, procurando que no se 150.
salga la arena con hacer un cañiz como *AB*. Si fuere saliente, se fortificará del mismo modo.

373. Acerca de las faginas prevenimos que duran muy poco los reparos que con ellas se hacen si no se atan muy apretadas, y no se las carga mucha arena encima, particularmente quando las estacas son cortas, y no entran mucho tierra adentro. Y si fuere necesario que las orillas del rio se mantengan constantemente á la misma altura, no servirán las faginas, porque se bajan de un año para otro. Por lo demás, los reparos con faginas son excelentes, yá porque se hacen con brevedad, yá porque sus ramas flexibles quebrantan muy bien el ímpetu del agua.

374. Aunque el modo que acabamos de proponer para fortificar las orillas de los rios es sumamente apreciable por su sencillez y poca costa, no basta en muchas circunstancias, por lo que declararémos

Fig. como se fortifican las orillas de los rios con tablones y mampostería.

Para fortificar una orilla con tablones, se planta una fila de estacas, atándolas unas con otras con una
152. biga que las coja todas, y detrás de la fila se clavan tablas ó tablones que contengan la tierra, conforme vá pintado en la figura. La solidez de este reparo pide

1.° Que de una estaca á otra no haya mas de quatro pies de distancia, que estén plantadas muy tierra adentro, y estén sus cabezas á nivel con la orilla. 2.° Que las tablas entren algun tanto en el suelo, y estén tan juntas, que por entre ellas no pueda pasar la arena. Por ser muy dificultoso el que se verifique esta última condicion, lo mas seguro sería hacer del lado del agua otro tabique con tablas. Con esto se atajaría la arena, y el empuge de la tierra de la orilla no torcería, como siempre sucede, las estacas ácia el agua.

375. Por lo que mira al modo de asegurar las estacas, suelen algunos prácticos clavarlas en medio una biga que las coge al traves; pero así se quedan desamparadas las cabezas, y corren riesgo de torcerse, y se tuercen con frecuencia, por la parte de arriba. Otros aseguran las cabezas clavándolas en una biga, y además de esto aseguran las estacas cogiéndolas de dos en dos ó de tres en tres con otra estaca atravesada, conforme pinta la figura, que tambien dá á entender que las ligaduras de unas estacas con otras no han de estár en un mismo plano.

376. Ultimamente los reparos se pueden hacer de fábrica, para lo qual se plantan primero estacas, encima de estas se pone un enrejado sobre el qual se fabrica la pared. Pero la duracion de estas fábricas pide que se tengan presentes algunas circunstancias de mucho momento.

1.° Las estacas se han de plantar tan adentro como

mo se pueda, si fuere alta la orilla, ó se hubiere de Fig.
construir una fábrica de mucha consideracion. 2.° El enrejado se ha de plantar debajo del punto mas bajo de la madre del rio, porque las aguas se llevan muy en breve la arena que está delante de la pared. Si no fuese posible fabricar á tanta profundidad, ó por ser muy rápida la corriente, ó porque las piedras no degen entrar las estacas, será indispensable plantar delante de la pared una fila de estacas que se toquen. 3.° La pared no se ha de fundar sobre la primera fila de estacas, es preciso que todo al rededor de la fábrica se quede una fila; si el enrejado descansára sobre la primera fila de estacas, aunque no se fundára sobre esta primera fila la pared, no por eso dejaría de sostener su peso, y esto es muy perjudicial, las estacas esteriores solo sirven de antemural para resguardar la pared del empuge de las tierras. 4.° Es importante que toda la pared, ó por lo menos la cara que está del lado del rio sea de piedra de sillería; ha de llevar un talus esterior, inclinándose ácia la tierra, que por su pie y su parte superior se meta dentro de ella, á fin de que el agua no se introduzca por entre la tierra y la pared; ha de llevar estribos desde 18 pulgadas hasta 2 pies, aunque ambos paramentos de la pared sean de sillería. Algunos Arquitectos hacen de sillería los dos paramentos no mas de la pared, y llenan el hueco de guijo.

De los Malecones

377. Llamamos *malecones* todas las obras que se hacen agua adentro, con la mira de mudar la madre de un rio, ó de resguardar las orillas del impulso de la corriente. Estas fábricas solo se necesitan en las orillas que se meten tierra adentro y el agua vá royendo; todas las demás, quando corren algun riesgo, se

Fig. se reparan conforme dejamos dicho hasta aquí.

378. Una vez que el destino de los malecones es romper y desviar el curso del agua, importa averiguar la direccion de la corriente, que muchas veces se puede determinar desde la orilla, considerando la parte donde el rio hace el daño. Pero para averiguarla en qualesquiera circunstancias, se plantará una estaca en el rio, atándola una cuerda en cuyo estremo haya un pedazo de corcho; este manifestará la direccion que la collera habrá de contrarestar, y quedará señalada con plantar una estaca allí donde estuviese el corcho.

379. Como la resistencia y duracion del malecon pende del ángulo con que le choca la corriente, hemos de enseñar como se determina este ángulo. Desde el parage donde se ha de fabricar se tirará una recta á la orilla directamente opuesta, como si se quisiese rechazar la corriente directamente á la orilla opuesta, haciendo que siga la direccion de esta linea; esta linea y la verdadera direccion de la corriente determinarán el ángulo en el qual se habrá de fabricar el malecon.

153. Quando se quiera poner en práctica esta regla, 1.° Se plantará una estaca en el punto B, donde choca la corriente AB, y otra en C en la direccion de la corriente, á unos 15 ó 20 pies del punto B. 2.° Se tirará una linea BD paralela quanto sea posible á la orilla opuesta, se plantará en esta linea una estaca F, haciendo $BF = BC$. 3.° Por los puntos F, C se tirará una linea que por una parte llegue hasta la orilla en G, y por la otra llegue hasta donde corte la corriente que hiere la orilla.

Nos falta probar que la linea $GCHF$ determina la superficie del malecon que ha de rechazar la corriente ácia D; para lo qual supondrémos que HK y HL son los estremos de la corriente, que por lo mismo son pa-

paralelos á AB, BD; e es el ángulo de incidencia; o el ángulo de reflexion. Esto supuesto ya que $CB = BF$, el triángulo CBF es isósceles, y el ángulo y es igual al ángulo z; pero $i = y$, y $z = n$ (I.378); luego una vez que $i = e$ y $o = n$ (I.403), el ángulo de incidencia e es igual al ángulo de reflexion o; luego, &c. Fig. 153.

380. Se debe procurar que la superficie GF sea tan igual y lisa como sea posible; tambien ha de ser vertical y sin ninguna inclinacion, pues su destino es precisar al rio á que dege su antigua madre.

381. La figura demuestra como se hace un malecon con faginas. Quando en la orilla abundan las piedras, se construirá con piedras, y se hará de madera si hubiere cerca de la orilla abundancia de este material. 154.

382. Pueden servir los malecones para derribar las islas perjudiciales. Si el arquitecto pudiere disponer de una parte de la corriente, la dirigirá á la isla, de modo que choque con la punta superior, y poco á poco la roerá. Si la arena de la orilla de la isla fuese muy fuerte, se la quitará una porcion hasta que la orilla sea entrante. Si despues de practicado todo esto, no tuviere bastante fuerza la corriente, se prolongará el malecon, y así que el rio estuviere para mudar de madre empezará á llevarse lo que hubiere encetado. Será preciso juntar la isla con la orilla, cerrando con un dique FI el paso al brazo del rio que corre por detrás. 149.

383. Algunos prácticos hacen en los rios de poca agua malecones con cestos llenándolos de zarzas ú otra cosa semejante, afianzándolos en el fondo del rio con estacas que los pasan de parte á parte. Pero otros Arquitectos de mucha esperiencia reprueban esta especie de malecones, y prefieren las estacadas con faginas, que siempre se pueden colocar donde convenga por mas profundo que sea el rio. Porque las faginas se pueden enlazar con las estacas fuera del agua, para echar-

Fig. echarlas despues al fondo atándolas á unos cajones llenos de piedras.

Como se profundiza la madre de los Rios, ó se aumenta la altura de sus aguas.

384. Esta es una empresa de las mas dificultosas, y muchas veces imposible; por lo que solo dirémos como se pueda egecutar en los terrenos de poca resistencia, cuyo método surte muy buen efecto en los grandes rios. Plántense las estacas *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, 155. *G*, *H*; plántense tablas de una á otra, y prolónguese esta obra hasta que el agua tenga bastante profundidad en *CD* y *GH*; quítense despues las estacas *D*, *H* y plántense en *I*, *K*; pónganse tablas desde *A* á *I*, y desde *C* á *K*, y prosígase á este tenor. Por medio de estos tabiques se puede quitar un banco de arena, particularmente formando una corriente donde antes no la habia, dando á los tabiques inferiores una direccion mas oblicua que á los superiores.

385. Quando se intenta dar mayor altura á las aguas de un rio, se lleva la misma mira que quando se ahonda su madre; todo se dirige á hacer el rio navegable. Pero vale mas, si se puede, ahondar su madre, porque con esto no se corre el riesgo de ocasionar saltos de agua, ni de dar sobrada rapidez á la corriente en algunos parages. Procurar que se hinchen las aguas, es un recurso muy eficaz para los molinos, y demás máquinas que obran por el impulso del fluido.

386. Se logra dar mayor altura á las aguas de un rio, 1.° Ensanchando los parages angostos de su madre en la parte superior. 2.° Restituyéndole el agua que se le hubiere quitado sangrándole. 3.° Introduciéndole las aguas de las inmediaciones. 4.° Angostando su madre ácia la parte inferior.

387. El agua de los rios pierde de su altura quando se divide en muchos brazos, y esto sucede en los

los parages de poco fondo. Esta division del agua se Fig. ataja facilmente con diques, construyéndolos con tal arte que se puedan abrir en las crecientes del rio, ó quando ocurra fabricar en el rio, y se puedan cerrar siempre que convenga.

388. Quando no se puede conseguir dar mayor altura á las aguas por el medio propuesto, ni con introducirle el agua de otros rios inmediatos, es preciso determinarse á angostar los parages angostos que están ácia la parte inferior. Para esto se escoge un sitio donde no haya que rezelar daño alguno de las inundaciones, donde las orillas sean altas, derechas y firmes. Con malecones, obras estacadas, ó si se quiere con paredes hechas en dichos parages, que angosten la madre del rio, se hará que las aguas se hinchen en su parte superior. Pero como esto podría ocasionar alguna caída de agua perjudicial á la navegacion, lo mas acertado será acudir á los diques.

389. Lo primero que hay que hacer en este lance es determinar la posicion del dique. Si se hiciere para introducir un brazo del rio en su madre, no se deberá construir en el brazo, sí allí donde se separa, de modo que el dique sea una continuacion de la orilla, como *AB*. Se pondrá cuidado en que el rio 156. no forme otro brazo royendo poco á poco la orilla donde remata el dique. Si el dique estuviese en la situacion *CD*, el rio formará indefectiblemente otro brazo, royendo la orilla *D*. Tambien se ha de procurar que el dique no entre en la madre del rio y rechace la corriente, antes debe ser paralelo con ella. Todo lo contrario se practicará quando se hubiere de atajar todo el rio con la mira de echarle á otra madre que se le hubiere hecho, de echarle á otro brazo *G*, ó de detener el agua en algun foso que tiene mucha pendiente, por no dejar secas las partes de arriba.

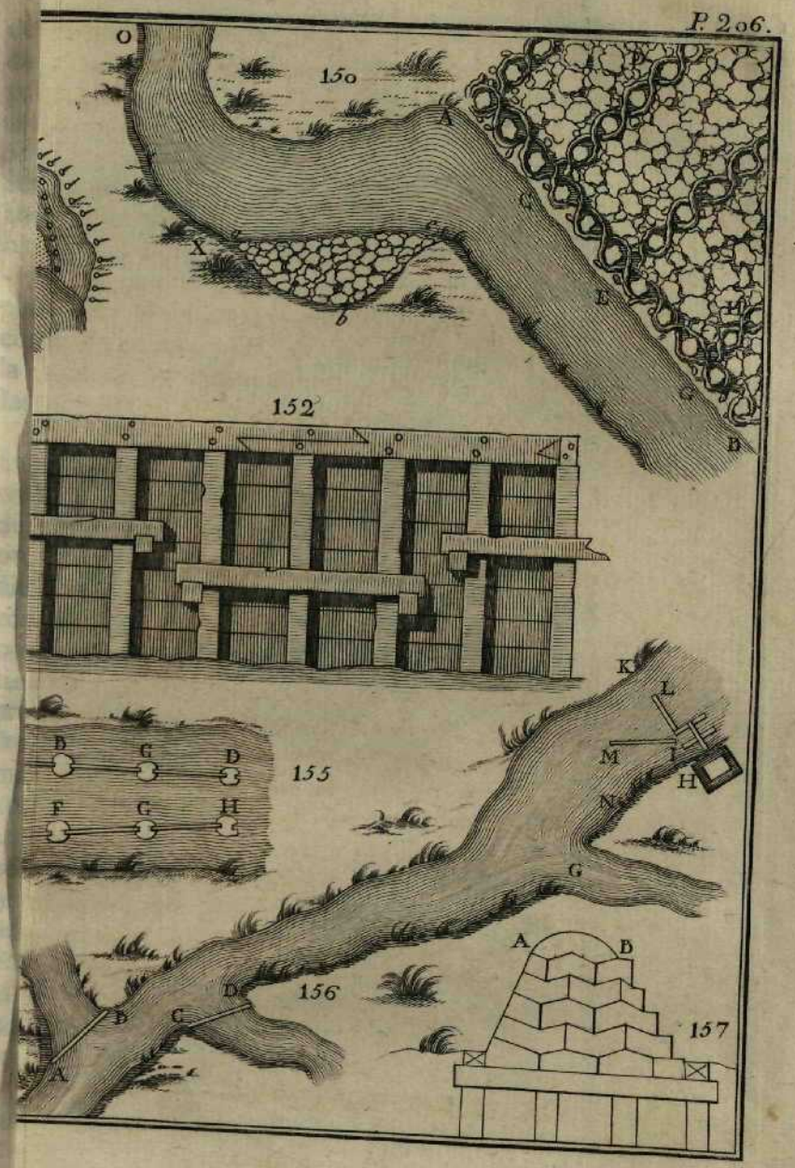
Los

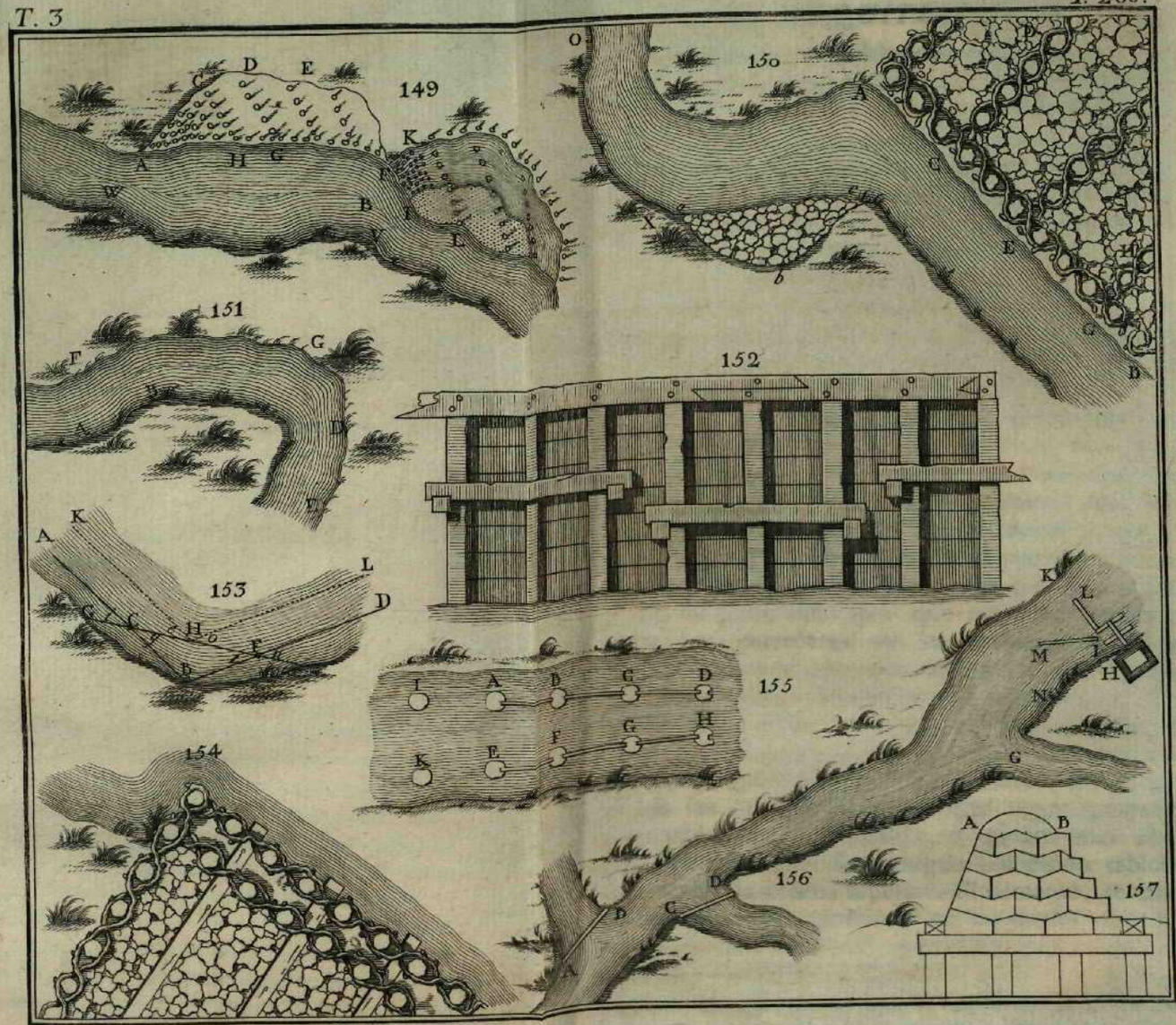
Fig. 156. Los molinos y fraguas que se construyen en los rios suelen carecer de agua en verano. Supongamos que sea *H* uno de estos molinos: lo mas seguro sería para que muela hacer una presa desde *I* á *K*. Pero esto no se podrá si el rio fuere navegable; y si se dejare en la presa una paso *LK*, no sacará de ella ningun beneficio el molino, porque el agua acudirá naturalmente á *LK* donde no hallare resistencia, y no á *IH*; y lo mejor será mudar la direccion de la presa trasladándola de *I* á *M*. Con esto toda la parte de agua *MN* irá á chocar con las ruedas, sin que se le siga ningun estorvo á la navegacion.

390. La altura de estas presas se regula por el agua que se necesita, y se determina en el terreno por la nivelacion. Para determinar esta altura, se plantará una estaca en el sitio donde se hubiere de hacer la presa, y quando al tiempo de la creciente el agua llegare á la altura que se desea, en el sitio donde se ha de encaminar, se señalará á qué altura llegare en la estaca, y esta será la altura de la presa. No se ha de hacer mas alta, por no dar mas cuerpo á las inundaciones; ni tampoco mas baja, porque entonces no daría bastante agua.

391. Estas presas quando han de ser muy altas, particularmente en los rios caudalosos, se hacen en lomo, sentándolas en un cimiento de mampostería que entre muy adentro de la madre del rio, y fabricada encima de un enrejado muy sólido; y para su mayor perfeccion se construirá á manera de
157. escala la superficie que hubiere de sostener el agua, y será muy provechoso que sea de una sola pieza la parte superior *AB*.

392. Tambien son muy buenos para el intento los encajonados si están bien colocados. Llamamos *encajonado* una especie de cajon que se hace con dos filas de




149
150
151
152
153
154
155
156
157

de estacas armadas de tablas con biguetas, y se llena de arena y piedras para cerrar el paso al agua. Suele padecer esta especie de obra el defecto de que sus estacas se tuercen ácia la parte de afuera, cuyo defecto proviene del poco cuidado con que se hace. Será de mucha utilidad si se fortifican las estacas con barras de hierro, si se meten muy adentro, si están bien travadas unas con otras sus cabezas. Fig.

La figura representa un encajonado grande con su planta y perfil; *A*, *B* son dos estacas; *ab*, *cd*, las correderas donde han de entrar las palplanchas; *E*, la cadena inferior; *F*, la cadena superior; *G*, *H*, las espigas. 158.

393. Las estacas se plantan unas enfrente de otras á unos tres ó quatro pies de distancia; se han de introducir 5 pies mas abajo de la superficie mas baja del suelo donde se fabrica. Si se pudiere, será muy provechoso cavar entre las dos estacas; si no se pudiere, se meterán las palplanchas tan arena dentro como se pudiere; se pondrán dos ó tres una tras de otra en la parte del cajon que estuviere dentro de tierra. Las correderas de las estacas han de ser profundas, y es preciso que entren en ellas á escuadra y sienten bien los tablones ó palplanchas. Será muy del caso estén como afilados por la parte de abajo, y tengan una como corredera en la parte de arriba para que encagen unos en otros. Despues se colocan las cadenas inferiores que cogen igualmente los tablones y las estacas, y quanto mas abajo estén, tanto mejor. Se prosigue colocando tablones hasta sentar la cadena superior. Finalmente, se plantan las dos bigas superiores en las quales se meten las espigas de las estacas, y se llena todo de piedras, conforme manifiesta la figura.

394. Quando es violenta la corriente ha de ser mas ancho el encajonado, y de mayor resistencia toda su ar-

Fig. 158. armazon. Si fuese de 8 á 14 pies, se plantará en medio otra fila de estacas. Al tiempo de llenarle se echan al fondo las piedras mas grandes, y se mezclan con arena gorda. 3.° Se solará en la superficie superior para que no se le introduzca el agua. 4.° Quando el agua hubiere de pasar por encima, se plantará una fila de estacas que estriben en la biga superior, y tambien una fila de tablones por abajo, como se vé en *X*. 5.° Tambien es del caso dejar una compuerta muy fuerte para que pueda pasar el agua siempre que se quiera.

De las Pilas de los Puentes.

395. El primer cuidado que impone la construccion de esta fábrica es buscar el sitio mas acomodado donde executarla, en la inteligencia de que los sitios peores son donde el rio está oprimido, es mas profundo, mas rápido, y donde hay alguna caída de agua, á no ser que sea el rio tan angosto en estos parages, que con un arco solo se pueda construir la puente. Se mirará si son bastante altas ambas orillas, para que no las inunden las aguas altas, ó si se pueden levantar lo que sea menester. Finalmente, se reconocerá la calidad del suelo, para saber hasta qué profundidad se podrán plantar las estacas, si despues de plantadas se mantendrán firmes ó vacilantes; si tocará construir alguna pila sobre alguna elevacion que haya en la madre, si fundándola en esta elevacion tendrá una basa sólida, para lo qual convendrá no fundarla en ninguno de los lados de la elevacion.

396. Todo esto averiguado, el ancho y perfil del rio, y el sitio donde cada pila se hubiere de levantar determinarán su número. Se procurará que la corriente mas rápida no vaya á dar en alguna pila, porque esta

ta pila la dividiría con su resistencia obligándola á chocar con las pilas inmediatas, y la puente sería de poca duracion. Suelen dejarse 30 pies de una pila á otra, pero como se construyen arcos de 60 pies de luz, se puede dejar mayor distancia. Fig. 159.

397. Los costados de las pilas han de ser paralelos á la direccion de la corriente *XY*, cuya direccion se averiguará plantando en el punto donde ha de estár el estremo del tajamar de cada pila una percha á la qual se atará otra con una cuerda, dejándola á la disposicion del agua; la situacion de la percha movible señalará la direccion de la corriente.

398. El anchor de la puente, que por lo menos ha de ser tal que puedan pasar á un tiempo dos carros de frente y un hombre en medio, determina lo que las pilas han de coger de largo. El grueso de las pilas debe regularse por el empuge del arco, respecto de su altura; porque no se gana nada con hacer muy anchas las pilas, pues quanto mas lo sean, tanto mas las impele la corriente, y ocasionan el que se mueva con mas rapidez. Los antiguos solían dar de ancho á las pilas la mitad del ancho del ojo; los modernos se contentan con darlas la quarta, y tambien la quinta parte.

399. El tajamar de la pila ha de tener una figura determinada para cortar mejor el agua, para lo qual se la dará la figura de una cuña. Pero désele al tajamar la figura que se quisiere, será muy perjudicial dársela tal que rechace el agua á las pilas de los lados. Tambien llevan las pilas cubos, no solo porque sirven de estribos, sino tambien porque sin ellos se formarían ollas detrás de las pilas que las irían socavando.

400. Quando se hubiere de trazar una pila. 1.° se determinará el número y la distancia de las que se hubieren de hacer *A*, *B*, por lo dicho (396).

Fig. 2.° se determinará su direccion (397). 3.° su lon-
159. gitud (398), que supongamos sea de 24. pies. 4.° su ancho (398), llevando la mitad de cada lado de los puntos *A*, *B*, y despues se tirarán paralelas á la direccion de la corriente. 5.° de pila á pila se tirarán las lineas *GH*, *IK*, cuya prolongacion determinará el tajamar y el cubo. Lo propio se practíca con las puentes *T* cuya direccion está inclinada á la madre del rio.

160. 401. Una vez trazada la pila, como *ABGC DEHF*, se construirá un enrejado muy sólido capaz de aguantar el peso de la pila, cuyo enrejado debe estar firmemente asegurado en medio y por sus ángulos. Despues se tirarán las lineas *AD*, *FB*, *HG*, *EC*; si la pila hubiere de ser larga y angosta, se dividirán las distancias *GB*, *GC* en dos partes iguales, y por los puntos de division se tirarán paralelas á *GH*. Lo restante de la division de esta superficie se determina por lo largo de la pila y las circunstancias de la obra. En todos los puntos de seccion de las vigas que componen el enrejado se plantarán fuertes estacas; todas las partes que en la figura ván señaladas con estrellas se han de hacer tan fuertes como sea posible, porque son las que aguantan todo el peso de la fábrica.

402. Ha enseñado la esperiencia que quando se planta una fila de estacas entre otras dos filas plantadas antes, las estacas de estas primeras filas se doblan y tienen menos aguante. Por lo mismo convendrá plantar primero las estacas del medio y despues las de los lados. Las estacas se cortarán tan largas como pidiere la altura del agua, y consintiere la profundidad á que se podrán meter tierra adentro. Al rededor de las primeras estacas se plantarán otras en forma de círculo, llenando los intersticios con tablones que no han de tener mas que unas 18 pulgadas

das de ancho. Estos tablones entran mejor en las Fig.
juntas que las vigas, porque son mas flexibles, y 160.
toda la obra queda mejor sentada. Así que los tablones estén colocados como corresponde, se embadurnan con boñiga que tapa mejor que otra cosa las rendijas que en ellos se hacen.

403. La colocacion del enrejado es la maniobra mas dificultosa y esencial de toda la fábrica. 1.° se agotará toda el agua del cajon con la mayor brevedad, despues de asegurar al rededor de las estacas un fuerte orillo, para que no se doblen. 2.° se calafatearán las juntas de las estacas; no hay cosa mejor para esto que el cáñamo untado con manteca de cerdo añeja. 3.° una vez que estén bien tapadas todas las rendijas de los lados del cajon, hay mucho adelantado. Se precaven las megas de arenas con meter muy tierra adentro los tablones, y esto es muy esencial en todo lo restante de la obra. 4.° despues de cegadas las megas de arena, se quita toda quanta es posible hasta encontrar un fondo sólido, ó por lo menos algunos pies debajo del nivel de la madre del rio. Despues se asierran á nivel del suelo todas las estacas sobre que ha de descansar el enrejado, y se le coloca encima. 5.° Los pedazos que se cortan de las estacas sirven, si fueren bastante largos, para sostener los ángulos, y lo demás se llena con pedazos de piedra de sillería. 6.° se sientan las piedras para levantar la pila, la figura enseña 157.
como se han de juntar unas con otras, y este modo hace mas sólida la pila que quantas mezclas y grapas hay. 7.° así que la pila está levantada hasta mas arriba del nivel del agua, se la puede disminuir un poquito hasta el arranque del arco.

404. Si el fondo fuere de peña, se procurará allanarle, y en consiguiéndolo se bajará dentro del agua un enrejado muy fuerte y espeso cargándole de

 pie-

Fig. piedras. Se harán en la peña taladros con la barrena pasándola por los agugeros que á este fin se hubieren dejado en el borde del enrejado, por medio de cuyos agugeros se asegurará el enrejado en la peña con barras de hierro de dos pulgadas de grueso. Despues se sienta un enrejado sobre otro hasta rematar la pila.

De los Diques.

405. Los diques son como unas murallas de tierra, mampostería, ó madera que se construyen para resguardar los campos de las inundaciones. Los diques de mampostería ó piedra de sillería son sin duda alguna mas sólidos que los demás, pero tambien son muy costosos: los de madera salen mas caros que los de tierra, porque duran menos, y suele llevárselos el agua.

406. En todo dique hay tres cosas que considerar, es á saber, 1.° el anden. 2.° la parte que está en talus del lado del agua. 3.° la que está en talus del lado de la tierra.

407. El anden es la parte superior del dique que está entre sus dos costados que forman talus. Del ancho del anden pende principalmente la fuerza del dique, y ha de tener las circunstancias siguientes. 1.° el anden ha de quedar mas alto que las aguas mas altas; esta altura se pregunta á la gente anciana del lugar, que sabe hasta qué altura ha llegado el agua en las mayores avenidas que ha habido de su tiempo, y de sus antepasados, que suelen estar señaladas en algun arbol, pared &c. Despues se determina con el nivel la altura del dique en el sitio donde se ha de construir, y se le dá un pie mas de alto. 2.° toda la fuerza del anden está en su ancho, pues quanto mas ancho fuere, tanta mayor fuerza se necesitará para derribarle. 3.° el anden ha de

de tener por lo menos 6 pies de ancho, ya para que sea mas firme, ya porque en tiempo de las aguas bajas suele servir de camino; y si el dique hubiere de servir de camino real, se le dará al anden el ancho competente. 4.° quando el dique se hiciere con tierra ligera, se le dará mas de ancho al anden, y otro tanto si se hiciere con tierra muy arenosa. Fig.

408. La segunda circunstancia de un dique es que tenga un talus del lado de la tierra. Para que no se desmorone con su peso, es preciso que su talus tenga tanta base como altura, ó que forme un ángulo de 45° con el orizonte. Basta este talus quando la tierra que está detrás del dique vá subiendo, y es de buena calidad la tierra con que se construye, y no tiene que aguantar el choque de corrientes encontradas. Pero quando sobre faltar alguna de estas circunstancias, fuere de mala calidad la tierra con que se construyere el dique, se le darán 2 pies de base por 1 de altura.

409. Tambien ha de estar el dique en talus del lado del agua. Porque bien se percibe que chocando entonces el agua oblicuamente con él, le perjudicará menos que si fuese recto, y le diere el agua perpendicularmente. Las partes que formen este talus han de ser muy fuertes para que no las roa el agua, porque si la tierra con que se hubiere hecho el dique se dejare calar del agua, el dique se ablandará y desmoronará.

410. La direccion del dique se determina por la situacion del país que se quiere resguardar, y por el rumbo de la corriente. Acerca de este punto se han de tener presentes las reglas siguientes.

1.° Se ha de construir el dique tan lejos de la orilla como pide la naturaleza del terreno, y la cantidad de tierra que para su construccion se necesita.

Fig. Así, quanto mas alta fuere la orilla, tanto mas cer-
161. ca de ella habrá de estar el dique. Si la orilla estuviere 6 pies mas alta de lo que alcanzan las aguas ordinarias, los fosos *a*, *a*, *a* no habrán de tener mas de 5 pies de profundo; su fondo siempre ha de estar un pie mas alto que las aguas ordinarias. 2.° En quanto á la corriente, se procurará que ningun filete vaya á dar contra el dique en tiempo de las avenidas. La direccion que las corrientes tendrán entonces, se conocerá con examinar la orilla opuesta. 3.° El dique se debe construir, quanto sea posible, en un terreno firme para que no se vaya bajando ó se hunda. Pero si hubiere que atravesar algun pantano será preciso sostenerle con estacas y tablones, y mejorar la mala tierra del pantano mezclándola con arena. Quando se pueden cegar los barrancos por donde tiene que pasar, se facilita mucho la construccion. Es muy provechoso no hacer el dique todo de una vez, dando tiempo, aunque sean dos años, á la tierra para que haga asiento. 4.° Pero quando se trata de un rio no mas, ó del desague de algunas aguas, se le hace una compuerta al dique, cerrándole quando las aguas de afuera son mas fuertes que las del rio, y abriéndole en la circunstancia contraria. Se viene á los ojos que el agua no debe pasar por encima, ni por debajo, ni por los lados de la compuerta; toda la fábrica ha de ser muy sólida, muy cerrada, muy alquitranada y tapada con estopas y sebo. 5.° Se escusarán todo lo posible los ángulos agudos, procurando sean obtusos los que el dique formare; y por lo mismo no se deben seguir escrupulosamente los rodeos del rio.

162. 411. Tambien diremos como se fortifican los diques. Los habitantes de los paises bajos hacen un dique chico delante del dique principal, y es una verdadera banqueta respecto del dique, y determi-

minan su altura por la del flujo y reflujo. El anden Fig.
m tiene 2 pies de ancho, y su talud como 1 y $1\frac{2}{3}$ 162.
ó 1 y $1\frac{1}{2}$. La retreta *no* que está de cada lado es de 5 á 7 pies, su altura $1\frac{1}{2}$ ó 2 pies mas arriba del suelo ordinario. Este antedique ó banqueta se hace con la tierra que se saca de los fosos *p*, *q*.

412. Las retretas fortifican el pie del dique; los de los diques principales han de tener 20 ó 25 pies por lo menos de cada lado.

413. De 80 en 80 pies se dejarán en los fosos de donde se saca la tierra para el dique, lenguas de tierra de 12 pies de ancho para que junten las retretas del dique y de la banqueta unos con otros y con el terreno, están figuradas en *bbb*. Tambien sirven 161.
dichas lenguas para dar tierra para las reparaciones hasta que quede continuo el foso.

414. Hecho el dique se le reviste de cesped, ó se plantan mimbres en sus costados.

415. De quantas tierras hay para construir diques la mas pesada, mas compacta y mas tenaz es la mejor. Estas circunstancias concurren en la arcilla, y es perfecta quando va mezclada con alguna arena. La arena, bien que muy pesada, y no se baja, dá paso al agua, y hay poca union entre sus partes. La tierra negra no vale nada por causa de su ligereza.

416. Como la tierra con que se hace el dique suele bajarse, es preciso saber quanto podrá bajarse por pie, á fin de que despues de concluido se mantenga á la altura que se desea. Para averiguar quanto se bajará una tierra determinada, se la planta verticalmente un cilindro hueco de 1 pie de alto y 6 pulgadas de diámetro, metiéndole todo dentro, se deja secar y que se bage esta tierra, y el cilindro dá á conocer quanto se bajó.

417. Porque el dique pierde de su firmeza á pro-

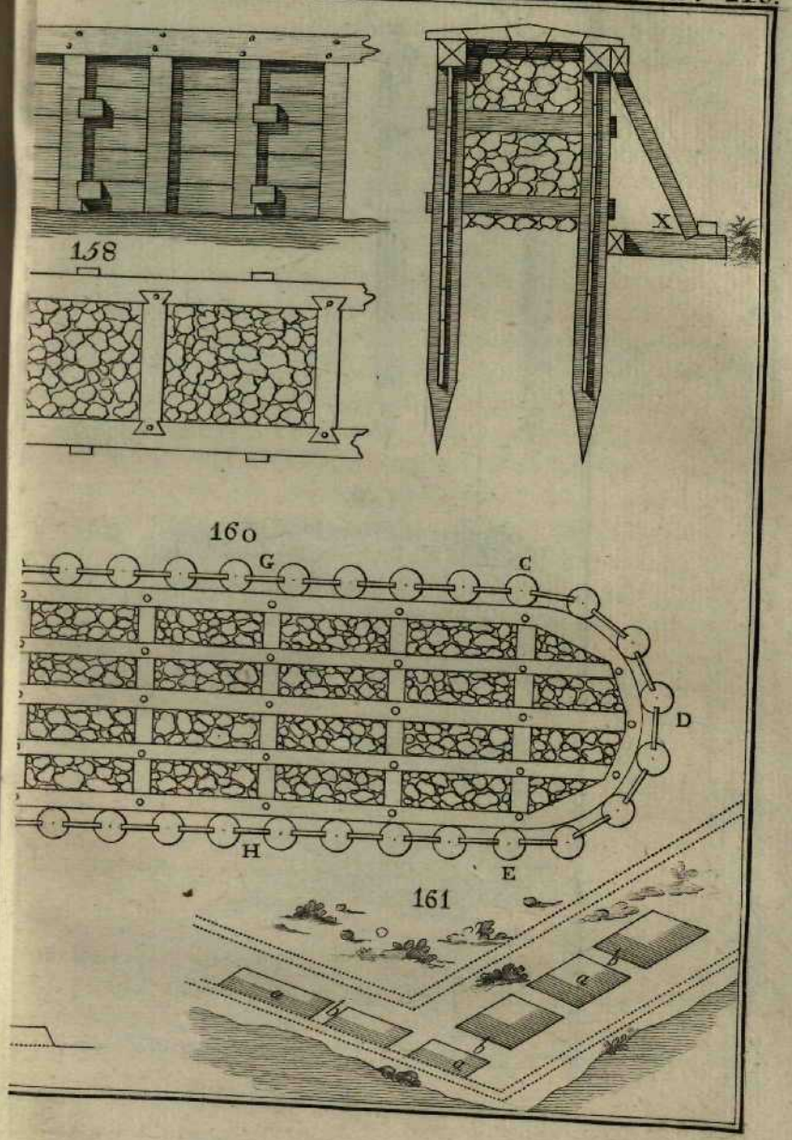
Fig. porcion del agua que dejare trasporar en las avenidas, cuya duracion se conoce por la esperiencia de los tiempos pasados, será indispensable averiguar qué agua dejará trasporar la tierra con que se hace ánimo de construir el dique, á fin de darle al anden el grueso correspondiente á la fuerza que puede perder. Para hacer esta averiguacion, se podrá llenar un tubo de 6 pies de largo con la tierra propuesta, poniéndole orizontalmente en el suelo, á la una de sus bocas se la aplicará otro de menor calibre vertical que suba á la altura del dique, se llenará de agua este tubo vertical, y se reparará quanto tiempo tardará en trasporar por el tubo orizontal el agua del vertical.

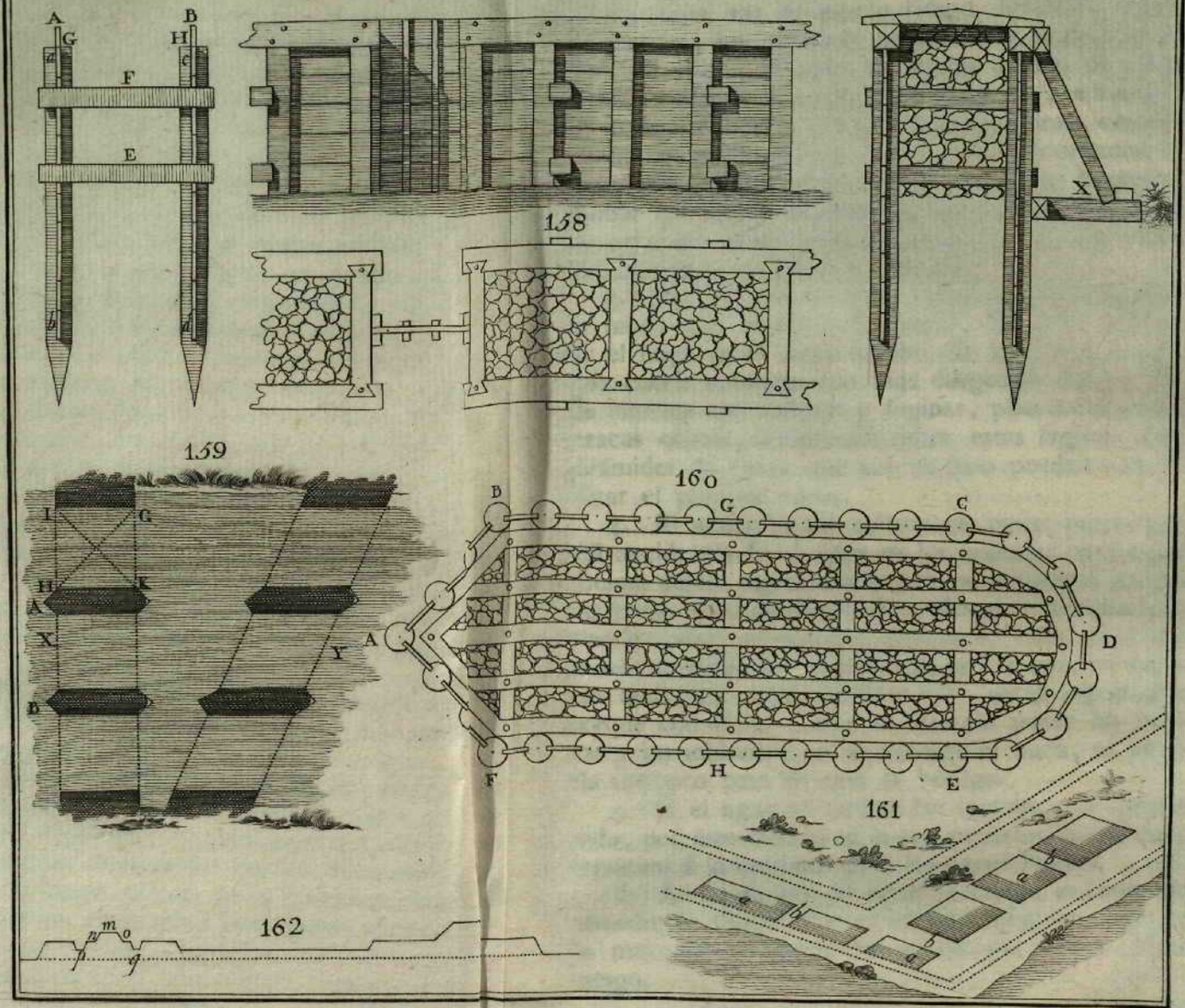
418. Como las orillas socavadas del agua se fortifican con madera, conviene prevenir que quando el agua viene desde 5 á 10 pies de altura en el parage que se repara, las estacas han de tener de 4 á 6 pulgadas de grueso. Si la profundidad fuese de 10 á 15 pies, las estacas habrán de tener de 6 á 10 pulgadas. Para 16 á 20 pies de fondo, las estacas han de tener de 10 á 12 pulgadas; si hubiere 20 á 25 pies de fondo, las estacas tendrán desde 13 á 18 pulgadas; y para que no las derribe la tierra que se las pone detrás, se las dá una inclinacion que sea como la quarta parte de su altura.

419. Digamos, por fin, como se resguardan los diques contra el impulso de las aguas mas altas, y de las tempestades.

1.° Si fuese la orilla bastante ancha, pongo por caso de 20 pies, y tan alta como las aguas ordinarias, y por otra parte el pais que está detrás del dique fuese mas alto que los bordes, bien podrá suceder que la impetuosidad de la corriente haga alguna escavacion en su pie, pero jamás abrirá en el dique ninguna brecha peligrosa.

2.° Pero quando el país es mas bajo que la orilla




A
B
G
H
F
E
X
158
159
160
161
162
I
K
Y
C
D

lla del agua, las mencionadas escavaciones hechas al pie del dique son de mucho riesgo. A veces, segun los parages, los uracanes hacen estas escavaciones antes de llegar el agua á mucha altura. Si estos hoyos no fueren de mucha consideracion, se acudirá con toda aceleracion á cegarlos con piedras, cascajo y arena. Si no se pudiere, y prosiguiere socavando el agua, será preciso reforzar con la mayor brevedad posible por detrás el talus del dique, no con faginas, que no sirven para el caso, sí con una mezcla de tierra, estiercol y cascajo. Fig.

3.° En llegando el agua hasta cerca del anden, de modo que empiece á calarle, es señal de estar el hoyo en el dique mismo. En este caso es preciso cubrir entonces con toda diligencia todo el talus interior con cañizos y faginas, plantándolas con estacas chicas, levantando sobre estas faginas unas pirámides de tierra que con su peso puedan contrarestar el peso del agua.

4.° El anden puede calarse en varias partes por mil accidentes. Si el agua en las avenidas pasare por encima de los espresados hoyos, se arruinará en pocas horas todo el dique. Este riesgo se precave con plantar sobre la marcha estacas en cada lado del anden, trabándolas con tablones, y llenando el espacio que entre estos hubiere con tierra apisonada; porque con llevar tierra no mas sin poner las estacas y los tablones, no se conseguirá nada, ni serviría tampoco para el caso la boñiga.

5.° Si el agua se llevare las inclusas, se perdió todo, por este motivo se escusa ponerlas donde estén espuestas á la corriente ó á los ayres fuertes.

6.° En llevándose el agua la orilla, se lleva sin remedio el dique. Por lo mismo conviene reforzar lo mas que se pueda las orillas que corren algun riesgo.

Así

Fig. 420. Así que se retiren las aguas, se repararán todos los estragos que hubieren hecho, haciendo de mayor resistencia que antes los parages destruidos, pues si antes hubieran tenido la correspondiente, no se hubieran arruinado. Para lo qual 1.° se llenarán los hoyos apisonando mucho los materiales. 2.° se fortificarán las orillas derribadas, procurando darlas tal disposicion que el agua no las choque en adelante en ángulo agudo. 3.° si la corriente hubiere roto de tal modo la orilla, que haya formado un canal, y fuese el fondo de arena movediza, el mal no tiene remedio.

De los Canales.

421. Los *canales* son unos fosos grandes hechos para juntar un rio con otro, cuyo destino es aumentar la navegacion, y tambien sirven para precaver las inundaciones dando salida á las aguas, y para secar los parages pantanosos.

422. Así que se tiene averiguado por medio de un mapa particular muy puntual si se pueden juntar dos rios en algun parage, se ha de pasar á reconocer el terreno para saber: 1.° si hay algun valle entre los dos rios: 2.° si dado caso que haya muchos valles, el mas ancho es el mas corto: 3.° si alguno de los dos rios tiene algun brazo navegable, por el qual se pueda dirigir el canal para acortarle. Despues de hecho este reconocimiento se nivelará el terreno para averiguar la diferencia de altura entre las aguas de los dos rios.

423. Este declivio se distribuirá con igualdad en todo el curso del canal. Quanto menor fuere, será tanto mejor: hay ocasiones en que todo el trabajo está en suavizar el declivio excesivo. No hay este tropiezo quando las superficies de las aguas de los dos rios están en un mismo plano orizontal, ni tampo-

poco quando se dirige el canal de modo que vaya Fig.
á juntarse con el rio mas bajo en un punto mas alto 163.
ácia su origen. Supongamos, por egemplo, que las aguas del rio *AB* sean mas altas que las del rio *CD*; si se hace el canal *EF*, llevará las aguas del rio *AB* al rio *CD*. Pero si se hace otro desde *G* á *H*, se disminuirá el declivio, y si los dos puntos estuviesen á igual distancia del centro de la tierra, el canal no tendría ninguno. Este es el mejor modo para pasarse sin inclusas, que se hacen indispensables quando las desigualdades ó la calidad del terreno, no permiten se dirija el canal conforme acabamos de proponer.

424. La profundidad del canal se regula por la naturaleza de los dos rios que se han de juntar, y segun las ventajas que de él se esperen para el comercio. Porque si los dos rios fuesen navegables, el canal solo servirá á temporadas; pero siempre debe ser bastante profundo para la navegacion.

425. El ancho del canal pende del buque de las embarcaciones que en él han de navegar, es preciso que sea tan ancho que puedan pasar á un tiempo en direcciones encontradas dos buques de los mayores que sirvieren. Sus orillas han de estar en talus, y se les dará tanto mayor quanto mas profundo fuere el canal. El que tuviere á su cargo la egecucion de la obra, tendrá que tirar sus lineas por las diferentes elevaciones y diferentes calidades del terreno. Supongamos que el canal haya de tener 30 pies de ancho en su fondo $AB = CD$; la nivelacion dará á cono- 164.
cer la profundidad *BDCA* que se le ha de dar al canal, se la llevará desde *D* á *E*, y desde *C* á *F*; con esto el talus de las orillas será de 45°, y *FE* formará el ancho superior en virtud del qual se empezará la escavacion.

426. Antes de empezar la obra se sondeará el ter-

Fig. terreno por donde el canal ha de pasar, para asegurarse de que se podrá efectuar; si se tropezare con bancos de peñas ú otros obstáculos, se procurará evitarlos con desviarse al uno ú otro lado. Hállanse con frecuencia dentro de tierra camas ó tongadas de piedra; pero no dan que hacer, porque se quitan con facilidad, y se conocerá que se puede, si despues de barrenadas, se hallare debajo arena ó arcilla. El mayor tropiezo está en que haya debajo de tierra árboles ó bosques, porque no es facil de averiguar con la sonda si dá en sus ramas ó sus troncos.

427. Solo despues de practicadas todas estas diligencias podrá decidir el Arquitecto si el canal se puede llevar á efecto, valuar el gasto de su construccion, y sí dará mas que los intereses del capital. Todo esto averiguado, se empieza á trazar el canal.

428. Lo mas acertado es abrirle en el medio para irle prosiguiendo de cada lado ácia los dos rios. De 50 en 50 ó de 100 en 100 pasos se dejan diques,
165. como se vé en *A*, *B*, *C* para impedir que los manantiales que se encuentran al tiempo de hacer la escavacion, llenen de agua el canal, que se concluirá de todo punto en las partes mas peligrosas.

429. Al sacar la tierra ú otras cosas del canal, se arrojarán las primeras, como no lo estorve el terreno, tan lejos como se pueda, á fin de que lo que se sacare del fondo se quede en las orillas.

430. Los diques que hemos dicho se habian de dejar (428), se quitarán á lo último, empezando por los que estuvieren en los parages mas secos, hasta llegar á los que se hubieren dejado en los estremos del canal, cerca de los dos rios.

De

Fig.

De las Inclusas.

431. Se encuentran en los rios parages donde el agua cae con tanta rapidez, que no se puede remediar ni con hacer tomar cuerpo al agua del rio en la parte de mas abajo, ni con ensanchar la madre, ni con profundizarla lo que corresponde. Entonces es indispensable hacer una inclusa. La *inclusa* es un canal que se puede cerrar y abrir para que los barcos pasen los parages de los rios donde tiene el agua mucha caida. En toda inclusa hay tres cosas que considerar. 1.° el canal. 2.° la puerta. 3.° el desaguadero de las aguas.

432. El canal de la inclusa debe proporcionarse á lo ancho de las puertas. Su profundidad debe ser tal que se pueda navegar en las aguas bajas. Su ancho pende del buque de las embarcaciones que han de pasar por él.

433. Los canales de las inclusas se abren del mismo modo que los otros; no hay mas diferencia sino en que sus orillas tienen menos talus, porque se sostienen con mampostería ó madera. Tambien se cortan estos canales con unos tablones asegurados en estacas, para impedir que la arena de una cortadura pase á otra; siendo así que en los demás canales basta con dejar lenguas ó fajas de tierra (428). Es muy acomodada esta division del canal en cortaduras, porque con esto nunca hay mas cortadura que secar que la en que se trabaja.

434. En llegando el canal á la profundidad que se desea, se cortan las estacas que sirvieron para hacer las cortaduras; se sienta el enrejado en donde se han de fundar las paredes, y se guarnece todo el fondo del canal con fuertes tablones, para lo qual se aprovecharán los que sirvieron para las cortaduras.

Es-

Fig. Este suelo de tablones es muy util y necesario por los surtidores de arena que suelen encontrarse, y si se añadiere encima otro suelo de piedra, será eterna la fábrica.

435. Quando los bordes de la inclusa son de madera, se sostiene con fuertes estacas plantadas á 2 ó 3 pies unas de otras. Detrás de estas se clavan fuertes tablones, y detrás de los tablones arcilla muy batida, porque no conviene que la arena toque los tablones. Es tambien muy provechoso poner arcilla detrás de las paredes de las inclusas de piedra, porque ataja el agua, y particularmente quando no están bien tapadas las juntas de las piedras. Las piedras de sillería son muy á propósito para esto, y con ellas se han de fabricar todos los ángulos y pilares de las puertas. Finalmente, es preciso que las paredes adonde arriman las puertas, tengan un rebajo para que en su hueco se embeban las hojas.

436. Las inclusas, sean de piedra ó madera necesitan de algun reparo con el discurso del tiempo, por cuyo motivo se dejan de trecho en trecho en
166. sus paredes ó bordes de tablones unas correderas *FG*, *BI*, *KL*, en las quales se meten tablas quando se quiere cortar el canal. Despues se llena el espacio que queda entre dos cortaduras con tierra y estiercol, como si fuese el de un encajonado. En las grandes inclusas se dejan quatro de estas correderas para las espresadas cortaduras, dos dentro y dos fuera; en las inclusas pequeñas, se dejan tres no mas, dos fuera y una dentro. Con esto se compone el canal sin agotarle de un estremo á otro, pues basta agotar la parte donde se hace preciso el reparo.

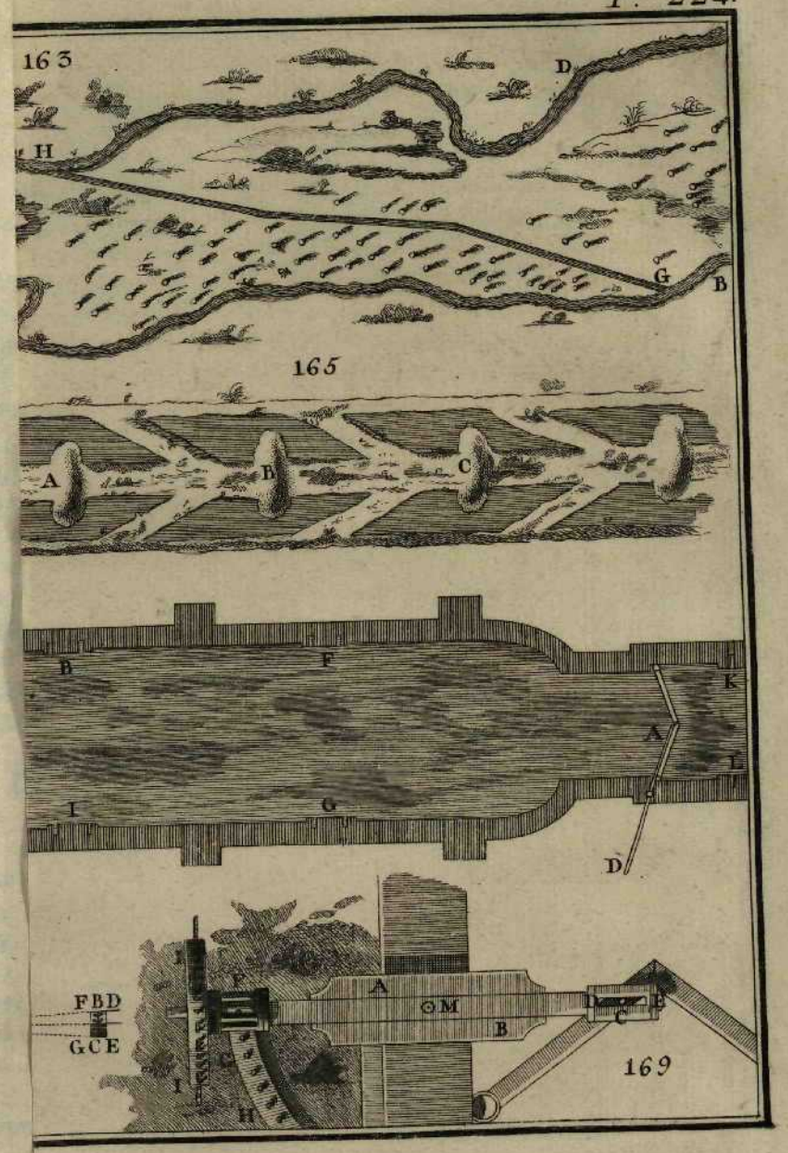
437. Las puertas de las inclusas se hacen de varios modos, bien que las mejores y mas duraderas
167. son las que pinta la figura. Para que sea buena una puerta de inclusa, es preciso que tenga las siguientes cir-

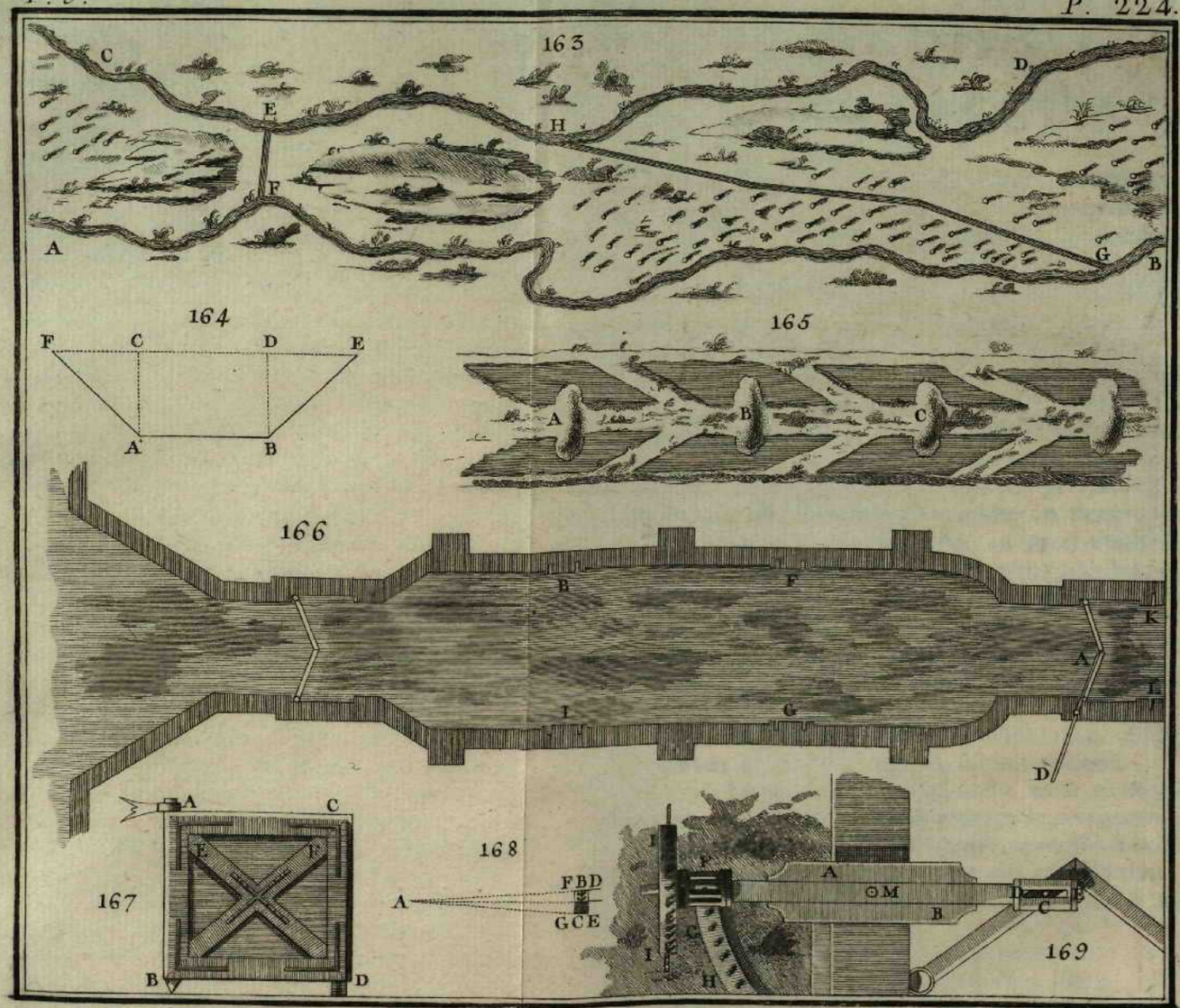
circunstancias. 1.° El larguero de quicio *AB* de la Fig.
puerta se ha de mover por arriba en una argolla, y por 167.
abajo en un borron. Así el borron como la argolla han de ser de hierro muy grueso, y han de estár muy apretados para que la puerta no se tuerza. 2.° Los cabeceros *AC*, *BD* juntan el larguero *CD* con el larguero *AB*. 3.° Las riostras *E*, *F* se cortan en aspa, entran á espiga en los largueros y cabeceros de la puerta á fin de que no se tuerzan. 4.° Las hojas de las puertas descansan por la parte de abajo en unos batientes que conviene estén firmemente asegurados y hechos con sumo cuidado para que no pase agua por entre ellos y la puerta. Quando las hojas están cerradas forman un ángulo obtuso cuyo vértice está del lado de la corriente, por manera que la corriente aprieta las hojas una contra otra. 5.° Por ser muy largas las hojas de las grandes inclusas, es imposible dejen de vencerse poco á poco por mas cuidado que se ponga; para escusar el rozamiento del cabecero *CD* con el suelo del canal, quando está caída la hoja, se le sostiene con un rodillo de cobre, y se limpia amenudo el espacio que anda el rodillo quando se mueve la hoja. Para que el rodillo se mueva con desahogo debe tenerse presente que el diámetro de su superficie mas lejos del centro ha de ser mayor que el de la superficie mas cercana al centro. Quando se quiera determinar la razon de estos diámetros, se tirará una linea *AB*, igual á la 168.
distancia del rodillo al centro de su movimiento; se hará *BC* igual al grueso del rodillo, pongo por caso de 8 pulgadas, se tirarán las *AD*, *AE*, y las lineas *DE*, *FG* determinarán los diámetros que se buscan.

438. No todas las puertas de las inclusas se abren de un mismo modo. En las pequeñas basta una fuerte

Fig. te palanca que apoya detrás de la puerta, conforme se vé en *AD*, por cuyo medio los mismos barqueros abren la puerta. En las grandes inclusas servirá me-
169. jor que otra invencion una palanca reforzada por los costados con las biguetas *A*, *B* para que no se doble; mediante el ege *C* y la abertura *ED* apenas tiene presion oblicua. El ege *M* es su centro de movimiento. Este ege es de cobre, y la palanca la recibe en un tejuelo de hierro. El quadrante de círculo dentado *GH* está firmemente afianzado en el terreno, engarganta en un piñon *F* unido con una rueda *II* cuyo diámetro es tres veces mayor que el del piñon, de modo que un hombre hace tanta fuerza trabajando con la rueda como tres que empujasen perpendicularmente la rueda. El rozamiento es poco, y será muy provechoso poner un cobertizo sobre la rueda y el quadrante de círculo para que no les dé ni el sol ni la lluvia.

439. El tercer punto esencial en las inclusas es el desaguadero de las aguas. En las inclusas de madera y en las pequeñas el desaguadero ha de estár en las puertas cerca de sus goznes, y en las inclusas de piedra el desaguadero ha de estár fuera de las paredes que las forman.




163
C
E
F
A
H
D
G
B
164
F
C
D
E
A
B
165
A
B
C
166
B
F
K
A
L
I
G
D
167
A
C
B
D
168
A
FBD
GCE
169
I
F
A
M
B
C
G
I
H

PRINCIPIOS DE PERSPECTIVA.

Fig.

440. REpresentar en un quadro puesto entre el ojo y un obgeto la *perspectiva* de este obgeto, es lo mismo que señalar en el quadro cada uno de los puntos donde le atraviesan respectivamente todos los rayos de luz que desde cada punto de la superficie del obgeto puesta á la vista van á parar al ojo.

441. Hay tres especies de perspectiva; es á saber, la perspectiva linear, la aerea, y la especular. La *perspectiva linear* es la que representa la situacion, la forma, el tamaño, los contornos y la degradacion de los obgetos con lineas. La *perspectiva aerea* es la que dá á los obgetos puestos en perspectiva los colores que les corresponden. La *perspectiva especular* es la que representa los obgetos en los espejos. Aquí solo llevamos ánimo de tratar de la perspectiva linear y de la aerea.

DE LA PERSPECTIVA LINEAR.

442. El que se propone trazar una perspectiva formada en su fantasía, ha de determinar:

1.° La distancia á que debe estár el espectador del quadro donde ha de ir trazada la perspectiva:

2.° Si se ha de ver la parte superior ó la inferior del obgeto que se vá á poner en perspectiva; quiero decir, si se ha de mirar de punto alto ó de punto bajo.

3.° Si se ha de mirar la perspectiva desde enfrente de su medio en derechura, que es *mirarla de fachada*; ó si se ha de mirar desde la izquierda ó

Fig. la derecha, que es *mirarla de costado.*

4.° Lo lejos que quiere parezca el obgeto.

5.° El tamaño que ha de representar que tiene.

Para determinar todo esto no hay regla mas segura que el gusto, la práctica é inteligencia del perspectivo, bien que con arreglo á las circunstancias peculiares á cada caso.

443. Cuestion I. *Determinar la distancia desde la qual se ha de mirar una perspectiva.*

Se ha de elegir un punto de distancia tal que desde él pueda el espectador ver, sin mover la cabeza, y con una mirada, todo lo que en el quadro vá representado; porque si al mirarla está mas arrimado al quadro de lo que conviene, no podrá abarcar con la vista toda entera de una vez la perspectiva, y tendrá que volver la cabeza á un lado y á otro. Para evitar este inconveniente, el punto de distancia se ha de apartar del quadro vez y media ó dos veces, con corta diferencia, lo que tenga de alto dicho qua-
170. dro. Si fuese, por egemplo, *ABCD* el quadro, el ojo *E* del espectador ha de estár á la distancia *EF* que es vez y media la altura del quadro *GH.*

444. Cuestion II. *Trazar unos obgetos en lontananza.*

Antes de enseñar como se resuelve esta cuestion, prevenimos que en toda perspectiva hay un punto principal, llamado *punto de vista.* Todo el artificio está en colocar en su verdadero lugar el punto de vista, y el punto de distancia, que es donde está el ojo del espectador, poniéndolos á nivel, y cabalmente uno enfrente del otro. Se debe, pues, colocar en
171. el quadro el punto de vista *A* á la altura de la vista de un hombre de proporcionada estatura, bien que esta regla no es tan rigurosa, que no se pueda alterar quando lo pida alguna circunstancia. Desde el punto de vista *A* se tirará la *AB* paralela á la *CD.*

La

La *AB* se llama la *orizontal*, porque hace oficios Fig.
de la linea del orizonte que sirve de término á nues- 171.
tra vista; por cuya razon aunque en esta figura se ha puesto en medio el punto de vista, pudiera haberse puesto igualmente en otro punto qualquiera de la orizontal. La *CD* se llama la *linea del plano*, de la *tierra*, ó del *quadro*; otros la llaman *fundamental*, porque en perspectiva sirve de fundamento y basa á toda la obra. Tómese despues *AB* que coja vez y media la altura del quadro; el punto *B* será el punto de distancia.

Esto presupuesto, se dibujará debajo de la linea del plano *CD*, la figura en real, ó la figura original que se quiere poner en perspectiva; bien que tambien se puede dibujar á parte, y ponerla en perspectiva sin dibujarla en real, por un método que despues propondrémos.

445. Enseñarémos primero á poner en perspectiva, *degradar ó escorzar*, pues todo es uno, un triángulo isósceles rectángulo *CDG*, y un quadrado *CFGD*, porque son dos perspectivas fundamentales de todas las demás. Se trazará en la linea del plano *CD* un triángulo isósceles rectángulo *CDG*, cuya hypotenusa *CG* llamarémos la *diagonal*; á sus dos lados *CD* y *DG*, al uno le llamarémos la *latitud*, y al otro la *altura* de dicha figura. El quadrado es el que se vé en *CFGD.* Desde el punto de vista *A* se tirarán á los estremos de la linea del plano *CD* las rectas *AC*, *AD*, que se llaman *lineas paralelas perspectivas*; tirando despues desde el punto de distancia *B* al punto *C* una recta *BC*, esta se llamará con particularidad la *diagonal perspectiva.*

Por de contado, como la diagonal tirada á la distancia *B* ha de cortar la *AD* que vá al punto de vista, en un punto *H*, es evidente que *HI* será la altura del triángulo degradado, que se ha de tomar perpen-

 di-

Fig. dicularmente á la linea del plano, y no con la obli-
171. cuidad de la *CH*. Para poner en perspectiva un quadrado, basta, despues de lo dicho, tirar una linea *HL* paralela á la del plano *CD*, porque la figura escorzada *CLHD* representa la perspectiva de un quadrado que en real sería *CFGD*.

446. Podría suceder que al trazar una perspectiva en un quadro no fuese posible estenderse de lado lo que fuese menester para fijar el punto de distancia; y como en este caso no se podría tirar la diagonal por cuyo medio se determina el escorzo del quadrado, será preciso apelar al método siguiente.

Se medirá la *CD* que supondrémos de 20 pies, por egemplo; se medirá tambien la *AK*, y sea de 10 pies; y suponiendo que la *AB* haya de ser de 50 pies, haremos esta proporcion, 50 : 20 : : 10 : 4, cuyo quarto término espresará en pies la altura *HI* del quadrado en escorzo.

447. Cuestion III. *Poner en perspectiva un plano que conste de muchos quadrados.*

172. Representa *CDEF* el plano compuesto de varios quadrados; quatro de ellos muestran su latitud en *CD*, y otros quatro muestran su altura en *CF*. Para trazarlos en perspectiva, no es necesario trazarlos primero en real; basta señalar su latitud en la linea del plano *CD*, conforme se vé en *C*1, 1.2, 2.3, 3.*D*, y desde los puntos *C*, 1, 2, 3, *D* tirar lineas al punto de vista *A*; las intersecciones de estas lineas con la que se tire desde el punto *D* á la distancia *B*, darán los escorzos de los quadrados degradados.

Fúndase esta operacion en lo que dejamos enseñado en la cuestion antecedente, donde hemos hecho ver (445) que las lineas de la figura en real que eran perpendiculares á la linea del plano, se iban á juntar al punto de vista *A*, y las diagonales ó hypotenusas de los triángulos rectángulos isósceles tambien se juntaban en Fig.
el punto de distancia *B*. 172.

Se viene á los ojos que la linea *DB* pasa por los ángulos de todos los quadrados que están en la diagonal; luego si al hacer la operacion no pasase la diagonal por los ángulos que corresponde, será señal de que vá errada, y de no estár los puntos de vista y de distancia en su verdadero lugar y con las circunstancias precisas.

448. Cuestion IV. *Poner en perspectiva un plano compuesto de quadrados rodeados de fajas.*

Compártanse á gusto en la linea del plano *AB* los 173.
anchos así de los quadrados como de las fajas, y tírense desde los puntos de division lineas al punto de vista *C*. Supóngase despues el punto de distancia en *D*, y desde este punto tírese al ángulo *B* la diagonal *DB*; los puntos donde esta cortare las lineas que van al punto de vista, serán los de las alturas de los escorzos de los quadrados y de las fajas.

Como en los planos que han de representar terreno, no hay quadrados que manifiesten su degradacion, los Pintores de paises se valen para representarla de lineas que se van doblando y haciendo recodos; por manera que quanto mas los repiten, tanto mas lejos dan á entender que están los obgetos.
Así los recodos 1, 2, 3, 4 y 5, 6, 7, &c. manifiestan 174.
que el terreno vá bajando; y los señalados 8, 9, 10, &c. en direccion opuesta demuestran que el terreno sube. Sin embargo siempre es preciso atender al punto de vista determinado, porque con arreglo á él se les debe dar el movimiento á los recodos.

449. Cuestion V. *Trazar una perspectiva con dos puntos de distancia.*

Para escorzar el quadrado *DEFG* se puede poner 175.
el punto de distancia tanto en *B* como en *C*, y en-

ton-

Fig. 175. tonces se puede hacer la operacion con qualquiera de estos dos puntos ó con ambos. Si se hubiera de trazar otro quadrado á mayor distancia, bastaría tirar desde los puntos *F* y *G* unas rectas á los puntos de distancia *B* y *C*; tirando despues por los puntos *H* é *I* donde estas rectas cortan las que van al punto de vista, la linea *HI*, quedará formado el quadrado perspectivo *GFIH*. Por el mismo rumbo se pueden trazar quantos quadrados se quieran.

Varios perspectivos y pintores inteligentes llenan de quadrados degradados todo el plano ó piso que han de ocupar los obgetos, aunque tengan que borrarlos despues de concluida la operacion. No llevan en esto mas fin que hallar con mas facilidad la posicion de los obgetos que quieren representar. Porque si cada quadrado tiene en la orilla del quadro un pie, por egemplo, todos los demás quadrados tendrán tambien un pie degradado; y por consiguiente, como la estatura de una figura proporcionada tiene seis pies, á todas las figuras, estén en el término que estuvieren, se les habrá de dar de alto seis quadrados de aquellos en que sientan.

450. Cuestion VI. *Poner en perspectiva un quadrado visto por ángulo y fuera de linea.*

176. Llámase en perspectiva quadrado *fuera de linea ó fuera de esquadra* aquel que en real como *A*, no tiene lado ninguno paralelo ni perpendicular á la linea del plano *BC*.

Esta perspectiva se egecuta con mucha facilidad sirviéndose de dos puntos. Pero pueden ocurrir dos casos; ó el quadrado *A* puede tener así á un lado como á otro sus lados 1 y 2, 2 y 3 con igual inclinacion respecto de la linea del plano *BC*, ó puede tener inclinaciones desiguales. En el primer caso los referidos lados en su perspectiva se irán á juntar á los dos puntos *D* y *E* que estarán igualmen-

mente distantes del punto de vista *F*. La razon es Fig. que como entonces los lados del quadrado son una porcion de las diagonales que se tiran á las perpendiculares, por lo enseñado (445) dichas diagonales han de concurrir al punto de distancia.

451. Quando los lados del quadrado propuesto no 177. estuviesen igualmente inclinados á la linea del plano, se hallarán los dos puntos de concurso del modo siguiente. Sea *AB* la linea del plano; *CD*, la orizontal; *E*, el punto de vista, desde el qual se levantará la perpendicular *EF* igual á la distancia entre el espectador y el quadro, por lo que el punto *F* viene á ser en esta ocasion el punto de distancia (pronto veremos que el punto de distancia se puede poner encima ó debajo de la orizontal conforme venga mejor para la espedicion de la obra). Debajo de la linea del plano se dispondrá en la posicion que mas acomode, la figura en real del quadrado fuera de linea *G*, cuyos lados 2 y 3, 3 y 4 se prolongarán hasta encontrar la linea del plano en *H* é *I*. Haciendo lo mismo con los otros dos lados 1 y 2, 1 y 4, se tirarán desde la distancia *F* la *FC* paralela á *I*3, y la *DF* paralela á *H*3; los puntos *C*, *D* donde estas lineas encontraren la orizontal serán los dos puntos que se buscan, y á los quales se han de tirar las lineas que forman la perspectiva del quadrado *G* fuera de linea.

Tambien se hubiera podido degradar el quadrá- 178. do fuera de linea con un punto principal no mas, como se vé en *A* y *B*. Pero fuera de que esta operacion es mucho mas prolija que la que hemos enseñado con dos puntos, siempre que ocurre poner en perspectiva muchos quadrados por ángulo unos sobre otros como sucede en los capiteles, cornisas &c. el método de los dos puntos tiene la ventaja de que los obgetos tienen mas magestad, mas belleza, por-

Fig. que entonces la vista goza de dos escorzos á un tiempo y tiene mas campo en donde estenderse.

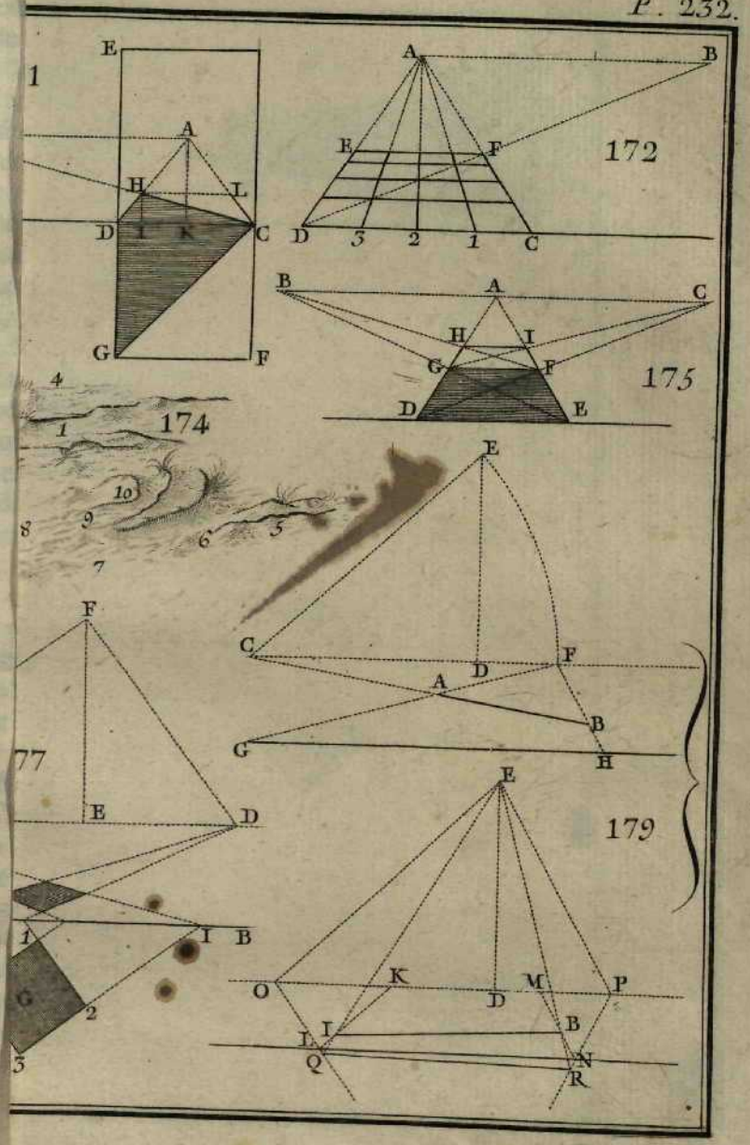
452. Cuestion VII. *Dada en el plano una recta qualquiera en perspectiva, hallar su medida en real.*

179. Sea *AB* la recta degradada; prolónguese hasta que encuentre la orizontal en un punto *C*. Desde el punto de vista *D* levántese la perpendicular *DE* igual á la distancia de la perspectiva. Desde el punto *C* como centro y con el intervalo *CE* se trazará un arco de círculo que corte la orizontal en *F*. Tomando el punto *F* por punto de distancia se tirarán por él y por los estremos *A* y *B* de la linea propuesta dos lineas que corten la del plano en *G* y *H*; *GH* será la medida orizontal de la recta en perspectiva *AB*.

Muy amenudo sucede que la linea en perspectiva *BI* encuentra el punto de la orizontal á una distancia tan grande que no se puede hacer la operacion dentro del papel en que se dibuja. Para vencer esta dificultad bastará tirar desde *B* é *I* dos rectas *KL* y *MN* que corten de qualquier modo la linea del plano y la orizontal. A estas dos lineas se las tirarán otras dos paralelas *EO* y *EP* que corten la orizontal en *O* y *P*; por estos dos puntos y por el punto *E* se tirarán las lineas *OL*, *PN*, *EI*, *EB* que prolongadas se cortarán en *Q* y *R*; la recta *QR* que pase por estos dos puntos será en real lo que es en perspectiva *IB*.

453. Cuestion VIII. *Poner en perspectiva un quadrado visto por ángulo sin tener que trazarle en real debajo de la linea del plano.*

180. Se buscarán por lo dicho antes (451) los puntos *A* y *B* con arreglo á la distancia desde la qual se ha determinado que se ha de mirar la perspectiva; se buscarán tambien por el método de la cuestion antecedente los puntos *D* y *C* que han de servir de puntos de distancia respecto de los puntos *A* y *B*. En el parage que se quiera colocar el ángulo del



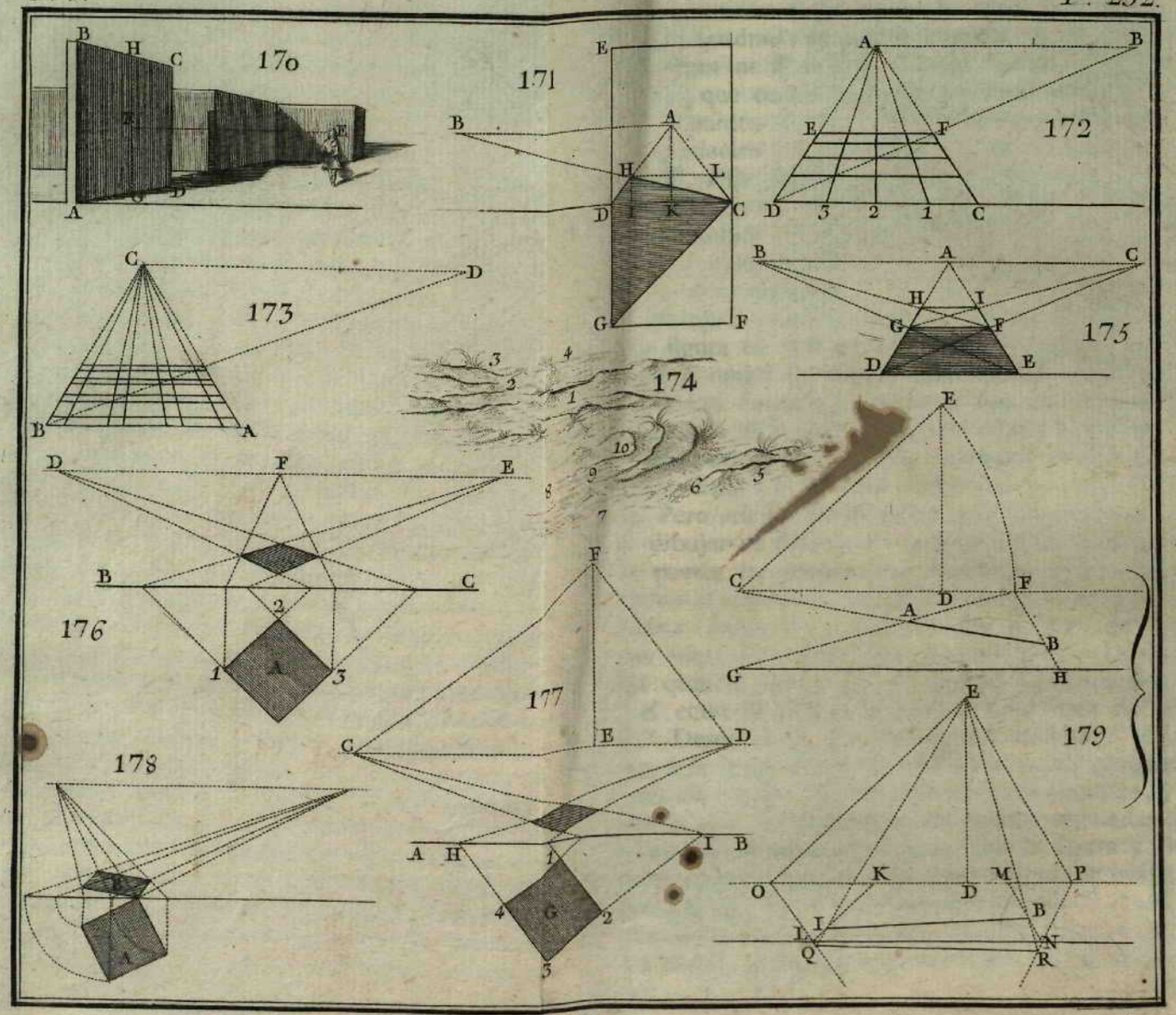


Fig. 80.

81.

del quadrado, en *E*, por egemplo, se pondrá á uno y otro lado de dicho punto la medida en real del lado del quadrado *H* que se pretende representar. Desde los puntos *F* y *G* se tirarán lineas á los puntos *D* y *C*, que cortarán las que se tiren desde el punto *E* á los puntos *A* y *B*, y determinarán las *EI*, *EK* con la degradacion correspondiente á las medidas originales *EF*, *EG*. Tirando desde las intersecciones *I* y *K* otras dos rectas á los puntos *A* y *B*, su interseccion en *L* concluirá la perspectiva del quadrado *EILK*. Fig. 180.

454. Cuestion IX. *Modo de degradar un octángulo, y otros polygonos.*

Siempre queda á arbitrio del perspectivo darle á la figura en real aquella posicion que mas le acomode ó mejor le venga; como lo dá á entender la figura que citamos, que tiene uno de sus lados paralelo á la linea del plano, así como la hubiéramos podido poner de modo que un ángulo mirase perpendicularmente, ó de otra manera á la linea del plano. Pero sea la que fuere su posicion, siempre se ha de dibujar su planta *A*, y si se quiere que despues de puesta en perspectiva represente como que está dentro del quadro, se pondrá la figura en real á la misma distancia cabalmente de la linea del plano que haya de haber entre su perspectiva y el borde del quadro, para cuyo fin hemos dejado la distancia *DE* entre la figura en real *A* y la linea del plano *BC*. Desde todos los ángulos del octángulo se bajarán á la linea del plano *BC* otras tantas perpendiculares de puntos, que se señalarán con números, y formarán con las diagonales de puntos señaladas tambien con números, que pasan por la figura y llegan hasta la linea del plano, un número igual de triángulos, rectángulos isósceles, como el triángulo 8, 7, 8, cuyos lados 8, 8 y 7, 8 son iguales. Semejantes son los demás triángulos que resultarán de las mismas lineas. 181.

Fig. neas. En la posicion actual del octángulo se viene
181. á los ojos que sus diagonales son tambien paralelas á dos lados de la misma figura, y esto proviene de que la diagonal que pasando por los estremos de dos lados vá á parar á la linea del plano, forma con esta un ángulo semirecto, del mismo modo puntualmente que sucede con las diagonales que se tiran en un quadrado. Es facil de percibir tambien que cada perpendicular y cada diagonal sirve para dos ángulos del octángulo; bien que esto no se verificará quando el octángulo esté en otra posicion; y en tal caso para formar los triángulos rectángulos es menester bajar desde cada ángulo una perpendicular y su diagonal, con las quales siempre se formarán triángulos rectángulos. Los puntos de las perpendiculares y de las diagonales señalados con números en la linea del plano, se trasladarán despues á la linea del plano *HI*, conforme lo manifiestan los números que se corresponden unos con otros. Desde los puntos de las perpendiculares se tirarán lineas al punto de distancia *K*, y desde los de las diagonales lineas al punto de distancia *L*, en cuyas mutuas intersecciones caerán los ángulos del octángulo puesto en perspectiva, como se deja conocer por los números. Con cuyo motivo prevendremos que los números, así en la planta como en su perspectiva se han de anotar por su orden 1, 2, 3, 4 &c. cuidando tambien de que los que se ponen debajo de la linea del plano para señalar las perpendiculares y diagonales se correspondan y sean los mismos que hay en los ángulos de donde salen dichas perpendiculares y diagonales. Finalmente como en la figura actual cada perpendicular y cada diagonal siempre sirve para dos ángulos de la figura, es menester poner en la linea del plano debajo de cada perpendicular y de cada diagonal los mismos dos números que llevan los ángulos por donde pasan.

Es-

455. Estas figuras y las que se les parecen se pueden Fig.
poner en perspectiva por otro rumbo distinto que en algunas ocasiones es mas breve que el que acabamos de enseñar; sea *AB* la orizontal; *A*, el punto de vista; y *B*, el de la distancia. Sea tambien *CD* 182.
la linea del plano, y *E* la figura en real de un exágono; y aunque en este caso la hemos puesto inmediatamente debajo de la linea del plano como en su plano original, no por esto se ha de creer que no pueda estar á mayor distancia, pues esta distancia se debe alargar ó acortar en proporcion de la que se quiera que tenga dentro del quadro. Puesto, pues, el exágono á la distancia que mas acomode, y vuelta ácia la linea del plano la parte que en perspectiva se nos ha de presentar la primera á nuestra vista, se bajarán desde todos los ángulos del referido exágono otras tantas perpendiculares, desde cuyos estremos por la parte de la linea del plano se tirarán rectas al punto de vista *A* que sirven para determinar la latitud del exágono propuesto en perspectiva. Hecho esto, sin tirar las diagonales que en la otra operacion, se trasladarán todas las alturas de las perpendiculares á la linea del plano trazando con cada altura respectiva, y desde cada ángulo del exágono un arco de círculo; por egemplo, desde el punto *F* y con el intervalo *F*5 se trazará el arco *G*5, con lo qual la parte *FG* de la linea del plano será igual á la altura *F*5; esto mismo se repetirá con cada perpendicular del modo que se vé en la figura. Desde los puntos en que estos arcos cortan la linea del plano se tirarán rectas al punto de distancia *B*, y se sacarán las alturas de la figura en real puesta en perspectiva, que se concluirá como la del octágono antecedente, y resultará la perspectiva *H* correspondiente al exágono original *E*, conforme lo manifiestan los números 1, 2, 3, 4, 5, 6, en uno y otro anotados.

Cues-

Fig. 183. 456. Cuestion X. *Poner en perspectiva un círculo, y otras figuras curvilineas.*

Como los círculos no tienen ángulos sin cuyo auxilio es imposible trazar perspectiva ninguna; es forzoso dividir su forma original en varias partes iguales en número par como se vé en *A*, para que cada perpendicular, y cada diagonal pase por los puntos de dos divisiones, y con esto se abrevia la operacion. Practicando en este caso lo que para los antecedentes dejamos enseñado, las intersecciones de unas lineas con otras dará los puntos que en perspectiva corresponden á los de la planta en real. Y como esta circunferencia se ha de trazar forzosamente á mano y de pura práctica, quanto mayor fuere el número de partes en que esté el círculo dividido, con tanta mas facilidad se egecutará, pues siendo muchas las partes, serán muchas las intersecciones y estarán mas inmediatas unas á otras, y por consiguiente siendo cortas las porciones que hay que tirar á mano, se trazarán con mayor exactitud. A no ser tan prolija y enfadosa la operacion se podrían hacer tantas divisiones en la circunferencia que se llegasen á tocar las intersecciones de las paralelas con las diagonales, en cuyo caso quedaría el círculo puesto en perspectiva rigurosamente, sin que la práctica hubiese tenido parte ninguna.

457. Pero entre quantos métodos se pueden dar para poner el círculo en perspectiva, ninguno es mas espedito que el siguiente: se pondrá primero en perspec-
184. tiva un quadrado *ABCD*, y luego se trazará sobre la linea del plano *AB* un semicírculo cuya circunferencia se dividirá en quatro partes iguales. Desde los puntos de division se bajarán perpendiculares á la linea del plano, y desde los puntos donde la corten se tirarán rectas al punto de vista que en sus intersecciones con las diagonales del quadrado darán quatro pun-

puntos por los quales ha de pasar la circunferencia del círculo en perspectiva. Asimismo ha de pasar tambien por los estremos de las otras dos lineas que se cruzan en el centro del quadrado de las quales una es paralela á la del plano, y otra vá al punto de vista. Fig. 184.

Por el primer método se pueden poner tambien en perspectiva las elipses, los sectores, las porciones de círculo y de óvalo, las parábolas, las hypérbolas, varios círculos unos dentro de otros, &c. Pero prevenimos que en estas figuras curvilineas las diagonales no pueden servir para dos puntos, para cada uno es menester la suya separada.

458. Cuestion XI. *Degradar las figuras irregulares.* 185.

Despues de formada la planta en real del modo y en la posicion que mas acomode, se tirará la linea del plano *BC* á la misma distancia de la planta que haya de tener su perspectiva dentro del quadro, y la perpendicular *DE* para arreglar por ella el punto de vista, cuya perpendicular igualmente se pudiera haber tirado al otro lado; y si la figura original se hubiera de ver del medio habria de pasar por su medio la perpendicular *DE*. Tasladada esta á *EG*, se pondrá el punto *E* á la misma altura de la vista del espectador, y lo restante de la operacion se egecutará como siempre, tirando desde los puntos de las perpendiculares trasladadas á la linea del plano, lineas al punto de vista *E*; y desde los puntos de las diagonales lineas al de la distancia *F*. Las intersecciones de unas lineas con otras darán los puntos en que rematan los lados de la figura propuesta en perspectiva.

459. Cuestion XII. *Dada la perspectiva de un obgeto, hallar su verdadera figura en real.*

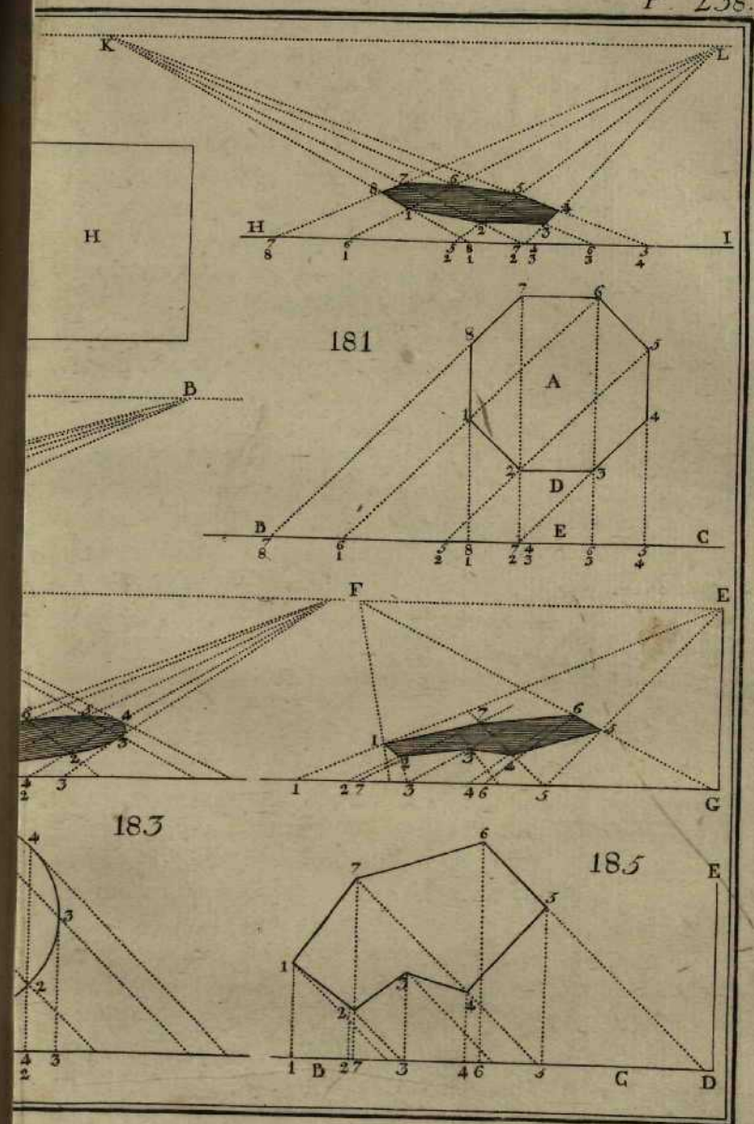
Para que esta cuestion no tenga una generalidad indeterminada, supondremos que ademas de la pers-
pec-

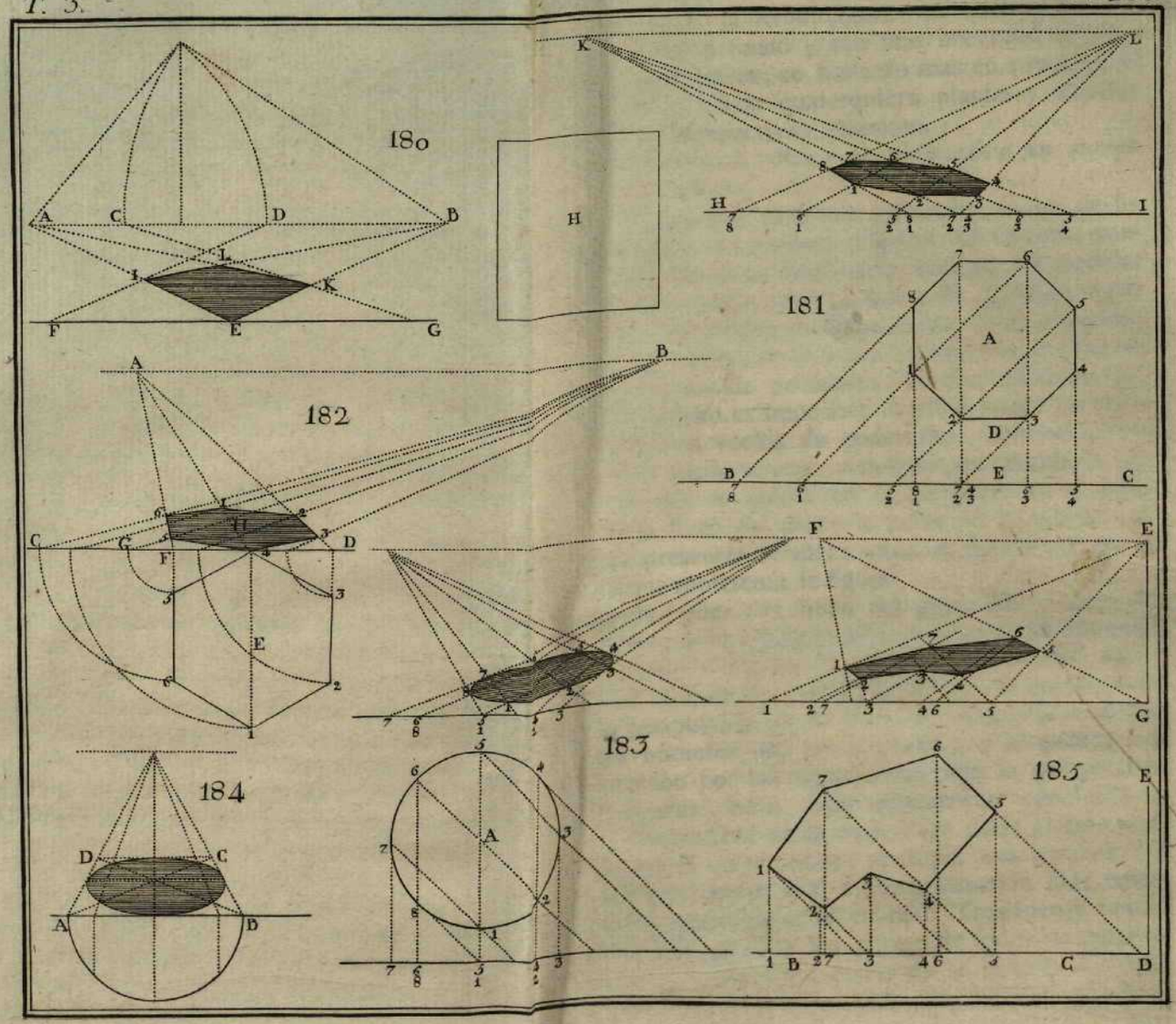
Fig. pectiva se conoce tambien el punto de vista, y el de la distancia del ojo al quadro, y juntamente la orizontal; bien que si esta no se conociese se sacaría con
186. facilidad prolongando dos lineas 1 y 3, 2 y 4 del obgeto, y tirando por el punto *B* de su interseccion una paralela á la linea del plano, que sería la orizontal.

Sentado esto, sea *A* la perspectiva dada, y sean *B* y *C* en la orizontal el uno el punto de vista, y el otro el de distancia. Se elegirá en la planta perspectiva un punto *D* por el qual y por los puntos de vista *B*, y de distancia *C*, se tirarán rectas que con sus prolongaciones encuentren la linea del plano en *E* y *F*. Se levantará en *E* una perpendicular *EG* haciéndola igual *EF*. En virtud de las reglas que dejamos dadas es evidente que el punto *G* es el punto original correspondiente al punto perspectivo *D*. Haciendo con otros puntos de la perspectiva lo mismo que con este, se llegará á sacar toda la planta original *H* que corresponde á la perspectiva dada.

Reglas para la perspectiva de los Sólidos.

460. Como todas las reglas fundamentales de qualquier arte se han de encaminar á que sus operaciones salgan fáciles y espeditas, las que por ahora sentarémos, como dirigidas al mismo fin, nos abrirán caminos breves y generales para poner en perspectiva qualesquiera cuerpos. En esta operacion sirven principalmente el punto de vista y el de distancia, y á su uso se ha de agregar por parte del perspectivo una perfecta inteligencia del alzado en real, sea de fachada ó de perfil, del obgeto que se pretenda degradar, conforme sucede en el dibujo de las obras de arquitectura. Con este motivo aconsejarémos á los principiantes que se egerciten lo mas que puedan en la




180
181
182
183
184
185
A
B
C
D
E
F
G
H
I
K
L

la delineacion de la Arquitectura, porqué además de que penetrarán á fondo y con mas brevedad las reglas de la Perspectiva, se hallarán mas en proporcion de entender y trazar qualesquiera plantas y alzados que para sus perspectivas necesiten. Fig.

461. Cuestion I. *Poner en perspectiva un cuerpo de planta rectilinea.*

Lo primero que para esta operacion se ha de figurar y trazar, es la planta original del obgeto, porque de este modo es facil sacar despues, y acordar con ella los alzados en real tanto de fachada como de perfil. A la planta trazada, como en la arquitectura se acostumbra, se la deben agregar las plantas de todos los vuelos de pedestales, cornisas, &c. porque sin este requisito es imposible llegar á poner en perspectiva dichos vuelos de pedestales, cornisas, &c. Hecha que sea la planta, y despues de elegida la posicion en que se quiere ver la perspectiva, se pondrá ácia la linea del plano la parte de la planta que se ha de presentar delante; como se puede ver en la cruz *A* que representa la figura.

Tirada, pues, la linea del plano *BC*, como es 187.
costumbre, se buscarán en ella los puntos de las perpendiculares y de las diagonales. Trasladados estos puntos á la linea del plano *DE* en que se ha de trazar la perspectiva de la cruz, se señalarán con los mismos números que en la planta, y se proseguirá la operacion por las reglas dadas para la perspectiva de las figuras, hasta dejar enteramente concluida la planta perspectiva de la cruz. Para darla el relieve ó grueso que la corresponde, se tirará una paralela *HI* á la linea del plano *DE* á tanta distancia *DH* como tenga de grueso la cruz en real. Trasládense igualmente á esta paralela los puntos de todas las perpendiculares y diagonales, conforme se hizo en la linea del plano, y señálense con los mismos números.

Ha-

Fig. Haciendo ahora la misma operacion de antes, queda-
187. rá puesta en perspectiva la parte superior de la cruz, la que está á la vista del espectador; viniéndose al mismo tiempo á los ojos que la parte formada por los puntos de la linea del plano *DE*, que queda debajo y como que sienta en el suelo, no la alcanza á ver el espectador en donde está señalada de puntos.

462. Sin embargo de que en la perspectiva hay ciertas partes que se quedan ocultas, aconsejamos á los aficionados que á los principios dibujen tambien aun las cosas que no se ven, con lineas de puntos, como si los cuerpos fueran transparentes; haciéndolo así, adquirirán aquella práctica de mano, tan necesaria en las obras que de este género se hacen en grande, en las quales sería verdaderamente una cosa monstruosa que las partes ocultas desdigeran de las que están á la vista. A la figura de la cruz hemos agre-
188. gado las de los dos prismas *M* y *N* con el fin de que se observe que las cosas vistas desde el punto del medio se representan mas reducidas que las que se miran de lado; y la diferencia entre sus anchos será mayor todavía quando la distancia sea menor de lo que la hemos señalado; bien que aun en este caso, mirando los obgetos desde su punto de distancia verdadero se representarán de un mismo grueso.

463. El método que dejamos enseñado (461) es generalísimo en todas ocasiones; pero no por eso dejarémos de proponer el siguiente para que los princi-
189. piantes tengan en que elegir y egercitarse. Despues de puesta en perspectiva la planta de la cruz que ahora, para variar, consideramos en posicion diferente, á un lado se levantará á la linea del plano la perpendicular *KL* igual en altura al grueso de la cruz, desde cuyos estremos *K* y *L* se tirarán al punto de vista dos lineas que en el ángulo que forman en dicho punto, comprehenderán todas las alturas de las per-

pen-

pendiculares que determinan cada uno de los ángulos Fig.
de la cruz en perspectiva. Si desde los ángulos 1, 2, 189.
3, 4, &c. de la planta en perspectiva se tiran de puntos unas paralelas á la linea del plano, que encuentran la *KF* en 1, 2, 3, 4, &c, y desde estos puntos se levantan perpendiculares de puntos 1 . 1, 2 . 2, 3 . 3, 4 . 4, &c. hasta la otra linea *LF*; es evidente que el espacio que ocupen representará la medida del grueso de la cruz en cada ángulo, como se puede ver en las perpendiculares que los determinan, y van señaladas con los mismos números 1 . 1, 2 . 2, 3 . 3, 4 . 4, &c. para que se conozca que han de ser iguales con sus correspondientes.

En la figura no se ha puesto la cruz entera por falta de papel, así como tampoco se han podido señalar ni en la linea del plano, en donde está estendida, todos los puntos de las diagonales, ni en la orizontal el punto de vista *F*. Aunque ahora se ha hecho así por necesidad, se suele hacer tambien del mismo modo siempre que ocurre pintar perspectivas en un quadro ó pared de poco ancho. Con este artificio se les dá á las apariencias de los obgetos mucha magnificencia, y tendrán mucha mas todavía, si se ponen dos puntos como en el quadrado fuera de linea.

Para poner por este último método la basa de una 190.
pilastra en perspectiva, se trazará su planta perspectiva *A* algo mas abajo de la linea del plano, y para proseguir la operacion con mas despejo y exactitud, se trazará á un lado y encima de la linea del plano su perfil *B* en perspectiva, que se saca de las alturas en real de dicha basa y de su planta perspectiva. La perspectiva *C* se hallará en virtud de las perpendiculares levantadas desde cada punto de la planta, y de las paralelas tiradas de los puntos correspondientes del perfil. Por egemplo, si desde los puntos 1 y 2, estremos del vuelo del toro, se levantan

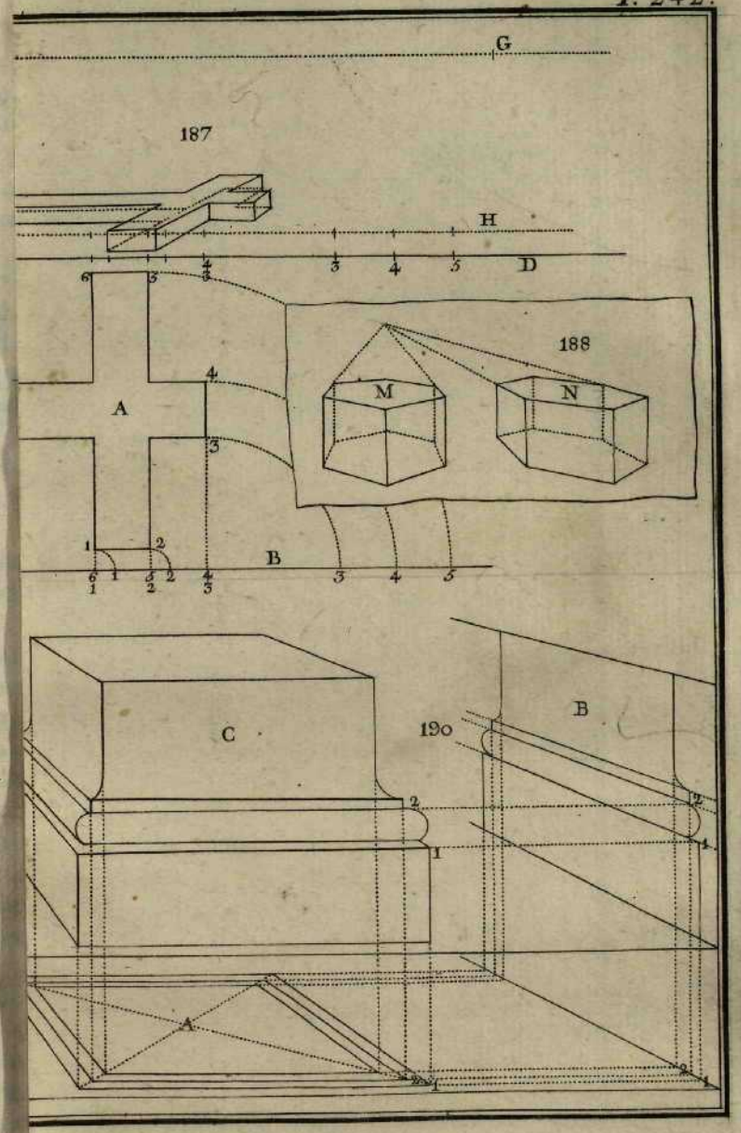
 per-

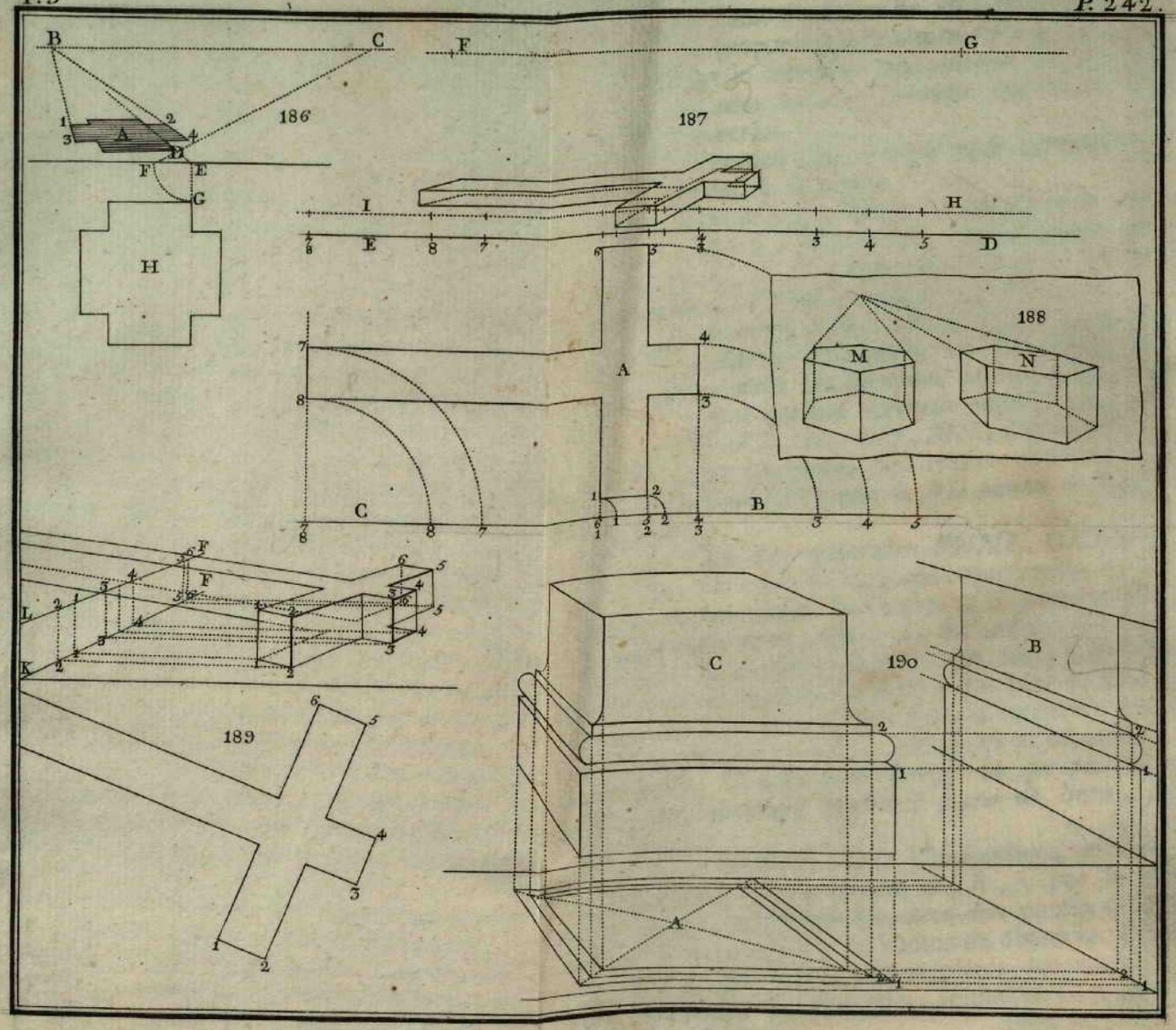
Fig. perpendiculares, y desde sus puntos correspondientes
190. 1 y 2 en el perfil se tiran paralelas á la linea del plano, las intersecciones de estas con las perpendiculares dan los puntos 1 y 2 que se divisan en los estremos del toro en perspectiva.

464. Cuestion II. *Poner en perspectiva un cuerpo de planta circular ó elíptica.*

191. El cuerpo que en esta cuestion nos proponemos degradar, es un brocal de un pozo de figura cilíndrica con dos escalones todo al rededor para subir á él; y aunque es regla general que se haya de trazar debajo de la linea del plano *AB* toda su planta en real con la de los escalones, en este caso bastará, para que no haya confusion, que se trace la mitad de la planta (457). Y así, despues de puesta en perspectiva con lineas de puntos, como se vé en la figura, desde todos aquellos que sirvieron para trazar las circunferencias de los círculos se levantarán perpendiculares, tirando al mismo tiempo desde los mismos puntos paralelas á la linea del plano hasta la *CD*, y en los puntos donde la cortan las paralelas se levantarán tambien perpendiculares que manifestarán las medidas y términos de las otras perpendiculares que se levantaron en los puntos de la planta en perspectiva, conforme dejamos enseñado en la cuestion antecedente. Hallados los términos ó estremos de las perpendiculares, se juntarán unos con otros con una curva para cuya traza basta con un poco de ligereza y práctica de mano; estas curvas representarán la redondez del cuerpo que se propuso poner en perspectiva.

Parece inutil prevenir que los términos que hemos especificado como necesarios para trazar el alzado del pozo, son las alturas de los escalones y la del brocal. Las medidas en real de uno y otros se han de señalar en la *AE*, tirando lineas al punto de




186
187
188
189
190
A
B
C
D
E
F
G
H
I
K
L
M
N

de vista *F*. Como el punto de vista se ha de arreglar siempre en proporcion á la altura del ojo de un hombre, que por lo comun es mas alto que el brocal de un pozo, por esta razon es evidente que se ha de ver su plano superior. Fig. 191.

465. Cuestion III. *Trazar una perspectiva con quatro puntos de distancia.*

Un cubo se puede poner en perspectiva, sin valerse del punto de vista, con quatro puntos de distancia *B*, *C*, *D*, *E*. Para este fin desde los ángulos del quadrado *FGHI* se tirarán, conforme se vé en la figura, diagonales á los referidos puntos de distancia, que se cortarán mútuamente en los puntos *K*, *L*, *M*, *N* que serán los estremos de la perspectiva del cubo, la qual quedará formada tirando por ellos las rectas *FK*, *KL*, *IL*, *LM*, *MN*, *KN* y *GN*. 192.

En esta operacion nos ocurre observar 1.° que tanto la linea *CE* como la *BD* sirven de lineas orizontales.

2.° Los dos quadrados *FNMI*, *GKLH* degradados, que están en diagonal, representan la perspectiva de dos planos inclinados al orizonte la mitad de un ángulo recto, que es la inclinacion que la diagonal de un quadrado tiene con su lado; *C* y *E* son los puntos de distancia de dichos dos planos. Esta observacion nos servirá para quando tengamos que poner en perspectiva cuerpos inclinados al orizonte.

466. Cuestion IV. *Trazar la perspectiva de un cuerpo visto por ángulo ó fuera de linea, con dos puntos.*

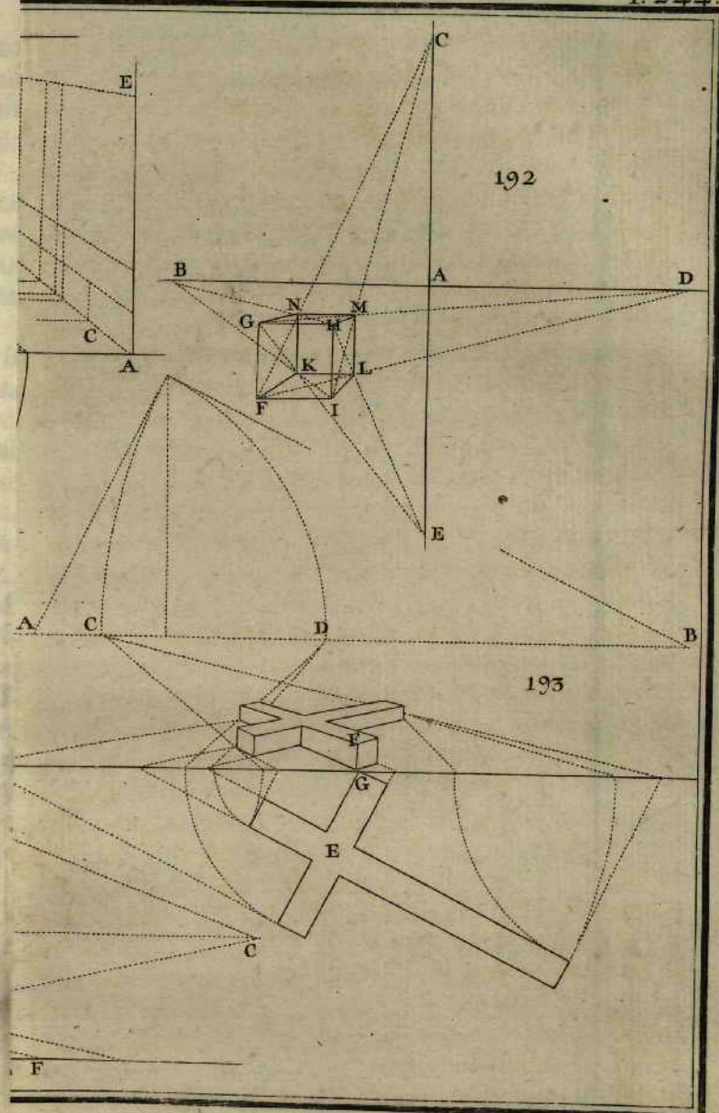
Por lo dicho (451) buscarémos primero en la orizontal los dos puntos *A* y *B*, y por lo enseñado (452) sacarémos los otros dos puntos *C* y *D* que nos han de servir de puntos de distancia. Despues de trazada en perspectiva la planta del cuerpo que supondrémos sea una cruz, conforme á la posicion de 193.

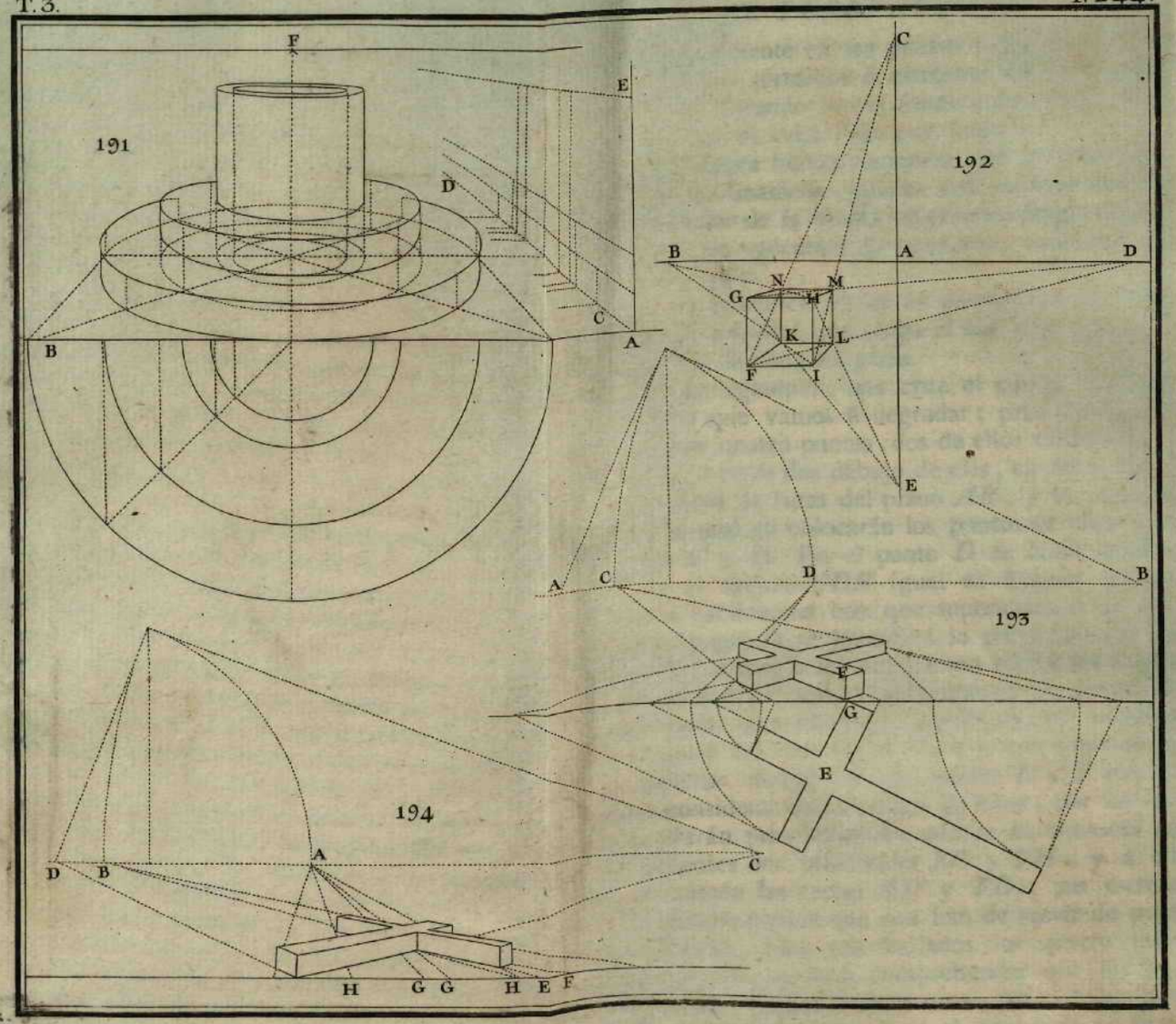
Fig. su planta en real *E*, en el ángulo *G* se levantará la
193. perpendicular *FG* que represente el grueso de la cruz; se levantarán asimismo en todos los ángulos de la planta perpendiculares, y tirando desde el punto *F* lineas á los puntos *A* y *B* que corten las perpendiculares, quedará puesta en perspectiva la cruz.

194. 467. Tambien se hubiera podido poner en perspectiva sin trazar su planta en real, solo con hacerse cargo de que para degradarla rigurosamente basta con hacer que un brazo corresponda con otro. Para conseguirlo se buscarán (452) los dos puntos *A* y *B* que sirven de puntos de distancia respecto de los de la perspectiva *D* y *C*. Una vez hallados, para que los brazos de la cruz se correspondan, basta con trasladar á la linea del plano las medidas *EF*, *GH* de la cabeza y los brazos de la cruz propuesta. Las lineas que desde los puntos *E*, *F*, *G*, *H* van á los puntos de distancia *A* y *B* manifestarán evidentemente la correspondencia que tienen en perspectiva los brazos de la cruz.

468. Cuestion V. *Poner en perspectiva con quatro puntos los cuerpos que se ven por ángulo.*

195. Entre todos los cuerpos vistos por ángulo, solo el cubo es el que se puede poner en perspectiva con quatro puntos. Antes de todo, se trazará su planta *A*, y despues se levantará en el punto de vista *B* la perpendicular *BC* igual á la distancia de la perspectiva; se buscarán (451) los dos puntos *D* y *E*, y por ellos se tirarán unas perpendiculares al orizonte. Se tomarán las *DF* y *DG* iguales á la diagonal *DC* que en aquel lado hace veces de distancia; se tomarán igualmente *EH* y *EI* iguales á la otra diagonal *EC* que en su lado sirve tambien de linea de distancia. Hallados los quatro puntos *F*, *G*, *H*, *I* que tomarémos por los de la distancia, se tirarán á ellos desde los ángulos de la planta en perspectiva, con el mismo orden que se vé en la figura, unas diagonales que se cor-




191
F
E
D
C
B
A
192
C
B
A
D
N
M
G
H
K
L
F
I
E
193
A
C
D
B
F
G
E
194
D
B
A
C
H
G
G
H
E
F

cortarán mútuamente en los puntos 1, 2, 3, 4, y en ellos caerán los términos ó estremos de la perspectiva del cubo. Tirando lineas desde unos á otros, quedará concluido el cubo visto por ángulo. Fig. 195.

En esta figura hemos supuesto que la planta del cubo tenia inclinaciones iguales con la linea del plano; si los lados de la planta estuviesen desigualmente inclinados, se egecutará la operacion conforme demuestra la figura. 196.

469. Cuestion VI. *Poner en perspectiva un cuerpo inclinado al orizonte, que tenga el lado sobre que sienta paralelo á la linea del plano.*

Sea, por egemplo, una cruz el cuerpo inclinado al orizonte que vamos á degradar; para conseguirlo se necesitan quatro puntos, dos de ellos encima de la orizontal, y otros dos debajo de ella, en estos términos. Se tirará la linea del plano *AB*, y la orizontal *CD* en la qual se colocarán los puntos de vista y de distancia *C* y *D*. En el punto *D* de la distancia se formará el ángulo *CDE* igual al ángulo original *cde* de la inclinacion con que suponemos á la cruz. Desde el punto *D* se levantará la perpendicular *DF* á la *DE* (hacémoslo así, porque son rectos los ángulos que terminan la cruz); prolongando las rectas *DE* y *DF* hasta que corten la perpendicular levantada en el punto de vista *C*, en las intersecciones de esta con aquellas estarán los dos puntos *E* y *F* que debemos considerar como puntos de vista; por los quales se tirarán para hallar los puntos de distancia correspondientes dos orizontales *EG* y *FH*, y á ellas se trasladarán las rectas *ED* y *FD*; sus estremos *G* y *H* son los puntos que nos han de servir de puntos de distancia. Una vez hallados los quatro puntos *E*, *F*, *G*, *H*, es facil comprehender que las lineas que forman la longitud de la cruz, van al punto de vista *E*, y las que demuestran el ancho de sus brazos, 197.

Fig. se encaminan al otro punto de vista *F*. La degrada-
197. cion de las lineas del tronco se hallará tirando diagonales al punto *G* de distancia desde la linea del plano á la qual se habrá trasladado desde el punto 1 ácia *A* la medida en real del tronco de la cruz, y las demás que sean menester ; nosotros las hemos omitido por no coger demasiado terreno con la figura. El escorzo de los brazos se hallará tirando diagonales al otro punto de distancia *H*, despues de puestas en la linea del plano desde 1 ácia *A* y desde 2 ácia *O* las medidas en real de los brazos. Para mayor facilidad nos ha parecido del caso formar un quadrilátero en perspectiva *PQRS* que sirva como de planta degradada para sacar por ella la medida de la degradacion de los brazos. Lo restante de la operacion se vé tan claramente en la figura, que no necesitamos esplicarlo mas.

198. Para mayor abundamiento hemos puesto en perspectiva la misma cruz por el método del perfil perspectivo. *A* es la cruz en real, y *B* su planta. Por este se ha sacado la planta en perspectiva *C*, y por las alturas en real se forma como siempre el perfil perspectivo *D*, y de él y de la planta degradada se saca la cruz en perspectiva *E*.

470. Cuestion VII. *Poner en perspectiva un cuerpo inclinado, con la condicion de que el lado en donde sienta vaya al punto de vista.*

199. Supongamos otra cruz que sienta sobre uno de sus lados encaminado al punto de vista *B*, por el qual se tirará la recta *CBD* en la misma direccion de la inclinacion que tenga la cruz. En dicha recta *CBD*, como si fuera la orizontal, se tomarán á ambos lados del punto de vista, y á iguales distancias los puntos *C* y *D* á los quales se tirarán las diagonales acostumbradas, para trazar la perspectiva de la cruz como se deseaba.

471. A esta cuestion pertenece el modo de escorzar las

las puertas de las casas, las puertas ventanas, las puer- Fig.
tas que se quieran figurar entreabiertas. Todo esto se 200.
consigue con mucha facilidad, trazando segun sus posiciones, unos semicírculos bien en real ó bien en perspectiva, conforme lo demuestran á las claras las figuras *A*, *B*, *C*, *D*.

472. Cuestion VIII. *Trazar en perspectiva un cuerpo inclinado al orizonte en términos de que la direccion del lado en que planta, sea arbitraria ; quiero decir, que ni sea paralela á la linea del plano, ni vaya tampoco al punto de vista.*

Sea *AB* la linea en que ha de sentar el lado del 201.
cuerpo en perspectiva ; y como dicha linea no ha de ser paralela á la linea del plano, ni tampoco ha de ir al punto de vista *C*, tendrá forzosamente su concurso en un punto *A* de la orizontal. Por este punto *A* se tirará en la misma direccion de la inclinacion del cuerpo, una recta *AD* que nos servirá de orizontal, y á esta por el punto de vista *C*, y por el estremo *B* de la recta propuesta *AB*, dos paralelas que consideraremos una como orizontal, y otra como linea del plano. Despues de levantada en el punto de vista *C* la perpendicular *EFCG* á dichas paralelas, se tomará la distancia *CH* de la perspectiva, y tirando la diagonal *HF*, esta será la linea de la distancia para el cuerpo inclinado que se quiere representar ; y en virtud de ella se buscará en la orizontal el punto *I*. A este punto, y al otro *A* determinado desde el principio irán á concurrir los escorzos del obgeto.

Dejamos dicho (451) que la linea *HF* que representa la de la distancia se ha de poner perpendicularmente al punto de vista desde *F* hasta *E* ; se tirará *AE*, y se formará el ángulo recto *AEI*. Se viene á los ojos que una vez hallados los puntos *A* é *I*; se pueden hallar los otros dos *K* y *L* que sirven de puntos de distancia, si fuere necesario.

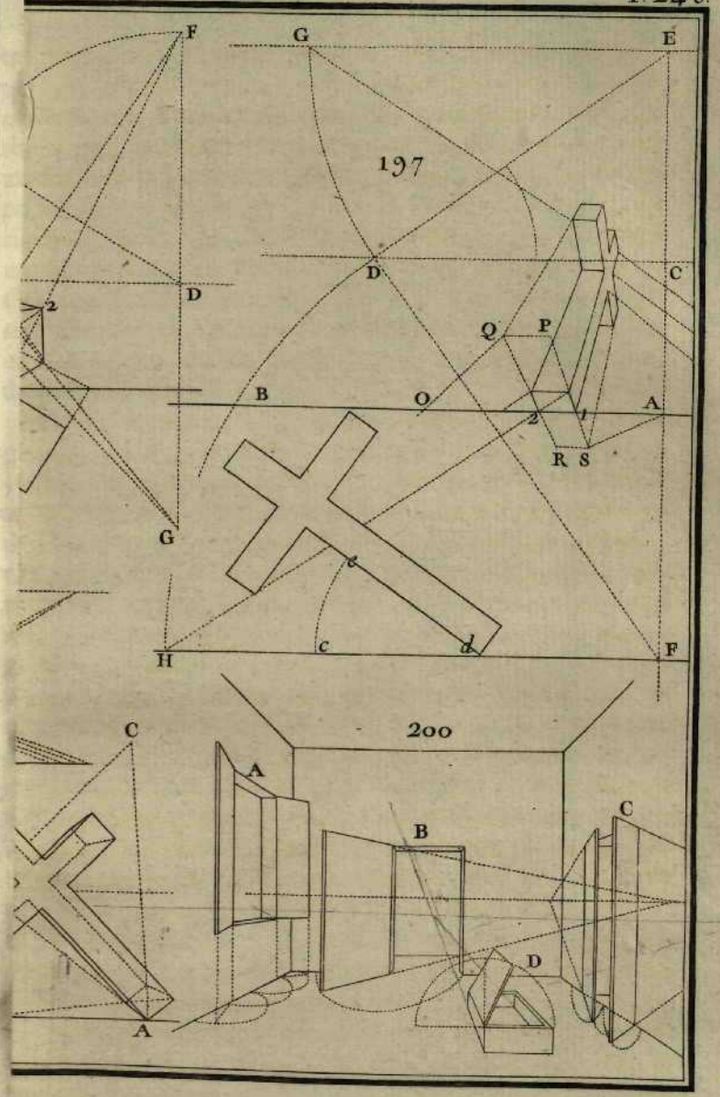
 Cues-

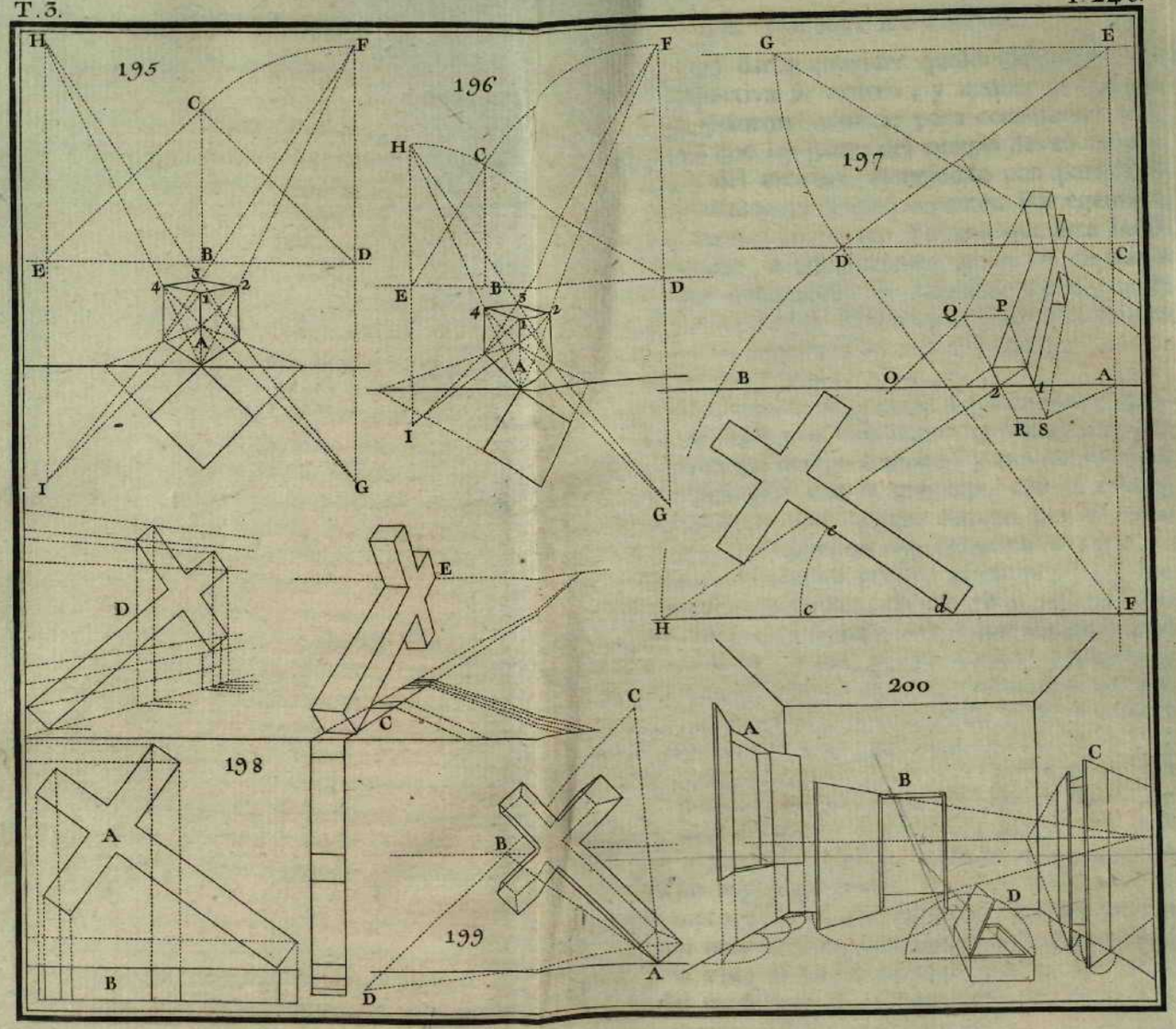
Fig. 473. Cuestion IX. *Perspectivar un cuerpo con inclinacion ácia dos partes*

202. Para degradar un cuerpo que tenga dos inclinaciones, esto es, que siente por uno de sus ángulos en un punto *A* del plano orizontal, se tirará por el punto principal *B* de la perspectiva una recta *CBD* con la misma inclinacion que haya de tener la base del cuerpo, por cuya razon se tirará paralela á dicha base. Por el punto de vista *B* se tirará la *GBH* perpendicular á la *CBD*, y por quanto esta última linea sirve de orizontal se tomará en ella el punto de distancia *I*, en el qual se formará el ángulo *GIB* igual al ángulo real de la inclinacion del cuerpo al orizonte. Fórmese tambien el ángulo recto *GIH*, y por los puntos *G* y *H* en donde los lados de dicho ángulo recto encuentren la perpendicular *GBH* tírense dos paralelas á la *CBD*. Si *G* y *H* representan los puntos de vista, se hallarán los de distancia que les corresponden, trasladando á dichas paralelas la diagonal *GI* desde *G* á *K*, y la diagonal *HI* desde *H* á *L*; *K* y *L* serán los puntos de distancia que se buscan. Una vez hallados estos puntos, la misma figura dá á entender de qué modo se vá trazando la perspectiva del cuerpo que planta en *A* con el vértice de uno de sus ángulos.

Por este mismo rumbo se podrá representar un cuerpo visto por ángulo ó fuera de linea cuyos lados vayan á dos puntos que se buscarán por las reglas que dejamos sentadas, continuando la operacion como hemos anotado.

474. Bien entendido y practicado lo que acerca de la perspectiva de los sólidos hemos enseñado, no ocurrirá caso ninguno que parando un poco la atencion se quede por resolver; pero como un perspectivo no tiene bastante con saber perspectivar de lineas los obgetos, sino que es menester tambien que con ta-




195
196
197
198
199
200
H
F
C
E
B
D
G
I
A
1
2
3
4
Q
P
O
R
S
c
d

tales lineas sepa dar á entender quales partes del ob- Fig.
geto en perspectiva se retiren, y quales se vengan adelante; el principal artificio para conseguirlo consiste en hacer que las partes del cuerpo lleven la misma direccion del escorzo, atendiendo con particular cuidado á los dintornos de dichas partes. Por egemplo, si se quiere figurar el cuerpo *A* como que está incli- 203.
nado al orizonte, á sus dintornos se les ha de dar la direccion que demuestran los números 1, 2 y 3. Si se quiere que el cuerpo *B* parezca inclinado ácia el que le mira, sus dintornos se han de apuntar al modo de los de los números 4, 5, 6.

475. No es menos importante á los pintores de figura saber escorzar con todo rigor los brazos, piernas y demás partes del cuerpo humano; y aunque esto mas se llega á conseguir con la práctica, con el estudio de la anatomía, y con dibujar mucho por el natural, que con las reglas de una perspectiva rigurosa; sin embargo, si alguno tuviere el gusto ó la precision de escorzar un brazo, pierna, &c. con todo rigor, formará por el modelo que vaya á escorzar un perfil de la parte, cuya planta sacará poniendo el modelo al sol haciendo que sus rayos den perpendicularmente en medio del modelo y dibujando el contorno de la sombra que haga dicho modelo en un plano perpendicular á los rayos del sol; esta sombra será evidentemente su planta. Por egemplo, en la figura que citamos, *A* es la luz del sol, *B* es el 204.
perfil, *C* la sombra ó planta, y *D* la perspectiva sacada por las reglas generales.

Este método, bien que riguroso, casi es impracticable por muy prolijo; mas espedito es el camino de tener á la vista ó en la imaginacion al diseñar las figuras del modelo ó el pensamiento de la historia, varios cubos y sólidos, en perspectiva, de la figura de los miembros del cuerpo humano, juntos unos

con

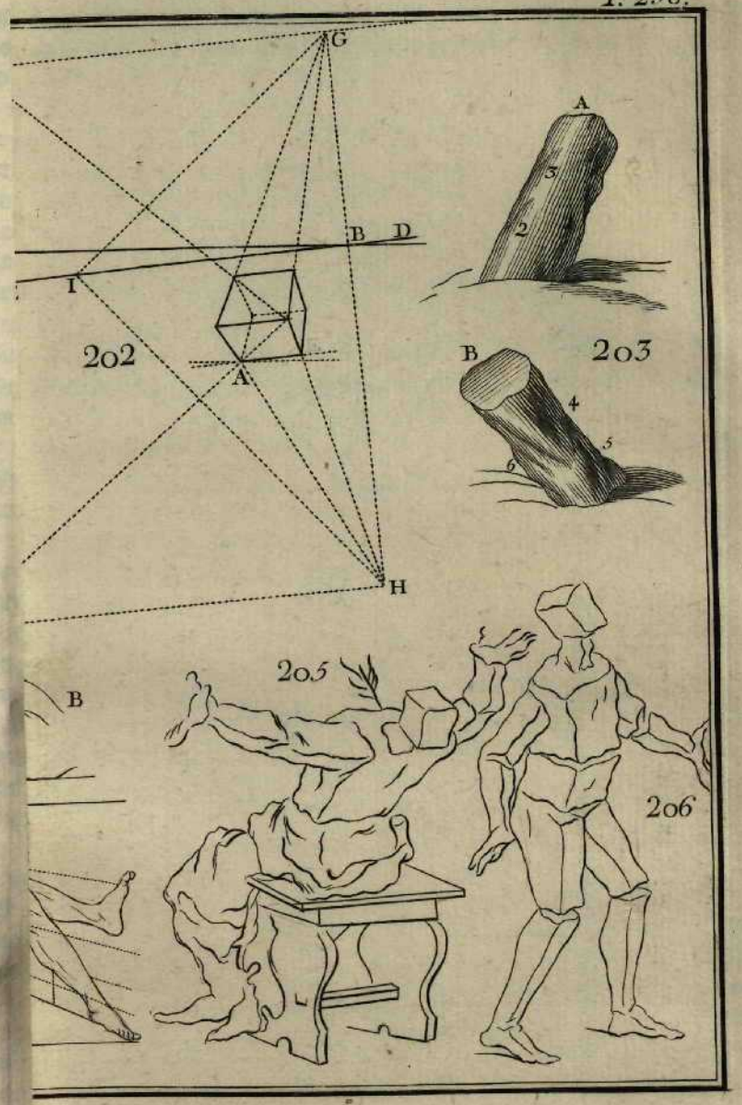
Fig. con otros. De este modo se conseguirá darles á las
205. figuras un todo de perspectiva suficientemente rigu-
206. rosa. Así lo enseña *Alberto Durero*, y así lo han egecutado varios Pintores de mucho mérito, y entre ellos *Lucas Cambiaso* (el *Luqueto*) de quien hemos copiado las figuras que se citan, para egemplo de la idea que proponemos.

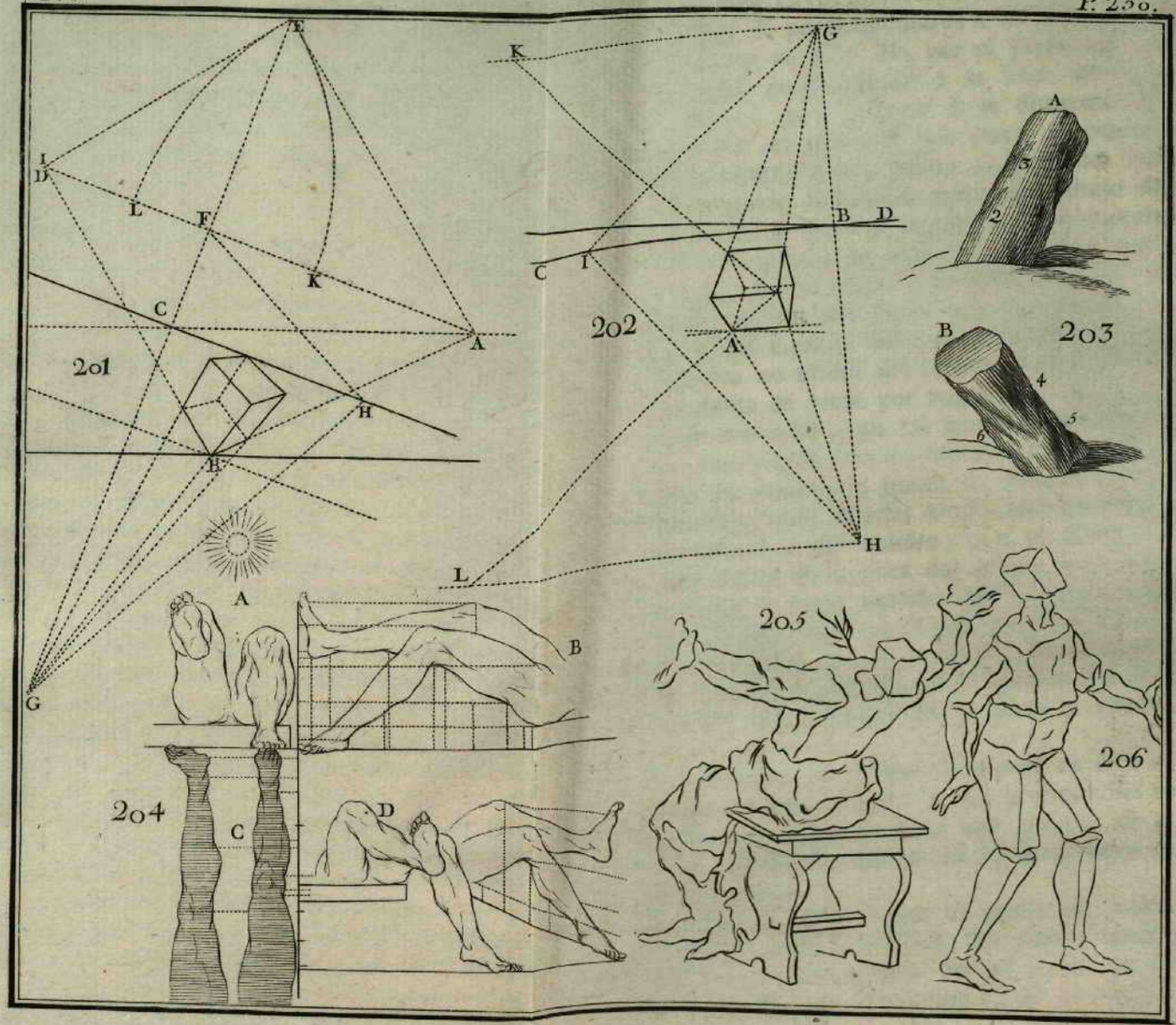
Reglas para acomodar al quadro la perspectiva, en la misma proporcion que se la dió al formar el pensamiento.

476. Lo que mas principalmente contribuye para allanar, con utilidad de los principiantes, el camino de la perspectiva, es el enseñarles á dar á sus obras aquella forma que mas bellas y elegantes las haga. Pero antes de pasar á esto hemos convenido con atenta consideracion, en que es menester sentar de antemano una regla para que el perspectivo pueda formar la idea que se propuso en su pensamiento ó borrador, sin que tenga que quitar de aquel lugar ni alterar las lineas que se habian buscado para la proporcion de la perspectiva. Y como todo este artificio consiste en saber sacar del borrador la planta en real de aquel tamaño justamente que se requiere para que la perspectiva venga bien con las lineas que se hayan tirado, pasarémos desde luego á proponer el modo de egecutarlo.

477. Cuestion I. *Poner en perspectiva un cuerpo qualquiera propuesto, de modo que no coja mas ni menos que un espacio dado en el quadro.*

207. Sea el espacio comprehendido entre *E* y *F* el que ha de coger en el quadro *ABCD* la perspectiva del cuerpo propuesto. Todo está en formar la planta en real del cuerpo dado del tamaño correspondiente para que su perspectiva quede ceñida en el es-




E
I
D
L
F
K
C
A
201
H
B
G
K
G
B
D
C
I
202
A
H
L
A
3
2
1
203
B
4
5
6
A
B
204
C
D
205
206

espacio *EF*. Para cuyo fin, despues de bajar desde los puntos *E* y *F* perpendiculares á la linea del plano que la corten en *G* y *H*, por el punto de vista *I* se tirará *KIL* perpendicular á la linea del plano que se tomará (451) igual á la distancia de la perspectiva. Por el punto *K* que sirve de punto de distancia, se tirarán á los puntos *G* y *H* dos rectas que se prolongarán indefinitamente por debajo de la linea del plano; y si en el espacio que comprehenden se traza la planta en real de modo que con sus ángulos toque dichas rectas procedentes de *K*, á la distancia de la linea del plano que corresponde á la degradacion del espacio *EG*, es evidente que puesta en perspectiva no saldrá del término señalado *EF*. Fig. 207.

Si la planta se viese por ángulo, se acomodarán igualmente sus lados, con tal que sea quadrada, de modo que convengan con los espacios dados *AB*, *BC*. 208.

Puesta en escorzo la planta se elevará sobre ella la perspectiva hasta aquella altura que parezca mas proporcionada á la del quadro; y si el cuerpo estuviere muy cerca de la linea del plano, y se le prolongare hasta la parte superior de la pared sin que se vea su remate se le dará con eso mas grandiosidad de la que tendría si se pusiese todo entero; bien que esto último es indispensable quando los obgetos están en los lejos, porque así lo dicta la razon natural.

478. Cuestion II. *Trazar la planta en real de dos cuerpos que se quieren poner en perspectiva, del tamaño justo que se requiere para que despues de escorzada coja cabalmente todo el ancho del quadro en que se ha de pintar.*

Se tirará (451) por el punto de vista una perpendicular *AB* á la linea del plano, igual á la distancia de la perspectiva. Por el punto de distancia *A* y los ángulos inferiores *C*, *D* del quadro se 209.

ti-

Fig. tirarán dos rectas que se prolongarán indefinitamen-
208. te debajo de la linea del plano. Se trazarán dentro del ángulo que estas dos lineas forman las plantas en real *E* y *F* de los dos obgetos propuestos, en aquella posicion que mejor acomode, y teniendo siempre presente que ha de estar vuelta ácia la linea del plano la parte que se ha de presentar delante. Puesta en perspectiva la planta por las reglas acostumbradas, ocupará evidentemente toda la latitud del quadro. Por esta planta se han levantado los alzados
210. *H* y *G* que se ven en la figura, la qual al mismo tiempo que demuestran el modo de trazar con dos puntos la perspectiva de los cuerpos, manifiesta que para formar una idea cabal de los escorzos bien entendidos, se han de figurar de modo que los cuerpos *G* y *H* parezca que degradan uno al contrario del otro, quiero decir que si uno de ellos se figura encaminado ácia el orizonte, el otro ha de representar que se viene adelante ácia el que le mira. De este modo se hace mas grandioso el efecto de la perspectiva, y es lo que comunmente se entiende por contraposicion.

479. Por este mismo camino se trazarían en el quadro muchos obgetos unidos ó separados de la misma forma que haya ideado el perspectivo; prevendrémosle solamente: 1.° que despues de haber hecho su borrador en la disposicion conveniente, buscará en la planta los puntos de vista y de distancia, de modo que le salga la perspectiva conforme se figuró en el borrador; sin detenerse, si así le conviniese, en observar rigurosamente la regla de poner el punto de distancia á vez y media, ó dos veces el ancho de la pared. 2.° que como las muchas perpendiculares y paralelas seguidas hacen demasiado secas las obras, ha de procurar entremeter obgetos que tengan distinta positura, esto es, que concurran á otros

otros puntos de la orizontal distintos del de vista Fig.
y el de distancia (y estos nuevos puntos se llaman 210.
accidentales), para evitar con su contraposicion la secatura de las lineas que siempre van á nivel ó siempre son perpendiculares.

480. Cuestion III. *Acomodar en un quadro una perspectiva por medio de un plano compuesto de muchos quadrados.*

Si se fuera á formar la planta degradada de la planta en real de los obgetos siempre que ocurren perspectivas, sería el trazarlas una operacion tan prolija como embarazosa; para proceder con mas brevedad y facilidad, hay una regla practicada por muchos perspectivos, que consiste en trazar de antemano un plano lleno de quadrados cada uno de los quales se imaginará como que representa un pie, un palmo ú otra medida. Por medio de los quadra- 211.
dos degradados de este plano se señalarán muy facilmente los anchos de los edificios, puertas, ventanas, pilastras, paredes y otros qualesquiera ornatos de arquitectura. Por egemplo, la fachada *AB* que se presenta la primera, tiene diez quadrados de ancho, y la puerta *CD* dos y medio. Su altura se determinará con la linea de puntos *DE*, paralela á la linea del plano, que coge cinco quadrados. El balcon *FG* que sienta sobre los modillones, corresponde á las jambas de la puerta; y la ventana de encima tiene quadrado y medio de ancho. A semejanza de esto se han arreglado y escorzado por los quadrados las demas partes que componen dicha fachada, en la que hemos puesto el tal balcon para que hubiese alguna cosa con que hacer contraposicion.

La fachada siguiente *HI* tiene nueve quadrados de ancho, y dista de la primera dos quadrados. Hémoslo hecho así para cortar la desmesurada longitud de la linea *ABHI*, y si esta tuviera menos degrada-
cion

Fig. cion sería menester que por el referido espacio se
211. viesen otros obgetos que se contrapusieran con dicha linea. El vuelo del alero tiene dos quadrados que, como es facil de percibir, se han de tomar en el plano al pie de la fachada. Por último la puerta *KL* que remata la perspectiva, y está á cinco quadrados de distancia de la fachada *HI*, tiene siete de ancho y quatro de grueso. Este método es tan seguro y tan general, que sirve aun para las cosas fuera de esquadra que van á dos puntos.

En esta figura es de observar que en consecuencia de lo apuntado (477), para que el todo de la obra tenga un caracter serio y grandioso la fachada *AB* en primer término queda cortada con las orillas del quadro; la fachada *HI* que la sigue está toda entera, y al mismo tiempo para mayor contraposicion no es tan robusta como la primera.

481. Cuestion IV. *Poner en perspectiva, por el mismo método de los quadrados, unas escaleras de fachada y de perfil.*

212. Supondremos que los quadrados del plano tienen un pie, y darémos á cada escalon un pie de huella y medio de alto. Se señalará en la linea del plano el ancho *AB* de la escalera, y sea de tres quadrados. Si los escalones hubieren de ser nueve, en los ángulos *C* y *D* se levantarán las perpendiculares *CE*, *DF*, de quatro quadrados y medio de alto, que se dividirán en nueve partes iguales y desde todas ellas se tirarán lineas de puntos al de vista *G*. Se tomarán despues (313) ocho quadrados en escorzo desde *D* á *H*, y levantando en *H* una perpendicular que corte en *I* la recta que desde *F* vá al punto de vista *G*, en su interseccion caerá el ángulo del último escalon y á su continuacion se dejará una mesilla de tres quadrados. En todos los ángulos de los ocho quadrados que se tomaron para lo largo de la escalera, se levantarán per-

perpendiculares, y en los puntos donde estas corten Fig.
las rectas tiradas al punto de vista, caerán los án- 212.
gulos de todos los escalones de fachada.

El otro tiro de perfil tiene tambien tres quadrados de ancho, y con el mismo artificio de tomar las medidas por los quadrados del plano unas veces en escorzo y otras en derechura, se trazarán escaleras de la altura que se quiera, con mesillas en medio &c.

482. Cuestion V. *Poner en perspectiva una escalera quadrada que se sube por todos quatro lados.*

Se trazará primero un quadrado *ABCD* en pers- 213.
pectiva, sobre el qual se levantará el primer escalon de la altura competente. Por los ángulos de su plano se tirarán diagonales en las quales se pondrá, desde el ángulo ácia el medio, la medida *EF* y *HG* de la huella del escalon, que hemos hecho dupla de la altura porque esta proporcion hace buen efecto en perspectiva. Desde *F* y *G* se tirarán lineas al punto de vista, y en donde cortan las diagonales caerán los términos ó quatro ángulos del segundo escalon, para cuyo grueso se toma en la *IK* su mitad *IL*. Despues de levantado el plano de este segundo escalon, se tirarán de nuevo por sus ángulos diagonales, y aplicando la medida *IK* desde los ángulos *M* y *N* ácia el medio, conforme se vé en *MO* y *NP*, se tirarán del mismo modo por *O* y *P* rectas al punto de vista, cuyas intersecciones con las diagonales señalarán los quatro ángulos del tercer escalon; prosiguiendo como antes se le dará el grueso al tercer escalon tomando la mitad de *QR*; cuya operacion se continuará en los mismos términos hasta concluir enteramente la escalera.

483. Cuestion VI. *Trazar en perspectiva la planta de un pórtico.*

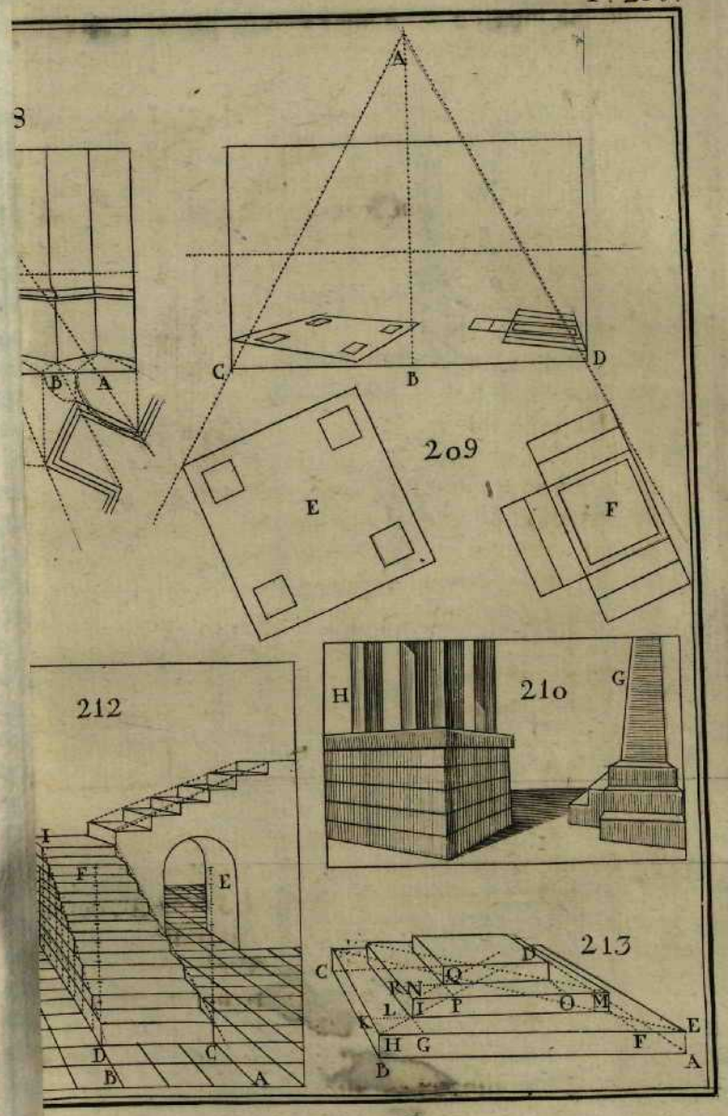
En estas figuras solo se ha puesto la planta en 214.
real 215.

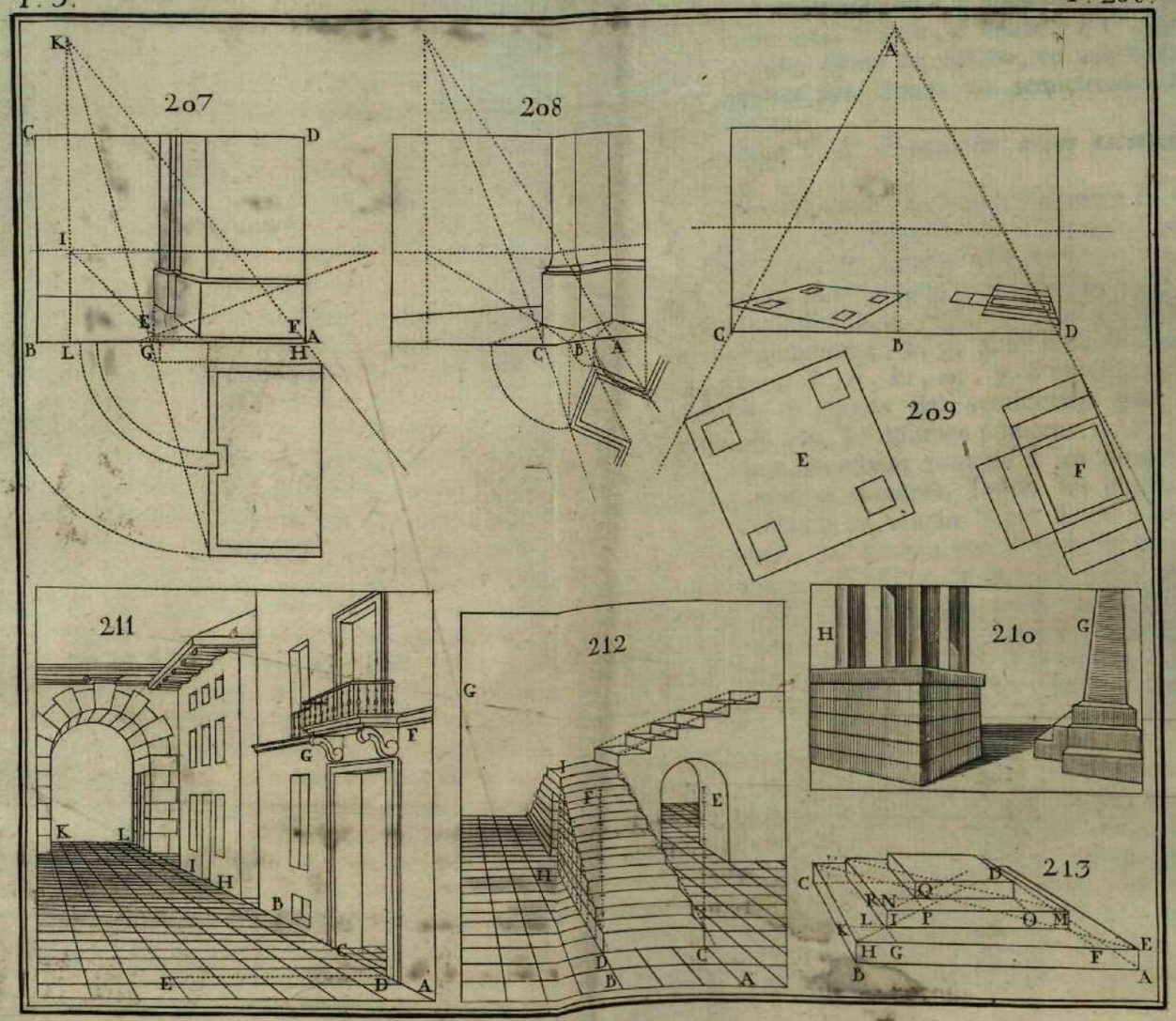
Fig. real de dos pilares *A* y *B*, porque esto basta para
214. formar idea de los demás; en la primera está su pun-
215. to en el medio, y en la segunda está á un lado para que se vea que en ambos casos es una misma la operacion. Desde la linea del plano se tirarán por los estremos del ancho de cada pilar lineas al punto de vista *C*; y tirando despues desde el punto *g* al punto de distancia *D*, que cae fuera del papel, una diagonal que cortará la *Ca* en *b*, quedará determinado el escorzo de la planta del pilar *E*, así como en las intersecciones *c*, *d* quedará el del pilar *F*. Si desde el punto *S* se tira otra diagonal, por medio de ella se prolongará el pórtico con otros dos pilares, y á este término con quantos se quiera.

La esperiencia ha enseñado que los pórticos de fachada han de tener el punto de la distancia no muy próximo al de vista, porque en este caso la degradacion se precipita mucho, y hace mal efecto. En los pórticos de lado hace grandemente que en su fondo quede hueco por donde se vea la luz, y así es menester acomodar los puntos de vista y de distancia de modo que esto se consiga. Los que no estén muy egercitados en trazar perspectivas sin formar sus plantas en real, pueden apelar para dejar el referido hueco en el fondo, á las reglas que dimos (476 y sig.) para trazar la planta en los términos que corresponde.

484. Cuestion VII. *Levantar el alzado de un pórtico por su planta en perspectiva, con el punto en el medio.*

214. Trazada en escorzo la planta *ESTVFX*, desde los puntos *a*, *f*, *g*, *h* se levantarán á la linea del plano las perpendiculares *ai*, *fk*, *gl*, *hm* en buena proporcion; en el caso presente tienen tanto y medio como es el pórtico de ancho. Tirando despues al punto de vista *C* las quatro lineas *lC*, *iC*, *kC*, *mC*, quedará determinado el alto de todas las pilastras del pór-




207
208
209
210
211
212
213

pórtico en los puntos *i*, *n*, *o*, *k* donde cortan las perpendiculares que se levantaron á la linea del plano. Una vez determinadas estas alturas, si desde *i* á *k*, desde *n* á *o* &c. se tiran lineas de puntos, en sus medios estarán los centros para trazar los semicírculos que rematan los arcos. Fig. 214.

485. Cuestion VIII. *Trazar los arcos escorzados de un pórtico.*

Despues de trazados, conforme acabamos de decir, los tres arcos de fachada, se dividirá el arco *ipk* de la frente en un número arbitrario de partes iguales, en ocho por egemplo, cuyas divisiones se señalarán así al lado de *ip* como al lado de *kp* con unos mismos números 1, 2, 3, 4. Se tirarán despues las quatro lineas *lq*, *ir*, *ks*, *mt*, y á estas se bajarán desde las divisiones del semicírculo *ipk* unas perpendiculares con los mismos números 1, 2, 3, 4 que ellas, cuyas divisiones pasarán á los demas arcos con los mismos números. Desde los puntos de vista y de distancia se tirarán lineas á los números correspondientes, por manera que si desde el de vista se tira una linea al punto 4 de la *mt*, desde el de distancia se tirará otra al punto 4 del semicírculo, y en la interseccion 4 de una con otra se hallará uno de los puntos del arco escorzado. Los puntos del semicírculo *ipk* y de la linea *mt* sirven para el escorzo *m &c*; y por los del semicírculo *nuo* y de la linea *ks* se traza el escorzo *oy*. Esta operacion, que se ha de repetir puntualmente del mismo modo al otro lado, manifiesta la conveniencia que trahen consigo en muchas ocasiones los dos *puntos de distancia*, y en qué casos se han de usar. Por el mismo rumbo que se han escorzado los primeros arcos, se degradarán los siguientes, por muchos que haya, tomando los puntos de los semicírculos *xzy*, &c, y los de las lineas *ks*, *mt*, *ir*, *lq* correspondientes.

Fig. 486. Cuestion IX. *Poner en perspectiva las bóvedas en cruz (capillas por arista) vistas desde su medio.*

214. Para perspectivar la cruz de una bóveda se procede al revés que para los arcos en escorzo, porque las perpendiculares paralelas procedentes de las divisiones del arco *ipk* se encaminan de suyo al punto de vista, así como van tambien por sí mismas al de distancia las diagonales procedentes de los puntos de las dos lineas *lq*, *mt*, en donde caen las quatro perpendiculares que salen de las divisiones del semicírculo *ipk*; por los puntos donde las diagonales cortan las perpendiculares que yendo al punto de vista llevan los mismos números que ellas, pasará la cruz de la bóveda. Por egemplo, por el estremo de la perpendicular 3 3 del punto 3 que cae sobre *lq*, se tirará una linea al punto de distancia, é igualmente desde el punto 3 del semicírculo *ipk* se tirará otra al de vista, y el punto 3 donde se cortan será uno de los de la cruz, cuya operacion se repetirá para los demás arcos.

En este caso sirven mucho tambien los dos puntos de distancia; y así, para trazar la cruz de la segunda bóveda, se tomarán los puntos de la linea *GH* y desde ellos se tirarán lineas á la distancia.

487. Cuestion X. *Escorzar las bóvedas en cruz con el punto á un lado.*

215. El punto de lado de este pórtico cae fuera de él en *C*; se imaginará tambien que el punto de distancia, ó por mejor decir los dos puntos de distancia, para facilitar la operacion, caen á la parte de afuera uno de *A* y otro de *B* ó *D*. Se tirarán, como antes (486), desde los puntos del semicírculo *abc* lineas al punto de vista, y otras al punto de distancia desde las divisiones que en las lineas *cd*, *ai*, *ef*, *bt* resultan de las perpendiculares paralelas que desde las divisiones de los arcos y semicírculos se las tirarán. Fig. 215.

La parte superior de este pórtico remata en un ornamento de orden toscano en perspectiva, con cuyo motivo no será fuera del caso que enseñemos á perspectivar los ornamentos, así de frente, como escorzados. En la altura *fk* y ácia el lado del escorzo se hará un perfil del ornamento proporcionado á la altura del pórtico; y desde todos los términos de dicho perfil se tirarán lineas al punto de vista *C*. En la frente del pórtico, y con el mismo perfil *fk*, ó con otro que para mayor facilidad se hará en *lm*, desde el punto de vista se tirarán ácia *n* rectas por todos los puntos que resultan en *lm* de las perpendiculares que componen los miembros de dicho ornamento. Asimismo desde el punto de distancia se tirarán por el punto *V* y todos los demás del ornamento ácia aquel lado otras tantas rectas que cortarán las primeras, y sus intersecciones darán el escorzo del ornamento propuesto. A la parte de *op* se tirarán por todos los ángulos lineas paralelas que en sus intersecciones con las que se tiraron antes al punto de vista, dejarán formado en perspectiva el ornamento. Esta misma operacion repetida en *q* dará el contorno que en aquel parage debe tener el ornamento escorzado.

488. Cuestion XI. *Poner en perspectiva un pórtico que concurra á dos puntos.*

216. Los puntos *A* y *B* adonde concurren los pilares y los arcos del pórtico propuesto se hallarán en la orizontal por lo dicho (451). Por lo que toca á las divisiones ó medidas en real de los pilares, y de los vanos de los arcos, se tomarán en la linea del plano *CD*, y se les buscarán, como se enseñó (452), los puntos *E* y *F* que han de servir de puntos de distancia. Por estos y por los de las divisiones de la linea del plano *CD* se tirarán rectas

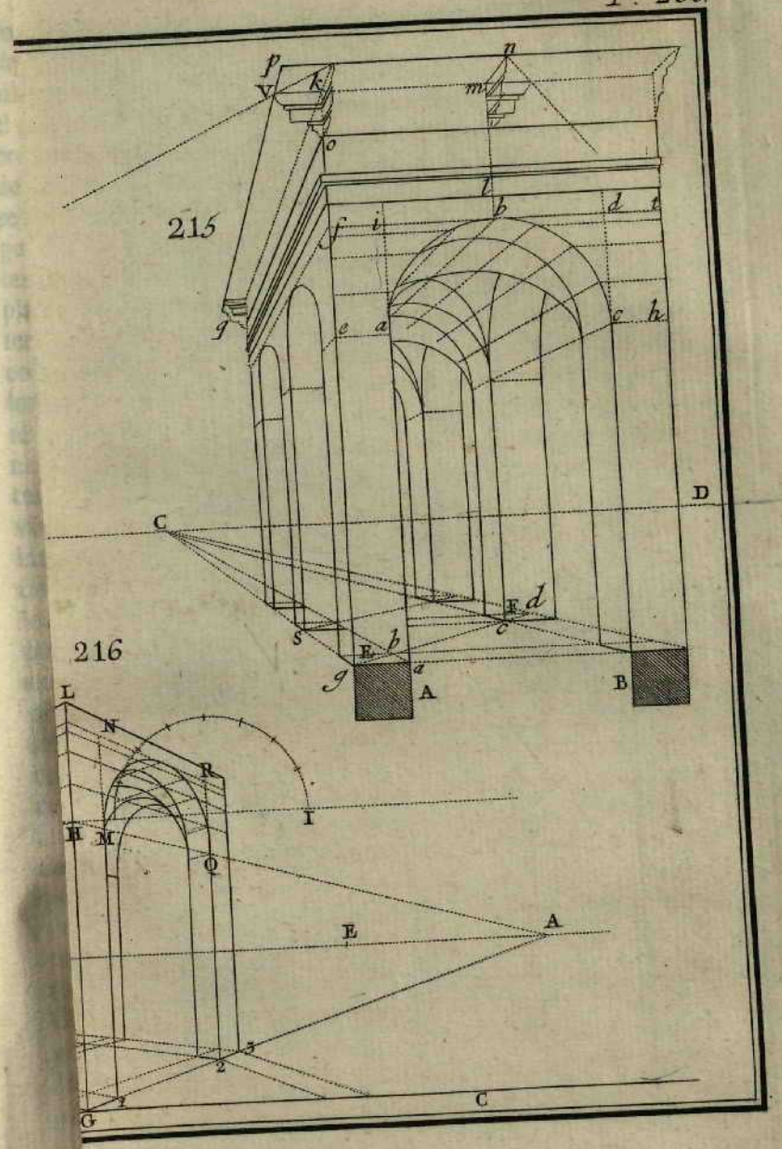
 que

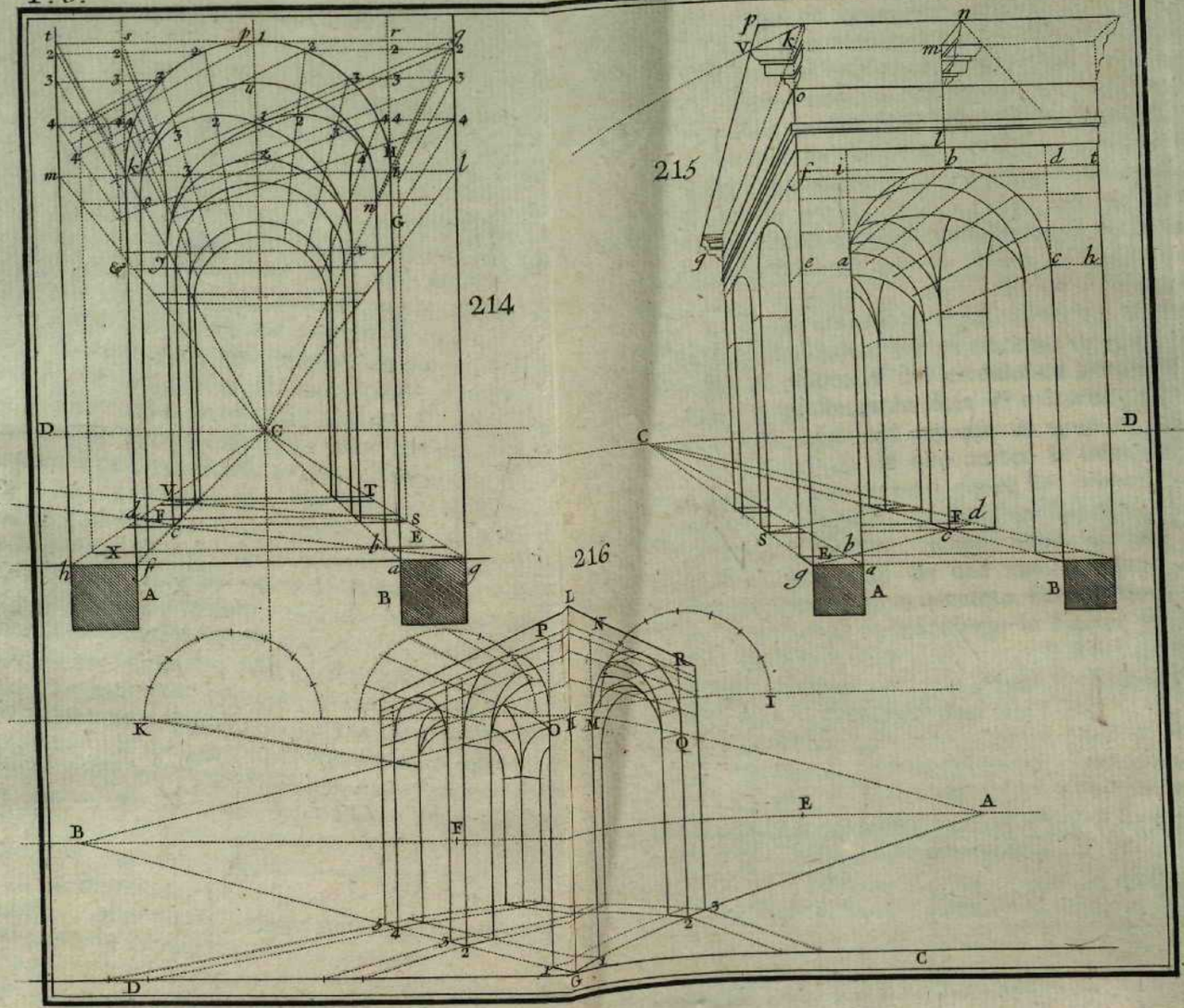
Fig. que corten las que desde *G* se tiren á los puntos de
216. perspectiva *A* y *B*; en los puntos 1, 2, 3, 4 y 5 de sus intersecciones quedan señalados tan á punto fijo los escorzos como si se trazáran por la planta en real. Para perspectivar los arcos que sientan en las lineas tiradas desde *H* á los puntos *A* y *B*, se tirará por *H* una orizontal sobre la qual se trazarán los semicírculos en real con la misma division de espacios que se observó al repartir los pilares y los vanos de los arcos en la linea del plano *CD*. Estos semicírculos se trazan con el fin de manifestar que las lineas que desde los puntos de sus divisiones se han de tirar para que corten las rectas tiradas desde *HL* á los puntos de perspectiva *A* y *B*, han de ir á los puntos de distancia *E* y *F*, porque en los puntos de interseccion de unas con otras están los escorzos de los semicírculos esteriores. Por lo que toca á los interiores, que son los que de todo punto concluyen los arcos en perspectiva, se trazarán en un instante tirando desde los puntos de interseccion con que se trazaron los semicírculos esteriores, tantas lineas á los puntos *A* y *B* como intersecciones haya; y tirando tambien á *A* y *B* lineas desde los puntos de las rectas *MN*, *OP*, *QR*, resultarán nuevas intersecciones de estas lineas con las otras, por las quales se trazarán las curvas de los semicírculos interiores en escorzo. Si se continúa la operacion tirando desde los puntos de los semicírculos degradados de las dos fachadas del pórtico otras lineas á los puntos *A* y *B*, en sus mutuas intersecciones se encontrarán los necesarios para quantas cruces de bóveda se ofrezcan.

489. Cuestion XII. *Poner en perspectiva un pórtico de planta circular.*

217. Se empezará la operacion por trazar debajo de la linea del plano *AB* la planta en real del pórtico cu-

yos




214
215
216
A
B
C
D
E
F
G
H
I
K
L
M
N
O
P
Q
R
S
T
V
X

yos pilares han de concurrir todos al centro *A* del círculo, de lo que resultará forzosamente que dichos pilares despues de escorzados irán á dar tambien en el centro *A* del círculo en perspectiva. El método mas breve consiste en degradar primero la circunferencia del círculo interior *BDC*, en cuya perspectiva *BEF* se buscarán los anchos de los pilares del modo siguiente. Desde los puntos 1, 2, 3, 4, &c. de las frentes de los pilares en real se bajarán á la linea del plano perpendiculares que la corten, y desde las intersecciones se tirarán al punto de vista *G* lineas que cortando la circunferencia *BEF* darán las frentes de los pilares escorzados. Por el estremo de cada frente se tirarán al centro *A* del círculo en perspectiva lineas que se prolongarán ácia el orizonte; en la interseccion de estas con las que se tiren al punto de vista por los puntos en que corten la linea del plano las perpendiculares bajadas desde los puntos 8, 9, 10 de la planta original, se hallarán las otras caras de los pilares escorzados; porque como las que van al punto de vista cortan las que van al centro *A*, en sus intersecciones se encuentran los términos de los pilares, conforme lo manifiesta la figura. Es de observar que los pilares *a*, *b*, *c*, *d*, &c. además de concurrir al centro *A*, concurren á sus puntos accidentales en la orizontal ácia *M* y *N*. Fig. 217.

El alzado de estos pórticos en nada se distingue del de las figuras cilíndricas. Se pasarán, pues, á una perpendicular *KI* levantada á un lado del punto de vista todas las medidas en real *KH*, *HI* de las alturas de los pilares, de los arcos &c. y desde los puntos *K*, *H*, *I*, &c. se tirarán rectas al punto de vista *G*; en el ángulo que estas lineas formen se hallarán comprehendidas y delineadas en escorzo las alturas de los pilares, de los arcos y de todo lo demás, egecutándolo como se hizo antes en un caso semejante.

Fig. El punto *H* de la perpendicular, trasladado á la
217. *AG* que pasa por el punto de vista, es el centro adonde concurren las perspectivas de las impostas de los arcos *ef*, *gh*, &c. cada una de las quales vá tambien á su punto accidental ácia *M* y *N*.

490. Cuestion XIII. *Dar á las figuras de un quadro la degradacion correspondiente á los sitios en donde plantan.*

218. En una perpendicular á la linea *AT* del plano que se levantará á un lado, se pondrá la medida en real *AB* de lo alto de una figura, y por sus estremos *A* y *B* se tirarán al punto de vista *C* dos rectas; por medio del ángulo que forman se hallará la degradacion de las figuras de este modo. Supongamos que se quieran degradar tres figuras que planten en *E*, *D* y *F*; por estos puntos se tirarán unas paralelas á la linea del plano que cortarán la *AC* en *G*, *H* é *I*. Si desde estos últimos puntos se levantan unas perpendiculares *GK*, *HL*, *IM* hasta la *BC*, y se trasladan á plomo á los puntos correspondientes *E*, *D*, *F*, esa será la degradacion cabal de las tres figuras propuestas. Si se quiere conocer lo que las tres figuras distan unas de otras y de la linea del plano, se tirarán desde los puntos de vista *C* y de distancia *N*, y por los puntos *E*, *D*, *F* lineas que lleguen hasta la linea del plano. Los espacios *QR*, *OT*, *SP* demostrarán la distancia en real que hay entre dichas figuras y la linea del plano.

491. Esta regla que es generalísima siempre que el piso está perfectamente á nivel, no es tan exacta para la degradacion de las figuras que se consideran en terrazos que por lo comun tienen altos y bajos. En este caso debe apelar un perspectivo á las luces que le dén la práctica y el tino que con ella se adquiere, teniendo presente que si para figurar la degradacion del terrazo se vale de los apuntamientos de que hablamos (448), quanto mas espesos los ponga en Fig.
el espacio *AB* que hay entre las dos figuras, tanto 219.
mayor degradacion las ha de dar á estas.

492. Cuestion XIV. *Trazar la perspectiva de los obgetos cuyo punto de vista está debajo de la linea del plano.*

Como en esta operacion no puede caer la planta 220.
en perspectiva encima de la linea del plano; se tirará debajo de la orizontal *CD*, otra linea *EF*, y sobre ella se perspectivará la planta del obgeto que se quiere representar. Puesta en perspectiva la planta *G*, desde todos sus estremos y ángulos se levantarán unas perpendiculares de puntos hasta la linea del plano *AB*, que servirán para señalar los anchos y las alturas de los escorzos, conforme queda enseñado.

Para trazar con mas espedicion los arcos que se ven en la figura puede servir el método declarado (457), que tambien se aplica con igual comodidad á la faja del arco, si la tuviere. Claro está que quando se quieran señalar las dovelas del arco, se han de encaminar al centro del semicírculo del arco.

Es de notar que aunque en esta clase de perspectivas no se vé el plano donde plantan los obgetos, no por eso está escusado el perspectivo de darla toda la distincion competente haciéndola que parezca en su verdadero lugar. Para esto no hay método ninguno mejor que un claro y obscuro dado con gusto é inteligencia.

493. Cuestion XV. *Trazar la perspectiva de un obgeto de modo que parezca que sale del quadro.*

Proponémonos en esta cuestion fingir una perspectiva de la parte de acá del quadro; y para este fin, nos hemos de figurar que el obgeto está entre el ojo del espectador y el quadro. Este género de perspectiva está muy en uso entre los Pintores de figura, y se sirven de él quando se les ofrece pintar bóvedas,

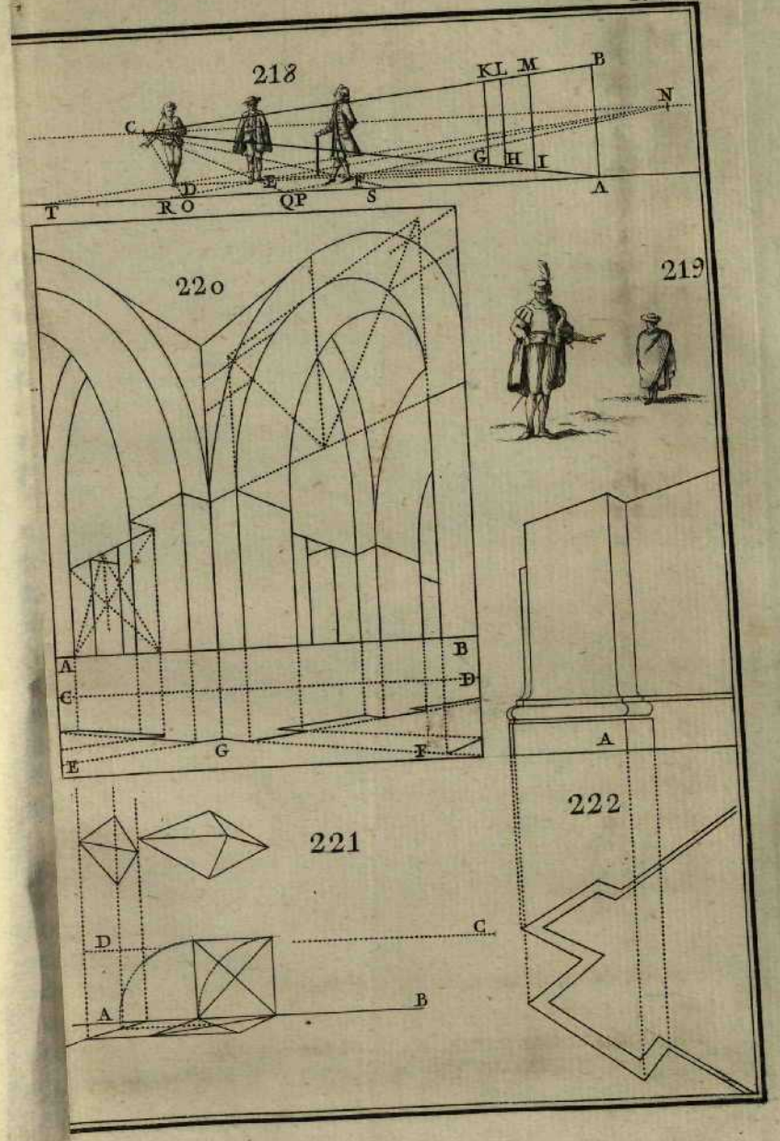
Fig. das, cúpulas y otros obgetos colocados á mucha altu-
220. ra; porque además de que así consiguen sus figuras un caracter mas grandioso, y la mayor fuerza de que son capaces, quedan tambien mejor acordadas con los relieves ó trozos de arquitectura que tienen al lado.

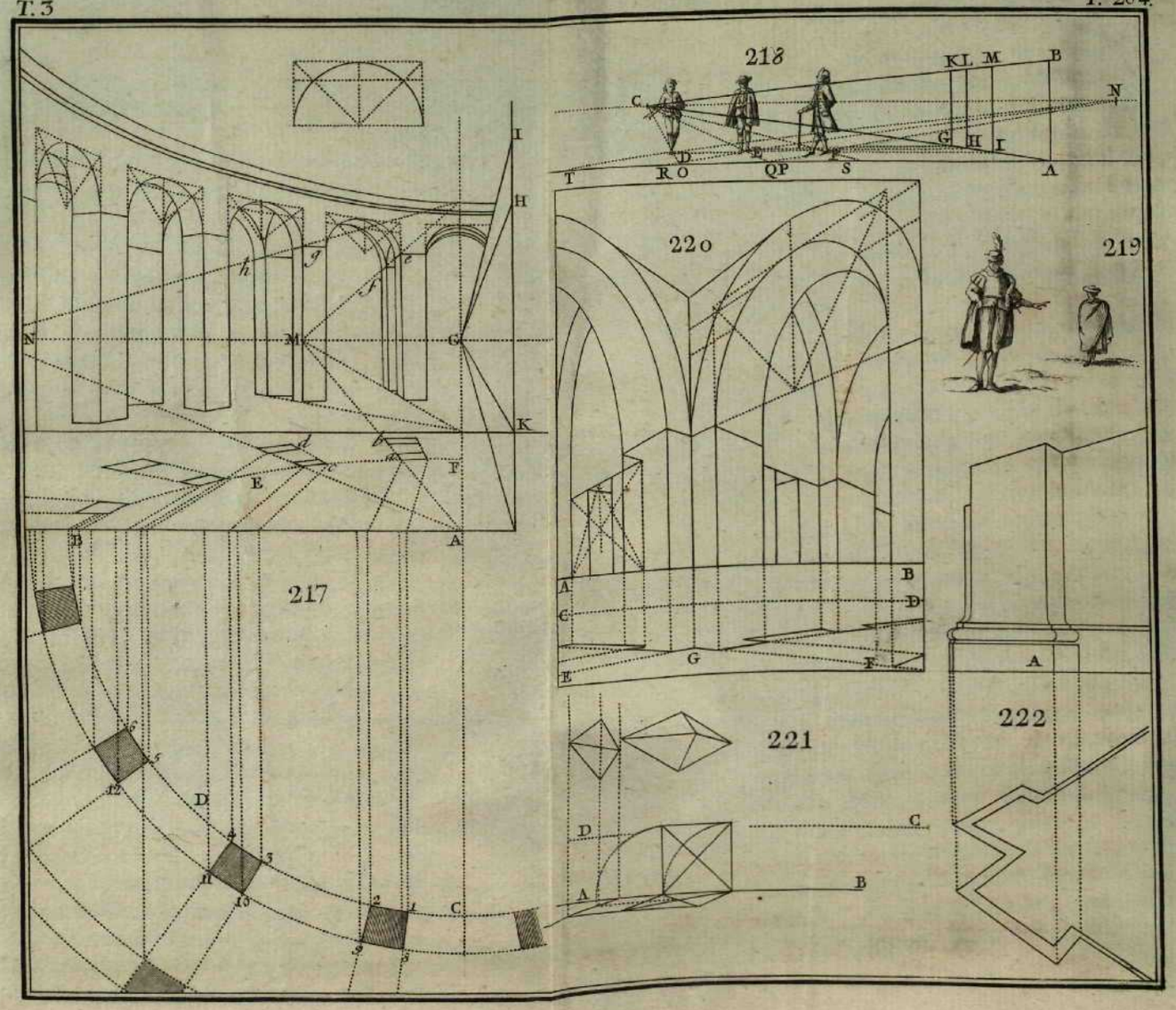
221. Se trazará, pues, encima de la linea *AB* del plano la planta en real del obgeto que se quiere poner en perspectiva, desde cuyos ángulos se bajarán como siempre perpendiculares á la linea del plano, en la que se señalarán tambien los puntos de las diagonales. Desde el punto de vista *C* se tirarán á los puntos de las perpendiculares en la linea del plano *AB*, unas rectas que se prolongarán indefinidamente de la parte de acá del quadro. Asimismo, desde el punto de distancia *D*, se tirarán á los de las diagonales otras rectas que prolongadas cortarán las antecedentes, y en los puntos de interseccion quedarán señalados los de la planta en perspectiva, que en casos como este siempre ocupa mas que en real. Puesto yá en este estado, es facil de comprehender como por medio de las reglas generales se saca de la planta en perspectiva el alzado del obgeto, y como se aplican las particulares que hemos dado para egecutar con mas brevedad las operaciones.

494. A la verdad en esta perspectiva y las que se la parecen, la basa del cuerpo en perspectiva dá contra el plano geométrico, y queda como soterrada. Para precaver este inconveniente, se trazará la basa como se vé en *A*, esto es, sin dirigir al punto las partes que escorzan, sino dejandolas paralelas.

495. Cuestion XVI. *Determinar en el quadro la perspectiva de un obgeto, de modo que mirado á su verdadera distancia parezca de un tamaño dado.*

223. Sea *AB* el quadro en que se ha de representar la pers-




217
218
219
220
221
222
A
B
C
D
E
F
G
H
I
K
L
M
N
O
P
Q
R
S
T

perspectiva del obgeto propuesto, y póngase el punto de la distancia á nivel con la orizontal en *C*. Puesta una punta de un compas en *C*, con la abertura de tanto y medio lo que tiene de alto el obgeto, se trazará un arco *EF*. Y si dicho obgeto se ha de colocar en el punto *G* del quadro, desde *G* se tirará á *C* una recta que cortará el arco en *H*, al qual se aplicará de *H* á *I* en su misma direccion la medida en real del obgeto. Tirando por *C* é *I* una recta prolongada hasta que encuentre en *K* la pared, el espacio *GK* será la altura que se busca. Trazado el obgeto en esta altura y mirado desde su punto de distancia *C* parecerá del tamaño propuesto. Fig. 223.

496. Cuestion XVII. *Dada la altura de un quadro repartirla en porciones que miradas desde su verdadero punto parezcan iguales.*

Sea *AB* la altura del quadro, y *C* la distancia á que se ha de ver. Para dividirla en porciones que (sean altas, medianas ó bajas) parezcan de un mismo tamaño, se tirará la orizontal *CE*, y por el estremo *B* del quadro una linea *CB*. Desde el centro *C* y con un radio arbitrario se trazará el arco *FG* que se dividirá en tantas partes iguales como hayan de ser las porciones en que se ha de repartir el quadro. Tirando desde el punto *C* por las divisiones del arco rectas hasta el quadro, quedarán señaladas en este unas porciones que miradas desde *C* parecerán iguales. 224.

Esta regla sirve principalmente quando hay que poner en los edificios bajos relieves, ó inscripciones muy altas, para que las figuras ó los renglones parezcan iguales. *Alberto Durero* cree que los antiguos conocieron y practicaron esta regla para la division de los espacios de sus inscripciones: lo cierto es que medidos se encuentran puntualmente. como á nosotros nos sale, mayores los espacios altos que los bajos; y mirados desde abajo se representan iguales.

Cues-

Fig. 497. Cuestion XVIII. *Dada la vista del obgeto*
224. *verdadero ponerle en perspectiva.*

Por dos métodos distintos se puede resolver esta cuestion. El primero y mas seguro consiste en trazar primero la planta y el alzado en real del obgeto, y de uno y otra sacar su perspectiva. El segundo que por ser el mas breve, es el que mas en uso está, consiste en dibujar á ojo de pura práctica los obgetos reales, cuidando de mantenerse siempre en el mismo punto que se haya elegido, y por el qual se tira una
225. orizontal *AB* que en la copia por el natural sirve de guia para encaminar los escorzos bien al punto de vista, ó bien á los accidentales que pueda haber. Hecha esta operacion preliminar, se vá dibujando en el papel de lapiz ó tinta el borrador de todo lo que se quiere copiar por el natural, cuyo borrador se pone despues en limpio. Los que quieran sacarlo con mas cuidado é inteligencia para asegurarse de la exactitud de la perspectiva en el borrador, le examinarán de nuevo, poniendo en la orizontal el punto de distancia tan lejos del punto de vista como convenga. Porque si la distancia es muy corta, los planos suben con mucha rapidez; y si es demasiada, no tiene degradacion la perspectiva; y así es menester que el escorzo sin ser excesivo, sea competentemente sensible, y como en este punto no se puede dar regla fija ninguna, le queda campo al perspectivo para que luzca su buena eleccion.

DE

Fig.

DE LA PERSPECTIVA AEREA
ó
DE LAS SOMBRAS.

498. Por *sombra* se entiende en perspectiva aquel color mas ó menos obscuro que dado junto al claro sirve para dar relieve al obgeto que se representa, y este artificio se conoce con el nombre de *claro* y *obscuro*. Divídese la sombra en tres grados distintos, y son el *obscuro*, el *reflejo*, y el *esbatimento*. El *obscuro* es aquella sombra que vá inmediatamente despues del claro, y se une con él degradando poco á poco, cuya degradacion se llama *media tinta*, y es de todo punto necesaria para que el todo quede con morbidez. Llámase *reflejo* aquella sombra mas ó menos clara, cuya claridad proviene de la de los obgetos que tiene al rededor. Con los reflejos se consigue no solo el dar relieve á los cuerpos, sino tambien el suavizar la dureza que habria en las sombras á no mediar ellos. Por cuya razon se han de estender antes mas que menos, y en tal abundancia que las perspectivas salgan con toda la belleza posible, y con la mayor semejanza al natural.

Finalmente, el *esbatimento* es aquella sombra que hacen en el plano ó en otras partes los obgetos representados en perspectiva por la parte opuesta á la que está iluminada. Y por quanto la mayor fuerza del claro y obscuro pende del conocimiento con que se dan los esbatimentos, tratarémos de estos antes de todo lo demás. Por de contado es forzoso tomar de arriba la luz que hace los esbatimentos, bien sea luz artificial, bien sea el ambiente, ó bien sea el sol. Y aunque para tomar la altura de la luz, no hay precepto ninguno de obligacion, la regla mas co-

Fig. comunmente seguida de perspectivos y pintores es
225. *dar á todo cuerpo un esbatimento en el suelo igual á su altura*, y de este modo se presenta á la vista con no poca gracia y elegancia.

499. Determinada de este ú otro modo, si mas acomoda, la altura de la luz, se formarán los esbatimentos por la regla siguiente. Señálese el punto del cuerpo luminoso, y desde él tírese al plano una linea perpendicular. El punto donde esta linea corte el plano, servirá para dar al esbatimento la direccion que se quiera que tenga; y así, tirando desde dicho punto lineas por los estremos de la base del cuerpo iluminado, y desde el punto luminoso otras lineas que pasen por los estremos superiores de dicho cuerpo, las intersecciones de estas lineas con las otras señalarán en el plano los límites del esbatimento.

500. Cuestion I. *Poner en perspectiva los esbatimentos que causa una luz artificial.*

226. Supongamos que el cuerpo *A* se halle iluminado de una vela *BC*. Segun dejamos dicho, el punto *B* será el punto luminoso, y la perpendicular *BC* tirada desde dicho punto al plano señalará en *C* el punto del pie de dicha luz. Tírense desde el punto *C* á los ángulos ó estremos de la base del cuerpo que están en la parte opuesta á la luz, y señalan los números 1, 2, 3, unas rectas que se prolongarán indefinitamente. Tírense despues desde el punto *B* de la luz otras rectas á los ángulos de la parte superior del cuerpo, que están como los otros de la base en la parte opuesta á la luz, y corresponden perpendicularmente á ellos; cuyas lineas encontrarán en sus prolongaciones á las primeras, y sus intersecciones señalarán los estremos del esbatimento, que se juntan despues con la sombra que pasa por encima.

Del mismo modo se señala el esbatimento de un cuerpo que esté en el plano vertical. Siempre se ha de

de tirar desde el punto luminoso *B* una linea que Fig.
vaya á dar en el plano vertical en una direccion ó 226.
bien paralela á la linea del plano, ó bien que vaya al punto de vista; bien entendido que se ha de tirar con arreglo á la posicion del plano vertical; esto es, irá al punto de vista si el plano vertical se vé de fachada, y se tirará paralela, si se vé de escorzo; el punto donde dicha linea encuentre el plano vertical será el punto del pie de la luz. Los puntos *D* y *E* donde caen las perpendiculares tiradas desde el punto luminoso *C*, representan el pie de la luz en ambos planos verticales; el primer punto en el plano de fachada, y el segundo en el escorzado.

501. Cuestion II. *Hallar los esbatimentos que hacen dos luces.*

El cuerpo *A* es el que suponemos iluminado de 227.
dos luces, una en *B* y otra en *C*. Por el mismo método que acabamos de enseñar, se buscará la sombra que hace la luz *B*; se buscará despues del mismo modo el esbatimento que hace *C*. No se encuentra mas diferencia entre esta operacion y la antecedente, que la de ser en esta el esbatimento muy obscuro en todos los parages en donde una sombra pasa por encima de otra.

Nos parece oportuno prevenir que los esbatimentos de los cuerpos espuestos á luces artificiales, han de ser bastante recortados, las sombras obscuras, y los claros sonrosados; pero aquellas sombras que hayan de llevar el mayor grado de obscuridad, se darán al principio de los esbatimentos perdiéndolas en degradacion á medida que se van alejando de su principio.

502. Cuestion III. *Trazar en perspectiva los esbatimentos que hace el sol.*

El principio que en las cuestiones antecedentes sentamos para poner los esbatimentos en perspectiva, se

Fig. se reducia á figurarse la altura de la luz en aquella linea que vá desde su centro al punto del pie; en esta cuestion no se puede seguir el mismo método á causa de ser tan grande la distancia á que el sol ilumina los obgetos, que sus esbatimentos siempre siguen una direccion paralela entre sí. Por cuya razon para representar en perspectiva tal direccion paralela, es forzoso que aquellas lineas que antes se tiraban desde el punto del pie de la luz por los ángulos y estremos de la base del obgeto, concurran ahora á un punto que se ha de tomar en la linea orizontal.

228. Para conseguirlo, bastará tomar en la orizontal un punto *A* á tanta distancia del punto de vista *B*, quanta sea la que se quiera que coja el esbatimento, desde cuyo punto *A*, considerado como pie de la luz, se tirarán á los ángulos de la base del cuerpo iluminado unas lineas que determinarán el ancho del esbatimento. Su longitud se determinará tirando desde el centro del sol otras lineas á los ángulos superiores, puntualmente del mismo modo que se hizo en la luz artificial (500). El punto que haya de servir de centro del sol *D*, se ha de tomar perpendicularmente sobre *A*, y á la distancia que se le quiera dar de altura, quedando enteramente al arbitrio del perspectivo el colocarle mas arriba ó mas abajo, á derecha ó á izquierda de los obgetos que se quieren representar; y así puede tomar á su gusto los dos puntos *A* y *D* para arreglar por ellos los esbatimentos.

503. Es de observar que siempre que se considera el sol á espaldas del espectador, que es á la parte
229. opuesta de la pared, el centro del sol *D* cae debajo de la orizontal, y en direccion opuesta á la de la sombra; pero quando se toma el sol dentro de la pared, ó encima del plano de la perspectiva,
228. el punto *D* se queda encima de la orizontal, y del mismo lado adonde concurre la sombra. Si los esba-

batimentos siguieren una direccion paralela á la li- Fig.
nea del plano; como entonces el sol ilumina de 230.
costado los obgetos, es forzoso que las lineas que nos figuramos que desde el sol pasan por los ángulos superiores del cuerpo iluminado 1, 2, 3 (502), se queden paralelas unas con otras, y que la longitud del esbatimento corresponda al ancho que tenga el cuerpo. Con este motivo prevendrémos que aunque no falta quien considere la luz del sol no como un punto, sino del tamaño que tiene; en nuestro dictamen de ningun modo es necesaria esta consideracion en aquellos casos en que los esbatimentos se hayan de figurar, conforme se dijo, en direccion paralela. Si se mira con cuidado, los esbatimentos solares se encaminan con sus escorzos ó bien al punto de vista, ó bien á otros puntos, del mismo modo que van encaminados los escorzos del cuerpo representado en perspectiva. Por este medio se pueden abreviar muchísimo las operaciones, sin tirar tantas lineas como por el otro método serían menester.

504. Por el mismo método se pueden buscar los esbatimentos en planos verticales, vistos así de fachada como de escorzo; y así se viene claramente á los
228. ojos que para hallar el esbatimento del cuerpo *E* en
229. el plano vertical escorzado, se ha de usar de un punto *D* como punto del sol, y de otro punto *F* tomado á la misma altura que *D*, en la linea *FG* levantada perpendicularmente desde el punto de vista *G*; por lo qual la linea *FG* se considera para con el plano vertical en donde está el cuerpo, como si fuera la linea orizontal, y por lo mismo el punto del pie de la luz se ha de señalar en *F*.

Si desde el punto *F* se tira una recta al punto de 229.
distancia *H*, dicha recta servirá para enseñar la direccion que han de tener las lineas paralelas de los esbatimentos representados en los planos verticales vis-

Fig. vistos de fachada; y si para determinar la altura del
229. sol se sigue la regla (498) de dar al esbatimento en el suelo tanto de largo como tenga de alto el cuerpo en perspectiva, será menester que la linea *FH* forme con la orizontal en el punto de distancia *H* un ángulo de 45°, mitad de un ángulo recto.

505. Para hallar lo que coge el esbatimento, se tiran unas lineas que saliendo desde la planta perspectiva del cuerpo *I*, y encaminándose al pie del sol, intersecan las paralelas que se hayan tirado, y señalan hasta donde llega el esbatimento.

230. Quando se finge que el sol ilumina de lado la perspectiva, el esbatimento del cuerpo *L* se estiende al infinito, esto es, no tiene términos que le limiten.

506. Cuestion IV. *Señalar en perspectiva los esbatimentos que hace la luz del ambiente que entra por las puertas ó ventanas.*

231. Para practicar en esta operacion el método que hemos enseñado (499) de buscar de antemano el punto del centro de la luz, y el de su pie; nos es forzoso determinar primero dicho centro y dicho pie no como puntos, sino de la magnitud correspondiente, cuya magnitud ocupa todo el espacio que se le quiere dar de ancho á la luz de una puerta ó ventana, esto es, el espacio comprehendido entre sus ángulos *A*, *B*, *C*, *D*. Desde los dos ángulos inferiores *A* y *B* tírense unas lineas á los ángulos 1 y 2 de la base del cuerpo; y desde los ángulos superiores *C* y *D* tírense otras lineas á los ángulos 3 y 4 de la parte superior de dicho cuerpo; estas últimas lineas señalarán en los puntos 5 y 6 donde intersequen á las otras, los límites del esbatimento; señalados estos, es facil de trazar la sombra, quando su dintorno concurra al punto de vista, ó á los puntos que hayan servido para formar la perspectiva del cuerpo propuesto.

507. Nos parece del caso prevenir que las sombras que

que hace la luz de una pieza, unas veces rematan en Fig.
punta, y otras van ensanchándose cada vez mas. 231.
Esto pende de la razon que tenga el cuerpo luminoso con el iluminado. Y así, siempre que este sea mas pequeño que el luminoso, su sombra tendrá figura piramidal; sucederá al reves quando el cuerpo iluminado sea mayor que el luminoso.

508. Se ha de atender tambien al señalar estas sombras mas que al ancho de la puerta, al grueso de la pared, porque por él se han de arreglar los esbatimentos que dan no solo en el suelo y en las paredes, sino tambien en el techo. Para hallar los esbatimentos en el suelo, se han de tirar por los ángulos que forma el piso de la puerta con el grueso de la pared, unas diagonales cuyas prolongaciones señalarán los esbatimentos *AE* y *BF*; y desde el punto *F* donde se corta la pared, se continuará el esbatimento perpendicularmente por la pared arriba. Por lo que mira á los esbatimentos en el techo, se ha de imaginar que el grueso de la abertura de la puerta llega, como demuestran las lineas de puntos, hasta el plano del techo; y tirando unas diagonales, como se hizo en el piso, estas señalarán los esbatimentos *GH* é *IK*; finalmente, la diagonal tirada por los ángulos *C* y *N*, prolongada hasta el plano del techo señalará el ancho del esbatimento que coge desde *G* á *I*. El esbatimento que hace la biga en el techo, se determinará prolongando la *GI* ácia *M*; y desde el punto donde corte la biga se tirará la perpendicular 1 y 2; por el punto 2 y el punto *N* del ángulo inferior de la puerta se tirará una recta que corte á la primera en *M*; este punto dará el ancho del esbatimento que sigue la misma direccion de la biga, cuya sombra concurre al punto de perspectiva.

509. No son de omitir las *penombras*; llámanse así aquellas sombras débiles y esfumadas que se notan al re-

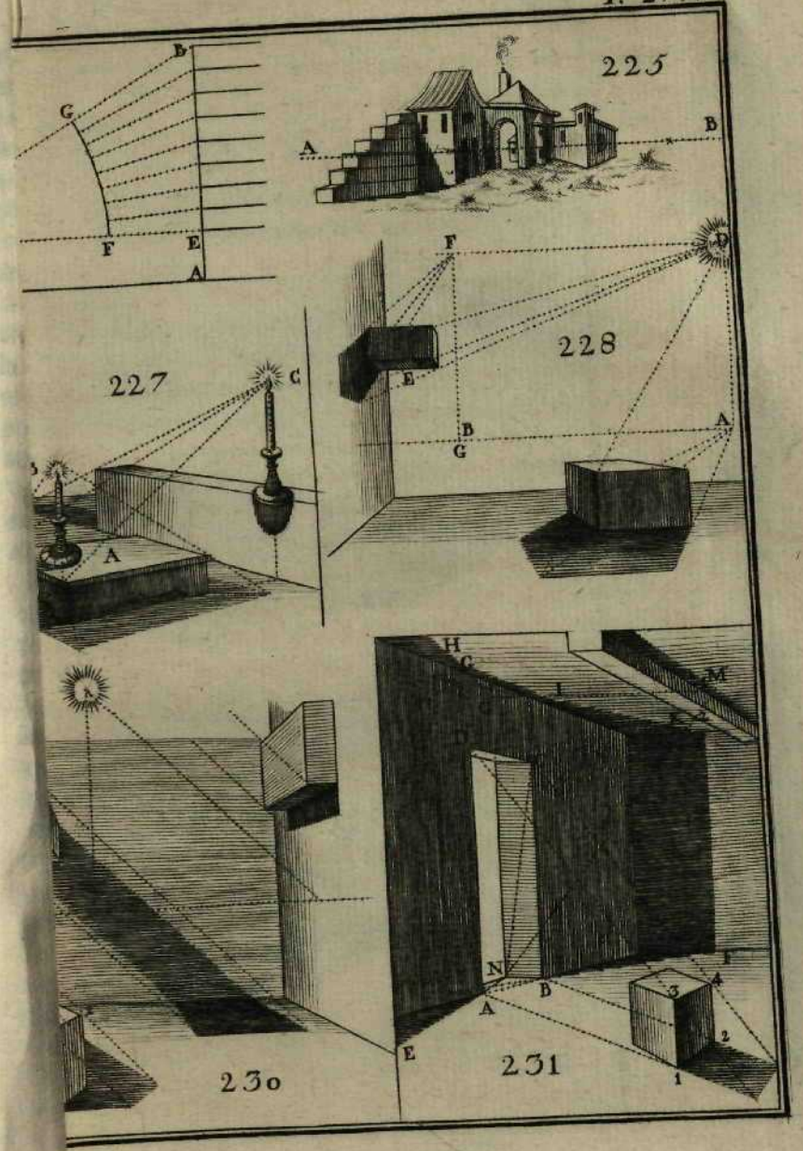
Fig. rededor de las sombras principales. Origínanse las penombras de que la luz que entra por la puerta ó ventana, no viene de un punto solo, sino de una multitud de puntos que no están sugetos á número determinado, y se puede imaginar que llenan el ancho de la puerta. El que quisiera señalar geométricamente la perspectiva de tales penombras se empeñaría en un trabajo penoso y de poca utilidad; por tanto el método mas breve consiste en observar el natural en este asunto, y despues señalar las penombras á ojo.

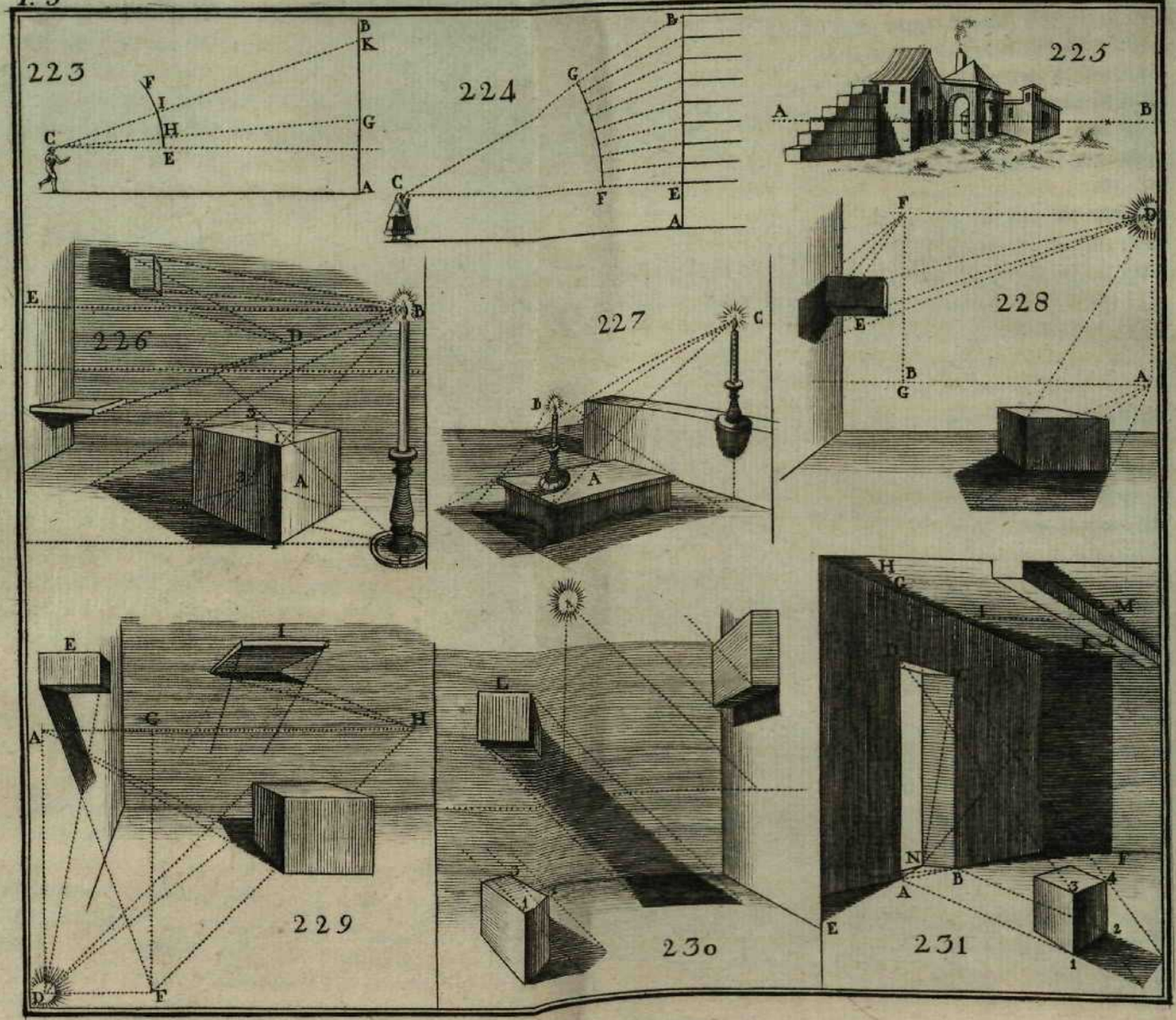
510. Por lo que toca á los esbatimentos que dan en los planos verticales, se imaginará el grueso de la puerta ó ventana continuado hasta dichos planos, conforme demuestran los puntos 1, 2, 3, 4 de las fi-
232. guras, y desde estos puntos se tirarán á los án-
233. gulos de la base del cuerpo en perspectiva unas lineas que determinarán el ancho del esbatimento cuya longitud se señalará tirando, como se ha hecho antes, unas rectas desde los ángulos de la puerta ó ventana á los estremos superiores del cuerpo.

233. En la figura que citamos, la luz de la puerta cae fuera de la estampa, y por eso no se señala. En muchas ocasiones lo acertará el perspectivo si oculta la luz de donde vienen los claros, porque así se ahorrará mucha parte de la penalidad inseparable de las obras de perspectiva en donde se vé la luz que las alumbra.

511. Cuestion V. *Buscar el esbatimento que hace un cuerpo inclinado.*

Sea la que fuere la posicion del cuerpo inclinado,
234. desde cada uno de sus ángulos 1, 2, 3 y 4 se han de bajar perpendiculares 1, 5; 2, 6; 3, 7; 4, 8 al plano donde sienta. Es evidente que los puntos 5, 6, 7, 8 en donde caen las perpendiculares hacen los oficios de los ángulos y estremos de la base del cuerpo; y así




223
224
225
226
227
228
229
230
231

así por dichos puntos se han de tirar, como siempre, desde el pie de la luz unas lineas que determinarán el ancho del esbatimento. Asimismo, desde el punto de la luz se tirarán á los puntos 1, 2, 3 y 4 desde donde salen las perpendiculares, otras lineas que intersecando las primeras darán lo largo del esbatimento, conforme se hizo en las cuestiones antecedentes. Fig. 234.

Quando el cuerpo está inclinado se ha de poner un cuidado particular en no unir el esbatimento con la sombra del cuerpo; porque á hacerlo así, parecerá que el cuerpo sienta su base en el plano, y por lo mismo ni representará la inclinacion, ni que se separe del plano por parte ninguna.

512. Cuestion VI. *Trazar los esbatimentos que caen parte en el plano, y parte en otra superficie plana distinta.*

Quando el esbatimento que se busca en el plano en *A*, encuentra é interseca otro plano *B*, si este último es perpendicular al otro plano *A*, desde los puntos de interseccion se ha de prolongar el esbatimento perpendicularmente; tirando despues desde el punto de la luz á los ángulos superiores del cuerpo unas lineas que corten la prolongacion del esbatimento, en los puntos de interseccion 1 y 2 caerán los estremos del esbatimento. 235.

513. Si el plano que el esbatimento corta, fuese inclinado, se observará si el cuerpo luminoso es el sol, ó alguna luz artificial. Si fuese luz artificial, se señalará el punto del pie imaginando el plano inclinado prolongado hasta la perpendicular que baja desde la luz, y el punto *C* donde la corta será el del pie de la luz. 236.

Si la luz fuere la del sol, la sombra *DE* que sigue por el plano inclinado, se encaminará evidentemente al punto *F* del pie del sol, cuyo punto cae 237.

Fig. en derechura y á nivel del punto de perspectiva adonde concurre el plano inclinado.

Finalmente, quando el esbatimento vaya á dar en varios planos paralelos al orizonte, se mirará igualmente si la luz es artificial, ó es la del sol. La escalera que demuestra la figura, la suponemos alumbra-
238. da de la vela *A*, cuya perpendicular encuentra el plano en *B*. Se tomarán en la *AB* todos los gruesos de los escalones 1, 2, 3, 4, 5 con la degradacion que les corresponde respecto del punto *B* adonde cae la perpendicular. Estos puntos de los gruesos sirven de otros tantos puntos del pie de la luz, y tirando por cada uno de ellos al ángulo del escalon correspondiente una recta, esta señalará la direccion del esbatimento cuya operacion se repetirá del mismo modo para todos los escalones. Si dicha escalera estuviere alumbrada del sol, no se necesitarían tantos puntos para trazar los esbatimentos, bastaría tirar desde el consabido punto tomado en la orizontal unas rectas, y estas darían la direccion del esbatimento.

514. Cuestion VII. *Hallar el esbatimento que hace un cuerpo de superficie plana encima de otro de superficie convexa; y recíprocamente, el esbatimento de un cuerpo convexo sobre otro plano.*

239. Sea *AB* el cuerpo de superficie plana. En el borde de la convexidad del otro cuerpo se tomará á arbitrio un punto qualquiera *C*, desde el qual se bajará una perpendicular *CD*. Desde sus dos estremos *C* y *D* se tirarán dos rectas, bien al punto de vista *E*, ó bien al punto accidental adonde vaya á concurrir dicho cuerpo. Desde el ángulo *A* de la base del cuerpo *AB* (siendo el sol el que alumbre la perspectiva) se tirará una recta al punto *F* tomado en la orizontal, cuya recta cortará la *DE* en un punto *G*, desde el qual se levantará la perpendicular *GH* que cortará la *CE* en *H*. Este punto *H* será uno de los muchos

I,

I, *K*, &c. que se podrán hallar á arbitrio en la con- Fig.
vexidad. Una vez hallados estos puntos, se pasará 239.
por ellos el contorno del esbatimento, que tendrá la misma convexidad del cuerpo, y llegará hasta el parage que señalare una linea tirada desde lo alto del cuerpo *B* al centro del sol; bien entendido que quando esta última linea no cortase en parte ninguna la convexidad del cuerpo, será señal de que el esbatimento sigue al otro lado de él.

Por el mismo método se encontrarán quantos puntos se quieran á la parte opuesta de dicha convexidad, para hallar el esbatimento que esta hace en el suelo. Por egemplo, tomando el punto *M*, y bajando desde él la perpendicular *MN*, se tirará desde su estremo *N* una linea al punto *F*, y desde el otro estremo *M* otra linea al centro del sol *L*. El punto *O* donde estas lineas se cortan será uno de los del contorno de la sombra en el suelo.

Como el cuerpo puede tener infinitas posiciones distintas de la que tiene en la figura citada, en obse-
quio de los principiantes hemos agregado otra figu- 240.
ra para facilitarles la práctica del método.

515. Cuestion VIII. *Trazar el esbatimento que hace el borde de un cuerpo de figura cóncava encima de otro de figura cóncava tambien.*

Sea *A* uno de los puntos del borde del cuerpo 241.
cóncavo que hace el esbatimento en la superficie cóncava *B*. Si suponemos que la luz viene del sol, será menester tirar desde el punto *C*, centro del sol, al punto de distancia *D* una recta *CD* que manifiesta la direccion de los rayos solares. Desde varios puntos tomados á arbitrio en el borde de la concavidad, tírense otras tantas rectas paralelas á la *CD*. Desde los estremos *E*, *F*, *G* de estas paralelas, ácia la parte adonde ha de caer el esbatimento, tírense al punto de la perspectiva *H* unas rectas; y asimis-

Fig. mo desde los estremos *I*, *K*, *L* opuestos á los pri-
241. meros tírense otras rectas al punto del sol, la interseccion de estas lineas con las primeras que se tiraron al punto *H* dará los puntos por donde pasa el esbatimento que se busca.

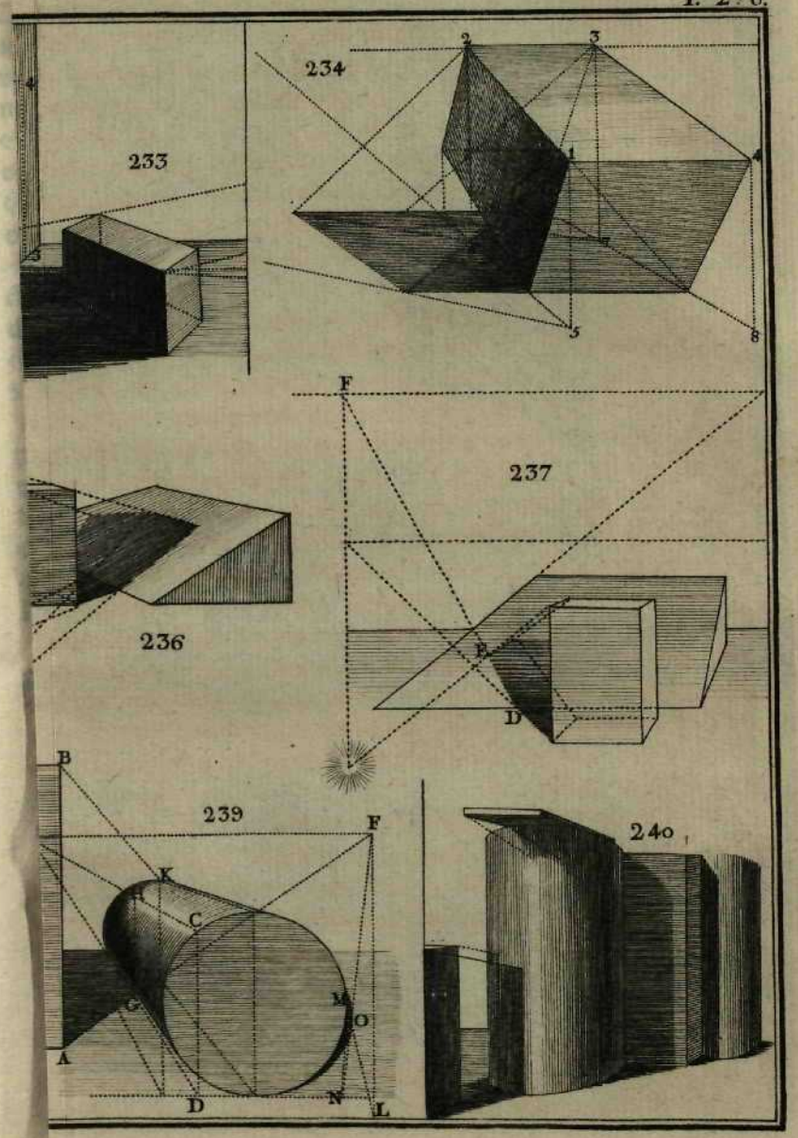
La posicion de los dos cuerpos cóncavos puede ser de infinitos modos diferente de la que le hemos dado en este egemplo, conforme se echa de ver en
242. esta figura tan clara de por sí que no necesita de mas esplicacion.

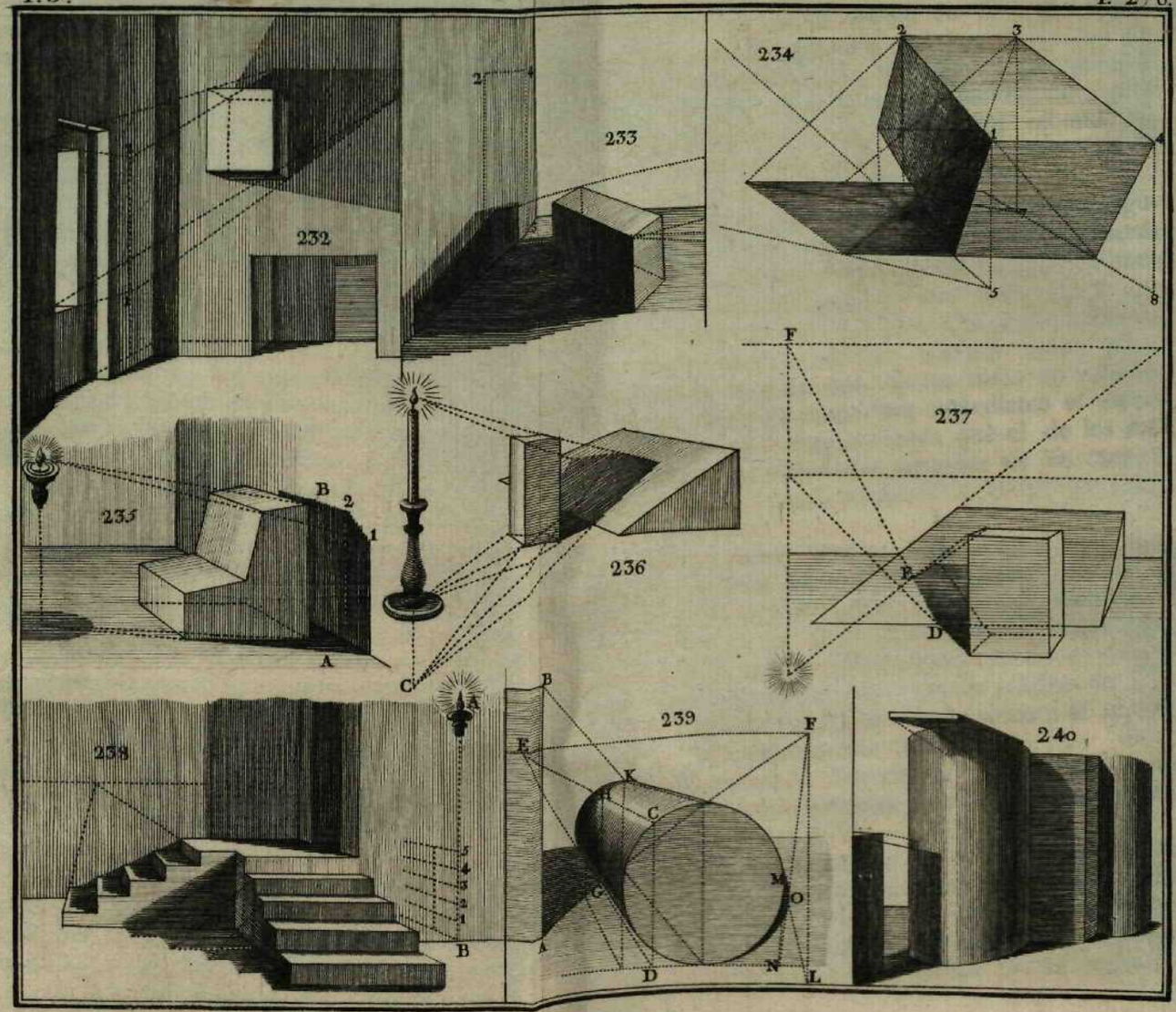
516. Cuestion IX. *Determinar el lugar que han de ocupar los reflejos en la perspectiva.*

Aunque en todas las sombras de la perspectiva se advierten reflejos, hay sin embargo en aquellas algunos parages determinados en donde manifiestan mayor ó menor fuerza. Este efecto proviene ó bien de los ángulos con que se forman, ó bien de la mayor ó menor distancia á la pared, con que se representan. Pero sea como quiera, siempre se observa que los reflejos van perdiendo su fuerza á medida que los cuerpos están mas distantes de la vista del espectador; por cuya razon en todos aquellos cuerpos que se representan mas inmediatos, se han de ver los reflejos bien terminados; y por el contrario, han de estar casi desvanecidos en los cuerpos que están á mucha distancia.

Como el determinar los reflejos de pura práctica es una cosa de poquísima seguridad, nos contentarémos con hacer saber que los reflejos resultan siempre que la luz viene oblicuamente, y con particularidad siempre que dando en cuerpos de superficie lisa y de color claro, esta luz vuelve rebatida con el mismo ángulo la parte opuesta. Por egemplo, su-
243. pongamos que venga la luz de *A* á *B*, y forme el ángulo *ABC*; para que haya reflejo en *E*, es forzoso que en la parte contraria se forme otro ángulo

DBE




232
233
234
235
236
237
238
239
240

DBE igual al ángulo *ABC*. Por la misma razon Fig.
acontece que como la luz forma en *E* otro ángulo 243.
nuevo, resulta en *F* segundo reflejo, bien que de menor fuerza. Sin embargo, bien podría suceder que el tal reflejo tuviese dos veces mas fuerza; pero para esto sería menester que la luz viniera rebatida de otra parte *G*, y diera en el mismo parage *E* ó *F* con ángulos iguales *HGI*, *KGE*.

517. Debemos prevenir 1.° que quanto mas agudos fueren estos ángulos, tanto mayor será la fuerza del reflejo; esto proviene de que en tal caso la linea ó rayo reflejo *BE* es mucho mas corto de lo que sería si el ángulo *DBE* no fuese tan agudo como es.

518. 2.° Quando muchos cuerpos están comprehendidos dentro de una misma masa de sombra, el reflejo de los que están mas inmediatos al espectador tiene mucho mayor fuerza que el de los mas distantes. Lo mismo se debe entender de los cuerpos que están mas ó menos próximos á la luz que causa los reflejos.

Es de observar tambien que para que tengan perfecta redondez los cuerpos cilíndricos, se les ha de dejar en el estremo *A* un reflejo algo dilatado, y 244.
en el otro estremo *B* se ha de dar la media tinta que coja otro tanto puntualmente como el reflejo. Lo mismo se egecutará para dar la sombra en *C*, y el vivo principal de luz en *D*; la sombra se separará de la luz con la media tinta.

519. Cuestion X. *Separar la parte clara de un cuerpo de otra que tambien lo es; y asimismo separar una sombra de otra.*

Ocurre separar una luz de otra siempre que se vé el perspectivo en precision de comprehender muchos obgetos claros en un espacio determinado, dejándoles una plaza de luz de capacidad proporcionada *á la gravedad* ó á la fuerza que se requiere.

Fig. 245. Se puede, pues, separar la parte clara de un cuerpo *A* de otra parte clara *B*, dándole mayor fuerza al claro *A* que al claro *B*; ó si no dándo una media tinta en *D* junto adonde remata. Para separar una sombra de otra, se mirará primero si dichas sombras están una junto á otra, ó si hay algun espacio en medio. Quando están inmediatas, se separará la sombra *E* de la sombra *F* con un reflejo entre las dos; quando media ambiente entre las dos, se separará la sombra *G* de la sombra *H*, dándola á la primera en su estremo un obscuro mas fuerte del que tiene la segunda.

520. Cuestion XI. *Determinar la forma que ha de tener un obgeto para que el espectador le pueda ver de la primera mirada.*

Para que la forma de un obgeto esté bien terminada, es indispensable que sus estremos que estén tocados de luz, tengan á la parte de afuera algun obscuro que los acompañe; y por el contrario, los términos obscuros se han de separar con claros; pero esto ha de ser de modo que ni el claro ni el obscuro tengan la misma fuerza ó valor que el claro y el obscuro del obgeto que se representa, antes bien han de tener una fuerza mas rebajada que estos. Lo mismo propuso en otros tiempos *Leonardo de Vinci*; sin embargo para ponerlo en práctica, no es de ningun modo necesario que el claro y el obscuro que separan los obgetos, se continúen uniformemente; por el contrario han de quedar interrumpidos. La precision de hacerlo así obliga á que el perspectivo distinga en sus obras tres grados de claro y obscuro, que son el primer término, los medios y los lejos.

521. Cuestion XII. *Buscar la sombra que hacen los obgetos en el agua, ó lo que es lo mismo, representar los obgetos como se ven al revés en la superficie del agua.*

Pa-

Para este fin se ha de considerar que la base de un obgeto qualquiera está á nivel de la superficie del agua; y considerando su reverberacion puntualmente como si fuera en un espejo, el obgeto *A* nos parecerá trastornado en *B*. Y quando el punto de vista no estuviere muy alto, se alcanzará tambien á ver parte de los obgetos distantes *C* y *D*, figurada en *E* y *F*. Fig. 246.

Si se quisiere figurar la imagen del sol ó de la luna, se tomará el punto de su base en la orizontal, y su imagen será un círculo geométrico y no escorzado.

Si en vez de dar los obgetos directamente en el agua, cayeran oblicuamente como *G*, su imagen no seguiría la linea recta *GH*, antes bien mudando un poco de direccion, se convertiría en una oblicua *GI*.

De la perspectiva de los Techos.

522. En la perspectiva de los techos los cuerpos se miran de abajo arriba; y el techo en donde se representa la perspectiva hace los oficios de la pared que en este caso es orizontal. Por cuya razon las reglas para la egecucion de esta especie de perspectiva son las mismas que las que hemos dado antecedentemente. Pero quando el techo es á manera de bóveda, como no son practicables reglas ningunas geométricas, es forzoso acudir á algunos métodos mecánicos.

Por lo que mira á los techos planos, todas las reglas se reducen á la siguiente; si las figuras planas que sirven de planta á los cuerpos sobre ellas levantados, no tienen escorzo, se quedan enteramente semejantes á su figura original, y sirven de perfil y de alzado; y como las lineas que de dicha planta se derivan ván al punto de vista, es preciso por lo mismo figurarse que el alzado que á tales lineas corresponde está estendido en plano, y hace las veces

Fig. ces que haría la planta en perspectiva. La distancia á que se miran estas perspectivas de techo es un punto tomado á la altura de la vista del espectador; bien que las mas veces no corresponde esta distancia á la capacidad del techo que ahora se toma por el quadro, á causa de que el espectador no puede desviarse nada mas de lo que permite la altura de la pieza. En este caso de no poderse desviar mas, por las razones que apuntarémos (524), se ha de concebir la distancia mayor de lo que es en realidad; ó si no, se debe apelar á una disposicion artificial para que sea mas proporcionada en apariencia la altura, conforme dirémos despues.

Por lo que mira al sitio donde se ha de colocar el punto de vista del techo, aunque la mayor parte de los perspectivos está porque se ponga en el punto del medio del techo; la esperiencia ha hecho ver las ventajas que resultan de no ponerle en el medio, no solo porque así se puede ver la perspectiva con menos trabajo, sino tambien porque los obgetos que se representan, y con particularidad quando son los órdenes de Arquitectura, hacen mejor efecto á la vista, y se les puede dar mayor fuerza de claro y obcuro.

523. Cuestion I. *Dado el tamaño del techo, representar en él una perspectiva qualquiera.*

247. Sea *ABCD* la estension del techo, cuyo punto de vista sea *E*. Tírense desde los ángulos del quadrilátero al punto de vista las rectas *AE*, *BE*, *CE*, *DE* que le dividen en quatro triángulos cuyas bases son los lados del quadrilátero. Para formar en cada triángulo la perspectiva que le corresponde, imaginarémos que la base ó lado del quadrilátero es la linea del plano, y á esta se la tirará por el punto de vista una paralela en la qual se tomará como siempre el punto de distancia que, segun se

se ha dicho, coge el espacio que hay entre el techo Fig.
y la vista del espectador. Todo al rededor del qua- 247.
drilátero se trazará, como si fuera debajo de la linea del plano, la planta original de lo que se quiera representar, con todos los vuelos correspondientes de basas, cornisas, &c. y desde todos los ángulos ó términos de dicha planta se tirarán lineas al punto de vista. Como el alzado que á esta planta corresponde, tiene su degradacion, segun se apuntó antes, y por lo mismo se concibe estendido en plano; para señalar el escorzo, se ponen como siempre las medidas originales en la linea del plano, empezando desde el ángulo *A* del quadrilátero y caminando ácia el punto *F*. Si desde este punto se tira una diagonal á la distancia *G*, su interseccion con la linea *AE* dará el escorzo de la medida original *AF*. Del mismo modo puntualmente se encontrarán en la *AE* los escorzos de todo lo que sea menester, procediendo para lo demás del mismo modo que antes. En virtud de esto, será facil de concebir que una vez trazada en un triángulo la perspectiva, se trazará la que á los demás triángulos corresponde, tirando paralelas desde las intersecciones de las lineas *AE*, *BE*, *CE*, no siendo necesario que para cada parte se tire una orizontal particular.

524. Para que las perspectivas vistas de abajo arriba tengan contraposicion, es menester no solo que las partes que escorzan, parezca que se suben ácia el punto, y que las que se miran de plano, guarden el paralelismo con el techo; es menester tambien, para que todas ellas hagan buen efecto, que estén bien acordadas; y como esta especie de perspectivas se supone por lo comun alumbrada de arriba, todo lo que se vea de plano, ha de quedar metido en sombra, y á todo lo que escorce ácia arriba se le ha de dar la fuerza del claro. Todo esto sucedería al reves si estuviese alumbrada de abajo la perspectiva; y no faltan egem-

Fig. egemplares de famosos Perspectivos en que hay dos luces una encontrada con otra. No es de olvidar tampoco en este particular que el claro y obscuro ha de tener tres grados, primeros términos, medios, y lejos.

Para acordar mejor sus obras, algunos Perspectivos de mucha inteligencia han fingido en las orillas del techo una cornisa ó faja, en cuyo vuelo han puesto unos modillones como que sostienen el ornato pintado encima; y lo han hecho por dos fines, el primero porque de este modo se consigue dar á los estremos mas ligereza, y el segundo porque si la pieza es algo baja, así parece mas alta, por razon de que la primera mirada del espectador se encamina á la plaza del medio del techo, que ocupa lo principal de la perspectiva.

525. Cuestion II. *Representar una perspectiva en un techo de figura circular.*

248. Sea *ABCD* el círculo en donde se ha de poner la perspectiva. Despues de tirados dos diámetros perpendiculares, trácese al rededor la planta original de la perspectiva, y despues de tomado el punto de vista en *E* donde mas acomode, aunque sea fuera de la circunferencia, como quiere *Andrea Pozzo*, tírese por dicho punto la orizontal *EF* paralela al diámetro *AC* que ahora sirve de linea del plano, y tómese el punto de distancia *F* como siempre. Desde todos los ángulos y términos de la planta tírense lineas al punto de vista. Pásense á la linea del plano *AC* desde el centro *G* ácia *C* todas las medidas originales de las alturas, y tirando desde los puntos de dichas medidas diagonales á la distancia *F*, las intersecciones de estas con la perpendicular *GE* darán los centros para formar los círculos de las alturas en escorzo, cuyos radios se sacarán trazando en la *AG* el perfil en perspectiva que denota los anchos de los escorzos. Una vez formado el perfil, en él se toman los intervalos pa-

para trazar los círculos, y todos los vuelos que á dichos círculos corresponden, van á los respectivos centros de cada uno. Fig. 248.

El modo de trazar en grande dichos círculos es con una cuerda afianzada por un cabo en el centro, y al otro cabo se pone un lapiz que señala los círculos dando vueltas á la cuerda. Quando el punto de vista se toma en el centro *G*, este mismo centro sirve para trazar quantos círculos sean menester. Si la figura de la pieza fuese ovalada, como en este caso la figura tiene quatro centros, desde todos ellos se han de tirar lineas al punto de vista, y en ellas se buscarán los centros para formar los arcos de que se componen los óvalos. Asimismo, si se hubiese de trazar una perspectiva en una figura mixtilinea *A*, desde 249.
sus centros 1, 2, 3, 4 se tirarán lineas al punto de vista *B*, y en ellas se buscarán los centros de las curvas que son menester, tirando por cada uno de dichos centros una misma linea del plano, adonde se trasladarán las medidas originales de las alturas.

526. Cuestion III. *Trazar una perspectiva en la superficie concava de una bóveda.*

No se conoce método mas seguro para poner obgetos en perspectiva en la superficie cóncava de una bóveda que el de hacer primero en chico un dibujo ó borrador de la perspectiva que se vá á trazar, del mismo modo que si fuera para un cielo raso, cuyo dibujo se quadricula. En la imposta de la bóveda se hace con cuerdas delgadas bien tirantes otra quadrícula de todo punto semejante á la del dibujo propuesto. En el punto de distancia, que es el punto desde donde se ha de mirar el techo, se pone una luz, por cuyo medio las cuerdas de la quadrícula que darán con su sombra en la bóveda, formarán en esta otra quadrícula de sombra, á cuyos quadriláteros se trasladará la perspectiva del dibujo. Vista esta perspectiva desde un pro-

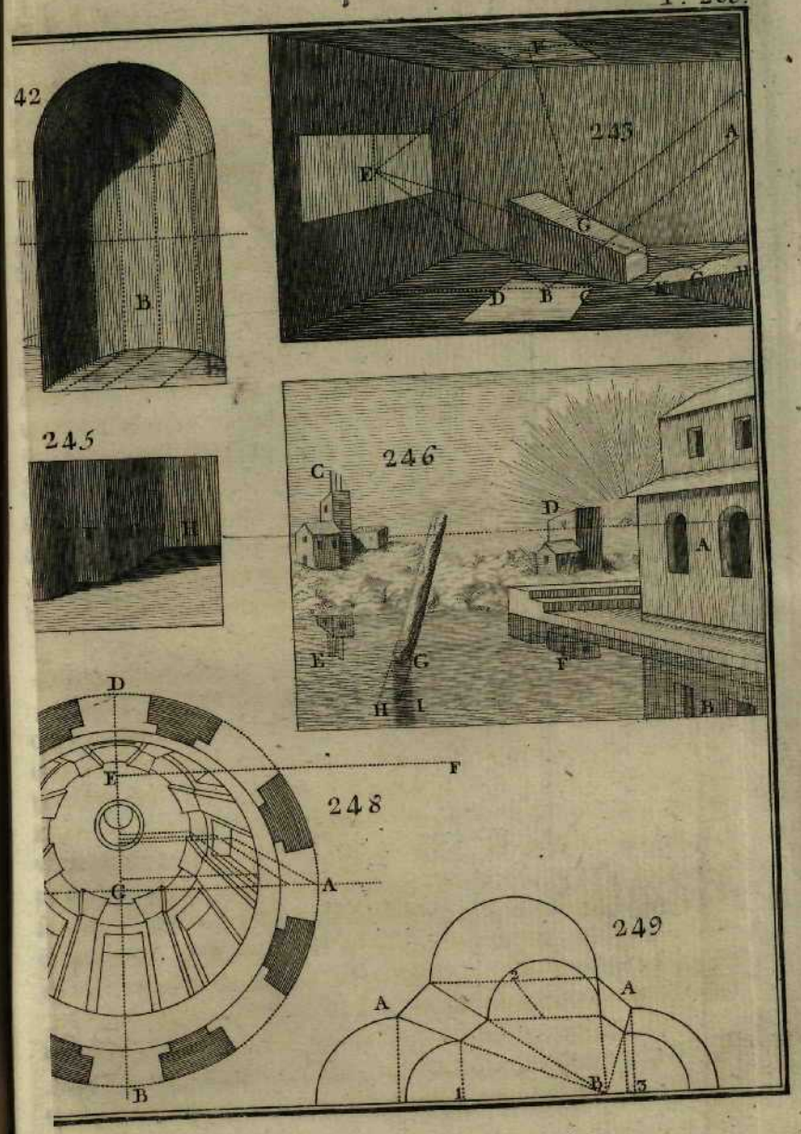
Fig. propio punto, se representará con su verdadera forma y proporcion.

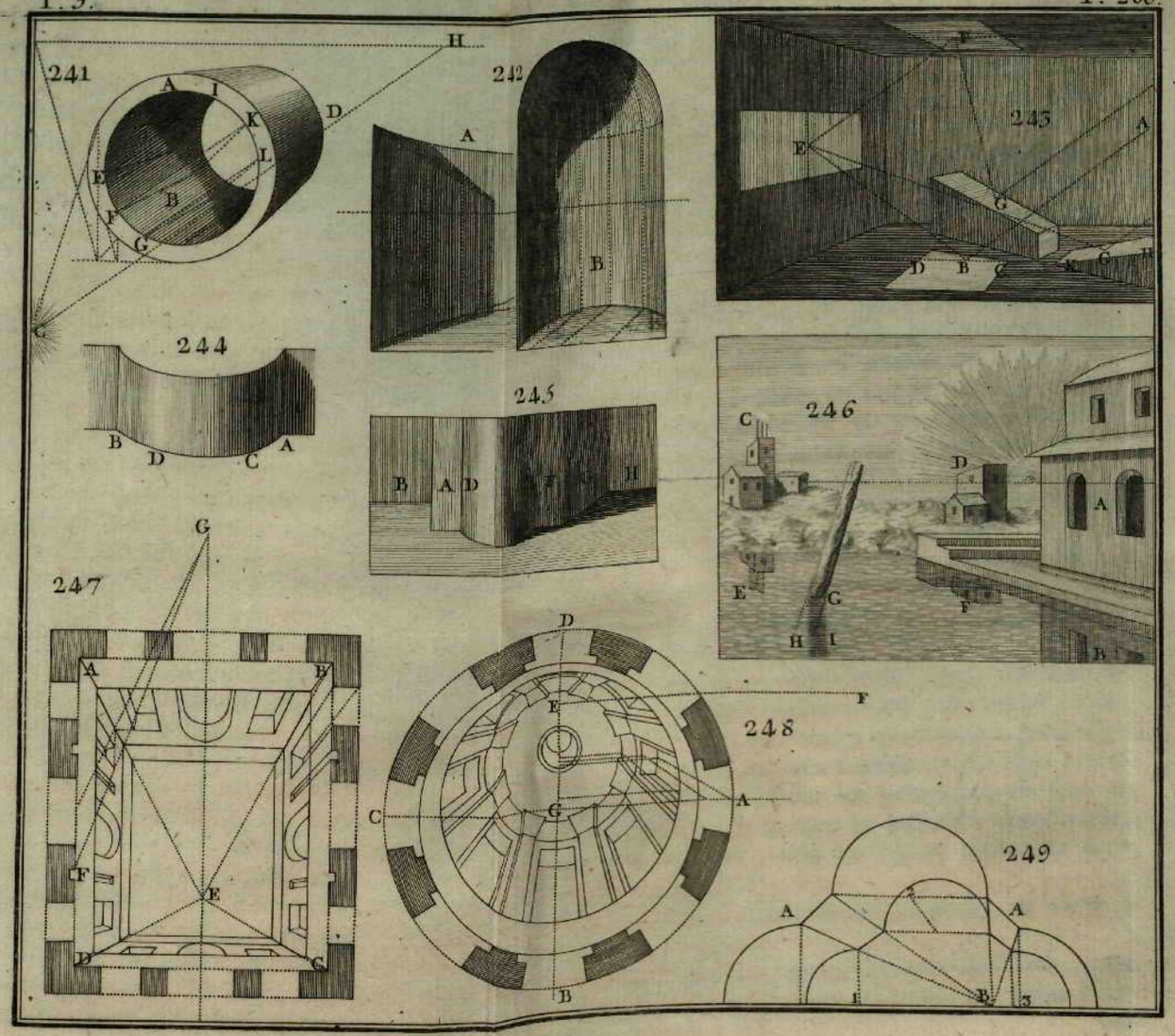
Por lo que toca á la figura natural escorzada de abajo arriba, se puede practicar la siguiente regla. Encima de una mesa bien á nivel póngase derecho un bastidor, dentro del qual se formará de papel una superficie semejante á la que tiene la bóveda propuesta. Se pondrá despues la medida de la distancia del mismo lado de la convexidad de la bóveda, y tan lejos como lo que coge todo el espacio que ocupan las figuras que la perspectiva ha de representar. Estas figuras que son unos modelitos de cera ó barro en la misma accion que se quiere que tengan miradas desde el punto, se ponen tambien al mismo lado de la convexidad; y plantando una luz en el punto de distancia, las sombras que las figuras hagan en el papel manifestarán sus dintornos con la degradacion que se pretenda.

En lugar de una luz puede servir tambien un hilo atado al punto de la distancia, y teniéndole tirante hasta que toque la bóveda, se vá pasando por todos los ángulos de las cuerdas de la quadrícula; los puntos donde el hilo tocare la bóveda serán los ángulos correspondientes para formar la quadrícula.

Todavía hay otro modo de trazar las lineas que van al punto de vista, sin quadrícula. Para este fin en dicho punto se clava un clavo, y en él se ata un hilo que se llevará á los parages adonde se quieran tirar las lineas. Se asegura el hilo, y tomando una plomada y un carbon atado á ella, se pasará la plomada rozando con el hilo, y al mismo tiempo se señalará con el carbon en la bóveda una linea que será la que se busca. Para tirar lineas orizontales, se ata un hilo al punto de la distancia, teniendo otro hilo tirante en los estremos por donde ha de pasar la orizontal, y mientras tanto se vá por junto á este hilo trazando con el otro y un carbon en la bóveda la linea

que




241
242
243
244
245
246
247
248
249

que se pretende. Las perpendiculares se trazan dejan- Fig.
do caer la plomada, y por junto á ella se pasa el otro
hilo atado á la distancia. Si hubieren de ser oblicuas
las lineas, se pone un hilo tirante en los estremos de
la linea que se vaya á tirar, y rozando con él se pasa
otro hilo atado á la distancia.

Por último debemos advertir en este asunto que
para que los espectadores miren un techo sin la fa-
tiga que les cuesta mirarle desde un solo punto, va-
rios pintores de mucha inteligencia han apelado al
artificio de poner al arranque de la bóveda figuras
naturales ó cariátides, vistas de punto bajo, en accion
de sostener los demás ornatos con que se enriquece
el techo, ó fingiendo que en el medio de la bóveda
haya un quadro, ó un paño en donde estén pintadas
las historias, de modo que así en uno como en otro
se vea el plano donde plantan las figuras con el fin
de que las pinturas atraygan á sí la vista con gracia
y sin aquella dureza de escorzos que tantas veces ha-
ce parecer los obgetos como que se precipitan.

De la perspectiva de los teatros.

527. La perspectiva del teatro no se traza por lo
comun con todo el rigor de las reglas del arte, por-
que como son tantos los puntos de vista, no solo se
tira á que haga buen efecto desde todos ellos, sino
tambien á que quede en buena disposicion para ser-
vir en las representaciones teatrales. Por esta razon
pasarémos desde luego á dar los principios en que se
funda, con arreglo á lo que la práctica combinada,
en quanto es posible, con las reglas tiene por me-
jor en este particular.

528. Cuestion I. *Determinar el punto de vista y el punto de distancia.*

La razon natural, los principios del arte, todo
está pidiendo que se ponga el punto de vista á ni-
vel

Fig. vel de los palcos ó sitio que ocupan los principa-
les personages, ó los que presiden; y por ningun
motivo podría dejar de hacerlo así el perspectivo,
si no hubiera el inconveniente de que la mutacion no
hace buen efecto á los que la miran desde el patio,
porque el punto está entonces demasiado alto para
ellos. Y así ha de ser uno de los principales cuidados
del perspectivo hacer que su decoracion parezca bien,
tanto á los que están en los palcos como á los que se
quedan en la platea. En consecuencia de esto, ha de
poner el punto de distancia *N* en el fondo de la platea,
á una altura media entre los palcos principales y la
250. platea. Tirando desde el punto *N* de distancia una
orizontal *NO*, el punto *O* donde esta corte la pro-
longacion del piso del tablado (que regularmente tiene
$\frac{1}{6}$ de su longitud de inclinacion ácia los espectadores)
será el punto de vista, que sirve de término á la perspec-
tiva, sin que quede arbitrio para pasar de él. Toda la
recta *NO* es la distancia que sirve para la decoracion,
sin embargo de que algunos toman por distancia pa-
ra cada decoracion la linea que desde el fondo de la
platea vá á cada bastidor respectivo, que entonces
consideran como una pared ó quadro en el qual se
representa la perspectiva.

529. Cuestion II. *Hallar la degradacion de los bastidores, y el concurso de las lineas á un mismo punto de vista.*

Desde los estremos del proscenio *A*, *B* tírense dos
rectas al punto de vista *O* que demarcarán la direc-
251. cion de las aberturas por donde pasan los bastidores
en el tablado. Se tomará en la altura del proscenio
un punto *P* á tanta distancia del tablado como lo que
tengan de alto los bastidores. Los puntos *R*, *S*, *T*,
250. *V*, *X* donde la orizontal *NO* que vá al punto de vis-
ta, corta los bastidores, serán sus puntos de vista
respectivos colocados á la altura que á cada bastidor
cor-

corresponde. Para mayor facilidad suelen algunos po- Fig.
ner, despues de aparejados y puestos en su lugar los 250.
bastidores, en medio de la boca del teatro ó de la
punta del tablado un liston muy derecho que llegue
hasta la orizontal, y desde su estremo superior *C* po-
nen bien tirante un hilo que vaya al punto de vista.
Meten en este hilo una sortija, y atan á ella el cabo
de otro hilo, y el otro cabo le tienen tirante en la
cara del bastidor; mientras que vá corriendo la sor-
tija, y está frente por frente del bastidor, señalan va-
rias lineas como á un palmo de degradacion una de
otra, todas las quales parece con evidencia que con-
curren á un mismo punto de vista. Estas lineas se
tiran solo con el fin de que sirvan de guia para po-
ner en escorzo los ornamentos de arquitectura que
se quieran representar. Otros hacen esta misma ope-
racion separadamente tendiendo en tierra los basti-
dores; señalan en cada bastidor la altura del punto
de vista por medio de los palmos degradados que se
han tirado en cada bastidor, y toman la distancia
que hay desde el bastidor hasta el medio del tabla-
do; esta distancia es el término hasta donde se es-
tiende el punto de vista fuera del bastidor, esto es,
figurar la superficie del bastidor prolongada lo que
es menester para determinar el referido punto de
vista. Otros hay que ponen oblicuamente los basti-
dores con el fin de que la perspectiva haga mayor
efecto. En este caso, el punto de vista de cada bas-
tidor está en el punto de la orizontal que pasa por
el medio del tablado, donde la corta la oblicuidad
del bastidor prolongada.

530. Cuestion III. *Trazar en un telon la idea de una perspectiva propuesta.*

Se trazará primero en real la idea de la perspec- 252.
tiva propuesta *AB*. Se tomará el punto *C* en la ori-
zontal *CD* con la degradacion correspondiente á la
su-

Fig. 252. superficie del lienzo, y desde el punto *C* se tomará ácia *D* la distancia conforme dejamos dicho (528). Si se quisiere mirar escorzada la fachada de la arquitectura, se tirará desde el estremo del lienzo *E* una recta al punto de vista *C*, en la qual se trazará en perspectiva la fachada propuesta. La primera operacion para trazar dicha fachada se reduce á solas aquellas lineas que van trazadas en el lienzo, sin atencion á los vuelos y resaltos de los miembros de arquitectura. Una vez puestas en su lugar tales lineas, con facilidad se señalarán los vuelos y resaltos de las basas, de los capiteles, pilastras, cornisas y demás partes que salen fuera del macizo de la fachada, por medio del perfil que se levanta en *FG*, con la prevencion de que las pilastras y columnas se han de hacer algo mas esveltas de lo que corresponde, para que su perspectiva salga con gracia y haga ligera. Se dividirá la perpendicular *EH* en partes proporcionales á las de los miembros de arquitectura en *AB*, desde cuyas divisiones se tirarán lineas al punto de vista *C*. Para determinar qué altura ha de tener el escorzo de la fachada que coge desde *E* á *I*, y saber al mismo tiempo de que modo se ha de repartir para levantar todas las perpendiculares en las pilastras, vuelos de basas, capiteles, cornisas, y todo lo demás de esta clase; se dividirá la linea del plano *EK*, ó si no se trasladará á ella la planta de la fachada original *AB*, señalando todos los puntos como si se hubieran bajado perpendiculares desde las pilastras, vuelos de las basas, &c. Hecho esto, desde el punto de distancia *D* se tirará una linea á cada uno de los puntos de division de la *EK*. Las intersecciones de estas lineas con la *EC* serán los puntos desde donde se han de levantar las referidas perpendiculares, y la linea que desde la distancia *D* se tire al estremo *K* dará en *I* la altura del escorzo, ó el re-

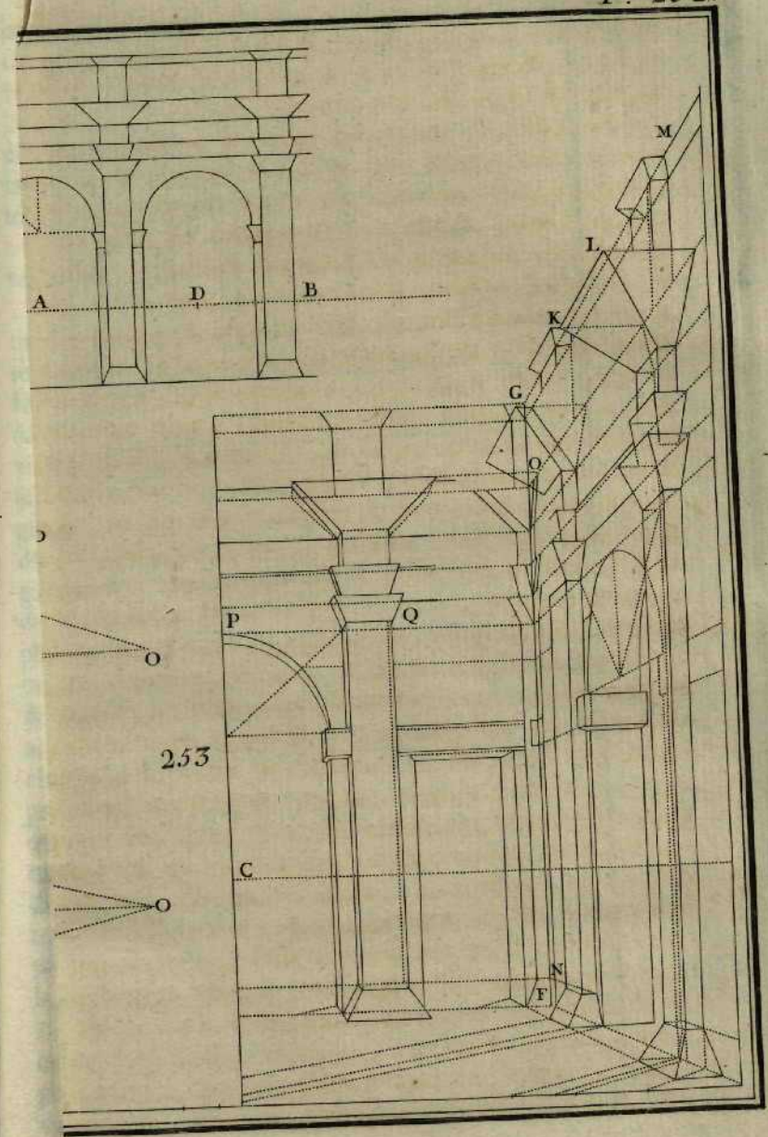
remate de la fachada que es lo mismo. En los puntos Fig. que se han hallado en *EI*, se levantarán perpendicu- 252. lares que en sus intersecciones con las lineas que desde cada punto de la *EH* se hayan tirado al punto de vista, determinarán los escorzos de cada parte, con arreglo al pensamiento en real que *AB* demuestra. El perfil que con esta fachada hace ángulo en *FG* se traza por las mismas medidas de la *EH*, y con sus mismas divisiones; tiradas estas al punto de vista ocuparán puntualmente en la *FG* los mismos lugares respectivos que en la *EH*; y luego se repartirán todos los resaltos y vuelos del cornison y demás miembros de dicho perfil por las reglas de la Arquitectura. Todos los resaltos y vuelos se representan con lineas perpendiculares á la fábrica de la fachada, y por eso en el perfil propuesto la medida de dichas perpendiculares está arreglada al vuelo y resalto que cada miembro debe tener. Hecho así el perfil *FG*, desde todos sus términos se tirarán rectas al punto de vista *C*, que cortarán las orizontales correspondientes tiradas desde todos los términos de la fachada en escorzo; sus intersecciones recíprocas señalarán en los ángulos de los resaltos la degradacion de la fachada, conforme se requiere, y demostramos separadamente en la figura en grande *KLM*. 253.

Con otra operacion semejante se pondrá en perspectiva la fachada de frente que está en ángulo recto con la *FG*; porque en tal caso se ha de trazar el perfil en *NO* que tenga su contorno degradado qual corresponde. Despues se dibujará en real con lineas de puntos y con las mismas proporciones del perfil *FG*, la fachada *PQ*. Tirando desde los términos del perfil escorzado *NO* orizontales, las intersecciones de éstas con las que desde todos los términos de la fachada *PQ* se hayan tirado al punto de vista *C*, da-

Fig. darán los resaltos y vuelos en escorzo que debe tener la fachada propuesta vista de frente.

531. Cuestion IV. *Trazar en el fondo del teatro un edificio de arquitectura con dos puntos.*

Sean *A* y *B* los puntos adonde se ha de encami-
254. nar la perspectiva ; se les buscarán (466) los dos puntos *C* y *D* que han de servir de puntos de distancia. Desde el punto *A* se tirará á arbitrio una recta *AE* que llegue á la linea del plano ; y sobre ella trazarémos la fachada del edificio propuesto, por las reglas acostumbradas , trasladando las medidas , ó bien la planta de la fachada original á la linea del plano , y los puntos de la altura á la perpendicular *EF* ; procediendo para lo demás como siempre , se hallará en la *AE* el punto estremo *G*, ú otro qualquiera que se necesite. Para trazar sobre la *BE* la otra fachada que está á ángulo recto en *EF* con la propuesta , sirven tambien las mismas divisiones de la *EF*. Por lo que mira á los vuelos de los miembros de arquitectura , que se representan con perpendiculares á la fachada , es menester tirar desde el punto *B* y por un punto *H* de la *AE* la *HI* , y en ella se tomará la longitud que deba tener , pongo por egemplo , el vuelo de la columna , de la pilastra , del cornison , &c , cuya longitud se determinará en la *HI* del modo siguiente. Desde el punto *C* de distancia se tirará por el punto *H* de la linea del plano la recta *CHK* , y desde *K* á *L* se pondrá la medida en real de la columna , pilastra , cornison , &c ; desde los puntos de las medidas puestas en *KL* se tirarán al punto *C* rectas que en sus intersecciones con la *HI* señalarán las longitudes que se buscaban , y distaban de *H* lo correspondiente á los vuelos propuestos de la columna , pilastra , &c. Por medio de estos puntos de interseccion se irá formando el perfil escenográfico *M* ; y prosiguiendo lo restante de la



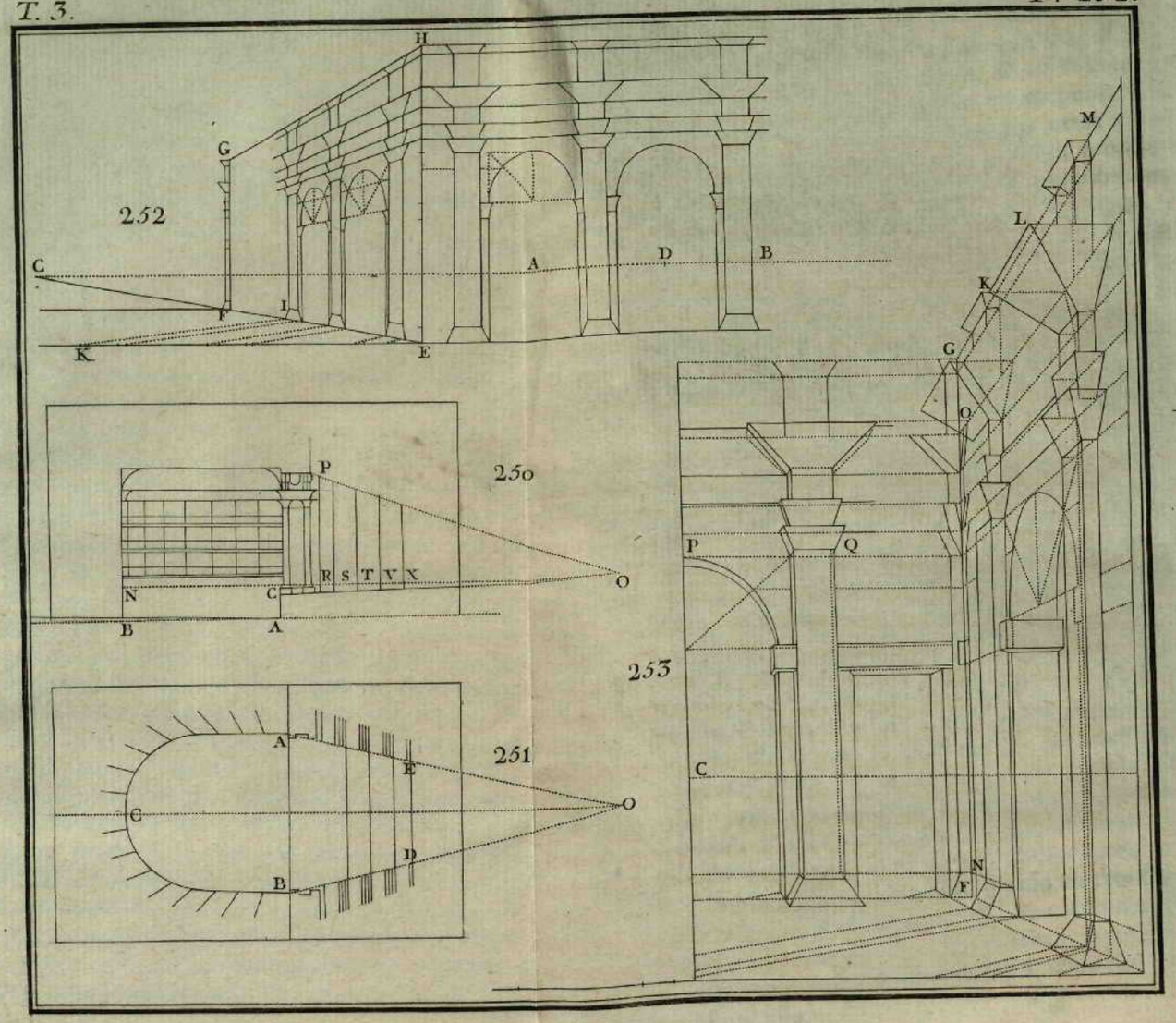


Fig. 254.

255.

la operacion por el mismo método de la cuestion antecedente, se tirarán desde el punto *A* por las divisiones del perfil *M* unas rectas que irán á cortar las lineas que desde el otro punto *B* se tirarán por las divisiones de la fachada puesta ya en perspectiva; en las intersecciones de unas lineas con otras estarán los términos que demuestran la perspectiva propuesta. Fig. 254.

532. Cuestion V. *Trazar en un bastidor una perspectiva qualquiera dirigida al punto de vista.*

Sea *ABCD* el bastidor, en cuya parte inferior se tirará la linea del plano *EF*. Desde los ángulos *B* y *C* se tirarán al punto de vista *G* dos rectas, y dentro del ángulo que forman se trazará el perfil en real *HIKL* de la perspectiva. Tirando despues desde el punto de vista *G* y por todos los términos del lado *KL* del perfil unas lineas de puntos, la linea que pase por el ángulo *L* irá á cortar la base del bastidor en un punto *M*, por el qual se tirará al punto de distancia la diagonal *NMO* que corte en *O* la linea del plano. Desde el punto *O* ácia *E* se trasladarán á la linea del plano las medidas en real de pilastras, columnas, puertas, vuelos de cornisas, de frontispicios, &c. y de los puntos de dichas medidas trasladadas se tirarán al punto de distancia diagonales que en sus intersecciones con la *EM* señalarán los escorzos de la perspectiva, y á estos se les buscará su relieve conforme dejamos dicho (530). Debemos prevenir que como los bastidores han de sentar sobre el tablado, las direcciones de los escorzos de los zócolos, basamentos, pedestales, pilastras, &c. no se pueden tirar al punto, y por lo mismo se han de dejar paralelas á la linea sobre la qual sienta el bastidor. 255.

En esta figura nos ha ocurrido un frontispicio. Con este motivo apuntarémos que el camino mas breve de poner en perspectiva un frontispicio es el de tomar dos puntos, para encaminar á ellos las cornisas del fron-

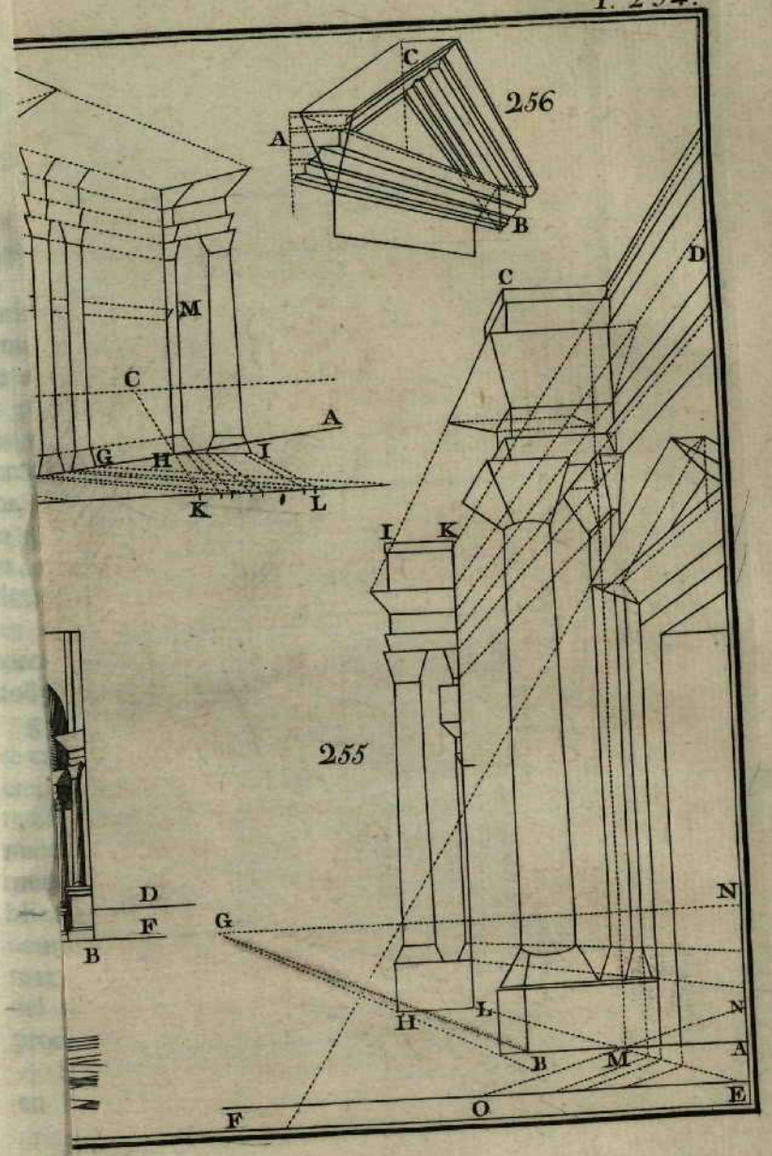
Fig. frontispicio, en una perpendicular que para dicho fin se levantará á la orizontal en el punto de vista, cuya perpendicular hace por ahora veces de orizontal.

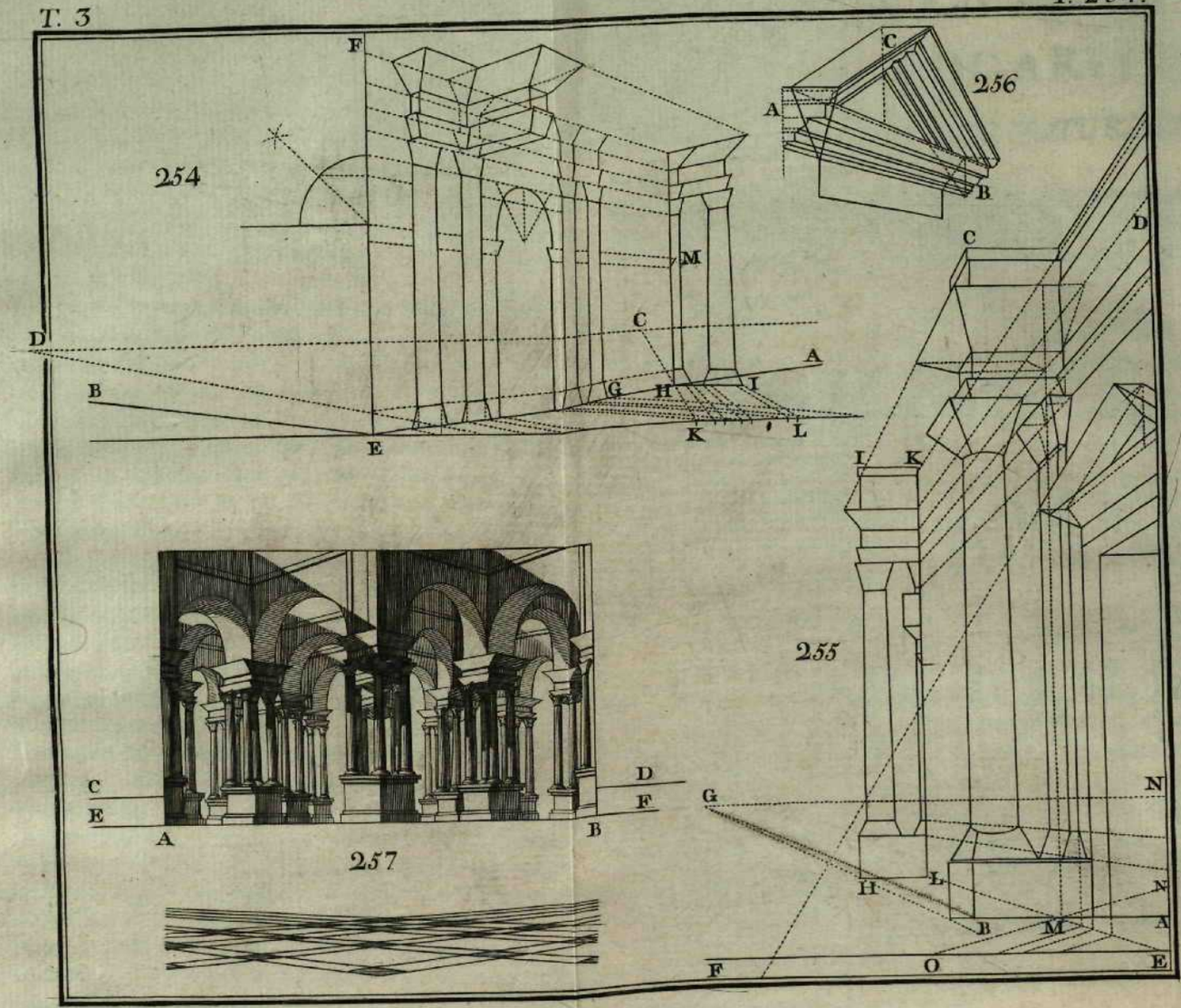
256. No queriendo hacerlo así, se podrán hacer en *A* y *B* los perfiles de las cornisas, como tambien en su ángulo *C*; tirando lineas por todos los ángulos de los perfiles, resultará en perspectiva el frontispicio.

533. Cuestion VI. *Representar en bastidores una perspectiva mirada por ángulo.*

258. Para conseguirlo, es menester trazar debajo de la recta *AB* la planta en perspectiva de toda la mutacion, que se arreglará (476) de modo que coja puntualmente todo el ancho de la embocadura del teatro. La altura de la perspectiva respecto de la *AB* se determinará con paralelas de puntos que se levantarán desde los términos y ángulos de la planta. Se tirará despues la orizontal *CD* á la misma distancia de *AB* que ha de haber (528) entre el punto de vista y el tablado; se tomarán en dicha orizontal los puntos *C* y *D* que corresponden perpendicularmente á los puntos *E* y *F* que sirvieron para trazar en perspectiva la planta propuesta. Se deja entender ahora tambien que los escorzos de los basamentos han de quedar paralelos á la *AB* sin levantarse ácia los puntos *C* y *D*.

Las mutaciones vistas por ángulo, además de la mucha gracia y del grande efecto que hacen, por razon del movimiento contrapuesto de su planta, tienen una ventaja que no concurre en las que se ven de fachada. Como estas tienen el punto en medio, cerca de él la altura de las columnas y de las puertas, suele degradar demasiado, particularmente quando se quieren fingir con mucho fondo; por lo qual hacen disformes á la vista, quando los actores se arriman al telon, porque entonces dichas columnas y puertas quedan sin aquella proporcion que siempre deberían tener con el tamaño de los actores.




254
F
D
B
E
C
M
G
H
I
A
K
L
256
C
A
B
255
C
D
I
K
L
G
N
H
L
N
B
M
A
F
O
E
257
C
E
A
D
F
B

USOS DE LAS TABLAS
DE LOS LOGARITMOS
DE LOS NÚMEROS NATURALES.

534. PRimero que declaremos el uso de estas tablas hemos de prevenir que todos los logaritmos se componen de la característica y seis decimales, que en todo son siete guarismos. Si muchos de estos logaritmos llevan tres guarismos no mas, es porque siendo los que les faltan los mismos que los quatro primeros del logaritmo completo que está inmediatamente mas arriba, se ha escusado repetirlos. Así, el logaritmo de 2089, por egemplo, no es 938 como vá señalado enfrente de dicho número, sino 3,319938, porque los quatro primeros guarismos del logaritmo de 2089 son los mismos que los quatro primeros del logaritmo de 2085, y de todos los logaritmos que hay desde el logaritmo de 2085 hasta el de 2089.

535. Dejamos probado (I.271 y 273) que quando se calcúla por logaritmos se convierten las multiplicaciones en adiciones, y las divisiones en reglas de restar, por cuyo motivo hacen tanto papel en la matemática estos números artificiales, y son sumamente socorridas las tablas que de ellos se han publicado. Allí mismo manifestamos que siempre que ocurra multiplicar un número por otro se ha de sumar el logaritmo del multiplicando con el logaritmo del multiplicador, y la suma será el logaritmo del producto.

Si se me ofreciera multiplicar 14 por 13 hallaré en las tablas que

el log. de 14 es..... 1,146128
el log. de 13 es..... 1,113943

cuya suma..... 2,260071

corresponde en la misma tabla al número 182, que es con efecto el producto de 14 por 13.

536. Luego para quadrar un número basta duplicar su logaritmo, una vez que para quadrar dicho número se le ha de multiplicar por sí mismo, ó se ha de sumar el logaritmo del número propuesto con el mismo logaritmo.

537. Por la misma razon, quando ocurra formar el cubo de un número se triplicará su logaritmo; y en general, para levantar un número á una potencia determinada, se tomará su logaritmo tantas veces quantas unidades hubiere en el número que espresa el grado de dicha potencia. Así, para formar la séptima potencia de un número, se multiplicará por 7 el logaritmo de dicho número.

538. Luego recíprocamente para sacar la raiz quadrada, cúbica, quarta, &c. de un número propuesto, se dividirá el logaritmo de dicho número por 2, 3, 4, &c; esto es, por el número que señala el grado de la raiz que se quiere sacar.

Si se me pidiere, por egemplo, la raiz quadrada de 144, acudiré á la tabla donde hallo que el logaritmo de 144 es 2,158362, tomo la mitad de este logaritmo, esto es, 1,079181; hallo que corresponde á 12, de donde infiero que 12 es la raiz quadrada de 144.

Si se me pidiese la raiz séptima de 128, buscaré en la tabla su logaritmo, que es 2,107210; le dividiré por 7, y buscaré á qué número corresponde en la tabla el cociente 0,301030, hallo que corresponde á 2, que es con efecto la raiz séptima de 128.

539. Para sacar el cociente de la division de un número por otro, se ha de restar el logaritmo del divisor del logaritmo del dividendo (I.273), y buscar á qué número corresponde en la tabla el logaritmo residuo, cuyo número será el cociente que se buscare.

Si se me ofreciese dividir 187 por 17,

del log. de 187..... 2,271842
restaré el log. de 17..... 1,230449

la resta..... 1,041393

corresponde en la tabla á 11, que es con efecto el cociente.

Si la division no pudiese salir cabal, el logaritmo residuo no se hallaría todo en las tablas; pero muy en breve diremos qué recurso hay para este caso.

La regla que acabamos de dar se funda en que una vez que el cociente multiplicado por el divisor ha de reproducir el dividendo (I.44), es tambien preciso que la suma del logaritmo del cociente (I.271) y del logaritmo del divisor componga el logaritmo del dividendo; y por lo mismo el logaritmo del cociente es igual al logaritmo del dividendo menos el logaritmo del divisor.

540. De lo que acabamos de decir se deduce que para hacer una regla de tres por logaritmos, se ha de sumar el logaritmo del segundo término con el logaritmo del tercero, restando de la suma el logaritmo del primer término. Esto es lo que significan estas dos palabras *suma* y *resta* que usamos en la Gnomónica (105, 165, &c.) para espresar el resultado de algunos cálculos.

Como se hallan los logaritmos de los números que no están en las tablas.

541. No se hallan en las tablas los logaritmos de

de los quebrados, ni los logaritmos de los números que se componen de enteros y quebrados; tampoco se hallan los logaritmos de las raices, sean quadradas, cúbicas, &c. de los números que no son ni quadrados, ni cubos, &c. perfectos.

Quando ocurra hallar el logaritmo de un número entero junto con un quebrado, se reducirá primero todo á quebrado, y despues se restará el logaritmo del denominador del logaritmo del numerador que hubiere resultado. Para sacar, por egemplo, el logaritmo de $8\frac{3}{11}$, busco el de $\frac{91}{11}$, y le saco con restar 1,041393 logaritmo de 11, de 1,959041 logaritmo de 91; la resta 0,917648 es el logaritmo de $8\frac{3}{11}$, porque $8\frac{3}{11}$ ó $\frac{91}{11}$ es lo mismo que 91 divididos por 11 (I.74).

542. Por la misma razon, quando ocurra sacar el logaritmo de un quebrado, se restará el logaritmo del denominador del logaritmo del numerador; pero como esta sustraccion no se puede efectuar, por ser el logaritmo del denominador mayor que el logaritmo del numerador, se restará al contrario el logaritmo del numerador del logaritmo del denominador. La resta, que espresará lo que falta para que el logaritmo del denominador se pueda restar del logaritmo del numerador, será el logaritmo del quebrado propuesto, dándole á dicha resta el signo negativo — que está manifestando que no se pudo egecutar la sustraccion. En virtud de esto, el logaritmo de $\frac{11}{91}$ será — 0,917648.

543. Servirá este signo — para recordarle al calculador que los logaritmos de los quebrados se deben tomar en el cálculo al revés (I.162) de los logaritmos de los números enteros, ó de los enteros juntos con quebrados; quiero decir, que si ocurriese multiplicar por un quebrado, se restará el logaritmo de dicho quebrado; si se ofreciese dividir por un quebrado, se deberá añadir su logaritmo.

La razon de esta regla respecto de la multiplicacion, es que multiplicar por un quebrado es lo propio que multiplicar por el numerador y dividir despues por el denominador. Luego quando se calcúla por logaritmos se ha de sumar el logaritmo del numerador, y restar despues el logaritmo del denominador, ó lo que viene á ser lo mismo, se ha de restar el exceso no mas que el logaritmo del denominador lleva al logaritmo del numerador, cuyo exceso es cabalmente el logaritmo del quebrado.

Respecto de la division es tambien muy perceptible la razon. Porque dividir por $\frac{3}{4}$, por egemplo, es lo propio que multiplicar por $\frac{4}{3}$ (I.87); luego quando se calcúla por logaritmos, se ha de añadir el logaritmo de $\frac{4}{3}$, esto es (I.273), la diferencia entre el logaritmo de 4 y el logaritmo de 3, ó entre el logaritmo del denominador del quebrado propuesto, y el logaritmo de su numerador.

544. Puede ocurrir, y ocurre con bastante frecuencia que despues de reducido á un quebrado solo el entero y el quebrado cuyo logaritmo se busca, sea el numerador mayor que el número mayor de las tablas: si se pide, por egemplo, el logaritmo de $53\frac{821}{5704}$, este número despues de reducido á quebrado es $\frac{303133}{5704}$, cuyo numerador pasa los límites de las tablas mas estensas. Hemos, pues, de declarar como se puede hallar el logaritmo de un número que pasa estos límites.

545. Para lo qual recordarémos 1.° que (I.279) quando se le añaden 1, 2, 3 &c. unidades á la característica del logaritmo de un número, es lo mismo que multiplicar dicho número por 10, 100, 1000 &c. porque es lo mismo que sumar con el logaritmo de 10, ó de 100, ó de 1000, &c. el logaritmo del espresado número.

Quan-

2.° Quando se le quitan al contrario 1, 2, 3 &c. unidades á la característica de un logaritmo, es lo propio que dividir el número al qual corresponde por 10, 100, 1000, &c.

546. Esto supuesto, propongámonos hallar el logaritmo de 357859.

Descartarémos de este número quantos guarismos fuere menester á fin de que el número que quedare quepa en las tablas. En el caso propuesto descartarémos dos guarismos, y resultará el número 3578,59, que es 100 veces menor (I.113 y 114) que el número propuesto 357859.

Buscarémos en las tablas el logaritmo de 3578, que es 3,553640; sacarémos la diferencia 122 entre este logaritmo y el de 3579. Hecho esto, harémos esta regla de tres.

Si por 1 unidad de diferencia entre los dos números 3578 y 3579

Hallamos la diferencia 122 entre sus logaritmos:

Siendo 0,59 la diferencia entre los dos números 3578 y 3578,59 ¿qué diferencia habrá entre sus logaritmos? Quiero decir que habrémos de sacar el quarto término de una proporcion cuyos tres primeros son

1 : 122 : : 0,59

cuyo quarto término es 71,98, ó 71 no mas, despreciando las decimales: añadirémos, pues, 71 al logaritmo 3,553640 de 3578, y saldrá 3,553711 que será el logaritmo de 3578,59. Para sacar el logaritmo de 357859 bastará añadir dos unidades á la característica del logaritmo hallado, por ser 357859 cien veces mayor que 3578,59, y el logaritmo que buscábamos será 5,553711.

Si los últimos guarismos que se descartan del número propuesto fuesen todos ceros, despues de hallar en las tablas el logaritmo de los guarismos que hu-

hubiesen quedado, bastaría añadir á la característica tantas unidades como ceros se hubiesen descartado.

547. Para sacar el logaritmo de un número que lleva decimales con los enteros, se buscará como si no hubiese coma alguna en el número propuesto, y despues de hallado dicho logaritmo, bien sea inmediatamente en las tablas, bien por el método que acabamos (546) de proponer, se le quitarán á la característica tantas unidades quantas decimales hubiere en el número propuesto. Porque quando se le considera al número como que no tiene ninguna coma, es lo mismo que hacerle 10, 100, 1000, &c. veces mayor de lo que es, y para dejarle su verdadero valor, es indispensable hacerle á su característica la rebaja correspondiente.

548. Finalmente, siempre que ocurra formar el logaritmo de un número decimal puro, se buscará este número en las tablas, como si fuera entero; se tomará el logaritmo que le correspondiere, se le restará de un número compuesto de tantas unidades quantas fueren las decimales del número propuesto cuyo logaritmo se buscare, dándola á la resta el signo —.

Por egemplo, para hallar el logaritmo de 0,03, buscaré el de 3, que es 0,477121; le restaré de 2 unidades, y dando á la resta el signo —, sacaré 1,522879, que es el logaritmo de 0,03. La razon de esta práctica es muy patente; porque 0,03 es lo propio que $\frac{3}{100}$, y para hallar el logaritmo de $\frac{3}{100}$ se ha de restar (542) el logaritmo de 3 del logaritmo de 100, dándole al residuo el signo —.

Co-

Como se hallan los números, cuyos logaritmos no están en las tablas.

549. Propongámonos primero hallar á qué número corresponde un logaritmo propuesto, ora pase los límites de las tablas, ora esté entre los logaritmos de dichas tablas.

Se le quitarán á la característica tantas unidades quantas fuere menester, para que se puedan hallar en las tablas los primeros guarismos del logaritmo propuesto mediante esta preparacion. Si todos los guarismos se hallaren entonces en las tablas, el número que estuviere enfrente será el número que se busca, bien que será preciso añadirle tantos ceros quantas unidades se le hubieren quitado á la característica (545).

Prácticando lo propuesto hallaríamos que el logaritmo 7,227115 corresponde despues de quitarle quatro unidades á la característica, al número 1687, de donde inferiríamos que 16870000 es el numero correspondiente al logaritmo propuesto.

Quando solo se hallaren en las tablas los primeros guarismos del logaritmo propuesto, despues de quitarle á su característica las unidades que fuere menester, se practicará lo que en el egemplo siguiente.

Hemos de averiguar á qué número corresponde el logaritmo 5,243266; para este fin quitarémos dos unidades á su característica, y hallarémos que el logaritmo 3,243266 que de aquí sale, está entre el logaritmo de 1750 y el logaritmo de 1751; por consiguiente el número al qual pertenece el logaritmo propuesto es 1750 y un quebrado.

Todo está, pues, en saber qual es este quebrado; para cuyo fin resto del logaritmo 3,243266 el logaritmo de 1750, y saco la diferencia 228.

Saco tambien la diferencia 248 que hay entre el logaritmo de 1751 y 1750, y por medio de las dos diferencias sacadas, hago la siguiente regla de tres:

Si 248 diferencia entre los logaritmos de 1751 y 1750,

dan una unidad de diferencia entre dichos dos números,

¿Qué diferencia dará entre los números la diferencia 228 que vá del logaritmo propuesto al logaritmo de 1750?

Sale el quarto término $\frac{228}{248}$, y por lo mismo infiero que el logaritmo 3,243266 corresponde al número 1750 $\frac{228}{248}$ con muy corta diferencia. Por consiguiente ya que el logaritmo propuesto corresponde á un número cien veces mayor (545), será el logaritmo de 175000 $\frac{22800}{248}$, ó de 175091 $\frac{29}{31}$, ó de 175091, 93, con reducir el quebrado á decimales.

Si el logaritmo propuesto estuviese en las tablas, no sería menester quitarla unidad alguna á la característica, y por lo mismo no habría que añadir cero alguno al fin de la operacion, egecutándola del mismo modo en quanto á todo lo demás.

550. Quando sea menester averiguar á qué quebrado corresponde un logaritmo negativo propuesto, se restará dicho logaritmo de 1, ó 2, ó 3, ó 4 &c. unidades segun fuere la estension de las tablas; y despues de hallado el número correspondiente al logaritmo que quedare, se separarán con una coma ácia la derecha, tantos guarismos quantas unidades hubiere en el número del qual se hubiese restado el logaritmo negativo propuesto.

Para averiguar, por egemplo, á qué quebrado corresponde el logaritmo — 1,532732, restaré 1,532732 de 4, y sacaré 2,467268, que en las tablas

blas está entre los logaritmos de 293 y 294. Por lo mismo inferiré que el quebrado que busco está entre 0,0293 y 0,0294, quiero decir, que es 0,0293 con diferencia de menos de una diezmilésima. Y de hecho, restar de 4 el logaritmo propuesto 1,532732, es (543) multiplicar 10000 por el quebrado al qual pertenece el mismo logaritmo propuesto, ó lo que es todo uno, es multiplicar este quebrado por 10000; luego el número que se halla es 10000 veces mayor; y por lo mismo se le debe contar por diez milésimas.

551. Cuestion I. *Hallar por logaritmos con diferencia de menos de una diezmilésima el cociente de* 17954 *dividido por* 12836.

Log. de 17954	4,254161
Log. de 12836	4,108430
Resta	0,145731

Buscando esta resta en las tablas con una característica 4 unidades mayor, corresponde á 13987; luego (545) el cociente que se pide es 1,3987.

552. Cuestion II. *Sacar por logaritmos la raiz cúbica de* 53 *con diferencia de menos de una milésima.*

El log. de 53 es	1,724276
Su tercio es	0,574759

Este último, dándole una característica 3 unidades mayor, corresponde en las tablas á 3756; luego (545) la raiz que se pide es 3,756.

553. Cuestion III. *Sacar con diferencia de menos de una centésima, la raiz quinta del cubo de* 5736.

Se triplicará el logaritmo 3,758609 de 5736, y será 11,275827 el logaritmo del cubo de 5736. El quinto de este último logaritmo que es 2,255165 es el logaritmo de la raiz quinta del cubo de 5736. Si añadimos dos unidades á la característica de dicho logaritmo para sacar centésimas, hallarémos que corresponde en las tablas á un número que está entre 17995 y 17996; por lo mismo la raiz que se pide es 179, 95 con diferencia de menos de una centésima.

554. Cuestion IV. *Hallar quatro medios geométricos proporcionales entre* $2\frac{2}{3}$ *y* $5\frac{3}{4}$.

Para hallar la razon de esta progresion habríamos de dividir (I.268) $5\frac{3}{4}$ por $2\frac{2}{3}$, y sacar la raiz quinta del cociente. Pero esta operacion es mucho mas facil por medio de los logaritmos.

Busco por las tablas el logaritmo de $5\frac{3}{4}$ ó $\frac{23}{4}$, que es 0,759668. Busco igualmente el logaritmo de $2\frac{2}{3}$, que es 0,425969. Resto este logaritmo (539) del primero, y saco 0,333699; tomo el quinto de este logaritmo, y sale 0,066740, que es el logaritmo de la razon de la espresada progresion. Con buscar este logaritmo en las tablas despues de darle una característica 4 unidades mayor para sacar quatro decimales, hallo que corresponde á 11661, con diferencia de menos de una unidad; luego la razon que busco es 1,1661, con diferencia de menos de una diezmilésima. Los medios proporcionales se hallarán multiplicándo el término $2\frac{2}{3}$ por 1,1661; el producto por 1,1661, y prosiguiendo á este tenor.

Pueden abreviarse estas operaciones por medio de los logaritmos, para lo qual se le añadirá succesivamente al logaritmo 0,425969 del primer término $2\frac{2}{3}$, el logaritmo 0,066740 de la razon, su duplo, su triplo, y su quádruplo; de suerte, que saldrán 0,492709; 0,559449; 0,626189; 0,692929, que son los logaritmos de los quatro medios proporcionales que se piden. Y si se buscan estos quatro logaritmos en las tablas con una característica 3 unidades mayor, se

se hallará que los quatro medios son 3,109; 3,626; 4,228; 4,931.

555. Cuestion V. *Dar á los logaritmos de los quebrados la misma forma que á los logaritmos de los números enteros.*

Para esto sirve el complemento arismético (I.784), y lo manifestarémos con un egemplo. Propongámonos hallar, por egemplo, el logaritmo de $\frac{3}{4}$. En vez de restar el logaritmo de 4 del logaritmo de 3, ó de restar el logaritmo de 3 del de 4 dando á la resta el signo — (542); al logaritmo de 3 añadirémos el complemento arismético del logaritmo de 4.

Log. de 3.....	0,477121
Compl. arism. del log. de 4.....	9,397940
Suma.....	9,875061

Esta suma es el logaritmo de $\frac{3}{4}$, cuya característica tiene 10 unidades mas que las que debiera (I.784). No es necesario rebajárselas ahora; esto se deja para despues de concluidas las operaciones donde se hiciere uso de este logaritmo.

La misma regla se aplica á los quebrados decimales; para hallar el logaritmo de 0,575 que es lo mismo que $\frac{575}{1000}$, al logaritmo de 575 se añadirá el complemento arismético del logaritmo de 1000.

556. Aunque se apele á los complementos arisméticos, en vez de hacer uso de los logaritmos negativos de los quebrados, no deja de hallarse con igual facilidad en las tablas el valor de dichos quebrados en partes decimales.

Una vez que se sabe que un logaritmo propuesto es ó contiene uno ó muchos complementos arisméticos, se sabe por lo mismo que su característica tiene tantas decenas de mas quantos complementos arisméticos entran en el logaritmo propuesto. Por consiguiente, si fuere mayor que este número de decenas, se rebajarán y se buscará á qué número corresponde dicho logaritmo, el qual corresponderá á un número entero ó á un número entero junto con un quebrado.

Pero si la característica fuere menor que el número de decenas que lleva de mas, el logaritmo corresponderá indefectiblemente á un quebrado que se determinará del modo siguiente. Se buscará por lo dicho (549) á qué número corresponde el logaritmo propuesto, y despues de hallado este número, se separarán con una coma tantas decenas de guarismos, empezando por la derecha, quantas decenas de mas llevare la característica.

Supongamos, por egemplo, que de resultas de una operacion, en la qual se hubiese hecho uso de un complemento arismético, encontrásemos el logaritmo 8,732235; echaríamos de ver que corresponde á un quebrado, porque su característica no llega á una decena. Buscarémos primero (549) á que número corresponde 8,732235, considerándole como logaritmo de número entero; hallarémos que corresponde á 539802500; despues de separados diez guarismos; queda 0,0539802500, valor muy aproximado del quebrado que corresponde al logaritmo propuesto.

Pero como pocas veces se necesita hallar estos quebrados con tanta escrupulosidad, se podrá abreviar la operacion disminuyendo sobre la marcha la característica del logaritmo propuesto quanto fuere menester para que se halle en las tablas; y despues de tomar el número correspondiente, se separarán tantos guarismos menos de los que manda la regla dada, quantas unidades se le hubieren quitado á la característica. Así, en el caso actual, se le quitarían á la característica cinco unidades, y despues de

de averiguado que el número correspondiente es 5398, se separarían cinco guarismos no mas, y saldría 0,05398.

557. En la formacion de las potencias deberá tenerse presente (537) que quando se multiplica el logaritmo por el número que espresa el grado de la potencia, tambien se multiplica el número que llevare de mas el logaritmo. Por lo que, si quando se forma un cubo, por egemplo, entrare un complemento arismético en el logaritmo propuesto; quiero decir, si la característica llevare 10 unidades mas de lo que corresponde, la característica del cubo llevará 30 unidades mas, y lo propio sucederá respectivamente en las demás potencias; será, pues, facil reducirla á su justo valor.

558. En la estraccion de las raices, para escusar equivocaciones, quando entraren complementos arisméticos en los logaritmos de que se hiciere uso, se la añadirán ó quitarán á la característica las decenas que fuere menester, á fin de que lo que llevare de mas, sea cabalmente de tantas decenas quantas unidades hubiere en el número que espresa el grado de la raiz; la característica será cabalmente 10 unidades mayor de lo que corresponde.

Supongamos, por egemplo, que se pida la raiz cúbica de $\frac{276}{547}$; al logaritmo de 276 añadirémos el complemento arismético del logaritmo de 547.

log. 276	2,440909
compl. arism. log. 547	7,262013
suma	9,702922
á cuya característica añado	20
	29,702922

á fin de que lleve 3 decenas de mas, y sale 29,

29,702922, cuyo tercio 9,900974 es el logaritmo de la raiz cúbica que se pide, cuya característica tiene diez unidades de mas. Practicando lo dicho poco ha, se hallará que la raiz cúbica que se busca es 0,7961 con diferencia de menos de una diezmilésima.

USOS DE LAS TABLAS DE LOS LOGARITMOS

DE LOS SENOS, COSENOS, TANGENTES, &c.

559. Los logaritmos que hay en estas tablas se llaman senos, cosenos, tangentes, &c. artificiales, para distinguirlos de los senos, cosenos, tangentes, &c. naturales que, segun queda dicho (I.777), son partes del radio.

La disposicion de nuestras tablas trigonométricas nos parece facil de entenderse. Por de contado en la primera y última columna de cada plana van señalados los grados y minutos, y en las quatro columnas del medio van apuntados los logaritmos de las lineas trigonométricas que les corresponden.

Como el complemento de un arco ó ángulo es lo que le falta ó sobra (I.370) para los 90°, y el seno, coseno, tangente, &c. de un arco es respectivamente el coseno, seno, cotangente, &c. de su complemento, síguese que si las quatro columnas del medio espresan los senos, cosenos, tangentes, &c. artificiales de los grados y minutos que hay en la primera columna de cada tabla, contándolos de arriba abajo, las mismas columnas espresarán los cosenos, senos, cotangentes, &c. de los grados y minutos de dichas primeras columnas, contándolos de aba-

abajo arriba. En la plana de mano izquierda donde van señalados en la parte superior de la margen 10°, con una *G* que significa grados y 100 debajo, se echa de ver que 10° 11′, por egemplo, son el complemento de 100° 11′, contando desde abajo arriba, pues 100° 11′ — 10° 11′ = 90°. Por consiguiente ya que el seno natural de 10° 11′ es el coseno de 100° 11′, el seno artificial del primer arco, y el coseno artificial del segundo serán un mismo número 9,247478 que está enfrente de 10° 11′ ó de 100° 11′. Por la misma regla se sacará que el seno artificial de 10° 14′ ó el coseno artificial de 100° 14′ es 9,249583, y no 9583; porque á estas tablas se aplica tambien la advertencia que hicimos (534) acerca de las tablas de los logaritmos de los números naturales.

560. Tambien sirven nuestras tablas para hallar las lineas trigonométricas artificiales de todos los arcos que pasan de 45°. Porque acerca de sus suplementos no puede haber la menor duda, una vez que por lo probado (I.735 y 736) el seno de un arco, su coseno, su tangente, &c. no se distinguen del seno, coseno, tangente, &c. de su suplemento.

Por lo que mira á los demás arcos, tampoco puede haber tropiezo alguno; porque si se me ofreciese averiguar el seno de 73° 20′, por egemplo, acudiría á la plana en cuya margen van señalados los 73°, contaría los minutos de abajo arriba hasta llegar á 20′, y hallaría que su seno es 9,981361, lo mismo que el coseno de 16° 40′, conforme debe ser, pues este último arco es el complemento de 73° 20′

561. Como hemos hecho uso de senos, tangentes, &c. naturales en algunos tratados de este Compendio, nos toca manifestar como se hallan estas lineas por medio de sus logaritmos.

Dejamos dicho (I.777) como los senos &c. artificiales se han calculado en el supuesto de ser 10000000000 las partes del radio, ó se han sacado por el logaritmo de este radio, cuya característica ha de ser 10 (I.270), y que los senos &c. naturales se han sacado en el supuesto de ser 100000 no mas las partes del mismo radio. Yá se vé que si se sacasen los senos &c. naturales en el primer supuesto, entrarian mas partes en cada uno que quando se calculan en el segundo, en la misma razon cabalmente que 10000000000 es mayor que 100000; porque quanto mayor sea el número de las partes del radio, tanto menores serán, y por consiguiente han de entrar mas en el valor del seno de un arco dado de círculo, cuyo radio sea el propuesto. De aquí es que los senos &c. naturales calculados en el segundo supuesto tienen menos guarismos que si se hubiesen calculado en el primero, y que por lo mismo la característica del logaritmo de un seno &c. natural es mucho mayor de lo que corresponde al número de las partes que entran en dicho seno natural.

Por consiguiente, quando se quiera sacar por medio de un seno &c. artificial el seno natural &c. correspondiente, se le quitarán á la característica del primero las unidades que sea menester para que con esta rebaja el seno &c. artificial dado se halle en la tabla de los logaritmos de los números naturales, y el número que le correspondiere será el seno &c. natural que se buscáre. Por egemplo, sabemos (I.731) que el seno de 30° es la mitad del radio. Por las tablas de los senos veo que log. sen 30° = 9,698970, quítole 6 unidades á la característica, y se queda el log. sen 30° en 3,698970; acudo á las tablas de los logaritmos de los números naturales, y hallo que el número es 5000, y esto dá á entender que este seno natural se sacó en el supuesto de ser 10000 no mas

mas las partes del radio. Este supuesto basta en muchos cálculos, y á veces no se la dán mas que 1000 partes al radio segun la importancia de la operacion. Se vé claramente que á este seno natural 5000 le faltan seis guarismos respecto de los que debería llevar de mas, por razon de la rebaja que se ha hecho á la característica del logaritmo (545), y son los mismos cabalmente que debería llevar si dicho seno natural se hubiese calculado en el supuesto de ser 10000000000 las partes del radio.

Si se ofreciera determinar el seno natural de 18° 6′, por egemplo, se rebajarian 6 unidades de la característica de su seno artificial 9,492308, y se quedaría en 3.492308. Buscando este logaritmo entre los de los números naturales, se hallaría que el seno natural de 18° 6′ está entre 3106 y 3107. Podrá ser si se quiere 3107, porque como los senos naturales son partes del radio espresadas en quebrados decimales suele el último guarismo tener una unidad de mas ó de menos, segun sea el valor del primer guarismo que se desecha (I.125).

562. Quando no piden las operaciones donde los senos &c. decimales hacen papel una suma escrupulosidad, suele suponerse que estas lineas se han calculado en el supuesto de ser menos las partes del radio, y entonces les tocan á los senos &c. naturales menos partes. Supongamos, por egemplo, que no son mas que 1000 las partes del radio, conforme lo hemos supuesto en varios cálculos que se han egecutado en este Compendio; en este supuesto no le tocarán mas que tres guarismos al seno &c. natural. Así lo supusimos con efecto quando digimos (II.773) que el ángulo cuya tangente es la tercera parte del radio es de 18° 27′. Porque el tercio de 1000 es 333, el log. tang 18° 27′ = 9,523259, quitándole seis unidades á la característica, corresponde en la ta-

tabla de los logaritmos de los números naturales entre 3336 y 3337; pero como bastan los tres primeros guarismos, una vez que el radio se supone de 1000 partes no mas, queda probado lo que digimos.

Tambien digimos (II. 472) que sen 31° 15′ = 5188, y tambien se hace patente por las tablas. Porque log. sen 31° 15′ = 9,714978; rebajando 6 unidades de la característica, se queda en 3,714978, que en las tablas de los logaritmos de los números naturales corresponde entre 5187 y 5188.

Ultimamente, digimos allí mismo que sen 53° 35′ = 8047, tambien lo probarémos por las tablas, considerando que sen 53° 35′ = cos 36° 25′. En las tablas se halla que log. cos 36° 25′ = 9,905645, quítole 6 unidades á la característica, busco el logaritmo residuo 3,905645 en la tabla de los logaritmos de los números naturales, y hallo que corresponde entre 8047 y 8048.

563. Ahora nos falta declarar como se halla el logaritmo del seno de un arco de un número determinado de grados, minutos y segundos. Para este fin se tomará en las tablas el logaritmo del seno del número de los grados y minutos; tambien se sacará la diferencia de los dos logaritmos inmediatos, y se hará esta proporcion: 60″ *son al número de segundos propuesto, como la diferencia de los logaritmos es á un quarto término que se añadirá al logaritmo del seno de los grados y minutos.*

Si al contrario, tuviéramos un logaritmo de seno que no correspondiera á un número cabal de grados y minutos, para hallar los segundos se haría esta proporcion: *la diferencia de los dos logaritmos entre los quales está el logaritmo propuesto, es á la diferencia que vá del mismo logaritmo al menor de los dos logaritmos de las tablas, entre los quales está, como 60″ son á un quarto término*, que espresará el nú-

número de segundos que se le deberán añadir al arco correspondiente al logaritmo de las tablas inmediatamente menor que el propuesto.

Si hubiéramos de averiguar de quántos grados, minutos y segundos es el arco de cuyo seno el logaritmo es 9,203277, buscaríamos primero entre qué logaritmo está en las tablas de los senos; y viendo que está entre log. sen 9° 11′ y log. sen 9° 12′, de cuyos logaritmos la diferencia es 780, siendo 260 la que hay entre el logaritmo propuesto y el logaritmo de sen 9° 11′, inferiríamos que 780, 260, y 60″ son los tres primeros términos de la proporcion que nos tocará hacer; y por ser 20 el quarto término, sería señal de que el logaritmo propuesto corresponde á un arco de 9° 11′ 20″.

Pero esta regla no se puede practicar quando el arco no llega á 3°, y se debe practicar lo siguiente. Supongamos que se nos pida el seno de 1° 55′ 48″, haremos esta proporcion 1° 55′ : 1° 55′ 48″ :: *el seno de* 1° 55′ *es á un quarto término*, que (por ser los arcos pequeños proporcionales á sus senos) será sin diferencia reparable el seno de 1° 55′ 48″. Este cálculo será menos trabajoso si se reducen primero á segundos los dos primeros términos, y se toma en las tablas el logaritmo del seno de 1° 55′, que es el tercer término; se le añadirá el logaritmo del número que espresáre quantos segundos hay en 1° 55′ 48″, y restando de la suma el logaritmo del número que espresáre quantos segundos hay en 1° 55′, será la resta el logaritmo (540) del quarto término, esto es, el que se busca.

Recíprocamente, para hallar el número de grados, minutos y segundos de un arco que no llegue á 3° y cuyo seno es conocido, se buscará desde luego en las tablas quál es el número de grados y minutos; despues se hará esta proporcion: *el seno del número de grados y minutos hallados es al seno propuesto, como el mismo número de grados y minutos, convertidos en segundos, es al número total de segundos del arco que se busca.* Haciendo la operacion por logaritmos, se tomará la diferencia entre el logaritmo del seno propuesto, y el logaritmo del seno del número de grados y minutos inmediatamente menor, y se añadirá dicho logaritmo al logaritmo del espresado número de grados y minutos convertidos en segundos; la suma será el logaritmo del número de segundos que vale el arco que se busca. Supongamos que encontremos en algun cálculo el logaritmo 8,623342 del seno de un arco; hallamos en las tablas que el número de grados y minutos que mas se le acerca es 2° 24′, y que la diferencia entre el logaritmo del seno propuesto, y el logaritmo del seno del último arco, es 0,001380. Sumarémos esta diferencia con 3,936514 logaritmo de 2° 24′ convertidos en segundos; la suma 3,937894 corresponde en las tablas de los logaritmos de los números naturales á 8667, que espresa el número de segundos del arco que se busca, que por lo mismo es de 2° 24′ 27″.

564. Por lo que mira á los logaritmos de las tangentes, se practicarán las mismas reglas mudando el nombre del seno en el de tangente; solo se exceptúan los arcos que están entre 87° y 90°, respecto de los quales se practicará lo siguiente. Se calculará el logaritmo de la tangente del complemento por la regla que acabamos de dar para las tangentes, y réstese el logaritmo del duplo del logaritmo del radio. Porque la tangente es, segun se puede inferir de lo demostrado (I.739), el quarto término de una proporcion, cuyos tres primeros son la cotangente, el radio y el radio. Si al contrario fuese dado el logaritmo de la tangente de un arco, que se hallára entre 87° y 90°, y llevára segundos, se restaría dicho

cho logaritmo del duplo del logaritmo del radio, y saldría la tangente del complemento, que por estar precisamente entre 0° y 3° se determinaría facilmente en virtud de lo dicho poco antes; y con tomar el complemento del arco hallado por este camino, se sacaría el arco que se busca.

TA-

TABLA
DE LOS LOGARITMOS
DE LOS NUMEROS NATURALES
DESDE 1 *HASTA* 10000.

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
1	0.000000	31	1.491362	61	1.785330
2	0.301030	32	1.505150	62	1.792392
3	0.477121	33	1.518514	63	1.799341
4	0.602060	34	1.531479	64	1.806180
5	0.698970	35	1.544068	65	1.812913
6	0.778151	36	1.556303	66	1.819544
7	0.845098	37	1.568202	67	1.826075
8	0.903090	38	1.579784	68	1.832509
9	0.954243	39	1.591065	69	1.838849
10	1.000000	40	1.602060	70	1.845098
11	1.041393	41	1.612784	71	1.851258
12	1.079181	42	1.623249	72	1.857332
13	1.113943	43	1.633468	73	1.863323
14	1.146128	44	1.643453	74	1.869232
15	1.176091	45	1.653213	75	1.875061
16	1.204120	46	1.662758	76	1.880814
17	1.230449	47	1.672098	77	1.886491
18	1.255273	48	1.681241	78	1.892095
19	1.278754	49	1.690196	79	1.897627
20	1.301030	50	1.698970	80	1.903090
21	1.322219	51	1.707570	81	1.908485
22	1.342423	52	1.716003	82	1.913814
23	1.361728	53	1.724276	83	1.919078
24	1.380211	54	1.732394	84	1.924279
25	1.397940	55	1.740363	85	1.929419
26	1.414973	56	1.748188	86	1.934498
27	1.431364	57	1.755875	87	1.939519
28	1.447158	58	1.763428	88	1.944483
29	1.462398	59	1.770852	89	1.949390
30	1.477121	60	1.778151	90	1.954243

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
91	1.959041	121	2.082785	151	2.178977
92	1.963788	122	6360	152	2.181844
93	1.968483	123	9905	153	4691
94	1.973128	124	2.093422	154	7521
95	1.977724	125	6910	155	2.190332
96	1.982271	126	2.100371	156	3125
97	1.986772	127	3804	157	5900
98	1.991226	128	7210	158	8657
99	1.995635	129	2.110590	159	2.201397
100	2.000000	130	3943	160	4120
101	2.004321	131	7271	161	6826
102	8600	132	2.120574	162	9515
103	2.012837	133	3852	163	2.212188
104	7033	134	7105	164	4844
105	2.021189	135	2.130334	165	7484
106	5300	136	3539	166	2.220108
107	9384	137	6721	167	2716
108	2.033424	138	9879	168	5309
109	7426	139	2.143015	169	7887
110	2.041393	140	6128	170	2.230449
111	5323	141	9219	171	2996
112	9218	142	2.152288	172	5528
113	2.053078	143	5336	173	8046
114	6905	144	8362	174	2.240549
115	2.060698	145	2.161368	175	3038
116	4458	146	4353	176	5513
117	8186	147	7317	177	7973
118	2.071882	148	2.170262	178	2.250420
119	5547	149	3186	179	2853
120	9181	150	6091	180	5273

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
181	2.257679	211	2.324282	241	2.382017
182	2.260071	212	6336	242	3815
183	2451	213	8380	243	5606
184	4818	214	2.330414	244	7390
185	7172	215	2438	245	9166
186	9513	216	4454	246	2.390935
187	2.271842	217	6460	247	2697
188	4158	218	8456	248	4452
189	6462	219	2.340444	249	6199
190	8754	220	2423	250	7940
191	2.281033	221	4392	251	9674
192	3301	222	6353	252	2.401400
193	5557	223	8305	253	3121
194	7802	224	2.350248	254	4834
195	2.290035	225	2183	255	6540
196	2256	226	4108	256	8240
197	4466	227	6026	257	9933
198	6665	228	7935	258	2.411620
199	8853	229	9835	259	3300
200	2.301030	230	2.361728	260	4973
201	3196	231	3612	261	6641
202	5351	232	5488	262	8301
203	7496	233	7356	263	9956
204	9630	234	9216	264	2.421604
205	2.311754	235	2.371068	265	3246
206	3867	236	2912	266	4882
207	5970	237	4748	267	6511
208	8063	238	6577	268	8135
209	2.320146	239	8398	269	9752
210	2219	240	2.380211	270	2.431364

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
271	2.432969	301	2.478566	331	2.519828
272	4569	302	2.480007	332	2.521138
273	6163	303	1443	333	2444
274	7751	304	2874	334	3746
275	9333	305	4300	335	5045
276	2.440909	306	5721	336	6339
277	2480	307	7138	337	7630
278	4045	308	8551	338	8917
279	5604	309	9958	339	2.530200
280	7158	310	2.491362	340	1479
281	8706	311	2760	341	2754
282	2.450249	312	4155	342	4026
283	1786	313	5544	343	5294
284	3318	314	6930	344	6558
285	4845	315	8311	345	7819
286	6366	316	9687	346	9076
287	7882	317	2.501059	347	2.540329
288	9392	318	2427	348	1579
289	2.460898	319	3791	349	2825
290	2398	320	5150	350	4068
291	3893	321	6505	351	2.545307
292	5383	322	7856	352	6543
293	6868	323	9203	353	7775
294	8347	324	2.510545	354	9003
295	9822	325	1883	355	2.550228
296	2.471292	326	3218	356	1450
297	2756	327	4548	357	2668
298	4216	328	5874	358	3883
299	5671	329	7196	359	5094
300	7121	330	8514	360	6303

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
361	2.557507	391	2.592177	421	2.624282
362	8709	392	3286	422	5312
363	9907	393	4393	423	6340
364	2.561101	394	5496	424	7366
365	2293	395	6597	425	8389
366	3481	396	2.597695	426	9410
367	4666	397	8791	427	2.630428
368	5848	398	9883	428	1444
369	7026	399	2.600973	429	2457
370	8202	400	2060	430	3468
371	9374	401	3144	431	2.634477
372	2.570543	402	4226	432	5484
373	1709	403	5305	433	6488
374	2872	404	6381	434	7490
375	4031	405	7455	435	8489
376	2.575188	406	8526	436	9486
377	6341	407	9594	437	2.640481
378	7492	408	2.610660	438	1474
379	8639	409	1723	439	2465
380	9784	410	2784	440	3453
381	2.580925	411	2.613842	441	4439
382	2063	412	4897	442	5422
383	3199	413	5950	443	6404
384	4331	414	7000	444	7383
385	5461	415	8048	445	8360
386	2.586587	416	9093	446	9335
387	7711	417	2.620136	447	2.650307
388	8832	418	1176	448	1278
389	9950	419	2214	449	2246
390	2.591065	420	3249	450	3213

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
451	2.654176	481	2.682145	511	2.708421
452	5138	482	3047	512	9270
453	6098	483	3947	513	2.710117
454	7056	484	4845	514	0963
455	8011	485	5742	515	1807
456	8965	486	2.686636	516	2.712650
457	9916	487	7529	517	3491
458	2.660865	488	8420	518	4330
459	1813	489	9309	519	5167
460	2758	490	2.690196	520	6003
461	3701	491	1081	521	2.716838
462	4642	492	1965	522	7671
463	5581	493	2847	523	8502
464	6518	494	3727	524	9331
465	7453	495	4605	525	2.720159
466	8386	496	2.695482	526	0986
467	9317	497	6356	527	1811
468	2.670246	498	7229	528	2634
469	1173	499	8101	529	3456
470	2098	500	8970	530	4276
471	2.673021	501	9838	531	2.725094
472	3942	502	2.700704	532	5912
473	4861	503	1568	533	6727
474	5778	504	2431	534	7541
475	6694	505	3291	535	8354
476	2.677607	506	4151	536	2.729165
477	8518	507	5008	537	9974
478	9428	508	5864	538	2.730782
479	2.680336	509	6718	539	1589
480	1241	510	7570	540	2394

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
541	2.733197	571	2.756636	601	2.778874
542	3999	572	7396	602	9596
543	4800	573	8155	603	2.780317
544	5599	574	8912	604	1037
545	6397	575	9668	605	1755
546	2.737193	576	2.760422	606	2.782473
547	7987	577	1176	607	3189
548	8781	578	1928	608	3904
549	9572	579	2679	609	4617
550	2.740363	580	3428	610	5330
551	1152	581	2.764176	611	2.786041
552	1939	582	4923	612	6751
553	2725	583	5669	613	7460
554	3510	584	6413	614	8168
555	4293	585	7156	615	8875
556	2.745075	586	2.767898	616	9581
557	5855	587	8638	617	2.790285
558	6634	588	9377	618	0988
559	7412	589	2.770115	619	1691
560	8188	590	0852	620	2392
561	8963	591	1587	621	2.793092
562	9736	592	2322	622	3790
563	2.750508	593	3055	623	4488
564	1279	594	3786	624	5185
565	2048	595	4517	625	5880
566	2.752816	596	2.775246	626	2.796574
567	3583	597	5974	627	7268
568	4348	598	6701	628	7960
569	5112	599	7427	629	8651
570	5875	600	8151	630	9341

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
631	2.800029	661	2.820201	691	2.839478
632	0717	662	0858	692	2.840106
633	1404	663	1514	693	0733
634	2089	664	2168	694	1359
635	2774	665	2822	695	1985
636	2.803457	666	2.823474	696	2.842609
637	4139	667	4126	697	3233
638	4821	668	4776	698	3855
639	5501	669	5426	699	4477
640	6180	670	6075	700	5098
641	2.806858	671	2.826723	701	2.845718
642	7535	672	7369	702	6337
643	8211	673	8015	703	6955
644	8886	674	8660	704	7573
645	9560	675	9304	705	8189
646	2.810232	676	9947	706	8805
647	0904	677	2.830589	707	9419
648	1575	678	1230	708	2.850033
649	2245	679	1870	709	0646
650	2913	680	2509	710	1258
651	2.813581	681	2.833147	711	2.851870
652	4248	682	3784	712	2480
653	4913	683	4421	713	3090
654	5578	684	5056	714	3698
655	6241	685	5691	715	4306
656	2.816904	686	2.836324	716	2.854913
657	7565	687	6957	717	5519
658	8226	688	7588	718	6124
659	8885	689	8219	719	6729
660	9544	690	8849	720	7332

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
721	2.857935	751	2.875640	781	2.892651
722	8537	752	6218	782	3207
723	9138	753	6795	783	3762
724	9739	754	7371	784	4316
725	2.860338	755	7947	785	4870
726	0937	756	2.878522	786	2.895423
727	1534	757	9096	787	5975
728	2131	758	9669	788	6526
729	2728	759	2.880242	789	7077
730	3323	760	0814	790	7627
731	2.863917	761	1385	791	2.898176
732	4511	762	1955	792	8725
733	5104	763	2525	793	9273
734	5696	764	3093	794	9821
735	6287	765	3661	795	2.900367
736	2.866878	766	2.884229	796	0913
737	7467	767	4795	797	1458
738	8056	768	5361	798	2003
739	8644	769	5926	799	2547
740	9232	770	6491	800	3090
741	9818	771	2.887054	801	2.903633
742	2.870404	772	7617	802	4174
743	0989	773	8179	803	4716
744	1573	774	8741	804	5256
745	2156	775	9302	805	5796
746	2.872739	776	9862	806	2.906335
747	3321	777	2.890421	807	6874
748	3902	778	0980	808	7411
749	4482	779	1537	809	7949
750	5061	780	2095	810	8485

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
811	2.909021	841	2.924796	871	2.940018
812	9556	842	5312	872	0516
813	2.910091	843	5828	873	1014
814	0624	844	6342	874	1511
815	1158	845	6857	875	2008
816	2.911690	846	2.927370	876	2.942504
817	2222	847	7883	877	3000
818	2753	848	8396	878	3495
819	3284	849	8908	879	3989
820	3814	850	9419	880	4483
821	2.914343	851	9930	881	2.944976
822	4872	852	2.930440	882	5469
823	5400	853	0949	883	5961
824	5927	854	1458	884	6452
825	6454	855	1966	885	6943
826	2.916980	856	2.932474	886	2.947434
827	7506	857	2981	887	7924
828	8030	858	3487	888	8413
829	8555	859	3993	889	8902
830	9078	860	4498	890	9390
831	9601	861	2.935003	891	9878
832	2.920123	862	5507	892	2.950365
833	0645	863	6011	893	0851
834	1166	864	6514	894	1338
835	1686	865	7016	895	1823
836	2.922206	866	2.937518	896	2.952308
837	2725	867	8019	897	2792
838	3244	868	8520	898	3276
839	3762	869	9020	899	3760
840	4279	870	9519	900	4243

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
901	2.954725	931	2.968950	961	2.982723
902	5207	932	9416	962	3175
903	5688	933	9882	963	3626
904	6168	934	2.970347	964	4077
905	6649	935	0812	965	4527
906	2.957128	936	2.971276	966	2.984977
907	7607	937	1740	967	5426
908	8086	938	2203	968	5875
909	8564	939	2666	969	6324
910	9041	940	3128	970	6772
911	9518	941	2.973590	971	2.987219
912	9995	942	4051	972	7666
913	2.960471	943	4512	973	8113
914	0946	944	4972	974	8559
915	1421	945	5432	975	9005
916	2.961895	946	2.975891	976	9450
917	2369	947	6350	977	9895
918	2843	948	6808	978	2.990339
919	3316	949	7266	979	0783
920	3788	950	7724	980	1226
921	2.964260	951	2.978181	981	2.991669
922	4731	952	8637	982	2111
923	5202	953	9093	983	2554
924	5672	954	9548	984	2995
925	6142	955	2.980003	985	3436
926	2.966611	956	0458	986	2.993877
927	7080	957	0912	987	4317
928	7548	958	1366	988	4757
929	8016	959	1819	989	5196
930	8483	960	2271	990	5635

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
991	2.996074	1021	3.009026	1051	3.021603
992	6512	1022	451	1052	3.022016
993	6949	1023	876	1053	428
994	7386	1024	3.010300	1054	841
995	7823	1025	724	1055	3.023252
996	2.998259	1026	3.011147	1056	664
997	8695	1027	570	1057	3.024075
998	9131	1028	993	1058	486
999	9565	1029	3.012415	1059	896
1000	3.000000	1030	837	1060	3.025306
1001	3.000434	1031	3.013259	1061	715
1002	868	1032	680	1062	3.026125
1003	3.001301	1033	3.014100	1063	533
1004	734	1034	521	1064	942
1005	3.002166	1035	940	1065	3.027350
1006	598	1036	3.015360	1066	757
1007	3.003029	1037	779	1067	3.028164
1008	461	1038	3.016197	1068	571
1009	891	1039	616	1069	978
1010	3.004321	1040	3.017033	1070	3.029384
1011	751	1041	451	1071	789
1012	3.005181	1042	868	1072	3.030195
1013	609	1043	3.018284	1073	600
1014	3.006038	1044	700	1074	3.031004
1015	466	1045	3.019116	1075	408
1016	894	1046	532	1076	812
1017	3.007321	1047	947	1077	3.032216
1018	748	1048	3.020361	1078	619
1019	3.008174	1049	775	1079	3.033021
1020	600	1050	3.021189	1080	424

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
1081	3.033826	1111	3.045714	1141	3.057286
1082	3.034227	1112	3.046105	1142	666
1083	628	1113	495	1143	3.058046
1084	3.035029	1114	885	1144	426
1085	430	1115	3.047275	1145	805
1086	830	1116	664	1146	3.059185
1087	3.036229	1117	3.048053	1147	563
1088	629	1118	442	1148	942
1089	3.037028	1119	830	1149	3.060320
1090	426	1120	3.049218	1150	698
1091	825	1121	606	1151	3.061075
1092	3.038223	1122	993	1152	452
1093	620	1123	3.050380	1153	829
1094	3.039017	1124	766	1154	3.062206
1095	414	1125	3.051153	1155	582
1096	811	1126	538	1156	958
1097	3.040207	1127	924	1157	3.063333
1098	602	1128	3.052309	1158	709
1099	998	1129	694	1159	3.064083
1100	3.041393	1130	3.053078	1160	458
1101	787	1131	463	1161	832
1102	3.042182	1132	846	1162	3.065206
1103	576	1133	3.054230	1163	580
1104	969	1134	613	1164	953
1105	3.043362	1135	996	1165	3.066326
1106	755	1136	3.055378	1166	699
1107	3.044148	1137	760	1167	3.067071
1108	540	1138	3.056142	1168	443
1109	932	1139	524	1169	815
1110	3.045323	1140	905	1170	3.068186

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
1171	3.068557	1201	3.079543	1231	3.090258
1172	928	1202	904	1232	611
1173	3.069298	1203	3.080266	1233	963
1174	668	1204	626	1234	3.091315
1175	3.070038	1205	987	1235	667
1176	407	1206	3.081347	1236	3.092018
1177	776	1207	707	1237	370
1178	3.071145	1208	3.082067	1238	721
1179	514	1209	426	1239	3.093071
1180	882	1210	785	1240	422
1181	3.072250	1211	3.083144	1241	772
1182	617	1212	503	1242	3.094122
1183	985	1213	861	1243	471
1184	3.073352	1214	3.084219	1244	820
1185	718	1215	576	1245	3.095169
1186	3.074085	1216	934	1246	518
1187	451	1217	3.085291	1247	866
1188	816	1218	647	1248	3.096215
1189	3.075182	1219	3.086004	1249	562
1190	547	1220	360	1250	910
1191	912	1221	716	1251	3.097257
1192	3.076276	1222	3.087071	1252	604
1193	640	1223	426	1253	951
1194	3.077004	1224	781	1254	3.098298
1195	368	1225	3.088136	1255	644
1196	731	1226	490	1256	990
1197	3.078094	1227	845	1257	3.099335
1198	457	1228	3.089198	1258	681
1199	819	1229	552	1259	3.100026
1200	3.079181	1230	905	1260	371

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
1261	3.100715	1291	3.110926	1321	3.120903
1262	3.101059	1292	3.111263	1322	3.121231
1263	403	1293	599	1323	560
1264	747	1294	934	1324	888
1265	3.102091	1295	3.112270	1325	3.122216
1266	434	1296	605	1326	544
1267	777	1297	940	1327	871
1268	3.103119	1298	3.113275	1328	3.123198
1269	462	1299	609	1329	525
1270	804	1300	943	1330	852
1271	3.104146	1301	3.114277	1331	3.124178
1272	487	1302	611	1332	504
1273	828	1303	944	1333	830
1274	3.105169	1304	3.115278	1334	3.125156
1275	510	1305	611	1335	481
1276	851	1306	943	1336	806
1277	3.106191	1307	3.116276	1337	3.126131
1278	531	1308	608	1338	456
1279	871	1309	940	1339	781
1280	3.107210	1310	3.117271	1340	3.127105
1281	549	1311	603	1341	429
1282	888	1312	934	1342	753
1283	3.108227	1313	3.118265	1343	3.128076
1284	565	1314	595	1344	399
1285	903	1315	926	1345	722
1286	3.109241	1316	3.119256	1346	3.129045
1287	579	1317	586	1347	368
1288	916	1318	915	1348	690
1289	3.110253	1319	3.120245	1349	3.130012
1290	590	1320	574	1350	334

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
1351	3.130655	1381	3.140194	1411	3.149527
1352	977	1382	508	1412	835
1353	3.131298	1383	822	1413	3.150142
1354	619	1384	3.141136	1414	449
1355	939	1385	450	1415	756
1356	3.132260	1386	763	1416	3.151063
1357	580	1387	3.142076	1417	370
1358	900	1388	389	1418	676
1359	3.133219	1389	702	1419	982
1360	539	1390	3.143015	1420	3.152288
1361	858	1391	327	1421	594
1362	3.134177	1392	639	1422	900
1363	496	1393	951	1423	3.153205
1364	814	1394	3.144263	1424	510
1365	3.135133	1395	574	1425	815
1366	451	1396	885	1426	3.154120
1367	769	1397	3.145196	1427	424
1368	3.136086	1398	507	1428	728
1369	403	1399	818	1429	3.155032
1370	721	1400	3.146128	1430	336
1371	3.137037	1401	438	1431	640
1372	354	1402	748	1432	943
1373	671	1403	3.147058	1433	3.156246
1374	987	1404	367	1434	549
1375	3.138303	1405	676	1435	852
1376	618	1406	985	1436	3.157154
1377	934	1407	3.148294	1437	457
1378	3.139249	1408	603	1438	759
1379	564	1409	911	1439	3.158061
1380	879	1410	3.149219	1440	362

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
1441	3.158664	1471	3.167613	1501	3.176381
1442	965	1472	908	1502	670
1443	3.159266	1473	3.168203	1503	959
1444	567	1474	497	1504	3.177248
1445	868	1475	792	1505	536
1446	3.160168	1476	3.169086	1506	825
1447	468	1477	380	1507	3.178113
1448	769	1478	674	1508	401
1449	3.161068	1479	968	1509	689
1450	368	1480	3.170262	1510	977
1451	667	1481	555	1511	3.179264
1452	967	1482	848	1512	552
1453	3.162266	1483	3.171141	1513	839
1454	564	1484	434	1514	3.180126
1455	863	1485	726	1515	413
1456	3.163161	1486	3.172019	1516	699
1457	460	1487	311	1517	986
1458	758	1488	603	1518	3.181272
1459	3.164055	1489	895	1519	558
1460	353	1490	3.173186	1520	844
1461	650	1491	478	1521	3.182129
1462	947	1492	769	1522	415
1463	3.165244	1493	3.174060	1523	700
1464	541	1494	351	1524	985
1465	838	1495	641	1525	3.183270
1466	3.166134	1496	932	1526	555
1467	430	1497	3.175222	1527	839
1468	726	1498	512	1528	3.184123
1469	3.167022	1499	802	1529	407
1470	317	1500	3.176091	1530	691

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
1531	3.184975	1561	3.193403	1591	3.201670
1532	3.185259	1562	681	1592	943
1533	542	1563	959	1593	3.202216
1534	825	1564	3.194237	1594	488
1535	3.186108	1565	514	1595	761
1536	391	1566	792	1596	3.203033
1537	674	1567	3.195069	1597	305
1538	956	1568	346	1598	577
1539	3.187239	1569	623	1599	848
1540	521	1570	900	1600	3.204120
1541	803	1571	3.196176	1601	391
1542	3.188084	1572	453	1602	663
1543	366	1573	729	1603	934
1544	647	1574	3.197005	1604	3.205204
1545	928	1575	281	1605	475
1546	3.189209	1576	556	1606	746
1547	490	1577	832	1607	3.206016
1548	771	1578	3.198107	1608	286
1549	3.190051	1579	382	1609	556
1550	332	1580	657	1610	826
1551	612	1581	932	1611	3.207096
1552	892	1582	3.199206	1612	365
1553	3.191171	1583	481	1613	634
1554	451	1584	755	1614	904
1555	730	1585	3.200029	1615	3.208173
1556	3.192010	1586	303	1616	441
1557	289	1587	577	1617	710
1558	567	1588	850	1618	979
1559	846	1589	3.201124	1619	3.209247
1560	3.193125	1590	397	1620	515

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
1621	3.209783	1651	3.217747	1681	3.225568
1622	3.210051	1652	3.218010	1682	826
1623	319	1653	273	1683	3.226084
1624	586	1654	536	1684	342
1625	853	1655	798	1685	600
1626	3.211121	1656	3.219060	1686	858
1627	388	1657	323	1687	3.227115
1628	654	1658	585	1688	372
1629	921	1659	846	1689	630
1630	3.212188	1660	3.220108	1690	887
1631	454	1661	370	1691	3.228144
1632	720	1662	631	1692	400
1633	986	1663	892	1693	657
1634	3.213252	1664	3.221153	1694	913
1635	518	1665	414	1695	3.229170
1636	783	1666	675	1696	426
1637	3.214049	1667	936	1697	682
1638	314	1668	3.222196	1698	938
1639	579	1669	456	1699	3.230193
1640	844	1670	716	1700	449
1641	3.215109	1671	976	1701	704
1642	373	1672	3.223236	1702	960
1643	638	1673	496	1703	3.231215
1644	902	1674	755	1704	470
1645	3.216166	1675	3.224015	1705	724
1646	430	1676	274	1706	979
1647	694	1677	533	1707	3.232234
1648	957	1678	792	1708	488
1649	3.217221	1679	3.225051	1709	742
1650	484	1680	309	1710	996

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
1711	3.233250	1741	3.240799	1771	3.248219
1712	504	1742	3.241048	1772	464
1713	757	1743	297	1773	709
1714	3.234011	1744	546	1774	954
1715	264	1745	795	1775	3.249198
1716	517	1746	3.242044	1776	443
1717	770	1747	293	1777	687
1718	3.235023	1748	541	1778	932
1719	276	1749	790	1779	3.250176
1720	528	1750	3.243038	1780	420
1721	781	1751	286	1781	664
1722	3.236033	1752	534	1782	908
1723	285	1753	782	1783	3.251151
1724	537	1754	3.244030	1784	395
1725	789	1755	277	1785	638
1726	3.237041	1756	524	1786	881
1727	292	1757	772	1787	3.252125
1728	544	1758	3.245019	1788	368
1729	795	1759	266	1789	610
1730	3.238046	1760	513	1790	853
1731	297	1761	759	1791	3.253096
1732	548	1762	3.246006	1792	338
1733	799	1763	252	1793	580
1734	3.239049	1764	499	1794	822
1735	299	1765	745	1795	3.254064
1736	550	1766	991	1796	306
1737	800	1767	3.247237	1797	548
1738	3.240050	1768	482	1798	790
1739	300	1769	728	1799	3.255031
1740	549	1770	973	1800	273

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
1801	3.255514	1831	3.262688	1861	3.269746
1802	755	1832	925	1862	980
1803	996	1833	3.263162	1863	3.270213
1804	3.256236	1834	399	1864	446
1805	477	1835	636	1865	679
1806	718	1836	873	1866	912
1807	958	1837	3.264109	1867	3.271144
1808	3.257198	1838	346	1868	377
1809	439	1839	582	1869	609
1810	679	1840	818	1870	842
1811	918	1841	3.265054	1871	3.272074
1812	3.258158	1842	290	1872	306
1813	398	1843	525	1873	538
1814	637	1844	761	1874	770
1815	877	1845	996	1875	3.273001
1816	3.259116	1846	3.266232	1876	233
1817	355	1847	467	1877	464
1818	594	1848	702	1878	696
1819	833	1849	937	1879	927
1820	3.260071	1850	3.267172	1880	3.274158
1821	310	1851	406	1881	389
1822	548	1852	641	1882	620
1823	787	1853	875	1883	850
1824	3.261025	1854	3.268110	1884	3.275081
1825	263	1855	344	1885	311
1826	501	1856	578	1886	542
1827	739	1857	812	1887	772
1828	976	1858	3.269046	1888	3.276002
1829	3.262214	1859	279	1889	232
1830	451	1860	513	1890	462

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
1891	3.276692	1921	3.283527	1951	3.290257
1892	921	1922	753	1952	480
1893	3.277151	1923	979	1953	702
1894	380	1924	3.284205	1954	925
1895	609	1925	431	1955	3.291147
1896	838	1926	656	1956	369
1897	3.278067	1927	882	1957	591
1898	296	1928	3.285107	1958	813
1899	525	1929	332	1959	3.292034
1900	754	1930	557	1960	256
1901	982	1931	782	1961	478
1902	3.279211	1932	3.286007	1962	699
1903	439	1933	232	1963	920
1904	667	1934	456	1964	3.293141
1905	895	1935	681	1965	363
1906	3.280123	1936	905	1966	584
1907	351	1937	3.287130	1967	804
1908	578	1938	354	1968	3.294025
1909	806	1939	578	1969	246
1910	3.281033	1940	802	1970	466
1911	261	1941	3.288026	1971	687
1912	488	1942	249	1972	907
1913	715	1943	473	1973	3.295127
1914	942	1944	696	1974	347
1915	3.282169	1945	920	1975	567
1916	396	1946	3.289143	1976	787
1917	622	1947	366	1977	3.296007
1918	849	1948	589	1978	226
1919	3.283075	1949	812	1979	446
1920	301	1950	3.290035	1980	665

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
1981	3.296884	2011	3.303412	2041	3.309843
1982	3.297104	2012	628	2042	3.310056
1983	323	2013	844	2043	268
1984	542	2014	3.304059	2044	481
1985	761	2015	275	2045	693
1986	979	2016	491	2046	906
1987	3.298198	2017	706	2047	3.311118
1988	416	2018	921	2048	330
1989	635	2019	3.305136	2049	542
1990	853	2020	351	2050	754
1991	3.299071	2021	566	2051	966
1992	289	2022	781	2052	3.312177
1993	507	2023	996	2053	389
1994	725	2024	3.306211	2054	600
1995	943	2025	425	2055	812
1996	3.300161	2026	639	2056	3.313023
1997	378	2027	854	2057	234
1998	595	2028	3.307068	2058	445
1999	813	2029	282	2059	656
2000	3.301030	2030	496	2060	867
2001	247	2031	710	2061	3.314078
2002	464	2032	924	2062	289
2003	681	2033	3.308137	2063	499
2004	898	2034	351	2064	710
2005	3.302114	2035	564	2065	920
2006	331	2036	778	2066	3.315130
2007	547	2037	991	2067	340
2008	764	2038	3.309204	2068	551
2009	980	2039	417	2069	760
2010	3.303196	2040	630	2070	970

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
2071	3.316180	2101	3.322426	2131	3.328583
2072	390	2102	633	2132	787
2073	599	2103	839	2133	991
2074	809	2104	3.323046	2134	3.329194
2075	3.317018	2105	252	2135	398
2076	227	2106	458	2136	601
2077	436	2107	665	2137	805
2078	646	2108	871	2138	3.330008
2079	854	2109	3.324077	2139	211
2080	3.318063	2110	282	2140	414
2081	272	2111	488	2141	617
2082	481	2112	694	2142	819
2083	689	2113	899	2143	3.331022
2084	898	2114	3.325105	2144	225
2085	3.319106	2115	310	2145	427
2086	314	2116	516	2146	630
2087	522	2117	721	2147	832
2088	730	2118	926	2148	3.332034
2089	938	2119	3.326131	2149	236
2090	3.320146	2120	336	2150	438
2091	354	2121	541	2151	640
2092	562	2122	745	2152	842
2093	769	2123	950	2153	3.333044
2094	977	2124	3.327155	2154	246
2095	3.321184	2125	359	2155	447
2096	391	2126	563	2156	649
2097	598	2127	767	2157	850
2098	805	2128	972	2158	3.334051
2099	3.322012	2129	3.328176	2159	253
2100	219	2130	380	2160	454

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
2161	3.334655	2191	3.340642	2221	3.346549
2162	856	2192	841	2222	744
2163	3.335056	2193	3.341039	2223	939
2164	257	2194	237	2224	3.347135
2165	458	2195	435	2225	330
2166	658	2196	632	2226	525
2167	859	2197	830	2227	720
2168	3.336059	2198	3.342028	2228	915
2169	260	2199	225	2229	3.348110
2170	460	2200	423	2230	305
2171	660	2201	620	2231	500
2172	860	2202	817	2232	694
2173	3.337060	2203	3.343014	2233	889
2174	260	2204	212	2234	3.349083
2175	459	2205	409	2235	278
2176	659	2206	606	2236	472
2177	858	2207	802	2237	666
2178	3.338058	2208	999	2238	860
2179	257	2209	3.344196	2239	3.350054
2180	456	2210	392	2240	248
2181	656	2211	589	2241	442
2182	855	2212	785	2242	636
2183	3.339054	2213	981	2243	829
2184	253	2214	3.345178	2244	3.351023
2185	451	2215	374	2245	216
2186	650	2216	570	2246	410
2187	849	2217	766	2247	603
2188	3.340047	2218	962	2248	796
2189	246	2219	3.346157	2249	989
2190	444	2220	353	2250	3.352183

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
2251	3.352375	2281	3.358125	2311	3.363800
2252	568	2282	316	2312	988
2253	761	2283	506	2313	3.364176
2254	954	2284	696	2314	363
2255	3.353147	2285	886	2315	551
2256	339	2286	3.359076	2316	739
2257	532	2287	266	2317	926
2258	724	2288	456	2318	3.365113
2259	916	2289	646	2319	301
2260	3.354108	2290	835	2320	488
2261	301	2291	3.360025	2321	675
2262	493	2292	215	2322	862
2263	685	2293	404	2323	3.366049
2264	876	2294	593	2324	236
2265	3.355068	2295	783	2325	423
2266	260	2296	972	2326	610
2267	452	2297	3.361161	2327	796
2268	643	2298	350	2328	983
2269	834	2299	539	2329	3.367169
2270	3.356026	2300	728	2330	356
2271	217	2301	917	2331	542
2272	408	2302	3.362105	2332	729
2273	599	2303	294	2333	915
2274	790	2304	482	2334	3.368101
2275	981	2305	671	2335	287
2276	3.357172	2306	859	2336	473
2277	363	2307	3.363048	2337	659
2278	554	2308	236	2338	844
2279	744	2309	424	2339	3.369030
2280	935	2310	612	2340	216

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
2341	3.369401	2371	3.374932	2401	3.380392
2342	587	2372	3.375115	2402	573
2343	772	2373	298	2403	754
2344	958	2374	481	2404	934
2345	3.370143	2375	664	2405	3.381115
2346	328	2376	846	2406	296
2347	513	2377	3.376029	2407	476
2348	698	2378	212	2408	656
2349	883	2379	394	2409	837
2350	3.371068	2380	577	2410	3.382017
2351	253	2381	759	2411	197
2352	437	2382	942	2412	377
2353	622	2383	3.377124	2413	557
2354	806	2384	306	2414	737
2355	991	2385	488	2415	917
2356	3.372175	2386	670	2416	3.383097
2357	360	2387	852	2417	277
2358	544	2388	3.378034	2418	456
2359	728	2389	216	2419	636
2360	912	2390	398	2420	815
2361	3.373096	2391	580	2421	995
2362	280	2392	761	2422	3.384174
2363	464	2393	943	2423	353
2364	647	2394	3.379124	2424	533
2365	831	2395	306	2425	712
2366	3.374015	2396	487	2426	891
2367	198	2397	668	2427	3.385070
2368	382	2398	849	2428	249
2369	565	2399	3.380030	2429	428
2370	748	2400	211	2430	606

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
2431	3.385785	2461	3.391112	2491	3.396374
2432	964	2462	288	2492	548
2433	3.386142	2463	464	2493	722
2434	321	2464	641	2494	896
2435	499	2465	817	2495	3.397071
2436	677	2466	993	2496	245
2437	856	2467	3.392169	2497	419
2438	3.387034	2468	345	2498	592
2439	212	2469	521	2499	766
2440	390	2470	697	2500	940
2441	568	2471	873	2501	3.398114
2442	746	2472	3.393048	2502	287
2443	923	2473	224	2503	461
2444	3.388101	2474	400	2504	634
2445	279	2475	575	2505	808
2446	456	2476	751	2506	981
2447	634	2477	926	2507	3.399154
2448	811	2478	3.394101	2508	328
2449	989	2479	277	2509	501
2450	3.389166	2480	452	2510	674
2451	343	2481	627	2511	847
2452	520	2482	802	2512	3.400020
2453	698	2483	977	2513	192
2454	875	2484	3.395152	2514	365
2455	3.390051	2485	326	2515	538
2456	228	2486	501	2516	711
2457	405	2487	676	2517	883
2458	582	2488	850	2518	3.401056
2459	759	2489	3.396025	2519	228
2460	935	2490	199	2520	401

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
2521	3.401573	2551	3.406710	2581	3.411788
2522	745	2552	881	2582	956
2523	917	2553	3.407051	2583	3.412124
2524	3.402089	2554	221	2584	293
2525	261	2555	391	2585	461
2526	433	2556	561	2586	629
2527	605	2557	731	2587	796
2528	777	2558	901	2588	964
2529	949	2559	3.408070	2589	3.413132
2530	3.403121	2560	240	2590	300
2531	292	2561	410	2591	467
2532	464	2562	579	2592	635
2533	635	2563	749	2593	803
2534	807	2564	918	2594	970
2535	978	2565	3.409087	2595	3.414137
2536	3.404149	2566	257	2596	305
2537	320	2567	426	2597	472
2538	492	2568	595	2598	639
2539	663	2569	764	2599	806
2540	834	2570	933	2600	973
2541	3.405005	2571	3.410102	2601	3.415140
2542	176	2572	271	2602	307
2543	346	2573	440	2603	474
2544	517	2574	609	2604	641
2545	688	2575	777	2605	808
2546	858	2576	946	2606	974
2547	3.406029	2577	3.411114	2607	3.416141
2548	199	2578	283	2608	308
2549	370	2579	451	2609	474
2550	540	2580	620	2610	641

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
2611	3.416807	2641	3.421768	2671	3.426674
2612	973	2642	933	2672	836
2613	3.417139	2643	3.422097	2673	999
2614	306	2644	261	2674	3.427161
2615	472	2645	426	2675	324
2616	638	2646	590	2676	486
2617	804	2647	754	2677	648
2618	970	2648	918	2678	811
2619	3.418135	2649	3.423082	2679	973
2620	301	2650	246	2680	3.428135
2621	467	2651	410	2681	297
2622	633	2652	574	2682	459
2623	798	2653	737	2683	621
2624	964	2654	901	2684	783
2625	3.419129	2655	3.424065	2685	944
2626	295	2656	228	2686	3.429106
2627	460	2657	392	2687	268
2628	625	2658	555	2688	429
2629	791	2659	718	2689	591
2630	956	2660	882	2690	752
2631	3.420121	2661	3.425045	2691	914
2632	286	2662	208	2692	3.430075
2633	451	2663	371	2693	236
2634	616	2664	534	2694	398
2635	781	2665	697	2695	559
2636	945	2666	860	2696	720
2637	3.421110	2667	3.426023	2697	881
2638	275	2668	186	2698	3.431042
2639	439	2669	349	2699	203
2640	604	2670	511	2700	364

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
2701	3.431525	2731	3.436322	2761	3.441066
2702	685	2732	481	2762	224
2703	846	2733	640	2763	381
2704	3.432007	2734	799	2764	538
2705	167	2735	957	2765	695
2706	328	2736	3.437116	2766	852
2707	488	2737	275	2767	3.442009
2708	649	2738	433	2768	166
2709	809	2739	592	2769	323
2710	969	2740	751	2770	480
2711	3.433130	2741	909	2771	637
2712	290	2742	3.438067	2772	793
2713	450	2743	226	2773	950
2714	610	2744	384	2774	3.443106
2715	770	2745	542	2775	263
2716	930	2746	701	2776	419
2717	3.434090	2747	859	2777	576
2718	249	2748	3.439017	2778	732
2719	409	2749	175	2779	889
2720	569	2750	333	2780	3.444045
2721	729	2751	491	2781	201
2722	888	2752	648	2782	357
2723	3.435048	2753	806	2783	513
2724	207	2754	964	2784	669
2725	367	2755	3.440122	2785	825
2726	526	2756	279	2786	981
2727	685	2757	437	2787	3.445137
2728	844	2758	594	2788	293
2729	3.436004	2759	752	2789	449
2730	163	2760	909	2790	604

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
2791	3.445760	2821	3.450403	2851	3.454997
2792	915	2822	557	2852	3.455150
2793	3.446071	2823	711	2853	302
2794	226	2824	865	2854	454
2795	382	2825	3.451018	2855	606
2796	537	2826	172	2856	758
2797	692	2827	326	2857	910
2798	848	2828	479	2858	3.456062
2799	3.447003	2829	633	2859	214
2800	158	2830	786	2860	366
2801	313	2831	940	2861	518
2802	468	2832	3.452093	2862	670
2803	623	2833	247	2863	821
2804	778	2834	400	2864	973
2805	933	2835	553	2865	3.457125
2806	3.448088	2836	706	2866	276
2807	242	2837	859	2867	428
2808	397	2838	3.453012	2868	579
2809	552	2839	165	2869	731
2810	706	2840	318	2870	882
2811	861	2841	471	2871	3.458033
2812	3.449015	2842	624	2872	184
2813	170	2843	777	2873	336
2814	324	2844	930	2874	487
2815	478	2845	3.454082	2875	638
2816	633	2846	235	2876	789
2817	787	2847	387	2877	940
2818	941	2848	540	2878	3.459091
2819	3.450095	2849	692	2879	242
2820	249	2850	845	2880	392

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
2881	3.459543	2911	3.464042	2941	3.468495
2882	694	2912	191	2942	643
2883	845	2913	340	2943	790
2884	995	2914	490	2944	938
2885	3.460146	2915	639	2945	3.469085
2886	296	2916	788	2946	233
2887	447	2917	936	2947	380
2888	597	2918	3.465085	2948	527
2889	748	2919	234	2949	675
2890	898	2920	383	2950	822
2891	3.461048	2921	532	2951	969
2892	198	2922	680	2952	3.470116
2893	348	2923	829	2953	263
2894	499	2924	977	2954	410
2895	649	2925	3.466126	2955	557
2896	799	2926	274	2956	704
2897	948	2927	423	2957	851
2898	3.462098	2928	571	2958	998
2899	248	2929	719	2959	3.471145
2900	398	2930	868	2960	292
2901	548	2931	3.467016	2961	438
2902	697	2932	164	2962	585
2903	847	2933	312	2963	732
2904	997	2934	460	2964	878
2905	3.463146	2935	608	2965	3.472025
2906	296	2936	756	2966	171
2907	445	2937	904	2967	318
2908	594	2938	3.468052	2968	464
2909	744	2939	200	2969	610
2910	893	2940	347	2970	756

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
2971	3.472903	3001	3.477266	3031	3.481586
2972	3.473049	3002	411	3032	729
2973	195	3003	555	3033	872
2974	341	3004	700	3034	3.482016
2975	487	3005	844	3035	159
2976	633	3006	989	3036	302
2977	779	3007	3.478133	3037	445
2978	925	3008	278	3038	588
2979	3.474071	3009	422	3039	731
2980	216	3010	566	3040	874
2981	362	3011	711	3041	3.483016
2982	508	3012	855	3042	159
2983	653	3013	999	3043	302
2984	799	3014	3.479143	3044	445
2985	944	3015	287	3045	587
2986	3.475090	3016	431	3046	730
2987	235	3017	575	3047	872
2988	381	3018	719	3048	3.484015
2989	526	3019	863	3049	157
2990	671	3020	3.480007	3050	300
2991	816	3021	151	3051	442
2992	962	3022	294	3052	584
2993	3.476107	3023	438	3053	727
2994	252	3024	582	3054	869
2995	397	3025	725	3055	3.485011
2996	542	3026	869	3056	153
2997	687	3027	3.481012	3057	295
2998	832	3028	156	3058	437
2999	976	3029	299	3059	579
3000	3.477121	3030	443	3060	721

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
3061	3.485863	3091	3.490099	3121	3.494294
3062	3.486005	3092	239	3122	433
3063	147	3093	380	3123	572
3064	289	3094	520	3124	711
3065	430	3095	661	3125	850
3066	572	3096	801	3126	989
3067	714	3097	941	3127	3.495128
3068	855	3098	3.491081	3128	267
3069	997	3099	222	3129	406
3070	3.487138	3100	362	3130	544
3071	280	3101	502	3131	683
3072	421	3102	642	3132	822
3073	563	3103	782	3133	960
3074	704	3104	922	3134	3.496099
3075	845	3105	3.492062	3135	238
3076	986	3106	201	3136	376
3077	3.488127	3107	341	3137	514
3078	269	3108	481	3138	653
3079	410	3109	621	3139	791
3080	551	3110	760	3140	930
3081	692	3111	900	3141	3.497068
3082	833	3112	3.493040	3142	206
3083	973	3113	179	3143	344
3084	3.489114	3114	319	3144	483
3085	255	3115	458	3145	621
3086	396	3116	597	3146	759
3087	537	3117	737	3147	897
3088	677	3118	876	3148	3.498035
3089	818	3119	3.494015	3149	173
3090	958	3120	155	3150	311

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
3151	3.498448	3181	3.502564	3211	3.506640
3152	586	3182	700	3212	776
3153	724	3183	837	3213	911
3154	862	3184	973	3214	3.507046
3155	999	3185	3.503109	3215	181
3156	3.499137	3186	246	3216	316
3157	275	3187	382	3217	451
3158	412	3188	518	3218	586
3159	550	3189	655	3219	721
3160	687	3190	791	3220	856
3161	824	3191	927	3221	991
3162	962	3192	3.504063	3222	3.508126
3163	3.500099	3193	199	3223	260
3164	236	3194	335	3224	395
3165	374	3195	471	3225	530
3166	511	3196	607	3226	664
3167	648	3197	743	3227	799
3168	785	3198	878	3228	934
3169	922	3199	3.505014	3229	3.509068
3170	3.501059	3200	150	3230	203
3171	196	3201	286	3231	337
3172	333	3202	421	3232	471
3173	470	3203	557	3233	606
3174	607	3204	693	3234	740
3175	744	3205	828	3235	874
3176	880	3206	964	3236	3.510009
3177	3.502017	3207	3.506099	3237	143
3178	154	3208	234	3238	277
3179	291	3209	370	3239	411
3180	427	3210	505	3240	545

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
3241	3.510679	3271	3.514680	3301	3.518646
3242	813	3272	813	3302	777
3243	947	3273	946	3303	909
3244	3.511081	3274	3.515079	3304	3.519040
3245	215	3275	211	3305	171
3246	349	3276	344	3306	303
3247	482	3277	476	3307	434
3248	616	3278	609	3308	565
3249	750	3279	741	3309	697
3250	883	3280	874	3310	828
3251	3.512017	3281	3.516006	3311	959
3252	151	3282	139	3312	3.520090
3253	284	3283	271	3313	221
3254	418	3284	403	3314	353
3255	551	3285	535	3315	484
3256	684	3286	668	3316	615
3257	818	3287	800	3317	745
3258	951	3288	932	3318	876
3259	3.513084	3289	3.517064	3319	3.521007
3260	218	3290	196	3320	138
3261	351	3291	328	3321	269
3262	484	3292	460	3322	400
3263	617	3293	592	3323	530
3264	750	3294	724	3324	661
3265	883	3295	855	3325	792
3266	3.514016	3296	987	3326	922
3267	149	3297	3.518119	3327	3.522053
3268	282	3298	251	3328	183
3269	415	3299	382	3329	314
3270	548	3300	514	3330	444

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
3331	3.522575	3361	3.526469	3391	3.530328
3332	706	3362	598	3392	456
3333	835	3363	727	3393	584
3334	966	3364	856	3394	712
3335	3.523096	3365	985	3395	840
3336	226	3366	3.527114	3396	968
3337	356	3367	243	3397	3.531096
3338	486	3368	372	3398	223
3339	616	3369	501	3399	351
3340	746	3370	630	3400	479
3341	876	3371	759	3401	607
3342	3.524006	3372	888	3402	734
3343	136	3373	3.528016	3403	862
3344	266	3374	145	3404	990
3345	396	3375	274	3405	3.532117
3346	526	3376	402	3406	245
3347	656	3377	531	3407	372
3348	785	3378	660	3408	500
3349	915	3379	788	3409	627
3350	3.525045	3380	917	3410	754
3351	174	3381	3.529045	3411	882
3352	304	3382	174	3412	3.533009
3353	434	3383	302	3413	136
3354	563	3384	430	3414	264
3355	693	3385	559	3415	391
3356	822	3386	687	3416	518
3357	951	3387	815	3417	645
3358	3.526081	3388	943	3418	772
3359	210	3389	3.530072	3419	899
3360	339	3390	200	3420	3.534026

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
3421	3·534153	3451	3·537945	3481	3·541704
3422	280	3452	3·538071	3482	829
3423	407	3453	197	3483	953
3424	534	3454	322	3484	3·542078
3425	661	3455	448	3485	203
3426	787	3456	574	3486	327
3427	914	3457	699	3487	452
3428	3·535041	3458	825	3488	576
3429	167	3459	951	3489	701
3430	294	3460	3·539076	3490	825
3431	421	3461	202	3491	950
3432	547	3462	327	3492	3·543074
3433	674	3463	452	3493	199
3434	800	3464	578	3494	323
3435	927	3465	703	3495	447
3436	3·536053	3466	829	3496	571
3437	180	3467	954	3497	696
3438	306	3468	3·540079	3498	820
3439	432	3469	204	3499	944
3440	558	3470	329	3500	3·544068
3441	685	3471	455	3501	192
3442	811	3472	580	3502	316
3443	937	3473	705	3503	440
3444	3·537063	3474	830	3504	564
3445	189	3475	955	3505	688
3446	315	3476	3·541080	3506	812
3447	441	3477	205	3507	936
3448	567	3478	330	3508	3·545060
3449	693	3479	454	3509	183
3450	819	3480	579	3510	307

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
3511	3·545431	3541	3·549126	3571	3·552790
3512	555	3542	249	3572	911
3513	678	3543	371	3573	3·553033
3514	802	3544	494	3574	155
3515	925	3545	616	3575	276
3516	3·546049	3546	739	3576	398
3517	172	3547	861	3577	519
3518	296	3548	984	3578	640
3519	419	3549	3·550106	3579	762
3520	543	3550	228	3580	883
3521	666	3551	351	3581	3·554004
3522	789	3552	473	3582	126
3523	913	3553	595	3583	247
3524	3·547036	3554	717	3584	368
3525	159	3555	840	3585	489
3526	282	3556	962	3586	610
3527	405	3557	3·551084	3587	731
3528	529	3558	206	3588	852
3529	652	3559	328	3589	973
3530	775	3560	450	3590	3·555094
3531	898	3561	572	3591	215
3532	3·548021	3562	694	3592	336
3533	144	3563	816	3593	457
3534	267	3564	938	3594	578
3535	389	3565	3·552060	3595	699
3536	512	3566	181	3596	820
3537	635	3567	303	3597	940
3538	758	3568	425	3598	3·556061
3539	881	3569	547	3599	182
3540	3·549003	3570	668	3600	303

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
3601	3.556423	3631	3.560026	3661	3.563600
3602	544	3632	146	3662	718
3603	664	3633	265	3663	837
3604	785	3634	385	3664	955
3605	905	3635	504	3665	3.564074
3606	3.557026	3636	624	3666	192
3607	146	3637	743	3667	311
3608	267	3638	863	3668	429
3609	387	3639	982	3669	548
3610	507	3640	3.561101	3670	666
3611	627	3641	221	3671	784
3612	748	3642	340	3672	903
3613	868	3643	459	3673	3.565021
3614	988	3644	578	3674	139
3615	3.558108	3645	698	3675	257
3616	228	3646	817	3676	376
3617	349	3647	936	3677	494
3618	469	3648	3.562055	3678	612
3619	589	3649	174	3679	730
3620	709	3650	293	3680	848
3621	829	3651	412	3681	966
3622	948	3652	531	3682	3.566084
3623	3.559068	3653	650	3683	202
3624	188	3654	769	3684	320
3625	308	3655	887	3685	437
3626	428	3656	3.563006	3686	555
3627	548	3657	125	3687	673
3628	667	3658	244	3688	791
3629	787	3659	362	3689	909
3630	907	3660	481	3690	3.567026

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
3691	3.567144	3721	3.570660	3751	3.574147
3692	262	3722	776	3752	263
3693	379	3723	893	3753	379
3694	497	3724	3.571010	3754	494
3695	614	3725	126	3755	610
3696	732	3726	243	3756	726
3697	849	3727	359	3757	841
3698	967	3728	476	3758	957
3699	3.568084	3729	592	3759	3.575072
3700	202	3730	709	3760	188
3701	319	3731	825	3761	303
3702	436	3732	942	3762	419
3703	554	3733	3.572058	3763	534
3704	671	3734	174	3764	650
3705	788	3735	291	3765	765
3706	905	3736	407	3766	880
3707	3.569023	3737	523	3767	996
3708	140	3738	639	3768	3.576111
3709	257	3739	755	3769	226
3710	374	3740	872	3770	341
3711	491	3741	988	3771	457
3712	608	3742	3.573104	3772	572
3713	725	3743	220	3773	687
3714	842	3744	336	3774	802
3715	959	3745	452	3775	917
3716	3.570076	3746	568	3776	3.577032
3717	193	3747	684	3777	147
3718	309	3748	800	3778	262
3719	426	3749	915	3779	377
3720	543	3750	3.574031	3780	492

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
3781	3.577607	3811	3.581039	3841	3.584444
3782	721	3812	153	3842	557
3783	836	3813	267	3843	670
3784	951	3814	381	3844	783
3785	3.578066	3815	495	3845	896
3786	181	3816	608	3846	3.585009
3787	295	3817	722	3847	122
3788	410	3818	836	3848	235
3789	525	3819	950	3849	348
3790	639	3820	3.582063	3850	461
3791	754	3821	177	3851	574
3792	868	3822	291	3852	686
3793	983	3823	404	3853	799
3794	3.579097	3824	518	3854	912
3795	212	3825	631	3855	3.586024
3796	326	3826	745	3856	137
3797	441	3827	858	3857	250
3798	555	3828	972	3858	362
3799	669	3829	3.583085	3859	475
3800	784	3830	199	3860	587
3801	898	3831	312	3861	700
3802	3.580012	3832	426	3862	812
3803	126	3833	539	3863	925
3804	240	3834	652	3864	3.587037
3805	355	3835	765	3865	149
3806	469	3836	879	3866	262
3807	583	3837	992	3867	374
3808	697	3838	3.584105	3868	486
3809	815	3839	218	3869	599
3810	921	3840	331	3870	711

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
3871	3.587823	3901	3.591176	3931	3.594503
3872	935	3902	287	3932	614
3873	3.588047	3903	399	3933	724
3874	160	3904	510	3934	834
3875	272	3905	621	3935	945
3876	384	3906	732	3936	3.595055
3877	496	3907	843	3937	165
3878	608	3908	955	3938	276
3879	720	3909	3.592066	3939	386
3880	832	3910	177	3940	496
3881	944	3911	288	3941	606
3882	3.589056	3912	399	3942	717
3883	167	3913	510	3943	827
3884	279	3914	621	3944	937
3885	391	3915	732	3945	3.596047
3886	503	3916	843	3946	157
3887	615	3917	954	3947	267
3888	726	3918	3.593064	3948	377
3889	838	3919	175	3949	487
3890	950	3920	286	3950	597
3891	3.590061	3921	397	3951	707
3892	173	3922	508	3952	817
3893	284	3923	618	3953	927
3894	396	3924	729	3954	3.597037
3895	507	3925	840	3955	146
3896	619	3926	950	3956	256
3897	730	3927	3.594061	3957	366
3898	842	3928	171	3958	476
3899	953	3929	282	3959	586
3900	3.591065	3930	393	3960	695

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
3961	3.597805	3991	3.601082	4021	3.604334
3962	914	3992	191	4022	442
3963	3.598024	3993	299	4023	550
3964	134	3994	408	4024	658
3965	243	3995	517	4025	766
3966	353	3996	625	4026	874
3967	462	3997	734	4027	982
3968	572	3998	843	4028	3.605089
3969	681	3999	951	4029	197
3970	791	4000	3.602060	4030	305
3971	900	4001	169	4031	413
3972	3.599009	4002	277	4032	521
3973	119	4003	386	4033	628
3974	228	4004	494	4034	736
3975	337	4005	603	4035	844
3976	446	4006	711	4036	951
3977	556	4007	819	4037	3.606059
3978	665	4008	928	4038	166
3979	774	4009	3.603036	4039	274
3980	883	4010	144	4040	381
3981	992	4011	253	4041	489
3982	3.600101	4012	361	4042	596
3983	210	4013	469	4043	704
3984	319	4014	577	4044	811
3985	428	4015	686	4045	919
3986	537	4016	794	4046	3.607026
3987	646	4017	902	4047	133
3988	755	4018	3.604010	4048	241
3989	864	4019	118	4049	348
3990	973	4020	226	4050	455

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
4051	3.607562	4081	3.610767	4111	3.613947
4052	669	4082	873	4112	3.614053
4053	777	4083	979	4113	159
4054	884	4084	3.611086	4114	264
4055	991	4085	192	4115	370
4056	3.608098	4086	298	4116	475
4057	205	4087	405	4117	581
4058	312	4088	511	4118	686
4059	419	4089	617	4119	792
4060	526	4090	723	4120	897
4061	633	4091	829	4121	3.615003
4062	740	4092	936	4122	108
4063	847	4093	3.612042	4123	213
4064	954	4094	148	4124	319
4065	3.609061	4095	254	4125	424
4066	167	4096	360	4126	529
4067	274	4097	466	4127	634
4068	381	4098	572	4128	740
4069	488	4099	678	4129	845
4070	594	4100	784	4130	950
4071	701	4101	890	4131	3.616055
4072	808	4102	996	4132	160
4073	914	4103	3.613102	4133	265
4074	3.610021	4104	207	4134	370
4075	128	4105	313	4135	476
4076	234	4106	419	4136	581
4077	341	4107	525	4137	686
4078	447	4108	630	4138	790
4079	554	4109	736	4139	895
4080	660	4110	842	4140	3.617000

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
4141	3.617105	4171	3.620240	4201	3.623353
4142	210	4172	344	4202	456
4143	315	4173	448	4203	559
4144	420	4174	552	4204	663
4145	525	4175	656	4205	766
4146	629	4176	760	4206	869
4147	734	4177	864	4207	973
4148	839	4178	968	4208	3.624076
4149	943	4179	3.621072	4209	179
4150	3.618048	4180	176	4210	282
4151	153	4181	280	4211	385
4152	257	4182	384	4212	488
4153	362	4183	488	4213	591
4154	465	4184	592	4214	695
4155	571	4185	695	4215	798
4156	676	4186	799	2216	901
4157	780	4187	903	4217	3.625004
4158	884	4188	3.622007	4218	107
4159	989	4189	110	4219	210
4160	3.619093	4190	214	4220	312
4161	198	4191	318	4221	415
4162	302	4192	421	4222	518
4163	406	4193	525	4223	621
4164	511	4194	628	4224	724
4165	615	4195	732	4225	827
4166	719	4196	835	4226	929
4167	824	4197	939	4227	3.626032
4168	928	4198	3.623042	4228	135
4169	3.620032	4199	146	4229	238
4170	136	4200	249	4230	340

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
4231	3.626443	4261	3.629512	4291	3.632559
4232	546	4262	613	4292	660
4233	648	4263	715	4293	761
4234	751	4264	817	4294	862
4235	853	4265	919	4295	963
4236	956	4266	3.630021	4296	3.633064
4237	3.627058	4267	123	4297	165
4238	161	4268	224	4298	266
4239	263	4269	326	4299	367
4240	366	4270	428	4300	468
4241	3.627468	4271	3.630530	4301	3.633569
4242	571	4272	631	4302	670
4243	673	4273	733	4303	771
4244	775	4274	835	4304	872
4245	878	4275	936	4305	973
4246	980	4276	3.631038	4306	3.634074
4247	3.628082	4277	139	4307	175
4248	185	4278	241	4308	276
4249	287	4279	342	4309	376
4250	389	4280	444	4310	477
4251	491	4281	3.631545	4311	3.634578
4252	593	4282	647	4312	679
4253	695	4283	748	4313	779
4254	797	4284	849	4314	880
4255	900	4285	951	4315	981
4256	3.629002	4286	3.632052	4316	3.635081
4257	104	4287	153	4317	182
4258	206	4288	255	4318	283
4259	308	4289	356	4319	383
4260	410	4290	457	4320	484

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
4321	3.635584	4351	3.638589	4381	3.641573
4322	685	4352	689	4382	672
4323	785	4353	789	4383	771
4324	886	4354	888	4384	871
4325	986	4355	988	4385	970
4326	3.636087	4356	3.639088	4386	3.642069
4327	187	4357	188	4387	168
4328	287	4358	287	4388	267
4329	388	4359	387	4389	366
4330	488	4360	486	4390	465
4331	3.636588	4361	3.639586	4391	3.642563
4332	688	4362	686	4392	662
4333	789	4363	785	4393	761
4334	889	4364	885	4394	860
4335	989	4365	984	4395	959
4336	3.637089	4366	3.640084	4396	3.643058
4337	189	4367	183	4397	156
4338	290	4368	283	4398	255
4339	390	4369	382	4399	354
4340	490	4370	481	4400	453
4341	3.637590	4371	3.640581	4401	3.643551
4342	690	4372	680	4402	650
4343	790	4373	779	4403	749
4344	890	4374	879	4404	847
4345	990	4375	978	4405	946
4346	3.638090	4376	3.641077	4406	3.644044
4347	190	4377	177	4407	143
4348	290	4378	276	4408	242
4349	389	4379	375	4409	340
4350	489	4380	474	4410	439

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
4411	3.644537	4441	3.647481	4471	3.650405
4412	636	4442	579	4472	502
4413	734	4443	676	4473	599
4414	832	4444	774	4474	696
4415	931	4445	872	4475	793
4416	3.645029	4446	969	4476	890
4417	127	4447	3.648067	4477	987
4418	226	4448	165	4478	3.651084
4419	324	4449	262	4479	181
4420	422	4450	360	4480	278
4421	3.645521	4451	3.648458	4481	3.651375
4422	619	4452	555	4482	472
4423	717	4453	653	4483	569
4424	815	4454	750	4484	666
4425	913	4455	848	4485	762
4426	3.646011	4456	945	4486	3.651859
4427	110	4457	3.649043	4487	956
4428	208	4458	140	4488	3.652053
4429	306	4459	237	4489	150
4430	404	4460	335	4490	246
4431	3.646502	4461	3.649432	4491	3.652343
4432	600	4462	530	4492	440
4433	698	4463	627	4493	536
4434	796	4464	724	4494	633
4435	894	4465	821	4495	730
4436	992	4466	919	4496	826
4437	3.647089	4467	3.650016	4497	923
4438	187	4468	113	4498	3.653019
4439	285	4469	210	4499	116
4440	383	4470	308	4500	213

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
4501	3.653309	4531	3.656194	4561	3.659060
4502	405	4532	290	4562	155
4503	502	4533	386	4563	250
4504	598	4534	482	4564	346
4505	695	4535	577	4565	441
4506	3.653791	4536	3.656673	4566	3.659536
4507	888	4537	769	4567	631
4508	984	4538	864	4568	726
4509	3.654080	4539	960	4569	821
4510	177	4540	3.657056	4570	916
4511	273	4541	152	4571	3.660011
4512	369	4542	247	4572	106
4513	465	4543	343	4573	201
4514	562	4544	438	4574	296
4515	658	4545	534	4575	391
4516	3.654754	4546	3.657629	4576	3.660486
4517	850	4547	725	4577	581
4518	946	4548	820	4578	676
4519	3.655042	4549	916	4579	771
4520	138	4550	3.658011	4580	865
4521	235	4551	107	4581	960
4522	331	4552	202	4582	3.661055
4523	427	4553	298	4583	150
4524	523	4554	393	4584	245
4525	619	4555	488	4585	339
4526	3.655715	4556	3.658584	4586	3.661434
4527	810	4557	679	4587	529
4528	906	4558	774	4588	623
4529	3.656002	4559	870	4589	718
4530	098	4560	965	4590	813

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
4591	3.661907	4621	3.664736	4651	3.667546
4592	3.662002	4622	830	4652	640
4593	096	4623	924	4653	733
4594	191	4624	3.665018	4654	826
4595	286	4625	112	4655	920
4596	3.662380	4626	206	4656	3.668013
4597	475	4627	299	4657	106
4598	569	4628	393	4658	199
4599	663	4629	487	4659	293
4600	758	4630	581	4660	386
4601	852	4631	3.665675	4661	3.668479
4602	947	4632	769	4662	572
4603	3.663041	4633	862	4663	665
4604	135	4634	956	4664	759
4605	230	4635	3.666050	4665	852
4606	3.663324	4636	143	4666	945
4607	418	4637	237	4667	3.669038
4608	512	4638	331	4668	131
4609	607	4639	424	4669	224
4610	701	4640	518	4670	317
4611	3.663795	4641	3.666612	4671	3.669410
4612	889	4642	705	4672	503
4613	983	4643	799	4673	596
4614	3.664078	4644	892	4674	689
4615	172	4645	986	4675	782
4616	266	4646	3.667079	4676	3.669875
4617	360	4647	173	4677	967
4618	454	4648	266	4678	3.670060
4619	548	4649	360	4679	153
4620	642	4650	453	4680	246

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
4681	3.670339	4711	3.673113	4741	3.675870
4682	431	4712	205	4742	962
4683	524	4713	297	4743	3.676053
4684	617	4714	390	4744	145
4685	710	4715	482	4745	236
4686	3.670802	4716	3.673574	4746	3.676328
4687	895	4717	666	4747	419
4688	988	4718	758	4748	511
4689	3.671080	4719	850	4749	602
4690	173	4720	942	4750	694
4691	265	4721	3.674034	4751	3.676785
4692	358	4722	126	4752	876
4693	451	4723	218	4753	968
4694	543	4724	310	4754	3.677059
4695	636	4725	402	4755	151
4696	3.671728	4726	3.674494	4756	242
4697	821	4727	586	4757	333
4698	913	4728	677	4758	424
4699	3.672005	4729	769	4759	516
4700	098	4730	861	4760	607
4701	190	4731	953	4761	3.677698
4702	283	4732	3.675045	4762	789
4703	375	4733	137	4763	881
4704	467	4734	228	4764	972
4705	560	4735	320	4765	3.678063
4706	3.672652	4736	3.675412	4766	154
4707	744	4737	503	4767	245
4708	836	4738	595	4768	336
4709	929	4739	687	4769	427
4710	3.673021	4740	778	4770	518

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
4771	3.678609	4801	3.681332	4831	3.684037
4772	700	4802	422	4832	127
4773	791	4803	513	4833	217
4774	882	4804	603	4834	307
4775	973	4805	693	4835	396
4776	3.679064	4806	3.681784	4836	3.684486
4777	155	4807	874	4837	576
4778	246	4808	964	4838	666
4779	337	4809	3.682055	4839	756
4780	428	4810	145	4840	845
4781	3.679519	4811	235	4841	935
4782	610	4812	326	4842	3.685025
4783	700	4813	416	4843	114
4784	791	4814	506	4844	204
4785	882	4815	596	4845	294
4786	973	4816	3.682686	4846	3.685383
4787	3.680063	4817	777	4847	473
4788	154	4818	867	4848	563
4789	245	4819	957	4849	652
4790	336	4820	3.683047	4850	742
4791	3.680426	4821	137	4851	831
4792	517	4822	227	4852	921
4793	607	4823	317	4853	3.686010
4794	698	4824	407	4854	100
4795	789	4825	497	4855	189
4796	879	4826	3.683587	4856	3.686279
4797	970	4827	677	4857	368
4798	3.681060	4828	767	4858	458
4799	151	4829	857	4859	547
4800	241	4830	947	4860	636

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
4861	3.686726	4891	3.689398	4921	3.692053
4862	815	4892	486	4922	142
4863	904	4893	575	4923	230
4864	994	4894	664	4924	318
4865	3.687083	4895	753	4925	406
4866	172	4896	841	4926	3.692494
4867	261	4897	930	4927	583
4868	351	4898	3.690019	4928	671
4869	440	4899	107	4929	759
4870	529	4900	196	4930	847
4871	3.687618	4901	285	4931	935
4872	707	4902	373	4932	3.693023
4873	796	4903	462	4933	111
4874	886	4904	550	4934	199
4875	975	4905	639	4935	287
4876	3.688064	4906	3.690728	4936	3.693375
4877	153	4907	816	4937	463
4878	242	4908	905	4938	551
4879	331	4909	993	4939	639
4880	420	4910	3.691081	4940	727
4881	3.688509	4911	170	4941	3.693815
4882	598	4912	258	4942	903
4883	687	4913	347	4943	991
4884	776	4914	435	4944	3.694078
4885	865	4915	524	4945	166
4886	953	4916	3.691612	4946	254
4887	3.689042	4917	700	4947	342
4888	131	4918	789	4948	430
4889	220	4919	877	4949	517
4890	309	4920	965	4950	605

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
4951	3.694693	4981	3.697317	5011	3.699924
4952	781	4982	404	5012	3.700011
4953	868	4983	491	5013	098
4954	956	4984	578	5014	184
4955	3.695044	4985	665	5015	271
4956	131	4986	3.697752	5016	3.700358
4957	219	4987	839	5017	444
4958	307	4988	926	5018	531
4959	394	4989	3.698014	5019	617
4960	482	4990	100	5020	704
4961	3.695569	4991	188	5021	3.700790
4962	657	4992	275	5022	878
4963	744	4993	362	5023	963
4964	832	4994	449	5024	3.701050
4965	919	4995	535	5025	136
4966	3.696007	4996	3.698622	5026	222
4967	094	4997	709	5027	309
4968	182	4998	796	5028	395
4969	269	4999	883	5029	482
4970	356	5000	970	5030	568
4971	3.696444	5001	3.699057	5031	3.701654
4972	531	5002	144	5032	741
4973	618	5003	231	5033	827
4974	706	5004	317	5034	913
4975	793	5005	404	5035	999
4976	880	5006	3.699491	5036	3.702086
4977	968	5007	578	5037	172
4978	3.697055	5008	664	5038	258
4979	142	5009	751	5039	344
4980	229	5010	838	5040	431

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
5041	3.702517	5071	3.705094	5101	3.707655
5042	603	5072	179	5102	740
5043	689	5073	265	5103	826
5044	775	5074	350	5104	911
5045	861	5075	436	5105	996
5046	947	5076	3.705522	5106	3.708081
5047	3.703033	5077	607	5107	166
5048	119	5078	693	5108	251
5049	205	5079	778	5109	356
5050	291	5080	864	5110	421
5051	3.703377	5081	949	5111	3.708506
5052	463	5082	3.706035	5112	591
5053	549	5083	120	5113	676
5054	635	5084	206	5114	761
5055	721	5085	291	5115	846
5056	3.703807	5086	3.706376	5116	931
5057	893	5087	462	5117	3.709015
5058	979	5088	547	5118	100
5059	3.704065	5089	632	5119	185
5060	151	5090	718	5120	270
5061	236	5091	3.706803	5121	3.709355
5062	322	5092	888	5122	440
5063	408	5093	974	5123	524
5064	494	5094	3.707059	5124	609
5065	579	5095	144	5125	694
5066	3.704665	5096	229	5126	3.709779
5067	751	5097	315	5127	863
5068	837	5098	400	5128	948
5069	922	5099	485	5129	3.710033
5070	3.705008	5100	570	5130	117

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
5131	3.710202	5161	3.712734	5191	3.715251
5132	287	5162	818	5192	335
5133	371	5163	902	5193	418
5134	456	5164	986	5194	502
5135	540	5165	3.713070	5195	586
5136	3.710625	5166	154	5196	3.715669
5137	710	5167	238	5197	753
5138	794	5168	323	5198	836
5139	879	5169	407	5199	920
5140	963	5170	491	5200	3.716003
5141	3.711048	5171	3.713575	5201	087
5142	132	5172	659	5202	170
5143	217	5173	742	5203	254
5144	301	5174	826	5204	337
5145	385	5175	910	5205	421
5146	3.711470	5176	994	5206	3.716504
5147	554	5177	3.714078	5207	588
5148	639	5178	162	5208	671
5149	723	5179	246	5209	754
5150	807	5180	330	5210	838
5151	892	5181	3.714414	5211	921
5152	976	5182	497	5212	3.717004
5153	3.712060	5183	581	5213	088
5154	144	5184	665	5214	171
5155	229	5185	749	5215	254
5156	3.712313	5186	833	5216	3.717338
5157	397	5187	916	5217	421
5158	481	5188	3.715000	5218	504
5159	566	5189	084	5219	587
5160	650	5190	167	5220	671

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
5221	3.717754	5251	3.720242	5281	3.722716
5222	837	5252	325	5282	798
5223	920	5253	407	5283	881
5224	3.718003	5254	490	5284	963
5225	086	5255	573	5285	3.723045
5226	169	5256	3.720655	5286	127
5227	253	5257	738	5287	209
5228	336	5258	821	5288	291
5229	419	5259	903	5289	374
5230	502	5260	986	5290	456
5231	3.718585	5261	3.721068	5291	3.723538
5232	668	5262	151	5292	620
5233	751	5263	233	5293	702
5234	834	5264	316	5294	784
5235	917	5265	398	5295	866
5236	3.719000	5266	3.721481	5296	948
5237	083	5267	563	5297	3.724030
5238	165	5268	646	5298	112
5239	248	5269	728	5299	194
5240	331	5270	811	5300	276
5241	3.719414	5271	893	5301	3.724358
5242	497	5272	975	5302	440
5243	580	5273	3.722058	5303	522
5244	663	5274	140	5304	604
5245	745	5275	222	5305	685
5246	3.719828	5276	3.722305	5306	3.724767
5247	911	5277	387	5307	849
5248	994	5278	469	5308	931
5249	3.720077	5279	552	5309	3.725013
5250	159	5280	634	5310	095

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
5311	3.725176	5341	3.727623	5371	3.730055
5312	258	5342	704	5372	136
5313	340	5343	785	5373	217
5314	422	5344	866	5374	298
5315	503	5345	948	5375	378
5316	3.725585	5346	3.728029	5376	3.730459
5317	667	5347	110	5377	540
5318	748	5348	191	5378	621
5319	830	5349	273	5379	701
5320	912	5350	354	5380	782
5321	993	5351	3.728435	5381	863
5322	3.726075	5352	516	5382	944
5323	156	5353	597	5383	3.731024
5324	238	5354	678	5384	105
5325	320	5355	759	5385	186
5326	3.726401	5356	841	5386	266
5327	483	5357	922	5387	347
5328	564	5358	3.729003	5388	428
5329	646	5359	084	5389	508
5330	727	5360	165	5390	589
5331	809	5361	246	5391	3.731669
5332	890	5362	327	5392	750
5333	972	5363	408	5393	830
5334	3.727053	5364	489	5394	911
5335	134	5365	570	5395	991
5336	216	5366	3.729651	5396	3.732072
5337	297	5367	732	5397	152
5338	379	5368	813	5398	233
5339	460	5369	893	5399	313
5340	541	5370	974	5400	394

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
5401	3.732474	5431	3.734880	5461	3.737272
5402	555	5432	960	5462	352
5403	635	5433	3.735040	5463	431
5404	715	5434	120	5464	511
5405	796	5435	200	5465	590
5406	876	5436	279	5466	3.737670
5407	956	5437	359	5467	749
5408	3.733037	5438	439	5468	829
5409	117	5439	519	5469	908
5410	197	5440	599	5470	987
5411	278	5441	3.735679	5471	3.738067
5412	358	5442	759	5472	146
5413	438	5443	838	5473	225
5414	518	5444	918	5474	305
5415	598	5445	998	5475	384
5416	3.733679	5446	3.736078	5476	3.738463
5417	759	5447	157	5477	543
5418	839	5448	237	5478	622
5419	919	5449	317	5479	701
5420	999	5450	397	5480	781
5421	3.734079	5451	3.736476	5481	860
5422	160	5452	556	5482	939
5423	240	5453	635	5483	3.739018
5424	320	5454	715	5484	097
5425	400	5455	795	5485	177
5426	3.734480	5456	874	5486	256
5427	560	5457	954	5487	335
5428	640	5458	3.737034	5488	414
5429	720	5459	113	5489	493
5430	800	5460	193	5490	572

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
5491	3.739651	5521	3.742018	5551	3.744371
5492	731	5522	096	5552	449
5493	807	5523	175	5553	528
5494	889	5524	254	5554	606
5495	968	5525	332	5555	684
5496	3.740047	5526	3.742411	5556	3.744762
5497	126	5527	489	5557	840
5498	205	5528	568	5558	919
5499	284	5529	647	5559	997
5500	363	5530	725	5560	3.745075
5501	3.740442	5531	804	5561	153
5502	521	5532	882	5562	231
5503	600	5533	961	5563	309
5504	678	5534	3.743039	5564	387
5505	757	5535	118	5565	465
5506	836	5536	196	5566	3.745543
5507	915	5537	275	5567	621
5508	994	5538	353	5568	699
5509	3.741073	5539	431	5569	777
5510	152	5540	510	5570	855
5511	230	5541	3.743588	5571	933
5512	309	5542	667	5572	3.746011
5513	388	5543	745	5573	089
5514	467	5544	823	5574	167
5515	546	5545	902	5575	245
5516	3.741624	5546	980	5576	3.746323
5517	703	5547	3.744058	5577	401
5518	782	5548	136	5578	478
5519	860	5549	215	5579	556
5520	939	5550	293	5580	634

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
5581	3.746712	5611	3.749040	5641	3.751356
5582	790	5612	118	5642	433
5583	868	5613	195	5643	510
5584	945	5614	272	5644	587
5585	3.747023	5615	350	5645	664
5586	101	5616	3.749427	5646	3.751741
5587	179	5617	504	5647	818
5588	256	5618	582	5648	895
5589	334	5619	659	5649	972
5590	412	5620	736	5650	3.752048
5591	3.747489	5621	3.749814	5651	125
5592	567	5622	891	5652	202
5593	645	5623	968	5653	279
5594	722	5624	3.750045	5654	356
5595	800	5625	123	5655	433
5596	878	5626	200	5656	3.752509
5597	955	5627	277	5657	586
5598	3.748033	5628	354	5658	663
5599	110	5629	431	5659	740
5600	188	5630	508	5660	816
5601	266	5631	3.750586	5661	893
5602	343	5632	663	5662	970
5603	421	5633	740	5663	3.753047
5604	498	5634	817	5664	123
5605	576	5635	894	5665	200
5606	3.748653	5636	971	5666	277
5607	731	5637	3.751048	5667	353
5608	808	5638	125	3668	430
5609	885	5639	202	5669	506
5610	963	5640	279	5670	583

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
5671	3.753660	5701	3.755951	5731	3.758230
5672	736	5702	3.756027	5732	306
5673	813	5703	103	5733	382
5674	889	5704	180	5734	458
5675	966	5705	256	5735	533
5676	3.754042	5706	3.756332	5736	3.758609
5677	119	5707	408	5737	685
5678	195	5708	484	5738	761
5679	272	5709	560	5739	836
5680	348	5710	636	5740	912
5681	3.754425	5711	3.756712	5741	988
5682	501	5712	788	5742	3.759063
5683	578	5713	864	5743	139
5684	654	5714	940	5744	214
5685	730	5715	3.757016	5745	290
5686	3.754807	5716	092	5746	3.759366
5687	883	5717	168	5747	441
5688	960	5718	244	5748	517
5689	3.755036	5719	320	5749	592
5690	112	5720	396	5750	668
5691	189	5721	3.757472	5751	3.759743
5692	265	5722	548	5752	819
5693	341	5723	624	5753	894
5694	417	5724	700	5754	970
5695	494	5725	775	5755	3.760045
5696	3.755570	5726	851	5756	121
5697	646	5727	927	5757	196
5698	722	5728	3.758003	5758	272
5699	799	5729	079	5759	347
5700	875	5730	155	5760	422

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
5761	3.760498	5791	3.762754	5821	3.764998
5762	573	5792	829	5822	3.765072
5763	649	5793	904	5823	147
5764	724	5794	978	5824	221
5765	799	5795	3.763053	5825	296
5766	875	5796	128	5826	3.765370
5767	950	5797	203	5827	445
5768	3.761025	5798	278	5828	520
5769	101	5799	353	5829	594
5770	176	5800	428	5830	669
5771	3.761251	5801	3.763503	5831	3.765743
5772	326	5802	578	5832	818
5773	402	5803	653	5833	892
5774	477	5804	727	5834	966
5775	552	5805	802	5835	3.766041
5776	3.761627	5806	877	5836	115
5777	702	5807	952	5837	190
5778	778	5808	3.764027	5838	264
5779	853	5809	101	5839	338
5780	928	5810	176	5840	413
5781	3.762003	5811	251	5841	3.766487
5782	078	5812	326	5842	562
5783	153	5813	400	5843	636
5784	228	5814	475	5844	710
5785	303	5815	550	5845	785
5786	3.762378	5816	3.764624	5846	859
5787	453	5817	699	5847	933
5788	529	5818	774	5848	3.767007
5789	604	5819	848	5849	082
5790	679	5820	923	5850	156

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
5851	3.767230	5881	3.769451	5911	3.771661
5852	304	5882	525	5912	734
5853	379	5883	599	5913	808
5854	453	5884	673	5914	881
5855	527	5885	746	5915	955
5856	3.767601	5886	3.769820	5916	3.772028
5857	675	5887	894	5917	102
5858	749	5888	968	5918	175
5859	823	5889	3.770042	5919	248
5860	898	5890	115	5920	322
5861	972	5891	189	5921	3.772395
5862	3.768046	5892	263	5922	468
5863	120	5893	336	5923	542
5864	194	5894	410	5924	615
5865	268	5895	484	5925	688
5866	3.768342	5896	3.770557	5926	3.772762
5867	416	5897	631	5927	835
5868	490	5898	705	5928	908
5869	564	5899	778	5929	981
5870	638	5900	852	5930	3.773055
5871	3.768712	5901	926	5931	128
5872	786	5902	999	5932	201
5873	860	5903	3.771073	5933	274
5874	934	5904	146	5934	348
5875	3.769008	5905	220	5935	421
5876	082	5906	293	5936	3.773494
5877	156	5907	367	5937	567
5878	230	5908	440	5938	640
5879	303	5909	514	5939	713
5880	377	5910	587	5940	786

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
5941	3.773860	5971	3.776047	6001	3.778224
5942	933	5972	120	6002	296
5943	3.774006	5973	193	6003	368
5944	079	5974	265	6004	441
5945	152	5975	338	6005	513
5946	3.774225	5976	3.776411	6006	3.778585
5947	298	5977	483	6007	658
5948	371	5978	556	6008	730
5949	444	5979	629	6009	802
5950	517	5980	701	6010	874
5951	3.774590	5981	3.776774	6011	947
5952	663	5982	846	6012	3.779019
5953	736	5983	919	6013	091
5954	809	5984	992	6014	163
5955	882	5985	3.777064	6015	236
5956	955	5986	137	6016	3.779308
5957	3.775028	5987	209	6017	380
5958	100	5988	282	6018	452
5959	173	5989	354	6019	524
5960	246	5990	427	6020	596
5961	3.775319	5991	3.777499	6021	3.779669
5962	392	5992	572	6022	741
5963	465	5993	644	6023	813
5964	538	5994	717	6024	885
5965	610	5995	789	6025	957
5966	3.775683	5996	862	6026	3.780029
5967	756	5997	934	6027	101
5968	829	5998	3.778006	6028	173
5969	902	5999	079	6029	245
5970	974	6000	151	6030	317

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
6031	3.780389	6061	3.782544	6091	3.784689
6032	461	6062	616	6092	760
6033	533	6063	688	6093	831
6034	605	6064	759	6094	902
6035	677	6065	831	6095	974
6036	3.780749	6066	902	6096	3.785045
6037	821	6067	974	6097	116
6038	893	6068	3.783046	6098	187
6039	965	6069	117	6099	259
6040	3.781037	6070	189	6100	330
6041	109	6071	260	6101	3.785401
6042	181	6072	332	6102	472
6043	253	6073	403	6103	543
6044	324	6074	475	6104	615
6045	396	6075	546	6105	686
6046	3.781468	6076	3.783618	6106	3.785757
6047	540	6077	689	6107	828
6048	612	6078	761	6108	899
6049	684	6079	832	6109	970
6050	755	6080	904	6110	3.786041
6051	3.781827	6081	975	6111	112
6052	899	6082	3.784046	6112	183
6053	971	6083	118	6113	254
6054	3.782042	6084	189	6114	325
6055	114	6085	261	6115	396
6056	186	6086	3.784332	6116	3.786467
6057	258	6087	403	6117	538
6058	329	6088	475	6118	609
6059	401	6089	546	6119	680
6060	473	6090	617	6120	751

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
6121	3.786822	6151	3.788946	6181	3.791059
6122	893	6152	3.789016	6182	129
6123	964	6153	087	6183	199
6124	3.787035	6154	157	6184	269
6125	106	6155	228	6185	340
6126	177	6156	3.789299	6186	3.791410
6127	248	6157	369	6187	480
6128	319	6158	440	6188	550
6129	390	6159	510	6189	620
6130	460	6160	581	6190	691
6131	3.787531	6161	3.789651	6191	3.791761
6132	602	6162	722	6192	831
6133	673	6163	792	6193	901
6134	744	6164	863	6194	971
6135	815	6165	933	6195	3.792041
6136	885	6166	3.790004	6196	111
6137	956	6167	074	6197	181
6138	3.788027	6168	144	6198	252
6139	098	6169	215	6199	322
6140	168	6170	285	6200	392
6141	239	6171	3.790356	6201	3.792462
6142	310	6172	426	6202	532
6143	381	6173	496	6203	602
6144	451	6174	567	6204	672
6145	522	6175	637	6205	742
6146	3.788593	6176	3.790707	6206	3.792812
6147	663	6177	778	6207	882
6148	734	6178	848	6208	952
6149	804	6179	918	6209	3.793022
6150	875	6180	988	6210	092

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
6211	3.793162	6241	3.795254	6271	3.797337
6212	231	6242	324	6272	406
6213	301	6243	393	6273	475
6214	371	6244	463	6274	545
6215	441	6245	532	6275	614
6216	3.793511	6246	3.795602	6276	3.797683
6217	581	6247	672	6277	752
6218	651	6248	741	6278	821
6219	721	6249	811	6279	890
6220	790	6250	880	6280	960
6221	860	6251	949	6281	3.798029
6222	930	6252	3.796019	6282	098
6223	3.794000	6253	088	6283	167
6224	070	6254	158	6284	236
6225	139	6255	227	6285	305
6226	209	6256	3.796297	6286	3.798374
6227	279	6257	366	6287	443
6228	349	6258	436	6288	513
6229	418	6259	505	6289	582
6230	488	6260	574	6290	651
6231	3.794558	6261	3.796644	6291	3.798720
6232	627	6262	713	6292	789
6233	697	6263	782	6293	858
6234	767	6264	852	6294	927
6235	836	6265	921	6295	996
6236	906	6266	990	6296	3.799065
6237	976	6267	3.797060	6297	134
6238	3.795045	6268	129	6298	203
6239	115	6269	198	6299	272
6240	185	6270	268	6300	341

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
6301	3.799409	6331	3.801472	6361	3.803525
6302	478	6332	541	6362	594
6303	547	6333	609	6363	662
6304	616	6334	678	6364	730
6305	685	6335	747	6365	798
6306	3.799754	6336	3.801815	6366	867
6307	823	6337	884	6367	935
6308	892	6338	952	6368	3.804003
6309	961	6339	3.802021	6369	071
6310	3.800029	6340	089	6370	139
6311	098	6341	158	6371	3.804208
6312	167	6342	226	6372	276
6313	236	6343	295	6373	344
6314	305	6344	363	6374	412
6315	373	6345	432	6375	480
6316	3.800442	6346	3.802500	6376	3.804548
6317	511	6347	568	6377	616
6318	580	6348	637	6378	685
6319	648	6349	705	6379	753
6320	717	6350	774	6380	821
6321	3.800786	6351	3.802842	6381	889
6322	854	6352	910	6382	957
6323	923	6353	979	6383	3.805025
6324	992	6354	3.803047	6384	093
6325	3.801061	6355	116	6385	161
6326	129	6356	184	6386	3.805229
6327	198	6357	252	6387	297
6328	266	6358	321	6388	365
6329	335	6359	389	6389	433
6330	404	6360	457	6390	501

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
6391	3.805569	6421	3.807603	6451	3.809627
6392	637	6422	670	6452	694
6393	705	6423	738	6453	762
6394	773	6424	806	6454	829
6395	841	6425	873	6455	896
6396	908	6426	941	6456	964
6397	976	6427	3.808008	6457	3.810031
6398	3.806044	6428	076	6458	098
6399	112	6429	143	6459	165
6400	180	6430	211	6460	233
6401	3.806248	6431	3.808279	6461	3.810300
6402	316	6432	346	6462	367
6403	384	6433	414	6463	434
6404	451	6434	481	6464	501
6405	519	6435	549	6465	569
6406	3.806587	6436	3.808616	6466	3.810635
6407	655	6437	684	6467	703
6408	723	6438	751	6468	770
6409	790	6439	818	6469	837
6410	858	6440	886	6470	904
6411	926	6441	953	6471	971
6412	994	6442	3.809021	6472	3.811039
6413	3.807061	6443	088	6473	106
6414	129	6444	156	6474	173
6415	197	6445	223	6475	240
6416	3.807264	6446	3.809290	6476	3.811307
6417	332	6447	358	6477	374
6418	400	6448	425	6478	441
6419	467	6449	492	6479	508
6420	535	6450	560	6480	575

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
6481	3.811642	6511	3.813648	6541	3.815644
6482	709	6512	714	6542	711
6483	776	6513	781	6543	777
6484	843	6514	848	6544	843
6485	910	6515	914	6545	910
6486	977	6516	981	6546	976
6487	3.812044	6517	3.814048	6547	3.816042
6488	111	6518	114	6548	109
6489	178	6519	181	6549	175
6490	245	6520	248	6550	241
6491	3.812312	6521	3.814314	6551	3.816308
6492	379	6522	381	6552	374
6493	445	6523	447	6553	440
6494	512	6524	514	6554	506
6495	579	6525	581	6555	573
6496	3.812646	6526	3.814647	6556	3.816639
6497	713	6527	714	6557	705
6498	780	6528	780	6558	771
6499	847	6529	847	6559	838
6500	913	6530	913	6560	904
6501	980	6531	980	6561	970
6502	3.813047	6532	3.815046	6562	3.817036
6503	114	6533	113	6563	102
6504	181	6534	179	6564	169
6505	247	6535	246	6565	235
6506	3.813314	6536	3.815312	6566	3.817301
6507	381	6537	378	6567	367
6508	448	6538	445	6568	433
6509	514	6539	511	6569	499
6510	581	6540	578	6570	565

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
6571	3.817631	6601	3.819610	6631	3.821579
6572	698	6602	676	6632	645
6573	764	6603	741	6633	710
6574	830	6604	807	6634	775
6575	896	6605	873	6635	841
6576	962	6606	939	6636	906
6577	3.818028	6607	3.820004	6637	972
6578	094	6608	070	6638	3.822037
6579	160	6609	136	6639	103
6580	226	6610	201	6640	168
6581	3.818292	6611	3.820267	6641	3.822233
6582	358	6612	333	6642	299
6583	424	6613	399	6643	364
6584	490	6614	464	6644	430
6585	556	6615	530	6645	495
6586	3.818622	6616	3.820595	6646	3.822560
6587	688	6617	661	6647	626
6588	754	6618	727	6648	691
6589	820	6619	792	6649	756
6590	885	6620	858	6650	822
6591	951	6621	924	6651	887
6592	3.819017	6622	989	6652	952
6593	083	6623	3.821055	6653	3.823018
6594	149	6624	120	6654	083
6595	215	6625	186	6655	148
6596	3.819281	6626	3.821251	6656	3.823213
6597	346	6627	317	6657	279
6598	412	6628	382	6658	344
6599	478	6629	448	6659	409
6600	544	6630	514	6660	474

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
6661	3.823539	6691	3.825491	6721	3.827434
6662	605	6692	556	6722	499
6663	670	6693	621	6723	563
6664	735	6694	686	6724	628
6665	800	6695	751	6725	692
6666	865	6696	3.825815	6726	3.827757
6667	930	6697	880	6727	821
6668	996	6698	945	6728	886
6669	3.824061	6699	3.826010	6729	951
6670	126	6700	075	6730	3.828015
6671	191	6701	140	6731	080
6672	256	6702	204	6732	144
6673	321	6703	269	6733	209
6674	386	6704	334	6734	273
6675	451	6705	399	6735	338
6676	3.824516	6706	3.826464	6736	3.828402
6677	581	6707	528	6737	467
6678	646	6708	593	6738	531
6679	711	6709	658	6739	595
6680	776	6710	723	6740	660
6681	3.824841	6711	3.826787	6741	3.828724
6682	906	6712	852	6742	789
6683	971	6713	917	6743	853
6684	3.825036	6714	981	6744	918
6685	101	6715	3.827046	6745	982
6686	166	6716	111	6746	3.829046
6687	231	6717	175	6747	111
6688	296	6718	240	6748	175
6689	361	6719	305	6749	239
6690	426	6720	369	6750	304

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
6751	3.829368	6781	3.831294	6811	3.833211
6752	432	6782	358	6812	275
6753	497	6783	422	6813	338
6754	561	6784	486	6814	402
6755	625	6785	550	6815	466
6756	3.829690	6786	3.831614	6816	3.833530
6757	754	6787	678	6817	593
6758	818	6788	742	6818	657
6759	882	6789	806	6819	721
6760	947	6790	870	6820	784
6761	3.830011	6791	934	6821	3.833848
6762	075	6792	998	6822	912
6763	139	6793	3.832062	6823	975
6764	204	6794	126	6824	3.834039
6765	268	6795	189	6825	103
6766	3.830332	6796	3.832253	6826	166
6767	396	6797	317	6827	230
6768	460	6798	381	6828	294
6769	525	6799	445	6829	357
6770	589	6800	509	6830	421
6771	3.830653	6801	3.832573	6831	3.834484
6772	717	6802	637	6832	548
6773	781	6803	700	6833	611
6774	845	6804	764	6834	675
6775	909	6805	828	6835	739
6776	973	6806	892	6836	3.834802
6777	3.831037	6807	956	6837	866
6778	102	6808	3.833020	6838	929
6779	166	6809	083	6839	993
6780	230	6810	147	6840	3.835056

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
6841	3.835120	6871	3.837020	6901	3.838912
6842	183	6872	083	6902	975
6843	247	6873	146	6903	3.839038
6844	310	6874	210	6904	101
6845	373	6875	273	6905	164
6846	3.835437	6876	3.837336	6906	3.839227
6847	500	6877	399	6907	289
6848	564	6878	462	6908	352
6849	627	6879	525	6909	415
6850	691	6880	588	6910	478
6851	3.835754	6881	3.837652	6911	3.839541
6852	817	6882	715	6912	604
6853	881	6883	778	6913	667
6854	944	6884	841	6914	729
6855	3.836007	6885	904	6915	792
6856	071	6886	967	6916	3.839855
6857	134	6887	3.838030	6917	918
6858	197	6888	093	6918	981
6859	261	6889	156	6919	3.840043
6860	324	6890	219	6920	106
6861	3.836387	6891	3.838282	6921	169
6862	451	6892	345	6922	232
6863	514	6893	408	6923	294
6864	577	6894	471	6924	357
6865	641	6895	534	6925	420
6866	3.836704	6896	3.838597	6926	3.840482
6867	767	6897	660	6927	545
6868	830	6898	723	6928	608
6869	894	6899	786	6929	671
6870	957	6900	849	6930	733

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
6931	3.840796	6961	3.842672	6991	3.844539
6932	859	6962	734	6992	601
6933	921	6963	796	6993	664
6934	984	6964	859	6994	726
6935	046	6965	921	6995	788
6936	3.841109	6966	983	6996	3.844850
6937	172	6967	3.843046	6997	912
6938	234	6968	108	6998	974
6939	297	6969	170	6999	3.845036
6940	359	6970	233	7000	098
6941	3.841422	6971	3.843295	7001	160
6942	485	6972	357	7002	222
6943	547	6973	420	7003	284
6944	610	6974	482	7004	346
6945	672	6975	544	7005	408
6946	3.841735	6976	3.843606	7006	3.845470
6947	797	6977	669	7007	532
6948	860	6978	731	7008	594
6949	922	6979	793	7009	656
6950	985	6980	855	7010	718
6951	3.842047	6981	918	7011	3.845780
6952	110	6982	980	7012	842
6953	172	6983	3.844042	7013	904
6954	235	6984	104	7014	966
6955	297	6985	166	7015	3.846028
6956	3.842360	6986	3.844229	7016	090
6957	422	6987	291	7017	151
6958	484	6988	353	7018	213
6959	547	6989	415	7019	275
6960	609	6990	477	7020	337

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
7021	3.846399	7051	3.848251	7081	3.850095
7022	461	7052	312	7082	156
7023	523	7053	374	7083	217
7024	585	7054	435	7084	279
7025	646	7055	497	7085	340
7026	3.846708	7056	3.848559	7086	3.850401
7027	770	7057	620	7087	462
7028	832	7058	682	7088	524
7029	894	7059	743	7089	585
7030	955	7060	805	7090	646
7031	3.847017	7061	3.848866	7091	3.850707
7032	079	7062	928	7092	769
7033	141	7063	989	7093	830
7034	202	7064	3.849051	7094	891
7035	264	7065	112	7095	952
7036	3.847326	7066	174	7096	3.851014
7037	388	7067	235	7097	075
7038	449	7068	297	7098	136
7039	511	7069	358	7099	197
7040	573	7070	419	7100	258
7041	3.847634	7071	3.849481	7101	3.851320
7042	696	7072	542	7102	381
7043	758	7073	604	7103	442
7044	819	7074	665	7104	503
7045	881	7075	726	7105	564
7046	943	7076	3.849788	7106	3.851625
7047	3.848004	7077	849	7107	686
7048	066	7078	911	7108	747
7049	128	7079	972	7109	809
7050	189	7080	3.850033	7110	870

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
7111	3.851931	7141	3.853759	7171	3.855580
7112	992	7142	820	7172	640
7113	3.852053	7143	881	7173	701
7114	114	7144	941	7174	761
7115	175	7145	3.854002	7175	822
7116	3.852236	7146	063	7176	3.855882
7117	297	7147	124	7177	943
7118	358	7148	185	7178	3.856003
7119	419	7149	245	7179	064
7120	480	7150	306	7180	124
7121	3.852541	7151	3.854367	7181	3.856185
7122	602	7152	428	7182	245
7123	663	7153	488	7183	306
7124	724	7154	549	7184	366
7125	785	7155	610	7185	427
7126	3.852846	7156	3.854670	7186	3.856487
7127	907	7157	731	7187	548
7128	968	7158	792	7188	608
7129	3.853029	7159	852	7189	668
7130	090	7160	913	7190	729
7131	150	7161	974	7191	3.856789
7132	211	7162	3.855034	7192	850
7133	272	7163	095	7193	910
7134	333	7164	156	7194	970
7135	394	7165	216	7195	3.857031
7136	3.853455	7166	3.855277	7196	091
7137	516	7167	337	7197	152
7138	576	7168	398	7198	212
7139	637	7169	459	7199	272
7140	698	7170	519	7200	332

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
7201	3.857393	7231	3.859198	7261	3.860996
7202	453	7232	258	7262	3.861056
7203	513	7233	318	7263	116
7204	574	7234	379	7264	176
7205	634	7235	439	7265	236
7206	3.857694	7236	3.859499	7266	3.861295
7207	755	7237	559	7267	355
7208	815	7238	619	7268	415
7209	875	7239	679	7269	475
7210	935	7240	739	7270	534
7211	995	7241	3.859799	7271	3.861594
7212	3.858056	7242	859	7272	654
7213	116	7243	918	7273	714
7214	176	7244	978	7274	773
7215	236	7245	3.860038	7275	833
7216	3.858297	7246	098	7276	893
7217	357	7247	158	7277	952
7218	417	7248	218	7278	3.862012
7219	477	7249	278	7279	072
7220	537	7250	338	7280	131
7221	3.858597	7251	3.860398	7281	3.862191
7222	657	7252	458	7282	251
7223	718	7253	518	7283	310
7224	778	7254	578	7284	370
7225	838	7255	637	7285	430
7226	898	7256	3.860697	7286	3.862489
7227	958	7257	757	7287	549
7228	3.859018	7258	817	7288	608
7229	078	7259	877	7289	668
7230	138	7260	937	7290	728

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
7291	3.862787	7321	3.864570	7351	3.866346
7292	847	7322	630	7352	405
7293	906	7323	689	7353	465
7294	966	7324	748	7354	524
7295	3.863025	7325	808	7355	583
7296	085	7326	3.864867	7356	3.866642
7297	144	7327	926	7357	701
7298	204	7328	985	7358	760
7299	263	7329	3.865045	7359	819
7300	323	7330	104	7360	878
7301	3.863382	7331	163	7361	937
7302	442	7332	222	7362	996
7303	501	7333	282	7363	3.867055
7304	561	7334	341	7364	114
7305	620	7335	400	7365	173
7306	3.863680	7336	3.865459	7366	232
7307	739	7337	519	7367	291
7308	799	7338	578	7368	350
7309	858	7339	637	7369	409
7310	917	7340	696	7370	467
7311	977	7341	3.865755	7371	3.867526
7312	3.864036	7342	814	7372	585
7313	096	7343	874	7373	644
7314	155	7344	933	7374	703
7315	214	7345	992	7375	762
7316	3.864274	7346	3.866051	7376	3.867821
7317	333	7347	110	7377	880
7318	392	7348	169	7378	939
7319	452	7349	228	7379	998
7320	511	7350	287	7380	3.868056

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
7381	3.868115	7411	3.869877	7441	3.871631
7382	174	7412	935	7442	690
7383	233	7413	994	7443	748
7384	292	7414	3.870053	7444	806
7385	350	7415	111	7445	865
7386	3.868409	7416	170	7446	923
7387	468	7417	228	7447	981
7388	527	7418	287	7448	3.872040
7389	586	7419	345	7449	098
7390	644	7420	404	7450	156
7391	3.868703	7421	3.870462	7451	3.872215
7392	762	7422	521	7452	273
7393	821	7423	579	7453	331
7394	879	7424	638	7454	389
7395	938	7425	696	7455	448
7396	997	7426	3.870755	7456	3.872506
7397	3.869056	7427	813	7457	564
7398	114	7428	872	7458	622
7399	173	7429	930	7459	681
7400	232	7430	989	7460	739
7401	3.869290	7431	3.871047	7461	3.872797
7402	349	7432	106	7462	855
7403	408	7433	164	7463	913
7404	466	7434	223	7464	972
7405	525	7435	281	7465	3.873030
7406	3.869584	7436	3.871339	7466	088
7407	642	7437	398	7467	146
7408	701	7438	456	7468	204
7409	760	7439	515	7469	262
7410	818	7440	573	7470	321

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
7471	3.873379	7501	3.875119	7531	3.876853
7472	437	7502	177	7532	910
7473	495	7503	235	7533	968
7474	553	7504	293	7534	3.877026
7475	611	7505	351	7535	083
7476	3.873669	7506	3.875409	7536	141
7477	727	7507	466	7537	199
7478	785	7508	524	7538	256
7479	844	7509	582	7539	314
7480	902	7510	640	7540	371
7481	960	7511	3.875698	7541	3.877429
7482	3.874018	7512	756	7542	487
7483	076	7513	813	7543	544
7484	134	7514	871	7544	602
7485	192	7515	929	7545	659
7486	3.874250	7516	987	7546	3.877717
7487	308	7517	3.876045	7547	774
7488	366	7518	102	7548	832
7489	424	7519	160	7549	889
7490	482	7520	218	7550	947
7491	3.874540	7521	3.876276	7551	3.878004
7492	598	7522	333	7552	062
7493	656	7523	391	7553	119
7494	714	7524	449	7554	177
7495	772	7525	507	7555	234
7496	3.874830	7526	3.876564	7556	3.878292
7497	888	7527	622	7557	349
7498	945	7528	680	7558	407
7499	3.875003	7529	737	7559	464
7500	061	7530	795	7560	522

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
7561	3.878579	7591	3.880299	7621	3.882012
7562	637	7592	356	7622	069
7563	694	7593	413	7623	126
7564	752	7594	471	7624	183
7565	809	7595	528	7625	240
7566	3.878866	7596	3.880585	7626	3.882297
7567	924	7597	642	7627	354
7568	981	7598	699	7628	411
7569	3.879039	7599	756	7629	468
7570	096	7600	814	7630	525
7571	153	7601	3.880871	7631	3.882581
7572	211	7602	928	7632	638
7573	268	7603	985	7633	695
7574	325	7604	3.881042	7634	752
7575	383	7605	099	7635	809
7576	3.879440	7606	156	7636	3.882866
7577	497	7607	213	7637	923
7578	555	7608	271	7638	980
7579	612	7609	328	7639	3.883037
7580	669	7610	385	7640	093
7581	3.879726	7611	3.881442	7641	150
7582	784	7612	499	7642	207
7583	841	7613	556	7643	264
7584	898	7614	613	7644	321
7585	956	7615	670	7645	377
7586	3.880013	7616	3.881727	7646	3.883434
7587	070	7617	784	7647	491
7588	127	7618	841	7648	548
7589	185	7619	898	7649	605
7590	242	7620	955	7650	661

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
7651	3.883718	7681	3.885418	7711	3.887111
7652	775	7682	474	7712	167
7653	832	7683	531	7713	223
7654	888	7684	587	7714	280
7655	945	7685	644	7715	336
7656	3.884002	7686	3.885700	7716	3.887392
7657	059	7687	757	7717	448
7658	115	7688	818	7718	505
7659	172	7689	870	7719	561
7660	229	7690	926	7720	617
7661	3.884285	7691	983	7721	3.887674
7662	342	7692	3.886039	7722	730
7663	399	7693	096	7723	786
7664	455	7694	152	7724	842
7665	512	7695	209	7725	898
7666	3.884569	7696	3.886265	7726	955
7667	625	7697	321	7727	3.888011
7668	682	7698	378	7728	067
7669	739	7699	434	7729	123
7670	795	7700	491	7730	179
7671	3.884852	7701	3.886547	7731	3.888236
7672	909	7702	604	7732	292
7673	965	7703	660	7733	348
7674	3.885022	7704	716	7734	404
7675	078	7705	773	7735	460
7676	135	7706	3.886829	7736	3.888516
7677	192	7707	885	7737	573
7678	248	7708	942	7738	629
7679	305	7709	998	7739	685
7680	361	7710	3887054	7740	741

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
7741	3.888797	7771	3.890477	7801	3.892150
7742	853	7772	533	7802	206
7743	909	7773	589	7803	262
7744	965	7774	645	7804	317
7745	3.889021	7775	700	7805	373
7746	077	7776	3.890756	7806	3.892429
7747	134	7777	812	7807	484
7748	190	7778	868	7808	540
7749	246	7779	924	7809	595
7750	302	7780	980	7810	651
7751	3.889358	7781	3.891035	7811	3.892707
7752	414	7782	091	7812	762
7753	470	7783	147	7813	818
7754	526	7784	203	7814	873
7755	582	7785	259	7815	929
7756	3.889638	7786	3.891314	7816	985
7757	694	7787	370	7817	3.893040
7758	750	7788	426	7818	096
7759	806	7789	482	7819	151
7760	862	7790	537	7820	207
7761	918	7791	3.891593	7821	3.893262
7762	974	7792	649	7822	318
7763	3.890030	7793	705	7823	373
7764	086	7794	760	7824	429
7765	141	7795	816	7825	484
7766	3.890197	7796	3.891872	7826	3.893540
7767	253	7797	928	7827	595
7768	309	7798	983	7828	651
7769	365	7799	3.892039	7829	706
7770	421	7800	095	7830	762

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
7831	3.893817	7861	3.895478	7891	3.897132
7832	873	7862	533	7892	187
7833	928	7863	588	7893	242
7834	984	7864	644	7894	297
7835	039	7865	699	7895	352
7836	3.894094	7866	3.895754	7896	3.897407
7837	150	7867	809	7897	462
7838	205	7868	864	7898	517
7839	261	7869	920	7899	572
7840	316	7870	975	7900	627
7841	3.894371	7871	3.896030	7901	3.897682
7842	427	7872	085	7902	737
7843	482	7873	140	7903	792
7844	538	7874	195	7904	847
7845	593	7875	251	7905	902
7846	3.894648	7876	3.896306	7906	957
7847	704	7877	361	7907	3.898012
7848	759	7878	416	7908	067
7849	814	7879	471	7909	122
7850	870	7880	526	7910	176
7851	925	7881	3.896581	7911	3.898231
7852	980	7882	636	7912	286
7853	3.895036	7883	692	7913	341
7854	091	7884	747	7914	396
7855	146	7885	802	7915	451
7856	3.895201	7886	3.896857	7916	3.898506
7857	257	7887	912	7917	561
7858	312	7888	967	7918	615
7859	367	7889	3.897022	7919	670
7860	423	7890	077	7920	725

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
7921	3.898780	7951	3.900422	7981	3.902057
7922	835	7952	476	7982	112
7923	890	7953	531	7983	166
7924	944	7954	586	7984	221
7925	999	7955	640	7985	275
7926	3.899054	7956	3.900695	7986	3.902329
7927	109	7957	749	7987	384
7928	164	7958	804	7988	438
7929	218	7959	859	7989	492
7930	273	7960	913	7990	547
7931	3.899328	7961	968	7991	3.902601
7932	383	7962	3.901022	7992	655
7933	437	7963	077	7993	710
7934	492	7964	131	7994	764
7935	547	7965	186	7995	818
7936	3.899602	7966	3.901240	7996	3.902873
7937	656	7967	295	7997	927
7938	711	7968	349	7998	981
7939	766	7969	404	7999	3.903036
7940	821	7970	458	8000	090
7941	3.899875	7971	3.901513	8001	144
7942	930	7972	567	8002	199
7943	985	7973	622	8003	253
7944	3.900039	7974	676	8004	307
7945	094	7975	731	8005	361
7946	149	7976	3.901785	8006	3.903416
7947	203	7977	840	8007	470
7948	258	7978	894	8008	524
7949	312	7979	948	8009	578
7950	367	7980	3.902003	8010	633

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
8011	3.903687	8041	3.905310	8071	3.906927
8012	741	8042	364	8072	981
8013	795	8043	418	8073	3.907035
8014	849	8044	472	8074	089
8015	904	8045	526	8075	143
8016	958	8046	3.905580	8076	3.907196
8017	3.904012	8047	634	8077	250
8018	066	8048	688	8078	304
8019	120	8049	742	8079	358
8020	174	8050	796	8080	411
8021	3.904229	8051	3.905850	8081	3.907465
8022	283	8052	904	8082	519
8023	337	8053	958	8083	573
8024	391	8054	3.906012	8084	626
8025	445	8055	066	8085	680
8026	3.904499	8056	119	8086	3.907734
8027	553	8057	173	8087	787
8028	607	8058	227	8088	841
8029	661	8059	281	8089	895
8030	716	8060	335	8090	949
8031	3.904770	8061	3.906389	8091	3.908002
8032	824	8062	443	8092	056
8033	878	8063	497	8093	110
8034	932	8064	551	8094	163
8035	986	8065	604	8095	217
8036	3.905040	8066	3.906658	8096	3.908270
8037	094	8067	712	8097	324
8038	148	8068	766	8098	378
8039	202	8069	820	8099	431
8040	256	8070	874	8100	485

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
8101	3.908539	8131	3.910144	8161	3.911743
8102	592	8132	197	8162	797
8103	646	8133	251	8163	850
8104	699	8134	304	8164	903
8105	753	8135	358	8165	956
8106	3.908807	8136	3.910411	8166	3.912009
8107	860	8137	464	8167	063
8108	914	8138	518	8168	116
8109	967	8139	571	8169	169
8110	3.909021	8140	624	8170	222
8111	074	8141	3.910678	8171	3.912275
8112	128	8142	731	8172	328
8113	181	8143	784	8173	381
8114	235	8144	838	8174	435
8115	289	8145	891	8175	488
8116	3.909342	8146	944	8176	3.912541
8117	396	8147	998	8177	594
8118	449	8148	3.911051	8178	647
8119	503	8149	104	8179	700
8120	556	8150	158	8180	753
8121	3.909610	8151	211	8181	3.912806
8122	663	8152	264	8182	859
8123	716	8153	317	8183	913
8124	770	8154	371	8184	966
8125	823	8155	424	8185	3.913019
8126	3.909877	8156	3.911477	8186	072
8127	930	8157	530	8187	125
8128	984	8158	584	8188	178
8129	3.910037	8159	637	8189	231
8130	091	8160	690	8190	284

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
8191	3.913337	8221	3.914925	8251	3.916507
8192	390	8222	977	8252	559
8193	443	8223	3.915030	8253	612
8194	496	8224	083	8254	664
8195	549	8225	136	8255	717
8196	3.913602	8226	3.915189	8256	3.916770
8197	655	8227	241	8257	822
8198	708	8228	294	8258	875
8199	761	8229	347	8259	927
8200	814	8230	400	8260	980
8201	3.913867	8231	3.915453	8261	3.917033
8202	920	8232	505	8262	085
8203	973	8233	558	8263	138
8204	3.914026	8234	611	8264	190
8205	079	8235	664	8265	243
8206	132	8236	3.915716	8266	3.917295
8207	184	8237	760	8267	348
8208	237	8238	822	8268	400
8209	290	8239	874	8269	453
8210	343	8240	927	8270	506
8211	3.914396	8241	980	8271	3.917558
8212	449	8242	3.916033	8272	611
8213	502	8243	085	8273	663
8214	555	8244	138	8274	716
8215	608	8245	191	8275	768
8216	3.914660	8246	3.916243	8276	3.917820
8217	713	8247	296	8277	873
8218	766	8248	349	8278	925
8219	819	8249	401	8279	978
8220	872	8250	454	8280	3.918030

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
8281	3.918083	8311	3.919653	8341	3.921218
8282	135	8312	706	8342	270
8283	188	8313	758	8343	322
8284	240	8314	810	8344	374
8285	293	8315	862	8345	426
8286	3.918345	8316	3.919914	8346	3.921478
8287	397	8317	967	8347	530
8288	450	8318	3.920019	8348	582
8289	502	8319	071	8349	634
8290	555	8320	123	8350	686
8291	3.918607	8321	3.920176	8351	3.921738
8292	659	8322	228	8352	790
8293	712	8323	280	8353	842
8294	764	8324	332	8354	894
8295	816	8325	384	8355	946
8296	3.918869	8326	3.920436	8356	998
8297	921	8327	489	8357	3.922050
8298	973	8328	541	8358	102
8299	3.919026	8329	593	8359	154
8300	078	8330	645	8360	206
8301	130	8331	3.920697	8361	3.922258
8302	183	8332	749	8362	310
8303	235	8333	801	8363	362
8304	287	8334	853	8364	414
8305	340	8335	906	8365	466
8306	3.919392	8336	958	8366	3.922518
8307	444	8337	3.921010	8367	570
8308	496	8338	062	8368	622
8309	549	8339	114	8369	674
8310	601	8340	166	8370	725

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
8371	3.922777	8401	3.924331	8431	3.925879
8372	829	8402	383	8432	931
8373	881	8403	434	8433	982
8374	933	8404	486	8434	3.926034
8375	985	8405	538	8435	085
8376	3.923037	8406	3.924589	8436	137
8377	089	8407	641	8437	188
8378	140	8408	693	8438	240
8379	192	8409	744	8439	291
8380	244	8410	796	8440	342
8381	3.923296	8411	3.924848	8441	3.926394
8382	348	8412	899	8442	445
8383	399	8413	951	8443	497
8384	451	8414	3.925002	8444	548
8385	503	8415	054	8445	600
8386	3.923555	8416	106	8446	3.926651
8387	607	8417	157	8447	702
8388	658	8418	209	8448	754
8389	710	8419	261	8449	805
8390	762	8420	312	8450	857
8391	3.923814	8421	3.925364	8451	908
8392	865	8422	415	8452	959
8393	917	8423	467	8453	3.927011
8394	969	8424	518	8454	062
8395	3.924021	8425	570	8455	114
8396	072	8426	3.925621	8456	3.927165
8397	124	8427	673	8457	216
8398	176	8428	725	8458	268
8399	228	8429	776	8459	319
8400	279	8430	828	8460	370

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
8461	3.927422	8491	3.928959	8521	3.930491
8462	473	8492	3.929010	8522	542
8463	524	8493	061	8523	592
8464	576	8494	112	8524	643
8465	627	8495	163	8525	694
8466	3.927678	8496	3.929215	8526	3.930745
8467	730	8497	266	8527	796
8468	781	8498	317	8528	847
8469	832	8499	368	8529	898
8470	883	8500	419	8530	949
8471	935	8501	3.929470	8531	3.931000
8472	986	8502	521	8532	051
8473	3.928037	8503	572	8533	102
8474	088	8504	623	8534	153
8475	140	8505	674	8535	204
8476	3.928191	8506	3.929725	8536	3.931254
8477	242	8507	776	8537	305
8478	293	8508	827	8538	356
8479	345	8509	879	8539	407
8480	396	8510	930	8540	458
8481	3.928447	8511	981	8541	3.931509
8482	498	8512	3.930032	8542	560
8483	549	8513	083	8543	610
8484	601	8514	134	8544	661
8485	652	8515	185	8545	712
8486	3.928703	8516	3.930236	8546	3.931763
8487	754	8517	287	8547	814
8488	805	8518	338	8548	865
8489	857	8519	389	8549	915
8490	908	8520	440	8550	966

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
8551	3.932017	8581	3.933538	8611	3.935054
8552	068	8582	589	8612	104
8553	118	8583	639	8613	154
8554	169	8584	690	8614	204
8555	220	8585	740	8615	255
8556	3.932271	8586	3.933791	8616	3.935306
8557	322	8587	841	8617	356
8558	372	8588	892	8618	406
8559	423	8589	943	8619	457
8560	474	8590	993	8620	507
8561	3.932524	8591	3.934044	8621	3.935558
8562	575	8592	094	8622	608
8563	626	8593	145	8623	658
8564	677	8594	195	8624	709
8565	727	8595	246	8625	759
8566	3.932778	8596	3.934296	8626	3.935809
8567	829	8597	347	8627	860
8568	879	8598	397	8628	910
8569	930	8599	448	8629	960
8570	981	8600	498	8630	3.936011
8571	3.933031	8601	3.934549	8631	061
8572	082	8602	599	8632	111
8573	133	8603	650	8633	162
8574	183	8604	700	8634	212
8575	234	8605	751	8635	262
8576	3.933285	8606	3.934801	8636	3.936313
8577	335	8607	852	8637	363
8578	386	8608	902	8638	413
8579	437	8609	953	8639	463
8580	487	8610	3.935003	8640	514

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
8641	3.936564	8671	3.938069	8701	3.939569
8642	614	8672	119	8702	619
8643	665	8673	169	8703	669
8644	715	8674	219	8704	719
8645	765	8675	269	8705	769
8646	3.936815	8676	3.938320	8706	3.939819
8647	865	8677	370	8707	869
8648	916	8678	420	8708	918
8649	966	8679	470	8709	968
8650	3.937016	8680	520	8710	3.940018
8651	066	8681	3.938570	8711	068
8652	117	8682	620	8712	118
8653	167	8683	670	8713	168
8654	217	8684	720	8714	218
8655	267	8685	770	8715	267
8656	3.937317	8686	3.938820	8716	3.940317
8657	367	8687	870	8717	367
8658	418	8688	920	8718	417
8659	468	8689	970	8719	467
8660	518	8690	3.939020	8720	516
8661	3.937568	8691	070	8721	3.940566
8662	618	8692	120	8722	616
8663	668	8693	170	8723	666
8664	718	8694	220	8724	716
8665	769	8695	270	8725	765
8666	3.937819	8696	3.939320	8726	3.940815
8667	869	8697	369	8727	865
8668	919	8698	419	8728	915
8669	969	8699	469	8729	964
8670	3.938019	8700	519	8730	3.941014

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
8731	3.941064	8761	3.942554	8791	3.944038
8732	114	8762	603	8792	088
8733	163	8763	653	8793	137
8734	213	8764	702	8794	186
8735	263	8765	752	8795	236
8736	3.941313	8766	3.942801	8796	3.944285
8737	362	8767	851	8797	335
8738	412	8768	901	8798	384
8739	462	8769	950	8799	433
8740	511	8770	3.943000	8800	483
8741	3.941561	8771	049	8801	3.944532
8742	611	8772	099	8802	581
8743	660	8773	148	8803	631
8744	710	8774	198	8804	680
8745	760	8775	247	8805	729
8746	3.941809	8776	3.943297	8806	3.944779
8747	859	8777	346	8807	828
8748	909	8778	396	8808	877
8749	958	8779	445	8809	927
8750	3.942008	8780	495	8810	976
8751	058	8781	3.943544	8811	3.945025
8752	107	8782	593	8812	074
8753	157	8783	643	8813	124
8754	207	8784	692	8814	173
8755	256	8785	742	8815	222
8756	3.942306	8786	3.943791	8816	3.945272
8757	355	8787	841	8817	321
8758	405	8788	890	8818	370
8759	455	8789	939	8819	419
8760	504	8790	989	8820	469

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
8821	3.945518	8851	3.946992	8881	3.948462
8822	567	8852	3.947041	8882	511
8823	616	8853	090	8883	560
8824	665	8854	140	8884	609
8825	715	8855	189	8885	657
8826	3.945764	8856	3.947238	8886	3.948706
8827	813	8857	287	8887	755
8828	862	8858	336	8888	804
8829	912	8859	385	8889	853
8830	961	8860	434	8890	902
8831	3.946010	8861	3.947483	8891	951
8832	059	8862	532	8892	999
8833	108	8863	581	8893	3.949048
8834	157	8864	630	8894	097
8835	207	8865	679	8895	146
8836	3.946256	8866	3.947728	8896	195
8837	305	8867	777	8897	244
8838	354	8868	826	8898	292
8839	403	8869	875	8899	341
8840	452	8870	924	8900	390
8841	3.946501	8871	973	8901	3.949439
8842	550	8872	3.948022	8902	488
8843	600	8873	070	8903	536
8844	649	8874	119	8904	585
8845	698	8875	168	8905	634
8846	3.946747	8876	3.948217	8906	3.949683
8847	796	8877	266	8907	731
8848	845	8878	315	8908	780
8849	894	8879	364	8909	829
8850	943	8880	413	8910	878

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
8911	3.949926	8941	3.951386	8971	3.952841
8912	975	8942	435	8972	889
8913	3.950024	8943	483	8973	938
8914	073	8944	532	8974	986
8915	121	8945	580	8975	3.953034
8916	3.950170	8946	3.951629	8976	083
8917	219	8947	677	8977	131
8918	267	8948	726	8978	180
8919	316	8949	774	8979	228
8920	365	8950	823	8980	276
8921	3.950414	8951	3.951872	8981	3.953325
8922	462	8952	920	8982	373
8923	511	8953	969	8983	421
8924	560	8954	3.952017	8984	470
8925	608	8955	066	8985	518
8926	3.950657	8956	114	8986	3.953566
8927	706	8957	163	8987	615
8928	754	8958	211	8988	663
8929	803	8959	260	8989	711
8930	851	8960	308	8990	760
8931	3.950900	8961	3.952356	8991	3.953808
8932	949	8962	405	8992	856
8933	997	8963	453	8993	905
8934	3.951046	8964	502	8994	953
8935	095	8965	550	8995	3.954001
8936	143	8966	3.952599	8996	049
8937	192	8967	647	8997	098
8938	240	8968	696	8998	146
8939	289	8969	744	8999	194
8940	338	8970	792	9000	243

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
9001	3.954291	9031	3.955736	9061	3.957176
9002	339	9032	784	9062	224
9003	387	9033	832	9063	272
9004	435	9034	880	9064	320
9005	484	9035	928	9065	368
9006	3.954532	9036	976	9066	3.957416
9007	580	9037	3.956024	9067	463
9008	628	9038	072	9068	512
9009	677	9039	120	9069	559
9010	725	9040	168	9070	607
9011	3.954773	9041	3.956216	9071	3.957655
9012	821	9042	265	9072	703
9013	869	9043	313	9073	751
9014	918	9044	361	9074	799
9015	966	9045	409	9075	847
9016	3.955014	9046	3.956457	9076	3.957894
9017	062	9047	505	9077	942
9018	110	9048	553	9078	990
9019	158	9049	601	9079	3.958038
9020	207	9050	649	9080	086
9021	3.955255	9051	3.956697	9081	134
9022	303	9052	745	9082	181
9023	351	9053	793	9083	229
9024	399	9054	840	9084	277
9025	447	9055	888	9085	325
9026	3.955495	9056	936	9086	3.958373
9027	543	9057	984	9087	421
9028	592	9058	3.957032	9088	468
9029	640	9059	080	9089	516
9030	688	9060	128	9090	564

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
9091	3.958612	9121	3.960042	9151	3.961469
9092	659	9122	090	9152	516
9093	707	9123	138	9153	563
9094	755	9124	185	9154	611
9095	803	9125	233	9155	658
9096	3.958850	9126	3.960280	9156	3.961706
9097	898	9127	328	9157	753
9098	946	9128	376	9158	801
9099	994	9129	423	9159	848
9100	3.959041	9130	471	9160	895
9101	089	9131	3.960518	9161	943
9102	137	9132	566	9162	990
9103	185	9133	613	9163	3.962038
9104	232	9134	661	9164	085
9105	280	9135	709	9165	132
9106	3.959328	9136	3.960756	9166	180
9107	375	9137	804	9167	227
9108	423	9138	851	9168	275
9109	471	9139	899	9169	322
9110	518	9140	946	9170	369
9111	3.959566	9141	994	9171	3.962417
9112	614	9142	3.961041	9172	464
9113	661	9143	089	9173	511
9114	709	9144	136	9174	559
9115	757	9145	184	9175	606
9116	3.959804	9146	3.961231	9176	3.962653
9117	852	9147	279	9177	701
9118	900	9148	326	9178	748
9119	947	9149	374	9179	795
9120	995	9150	421	9180	843

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
9181	3.962890	9211	3.964307	9241	3.965719
9182	937	9212	354	9242	766
9183	985	9213	401	9243	813
9184	3.963032	9214	448	9244	860
9185	079	9215	495	9245	907
9186	126	9216	3.964542	9246	954
9187	174	9217	590	9247	3.966001
9188	221	9218	637	9248	048
9189	268	9219	684	9249	095
9190	316	9220	731	9250	142
9191	3.963363	9221	3.964778	9251	3.966189
9192	410	9222	825	9252	236
9193	457	9223	872	9253	283
9194	504	9224	919	9254	329
9195	552	9225	966	9255	376
9196	3.963599	9226	3.965013	9256	3.966423
9197	646	9227	061	9257	470
9198	693	9228	108	9258	517
9199	741	9229	155	9259	564
9200	788	9230	202	9260	611
9201	3.963835	9231	3.965249	9261	3.966658
9202	882	9232	296	9262	705
9203	929	9233	343	9263	752
9204	977	9234	390	9264	799
9205	3.964024	9235	437	9265	845
9206	071	9236	3.965484	9266	892
9207	118	9237	531	9267	939
9208	165	9238	578	9268	986
9209	212	9239	625	9269	3.967033
9210	260	9240	672	9270	080

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
9271	3.967127	9301	3.968530	9331	3.969928
9272	173	9302	576	9332	975
9273	220	9303	623	9333	3.970021
9274	267	9304	670	9334	068
9275	314	9305	716	9335	114
9276	3.967361	9306	3.968763	9336	3.970161
9277	408	9307	810	9337	207
9278	454	9308	856	9338	254
9279	501	9309	903	9339	300
9280	548	9310	950	9340	347
9281	3.967595	9311	996	9341	3.970393
9282	642	9312	3.969043	9342	440
9283	688	9313	090	9343	486
9284	735	9314	136	9344	533
9285	782	9315	183	9345	579
9286	3.967829	9316	3.969229	9346	3.970626
9287	875	9317	276	9347	672
9288	922	9318	323	9348	719
9289	969	9319	369	9349	765
9290	3.968016	9320	416	9350	812
9291	062	9321	3.969463	9351	3.970858
9292	109	9322	509	9352	904
9293	156	9323	556	9353	951
9294	203	9324	602	9354	997
9295	249	9325	649	9355	3.971044
9296	3.968296	9326	3.969695	9356	090
9297	343	9327	742	9357	137
9298	390	9328	789	9358	183
9299	436	9329	835	9359	229
9300	483	9330	882	9360	276

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
9361	3.971322	9391	3.972712	9421	3.974097
9362	369	9392	758	9422	143
9363	415	9393	804	9423	189
9364	461	9394	851	9424	235
9365	508	9395	897	9425	281
9366	3.971554	9396	943	9426	3.974327
9367	601	9397	989	9427	374
9368	647	9398	3.973035	9428	420
9369	693	9399	082	9429	466
9370	740	9400	128	9430	512
9371	3.971786	9401	174	9431	3.974558
9372	832	9402	220	9432	604
9373	879	9403	266	9433	650
9374	925	9404	313	9434	696
9375	971	9405	359	9435	742
9376	3.972018	9406	3.973405	9436	3.974788
9377	064	9407	451	9437	834
9378	110	9408	497	9438	880
9379	157	9409	543	9439	926
9380	203	9410	590	9440	972
9381	3.972249	9411	3.973636	9441	3.975018
9382	295	9412	682	9442	064
9383	342	9413	728	9443	110
9384	388	9414	774	9444	156
9385	434	9415	820	9445	202
9386	3.972481	9416	3.973866	9446	3.975248
9387	527	9417	913	9447	294
9388	573	9418	959	9448	340
9389	619	9419	3.974005	9449	386
9390	666	9420	051	9450	432

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
9451	3.975478	9481	3.976854	9511	3.978226
9452	524	9482	900	9512	272
9453	570	9483	946	9513	317
9454	616	9484	992	9514	363
9455	662	9485	3.977037	9515	409
9456	3.975707	9486	083	9516	3.978454
9457	753	9487	129	9517	500
9458	799	9488	175	9518	546
9459	845	9489	220	9519	591
9460	891	9490	266	9520	637
9461	937	9491	3.977312	9521	3.978683
9462	983	9492	358	9522	728
9463	3.976029	9493	403	9523	774
9464	075	9494	449	9524	819
9465	121	9495	495	9525	865
9466	3.976166	9496	3.977541	9526	911
9467	212	9497	586	9527	956
9468	258	9498	632	9528	3.979002
9469	304	9499	678	9529	047
9470	350	9500	724	9530	093
9471	3.976396	9501	3.977769	9531	3.979138
9472	442	9502	815	9532	184
9473	488	9503	861	9533	230
9474	533	9504	906	9534	275
9475	579	9505	952	9535	321
9476	3.976625	9506	998	9536	3.979366
9477	671	9507	3.978043	9537	412
9478	717	9508	089	9538	457
9479	763	9509	135	9539	503
9480	808	9510	181	9540	548

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
9541	3.979594	9571	3.980957	9601	3.982316
9542	639	9572	3.981003	9602	362
9543	685	9573	048	9603	407
9544	730	9574	093	9604	452
9545	776	9575	139	9605	497
9546	3.979821	9576	3.981184	9606	3.982543
9547	867	9577	229	9607	588
9548	912	9578	275	9608	633
9549	958	9579	320	9609	678
9550	3.980003	9580	366	9610	723
9551	049	9581	3.981411	9611	3.982769
9552	094	9582	456	9612	814
9553	140	9583	501	9613	859
9554	185	9584	547	9614	904
9555	231	9585	592	9615	949
9556	3.980276	9586	3.981637	9616	994
9557	322	9587	683	9617	3.983040
9558	367	9588	728	9618	085
9559	412	9589	773	9619	130
9560	458	9590	819	9620	175
9561	3.980503	9591	3.981864	9621	3.983220
9562	549	9592	909	9622	265
9563	594	9593	954	9623	310
9564	640	9594	3.982000	9624	356
9565	685	9595	045	9625	401
9566	3.980730	9596	090	9626	3.983446
9567	776	9597	135	9627	491
9568	821	9598	181	9628	536
9569	867	9599	226	9629	581
9570	912	9600	271	9630	626

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
9631	3.983671	9661	3.985022	9691	3.986369
9632	716	9662	067	9692	413
9633	762	9663	112	9693	458
9634	807	9664	157	9694	503
9635	852	9665	202	9695	548
9636	3.983897	9666	3.985247	9696	3.986593
9637	942	9667	292	9697	637
9638	987	9668	337	9698	682
9639	3.984032	9669	382	9699	727
9640	077	9670	426	9700	772
9641	122	9671	3.985471	9701	3.986816
9642	167	9672	516	9702	861
9643	212	9673	561	9703	906
9644	257	9674	606	9704	951
9645	302	9675	651	9705	996
9646	3.984347	9676	3.985696	9706	3.987040
9647	392	9677	741	9707	085
9648	437	9678	786	9708	130
9649	482	9679	830	9709	175
9650	527	9680	875	9710	219
9651	3.984572	9681	920	9711	3.987264
9652	617	9682	965	9712	309
9653	662	9683	3.986010	9713	353
9654	707	9684	055	9714	398
9655	752	9685	100	9715	443
9656	3.984797	9686	3.986144	9716	3.987488
9657	842	9687	189	9717	532
9658	887	9688	234	9718	577
9659	932	9689	279	9719	622
9660	977	9690	324	9720	666

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
9721	3.987711	9751	3.989049	9781	3.990383
9722	756	9752	094	9782	428
9723	800	9753	138	9783	472
9724	845	9754	183	9784	516
9725	890	9755	227	9785	561
9726	934	9756	3.989272	9786	3.990605
9727	979	9757	316	9787	650
9728	3.988024	9758	361	9788	694
9729	068	9759	405	9789	738
9730	113	9760	450	9790	783
9731	3.988157	9761	3.989494	9791	3.990827
9732	202	9762	539	9792	871
9733	247	9763	583	9793	916
9734	291	9764	628	9794	960
9735	336	9765	672	9795	3.991004
9736	3.988381	9766	3.989717	9796	049
9737	425	9767	761	9797	093
9738	470	9768	806	9798	137
9739	514	9769	850	9799	182
9740	559	9770	895	9800	226
9741	3.988604	9771	939	9801	3.991270
9742	648	9772	983	9802	315
9743	693	9773	3.990028	9803	359
9744	737	9774	072	9804	403
9745	782	9775	117	9805	448
9746	3.988826	9776	3.990161	9806	3.991492
9747	871	9777	206	9807	536
9748	916	9778	250	9808	580
9749	960	9779	294	9809	625
9750	3.989005	9780	339	9810	669

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
9811	3.991713	9841	3.993039	9871	3.994361
9812	758	9842	083	9872	405
9813	802	9843	127	9873	449
9814	846	9844	172	9874	493
9815	890	9845	216	9875	537
9816	935	9846	3.993260	9876	3.994581
9817	979	9847	304	9877	625
9818	3.992023	9848	348	9878	669
9819	067	9849	392	9879	713
9820	111	9850	436	9880	757
9821	3.992156	9851	3.993480	9881	3.994801
9822	200	9852	524	9882	845
9823	244	9853	568	9883	889
9824	288	9854	613	9884	933
9825	333	9855	657	9885	977
9826	3.992377	9856	3.993701	9886	3.995021
9827	421	9857	745	9887	065
9828	465	9858	789	9888	108
9829	509	9859	833	9889	152
9830	554	9860	877	9890	196
9831	3.992598	9861	921	9891	3.995240
9832	642	9862	965	9892	284
9833	686	9863	3.994009	9893	328
9834	730	9864	053	9894	372
9835	774	9865	097	9895	416
9836	3.992819	9866	3.994141	9896	3.995460
9837	863	9867	185	9897	504
9838	907	9868	229	9898	547
9839	951	9869	273	9899	591
9840	995	9870	317	9900	635

Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.	Num.	Logaritmos.
9901	3.995679	9931	3.996993	9961	3.998303
9902	723	9932	3.997037	9962	347
9903	767	9933	080	9963	390
9904	811	9934	124	9964	434
9905	854	9935	168	9965	477
9906	3.995898	9936	3.997212	9966	3.998521
9907	942	9937	255	9967	564
9908	986	9938	299	9968	608
9909	3.996030	9939	343	9969	652
9910	074	9940	386	9970	695
9911	117	9941	3.997430	9971	3.998739
9912	161	9942	474	9972	782
9913	205	9943	517	9973	826
9914	249	9944	561	9974	869
9915	293	9945	605	9975	913
9916	3.996337	9946	3.997648	9976	956
9917	380	9947	692	9977	3.999000
9918	424	9948	736	9978	043
9919	468	9949	779	9979	087
9920	512	9950	823	9980	131
9921	3.996555	9951	3.997867	9981	3.999174
9922	599	9952	910	9982	218
9923	643	9953	954	9983	261
9924	687	9954	998	9984	305
9925	731	9955	3.998041	9985	348
9926	3.996774	9956	085	9986	3.999392
9927	818	9957	129	9987	435
9928	862	9958	172	9988	479
9929	906	9959	216	9989	522
9930	949	9960	259	9990	565

Num.	Logaritmos.
9991	3.999609
9992	652
9993	696
9994	739
9995	783
9996	3.999826
9997	870
9998	913
9999	957
10000	4.000000

TABLA

DE LOS LOGARITMOS

DE LOS SENOS Y TANGENTES

DEL QUADRANTE DE CIRCULO

DE MINUTO EN MINUTO.

G. 0 — G. 179

M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.
0	0.000000	10.000000	0.000000	Infinita.	60
1	6.463726	10.000000	6.463726	13.536274	59
2	6.764756	10.000000	6.764756	13.235244	58
3	6.940847	10.000000	6.940847	13.059153	57
4	7.065786	9.999999	7.065786	12.934214	56
5	7.162696	9.999999	7.162696	12.837304	55
6	7.241877	9.999999	7.241878	12.758122	54
7	7.308824	9	7.308825	12.691175	53
8	7.366816	9	7.366817	12.633183	52
9	7.417968	8	7.417970	12.582030	51
10	7.463725	8	7.463727	12.536273	50
11	7.505118	9.999998	7.505120	12.494880	49
12	7.542906	7	7.542909	12.457091	48
13	7.577668	7	7.577672	12.422328	47
14	7.609853	6	7.609857	12.390143	46
15	7.639816	6	7.639820	60180	45
16	7.667844	9.999995	7.667849	32151	44
17	7.694173	5	7.694179	05821	43
18	7.718997	4	7.719003	12.280997	42
19	7.742477	3	7.742484	57516	41
20	7.764754	3	7.764761	35239	40
21	7.785943	9.999992	7.785951	14049	39
22	7.806146	91	7.806155	12.193845	38
23	7.825451	90	7.825460	74540	37
24	7.843934	89	7.843944	56056	36
25	7.861662	89	7.861674	38326	35
26	7.878695	9.999988	7.878708	21292	34
27	7.895085	87	7.895099	04901	33
28	7.910879	86	7.910894	12.089106	32
29	7.926119	84	7.926134	73866	31
30	7.940842	83	7.940858	59142	30
M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.

G. 90 — G. 89

G. 0 — G. 179

M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.
30	7.940842	9.999983	7.940858	12.059142	30
31	55082	2	55100	44900	29
32	68870	1	68889	31111	28
33	82233	0	82253	17747	27
34	95198	9.999979	95219	04781	26
35	8.007787	7	8.007809	11.992191	25
36	20021	6	20044	79956	24
37	31919	5	31945	68055	23
38	43501	3	43527	56473	22
39	54781	2	54809	45191	21
40	65776	1	65806	34194	20
41	76500	9.999969	8.076531	11.923469	19
42	86965	8	86997	13003	18
43	97183	6	97217	02783	17
44	8.107167	4	8.107203	11.892797	16
45	16926	3	16963	83037	15
46	26471	1	26510	73490	14
47	35810	9.999959	35851	64149	13
48	44953	8	44996	55004	12
49	53907	6	53952	46048	11
50	62681	4	62727	37273	10
51	8.171280	2	8.171328	11.828672	9
52	79713	0	79763	20237	8
53	87985	9.999948	88036	11964	7
54	96102	6	96156	03844	6
55	8.204070	4	8.204126	11.795874	5
56	11895	2	11953	88047	4
57	19581	0	19641	80359	3
58	27133	9.999938	27195	72805	2
59	34557	6	34621	65379	1
60	41855	4	41921	58079	0
M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.

G. 90 — G. 89

G. 1	M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.	G. 178
	0	8.241855	9.999934	8.241921	11.758079	60	
	1	49033	32	49102	50898	59	
	2	56094	29	56165	43835	58	
	3	63042	27	63115	36885	57	
	4	69881	25	69956	30044	56	
	5	76614	22	76691	23309	55	
	6	8.283243	9.999920	8.283323	11.716677	54	
	7	89773	18	89856	10144	53	
	8	96207	15	96292	03708	52	
	9	8.302546	13	02634	11.697366	51	
	10	08794	10	08884	91116	50	
	11	14954	9.999907	15046	84954	49	
	12	21027	05	21122	78878	48	
	13	27016	02	27114	72886	47	
	14	32924	9.999899	33025	66975	46	
	15	38753	97	38856	61144	45	
	16	8.344504	94	8.344610	11.655390	44	
	17	50181	91	50289	49711	43	
	18	55783	88	55895	44105	42	
	19	61315	85	61430	38570	41	
	20	66777	82	66895	33105	40	
	21	72171	9.999879	8.372292	11.627708	39	
	22	77499	76	77622	22378	38	
	23	82762	73	82889	17111	37	
	24	87962	70	88092	11908	36	
	25	93101	67	93234	06766	35	
	26	98179	9.999864	98315	01685	34	
	27	8.403199	61	8.403338	11.596662	33	
	28	08161	58	08304	91696	32	
	29	13068	54	13213	86787	31	
	30	17919	51	18068	81932	30	
G. 91	M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.	G. 88

G. 1	M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.	G. 178
	30	8.417919	9.999851	8.418068	11.581932	30	
	31	22717	48	22869	77131	29	
	32	27462	44	27618	72382	28	
	33	32156	41	32315	67685	27	
	34	36800	38	36962	63038	26	
	35	41394	34	41560	58440	25	
	36	8.445941	9.999831	8.446110	11.553890	24	
	37	50440	27	50613	49387	23	
	38	54893	24	55070	44930	22	
	39	59301	20	59481	40519	21	
	40	63665	16	63849	36151	20	
	41	67985	9.999813	8.468172	11.531828	19	
	42	72263	09	72454	27546	18	
	43	76498	05	76693	23307	17	
	44	80693	01	80892	19108	16	
	45	84848	9.999797	85050	14950	15	
	46	8.488963	94	8.489170	11.510830	14	
	47	93040	90	93250	06750	13	
	48	97078	86	97293	02707	12	
	49	8.501080	82	8.501298	11.498702	11	
	50	05045	78	05267	94733	10	
	51	08974	9.999774	09200	90800	9	
	52	12867	69	13098	86902	8	
	53	16726	65	16961	83039	7	
	54	20551	61	20790	79210	6	
	55	24343	57	24586	75414	5	
	56	8.528102	9.999753	8.528349	11.471651	4	
	57	31828	48	32080	67920	3	
	58	35523	44	35779	64221	2	
	59	39186	40	39447	60553	1	
	60	42819	35	43084	56916	0	
G. 91	M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.	G. 88

G. 2 — G. 177

M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.
0	8.542819	9.999735	8.543084	11.456916	60
1	46422	31	46691	53309	59
2	49995	26	50268	49732	58
3	53539	22	53817	46183	57
4	57054	17	57336	42664	56
5	60540	13	60828	39172	55
6	8.563999	08	8.564291	11.435709	54
7	67431	04	67727	32273	53
8	70836	9.999699	71137	28863	52
9	74214	94	74520	25480	51
10	77566	89	77877	22123	50
11	8.580892	85	8.581208	11.418792	49
12	84193	80	84514	15486	48
13	87469	75	87795	12205	47
14	90721	70	91051	08949	46
15	93948	65	94283	05717	45
16	97152	9.999660	97492	02508	44
17	8.600332	55	8.600677	11.399323	43
18	03489	50	03839	96161	42
19	06623	45	06978	93022	41
20	09734	40	10094	89906	40
21	8.612823	9.999635	8.613189	11.386811	39
22	15891	29	16262	83738	38
23	18937	24	19313	80687	37
24	21962	19	22343	77657	36
25	24965	14	25352	74648	35
26	8.627948	08	8.628340	11.371660	34
27	30911	03	31308	68692	33
28	33854	9.999597	34256	65744	32
29	36776	92	37184	62816	31
30	39680	86	40093	59907	30
M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.

G. 92 — G. 87

G. 2 — G. 177

M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.
30	8.639680	9.999586	8.640093	11.359907	30
31	42563	81	42982	57018	29
32	45428	75	45853	54147	28
33	48274	70	48704	51296	27
34	51102	64	51537	48463	26
35	53911	58	54352	45648	25
36	8.656702	9.999553	8.657149	11.342851	24
37	59475	47	59928	40072	23
38	62230	41	62689	37311	22
39	64968	35	65433	34567	21
40	67689	29	68160	31840	20
41	8.670393	9.999524	8.670870	11.329130	19
42	73080	18	73563	26437	18
43	75751	12	76239	23761	17
44	78405	06	78900	21100	16
45	81043	00	81544	18456	15
46	8.683665	9.999493	8.684172	11.315828	14
47	86272	87	86784	13216	13
48	88863	81	89381	10619	12
49	91438	75	91963	08037	11
50	93998	69	94529	05471	10
51	96543	9.999463	97081	02919	9
52	99073	56	99617	00383	8
53	8.701589	50	8.702139	11.297861	7
54	04090	43	04646	95354	6
55	06577	37	07140	92860	5
56	09049	9.999431	8.709618	11.290382	4
57	11507	24	12083	87917	3
58	13952	18	14534	85465	2
59	16383	11	16972	83028	1
60	18800	04	19396	80604	0
M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.

G. 92 — G. 87

G. 3 — G. 176

M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.
0	8.718800	9.999404	8.719396	11.280604	60
1	8.721204	9.999398	8.721806	11.278194	59
2	3595	91	4204	5796	58
3	5972	84	6588	3412	57
4	8337	78	8959	1041	56
5	8.730688	71	8.731317	11.268683	55
6	3027	9.999364	3663	6337	54
7	5354	57	5996	4004	53
8	7667	50	8317	1683	52
9	9969	43	8.740626	11.259374	51
10	8.742259	36	2922	7078	50
11	4536	9.999329	5207	4793	49
12	6802	22	7479	2521	48
13	9055	15	9740	0260	47
14	8.751297	08	8.751989	11.248011	46
15	3528	01	4227	5773	45
16	5747	9.999294	6453	3547	44
17	7955	87	8668	1332	43
18	8.760151	79	8.760872	11.239128	42
19	2337	72	3065	6935	41
20	4511	65	5246	4754	40
21	6675	9.999257	7417	2583	39
22	8828	50	9578	0422	38
23	8.770970	42	8.771727	11.228273	37
24	3101	35	3866	6134	36
25	5223	27	5995	4005	35
26	7333	9.999220	8114	1886	34
27	9434	12	8.780222	11.219778	33
28	8.781524	05	2320	7680	32
29	3605	9.999197	4408	5592	31
30	5675	89	6486	3514	30
M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.

G. 93 — G. 86

G. 3 — G. 176

M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.
30	8.785675	9.999189	8.786486	11.213514	30
31	7736	81	8554	1446	29
32	9787	74	8.790613	11.209387	28
33	8.791828	66	2662	7338	27
34	3859	58	4701	5299	26
35	5881	50	6731	3269	25
36	7894	9.999142	8752	1248	24
37	9897	34	8.800763	11.199237	23
38	8.801892	26	2765	7235	22
39	3876	18	4758	5242	21
40	5852	10	6742	3258	20
41	7819	02	8717	1283	19
42	9777	9.999094	8.810683	11.189317	18
43	8.811726	86	2641	7359	17
44	3667	77	4589	5411	16
45	5599	69	6529	3471	15
46	7522	9.999061	8461	1539	14
47	9436	53	8.820384	11.179616	13
48	8.821343	44	2298	7702	12
49	3240	36	4205	5795	11
50	5130	27	6103	3897	10
51	7011	9.999019	7992	2008	9
52	8884	10	9874	0126	8
53	8.830749	02	8.831748	11.168252	7
54	2607	9.998993	3613	6387	6
55	4456	84	5471	4529	5
56	6297	76	7321	2679	4
57	8130	67	9163	0837	3
58	9956	58	8.840998	11.159002	2
59	8.841774	50	2825	7175	1
60	3585	41	4644	5356	0
M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.

G. 93 — G. 86

G. 4 — G. 175

M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.
0	8.843585	9.998941	8.844644	11.155356	60
1	5387	32	6455	3545	59
2	7183	23	8260	1740	58
3	8971	14	8.850057	11.149943	57
4	8.850751	05	1846	8154	56
5	2525	9.998896	3628	6372	55
6	4291	87	5403	4597	54
7	6049	78	7171	2829	53
8	7801	69	8932	1068	52
9	9546	60	8.860686	11.139314	51
10	8.861283	51	2433	7567	50
11	3014	9.998841	4173	5827	49
12	4738	32	5906	4094	48
13	6455	23	7632	2368	47
14	8165	13	9351	0649	46
15	9868	04	8.871064	11.128936	45
16	8.871565	9.998795	2770	7230	44
17	3255	85	4469	5531	43
18	4938	76	6162	3838	42
19	6615	66	7849	2151	41
20	8285	57	9529	0471	40
21	9949	9.998747	8.881202	11.118798	39
22	8.881607	38	2869	7131	38
23	3258	28	4530	5470	37
24	4903	18	6185	3815	36
25	6542	08	7833	2167	35
26	8174	9.998699	9476	0524	34
27	9801	89	8.891112	11.108888	33
28	8.891421	79	2742	7258	32
29	3035	69	4366	5634	31
30	4643	59	5984	4016	30
M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.

G. 94 — G. 85

G. 4 — G. 175

M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.
30	8.894643	9.998659	8.895984	11.104016	30
31	6246	49	7596	2404	29
32	7842	39	9203	0797	28
33	9432	29	8.900803	11.099197	27
34	8.901017	19	2398	7602	26
35	2596	09	3987	6013	25
36	4169	9.998599	5570	4430	24
37	5736	89	7147	2853	23
38	7297	78	8719	1281	22
39	8853	68	8.910285	11.089715	21
40	8.910404	58	1846	8154	20
41	1949	9.998548	3401	6599	19
42	3488	37	4951	5049	18
43	5022	27	6495	3505	17
44	6550	16	8034	1966	16
45	8073	06	9568	0432	15
46	9591	9.998495	8.921096	11.078904	14
47	8.921103	85	2619	7381	13
48	2610	74	4136	5864	12
49	4112	64	5649	4351	11
50	5609	53	7156	2844	10
51	7100	9.998442	8658	1342	9
52	8587	31	8.930155	11.069845	8
53	8.930068	21	1647	8353	7
54	1544	10	3134	6866	6
55	3015	9.998399	4616	5384	5
56	4481	88	6093	3907	4
57	5942	77	7565	2435	3
58	7398	66	9032	0968	2
59	8850	55	8.940494	11.059506	1
60	8.940296	44	1952	8048	0
M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.

G. 94 — G. 85

G. 5 — G. 174

M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.
0	8.940296	9.998344	8.941952	11.058048	60
1	1738	33	3404	6596	59
2	3174	22	4852	5148	58
3	4606	11	6295	3705	57
4	6034	9.998300	7734	2266	56
5	7456	89	9168	0832	55
6	8874	77	8.950597	11.049403	54
7	8.950287	66	2021	7979	53
8	1696	55	3441	6559	52
9	3100	43	4856	5144	51
10	4499	32	6267	3733	50
11	5894	20	7674	2326	49
12	7284	09	9075	0925	48
13	8670	9.998197	8.960473	11.039527	47
14	8.960052	86	1866	8134	46
15	1429	74	3255	6745	45
16	2801	63	4639	5361	44
17	4170	51	6019	3981	43
18	5534	39	7394	2606	42
19	6893	28	8766	1234	41
20	8249	16	8.970133	11.029867	40
21	9600	04	1496	8504	39
22	8.970947	9.998092	2855	7145	38
23	2289	80	4209	5791	37
24	3628	68	5560	4440	36
25	4962	56	6906	3094	35
26	6293	44	8248	1752	34
27	7619	32	9586	0414	33
28	8941	20	8.980921	11.019079	32
29	8.980259	08	2251	7749	31
30	1573	9.997996	3577	6423	30
M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.

G. 95 — G. 84

G. 5 — G. 174

M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.
30	8.981573	9.997996	8.983577	11.016423	30
31	2883	84	4899	5101	29
32	4189	72	6217	3783	28
33	5491	59	7532	2468	27
34	6789	47	8842	1158	26
35	8083	35	8.990149	11.009851	25
36	9374	22	1451	8549	24
37	8.990660	10	2750	7250	23
38	1943	9.997897	4045	5955	22
39	3222	85	5337	4663	21
40	4497	72	6624	3376	20
41	5768	9.997860	7908	2092	19
42	7036	47	9188	0812	18
43	8299	35	9.000465	10.999535	17
44	9560	22	1738	8262	16
45	9.000816	09	3007	6993	15
46	2069	9.997797	4272	5728	14
47	3318	84	5534	4466	13
48	4563	71	6792	3208	12
49	5805	58	8047	1953	11
50	7044	45	9298	0702	10
51	8278	9.997732	9.010546	10.989454	9
52	9510	19	1790	8210	8
53	9.010737	06	3031	6969	7
54	1962	9.997693	4268	5732	6
55	3182	80	5502	4498	5
56	4400	67	9.016732	10.983268	4
57	5613	54	7959	2041	3
58	6824	41	9183	0817	2
59	8031	28	9.020403	10.979597	1
60	9235	14	1620	8380	0
M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.

G. 95 — G. 84

G. 6 — G. 173

M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.
0	9.019235	9.997614	9.021620	10.978380	60
1	9.029435	01	2834	7166	59
2	1632	9.997588	4044	5956	58
3	2825	74	5251	4749	57
4	4016	61	6455	3545	56
5	5203	47	7655	2345	55
6	9.026386	34	8852	1148	54
7	7567	20	9.030046	10.969954	53
8	8744	07	1237	8763	52
9	9918	9.997493	2425	7575	51
10	9.031089	80	3609	6391	50
11	2257	66	4791	10.965209	49
12	3421	52	5969	4031	48
13	4582	39	7144	2856	47
14	5741	25	8316	1684	46
15	6896	11	9485	0515	45
16	8048	9.997397	9.040651	10.959349	44
17	9197	83	1813	8187	43
18	9.040342	69	2973	7027	42
19	1485	55	4130	5870	41
20	2625	41	5284	4716	40
21	3762	27	9.046434	10.953566	39
22	4895	13	7582	2418	38
23	6026	9.997299	8727	1273	37
24	7154	85	9869	0131	36
25	8279	71	9.051008	10.948992	35
26	9400	57	2144	7856	34
27	9.050519	42	3277	6723	33
28	1635	28	4407	5593	32
29	2749	14	5535	4465	31
30	3859	9.997199	6659	3341	30
M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.

G. 96 — G. 83

G. 6 — G. 173

M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.
30	9.053859	9.997199	9.056659	10.943341	30
31	4966	85	7781	2219	29
32	6071	70	8900	1100	28
33	7172	56	9.060016	10.939984	27
34	8271	41	1130	8870	26
35	9367	27	2240	7760	25
36	9.060460	12	3348	6652	24
37	1551	9.997098	4453	5547	23
38	2639	83	5556	4444	22
39	3724	68	6655	3345	21
40	4806	53	7752	2248	20
41	9.065885	39	9.068846	1154	19
42	6962	24	9938	0062	18
43	8036	09	9.071027	10.928973	17
44	9107	9.996994	2113	7887	16
45	9.070176	79	3197	6803	15
46	1242	64	4278	5722	14
47	2306	49	5356	4644	13
48	3366	34	6432	3568	12
49	4424	19	7505	2495	11
50	5480	04	8576	1424	10
51	9.076533	9.996889	9644	0356	9
52	7583	74	9.080710	10.919290	8
53	8631	58	1773	8227	7
54	9676	43	2833	7167	6
55	9.080719	28	3891	6109	5
56	1759	12	4947	5053	4
57	2797	9.996797	6000	4000	3
58	3832	82	7050	2950	2
59	4864	66	8098	1902	1
60	5894	51	9144	0856	0
M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.

G. 96 — G. 83

G. 7	M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.	G. 172
	0	9.085894	9.996751	9.089144	10.910856	60	
	1	6922	35	9.090187	10.909813	59	
	2	7947	20	1228	8772	58	
	3	8970	04	2266	7734	57	
	4	9990	9.996688	3302	6698	56	
	5	9.091008	73	4336	5664	55	
	6	2024	57	9.095367	10.904633	54	
	7	3037	41	6395	3605	53	
	8	4047	25	7422	2578	52	
	9	5056	10	8446	1554	51	
	10	6062	9.996594	9468	0532	50	
	11	9.097065	78	9.100487	10.899513	49	
	12	8066	62	1504	8496	48	
	13	9065	46	2519	7481	47	
	14	9.100062	30	3532	6468	46	
	15	1056	14	4542	5458	45	
	16	2048	9.996498	9.105550	10.894450	44	
	17	3037	82	6556	3444	43	
	18	4025	65	7559	2441	42	
	19	5010	49	8560	1440	41	
	20	5992	33	9559	0441	40	
	21	9.106973	17	9.110556	10.889444	39	
	22	7951	00	1551	8449	38	
	23	8927	9.996384	2543	7457	37	
	24	9901	68	3533	6467	36	
	25	9.110873	51	4521	5479	35	
	26	1842	35	9.115507	10.884493	34	
	27	2809	18	6491	3509	33	
	28	3774	02	7472	2528	32	
	29	4737	9.996285	8452	1548	31	
	30	5698	69	9429	0571	30	
G. 97	M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.	G. 82

G. 7	M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.	G. 172
	30	9.115698	9.996269	9.119429	10.880571	30	
	31	6656	52	9.120404	10.879596	29	
	32	7613	35	1377	8623	28	
	33	8567	19	2348	7652	27	
	34	9519	02	3317	6683	26	
	35	9.120469	9.996185	4284	5716	25	
	36	1417	68	9.125249	10.874751	24	
	37	2362	51	6211	3789	23	
	38	3306	34	7172	2828	22	
	39	4248	17	8130	1870	21	
	40	5187	00	9087	0913	20	
	41	9.126125	9.996083	9.130041	10.869959	19	
	42	7060	66	0994	9006	18	
	43	7993	49	1944	8056	17	
	44	8925	32	2893	7107	16	
	45	9854	15	3839	6161	15	
	46	9.130781	9.995998	9.134784	10.865216	14	
	47	1706	80	5726	4274	13	
	48	2630	63	6667	3333	12	
	49	3551	46	7605	2395	11	
	50	4470	28	8542	1458	10	
	51	9.135387	11	9476	0524	9	
	52	6303	9.995894	9.140409	10.859591	8	
	53	7216	76	1340	8660	7	
	54	8128	59	2269	7731	6	
	55	9037	41	3196	6804	5	
	56	9944	23	9.144121	5879	4	
	57	9.140850	06	5044	4956	3	
	58	1754	9.995788	5966	4034	2	
	59	2655	71	6885	3115	1	
	60	3555	53	7803	2197	0	
G. 97	M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.	G. 82

G. 8 — G. 171

M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.
0	9.143555	9.995753	9.147803	10.852197	60
1	4453	35	8718	1282	59
2	5349	17	9632	0368	58
3	6243	9.995699	9.150544	10.849456	57
4	7136	81	1454	8546	56
5	8026	64	2363	7637	55
6	9.148915	9.995646	3269	6731	54
7	9802	28	4174	5826	53
8	9.150686	10	5077	4923	52
9	1569	9.995591	5978	4022	51
10	2451	73	6877	3123	50
11	3330	55	9.157775	10.842225	49
12	4208	37	8671	1329	48
13	5083	19	9565	0435	47
14	5957	01	9.160457	10.839543	46
15	6830	9.995482	1347	8653	45
16	9.157700	64	2236	7764	44
17	8569	46	3123	6877	43
18	9435	27	4008	5992	42
19	9.160301	09	4892	5108	41
20	1164	9.995390	5774	4226	40
21	2025	72	9.166654	10.833346	39
22	2885	53	7532	2468	38
23	3743	34	8409	1591	37
24	4600	16	9284	0716	36
25	5454	9.995297	9.170157	10.829843	35
26	9.166307	78	1029	8971	34
27	7159	60	1899	8101	33
28	8008	41	2767	7233	32
29	8856	22	3634	6366	31
30	9702	03	4499	5501	30
M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.

G. 98 — G. 81

G. 8

M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.
30	9.169702	9.995203	9.174499	10.825501	30
31	9.170547	9.995184	5362	4638	29
32	1389	65	6224	3776	28
33	2230	46	7084	2916	27
34	3070	27	7942	2058	26
35	3908	08	8799	1201	25
36	9.174744	9.995089	9655	0345	24
37	5578	70	9.180508	10.819492	23
38	6411	51	1360	8640	22
39	7242	32	2211	7789	21
40	8072	13	3059	6941	20
41	9.178900	9.994993	9.183907	10.816093	19
42	9726	74	4752	5248	18
43	9.180551	55	5597	4403	17
44	1374	35	6439	3561	16
45	2196	16	7280	2720	15
46	9.183016	9.994896	9.188120	10.811880	14
47	3834	77	8958	1042	13
48	4651	57	9794	0206	12
49	5466	38	9.190629	10.809371	11
50	6280	18	1462	8538	10
51	9.187092	9.994798	2294	7706	9
52	7903	79	3124	6876	8
53	8712	59	3953	6047	7
54	9519	39	4780	5220	6
55	9.190325	19	5606	4394	5
56	1130	9.994700	9.196430	10.803570	4
57	1933	80	7253	2747	3
58	2734	60	8074	1926	2
59	3534	40	8894	1106	1
60	4332	20	9713	0287	0
M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.

G. 98 — G. 81

G. 9 — G. 170

M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.
0	9.194332	9.994620	9.199713	10.800287	60
1	5129	9.994600	9.200529	10.799471	59
2	5925	80	1345	8655	58
3	6719	60	2159	7841	57
4	7511	40	2971	7029	56
5	8302	19	3782	6218	55
6	9091	9.994499	9.204592	10.795408	54
7	9879	79	5400	4600	53
8	9.200666	59	6207	3793	52
9	1451	38	7013	2987	51
10	2234	18	7817	2183	50
11	3017	9.994398	9.208619	10.791381	49
12	3797	77	9420	0580	48
13	4577	57	9.210220	10.789780	47
14	5354	36	1018	8982	46
15	6131	16	1815	8185	45
16	9.206906	9.994295	9.212611	10.787389	44
17	7679	74	3405	6595	43
18	8452	54	4198	5802	42
19	9222	33	4989	5011	41
20	9992	12	5780	4220	40
21	9.210760	9.994191	9.216568	10.783432	39
22	1526	71	7356	2644	38
23	2291	50	8142	1858	37
24	3055	29	8926	1074	36
25	3818	08	9710	0290	35
26	9.214579	9.994087	9.220492	10.779508	34
27	5338	66	1272	8728	33
28	6097	45	2052	7948	32
29	6854	24	2830	7170	31
30	7609	03	3607	6393	30
M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.

G. 99 — G. 80

G. 9 — G. 170

M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.
30	9.217609	9.994003	9.223607	10.776393	30
31	8363	9.993982	4382	5618	29
32	9116	60	5156	4844	28
33	9868	39	5929	4071	27
34	9.220618	18	6700	3300	26
35	1367	9.993897	7471	2529	25
36	2115	75	9.228239	10.771761	24
37	2861	54	9007	0993	23
38	3606	32	9773	0227	22
39	4349	11	9.230539	10.769461	21
40	5092	9.993789	1302	8698	20
41	9.225833	68	2065	7935	19
42	6573	46	2826	7174	18
43	7311	25	3586	6414	17
44	8048	03	4345	5655	16
45	8784	9.993681	5103	4897	15
46	9518	60	9.235859	10.764141	14
47	9.230252	38	6614	3386	13
48	0984	16	7368	2632	12
49	1715	9.993594	8120	1880	11
50	2444	72	8872	1128	10
51	9.233172	50	9622	0378	9
52	3899	28	9.240371	10.759629	8
53	4625	06	1118	8882	7
54	5349	9.993484	1865	8135	6
55	6073	62	2610	7390	5
56	9.236795	40	9.243354	6646	4
57	7515	18	4097	5903	3
58	8235	9.993396	4839	5161	2
59	8953	74	5579	4421	1
60	9670	51	6319	3681	0
M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.

G. 99 — G. 80

G. 10	M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.	G. 169
	0	9.239670	9.993351	9.246319	10.753681	60	
	1	9.240386	29	7057	2943	59	
	2	1101	07	7794	2206	58	
	3	1814	9.993284	8530	1470	57	
	4	2526	62	9264	0736	56	
	5	3237	40	9998	0002	55	
	6	9.243947	17	9.250730	10.749270	54	
	7	4656	9.993195	1461	8539	53	
	8	5363	72	2191	7809	52	
	9	6069	49	2920	7080	51	
	10	6775	27	3648	6352	50	
	11	9.247478	04	9.254374	10.745626	49	
	12	8181	9.993081	5100	4900	48	
	13	8883	59	5824	4176	47	
	14	9583	36	6547	3453	46	
	15	9.250282	13	7269	2731	45	
	16	0980	9.992990	9.257990	10.742010	44	
	17	1677	67	8710	1290	43	
	18	2373	44	9429	0571	42	
	19	3067	21	9.260146	10.739854	41	
	20	3761	9.992898	0863	9137	40	
	21	9.254453	75	1578	8422	39	
	22	5144	52	2292	7708	38	
	23	5834	29	3005	6995	37	
	24	6523	06	3717	6283	36	
	25	7211	9.992783	4428	5572	35	
	26	9.257898	59	9.265138	10.734862	34	
	27	8583	36	5847	4153	33	
	28	9268	13	6555	3445	32	
	29	9951	9.992690	7261	2739	31	
	30	9.260633	66	7967	2033	30	
G. 100	M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.	G. 79

G. 10	M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.	G. 169
	30	9.260633	9.992666	9.267967	10.732033	30	
	31	1314	43	8671	1329	29	
	32	1994	19	9375	0625	28	
	33	2673	9.992596	9.270077	10.729923	27	
	34	3351	72	0779	9221	26	
	35	4027	49	1479	8521	25	
	36	9.264703	25	9.272178	10.727822	24	
	37	5377	01	2876	7124	23	
	38	6051	9.992478	3573	6427	22	
	39	6723	54	4269	5731	21	
	40	7395	30	4964	5036	20	
	41	9.268065	06	9.275658	10.724342	19	
	42	8734	9.992382	6351	3649	18	
	43	9402	59	7043	2957	17	
	44	9.270069	35	7734	2266	16	
	45	0735	11	8424	1576	15	
	46	1400	9.992287	9.279113	10.720887	14	
	47	2064	63	9801	0199	13	
	48	2726	39	9.280488	10.719512	12	
	49	3388	14	1174	8826	11	
	50	4049	9.992190	1858	8142	10	
	51	9.274708	66	9.282542	10.717458	9	
	52	5367	42	3225	6775	8	
	53	6025	18	3907	6093	7	
	54	6681	9.992093	4588	5412	6	
	55	7337	69	5268	4732	5	
	56	9.277991	44	9.285947	10.714053	4	
	57	8645	20	6624	3375	3	
	58	9297	9.991996	7301	2699	2	
	59	9948	71	7977	2023	1	
	60	9.280599	47	8652	1348	0	
G. 100	M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.	G. 79

G. 11	M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.	G. 168
	0	9.280599	9.991947	9.288652	10.711348	60	
	1	1248	22	9326	0674	59	
	2	1897	9.991897	9999	0001	58	
	3	2544	73	9.290671	10.709329	57	
	4	3190	48	1342	8658	56	
	5	3836	23	2013	7987	55	
	6	9.284480	9.991799	2682	10.707318	54	
	7	5124	74	3350	6650	53	
	8	5766	49	4017	5983	52	
	9	6408	24	4684	5316	51	
	10	7048	9.991699	5349	4651	50	
	11	9.287688	74	9.296013	10.703987	49	
	12	8326	49	6677	3323	48	
	13	8964	24	7339	2661	47	
	14	9600	9.991599	8001	1999	46	
	15	9.290236	74	8662	1338	45	
	16	0870	49	9322	10.700678	44	
	17	1504	24	9980	0020	43	
	18	2137	9.991498	9.300638	10.699362	42	
	19	2768	73	1295	8705	41	
	20	3399	48	1951	8049	40	
	21	9.294029	22	9.302607	10.697393	39	
	22	4658	9.991397	3261	6739	38	
	23	5286	72	3914	6086	37	
	24	5913	46	4567	5433	36	
	25	6539	21	5218	4782	35	
	26	9.297164	9.991295	9.305869	10.694131	34	
	27	7788	70	6519	3481	33	
	28	8412	44	7168	2832	32	
	29	9034	18	7815	2184	31	
	30	9655	9.991193	8463	1537	30	
G. 101	M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.	G. 78

G. 11	M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.	G. 168
	30	9.299655	9.991193	9.308463	10.691537	30	
	31	9.300276	67	9109	0891	29	
	32	0895	41	9754	0246	28	
	33	1514	15	9.310399	10.689601	27	
	34	2132	9.991090	1042	8958	26	
	35	2748	64	1685	8315	25	
	36	9.303364	38	9.312327	10.687673	24	
	37	3979	12	2968	7032	23	
	38	4593	9.990986	3608	6392	22	
	39	5207	60	4247	5753	21	
	40	5819	34	4885	5115	20	
	41	9.306430	08	9.315523	10.684477	19	
	42	7041	9.990882	6159	3841	18	
	43	7650	55	6795	3205	17	
	44	8259	29	7430	2570	16	
	45	8867	03	8064	1936	15	
	46	9474	9.990777	9.318697	10.681303	14	
	47	9.310080	50	9330	0670	13	
	48	0685	24	9961	0039	12	
	49	1289	9.990697	9.320592	10.679408	11	
	50	1893	71	1222	8778	10	
	51	9.312495	45	1851	8149	9	
	52	3097	18	2479	7521	8	
	53	3698	9.990591	3106	6894	7	
	54	4297	65	3733	6267	6	
	55	4897	38	4358	5642	5	
	56	9.315495	11	9.324983	10.675017	4	
	57	6092	9.990485	5607	4393	3	
	58	6689	58	6231	3769	2	
	59	7284	31	6853	3147	1	
	60	7879	04	7474	2525	0	
G. 101	M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.	G. 78

G. 12 — G. 167

M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.
0	9.317879	9.990404	9.327474	10.672525	60
1	8473	9.990378	8095	1905	59
2	9066	51	8715	1285	58
3	9658	24	9334	0666	57
4	9.320249	9.990297	9953	0047	56
5	0840	70	9.330570	10.669430	55
6	1430	43	1187	8813	54
7	2019	15	1803	8197	53
8	2607	9.990188	2418	7582	52
9	3194	61	3033	6967	51
10	3780	34	3646	6354	50
11	9.324366	07	9.334259	10.665741	49
12	4950	9.990079	4871	5129	48
13	5534	52	5482	4518	47
14	6117	25	6093	3907	46
15	6700	9.989997	6702	3298	45
16	9.327281	70	9.337311	10.662689	44
17	7862	42	7919	2081	43
18	8442	15	8527	1473	42
19	9021	9.989887	9133	0867	41
20	9599	60	9739	0261	40
21	9.330176	32	9.340344	10.659656	39
22	0753	04	0948	9052	38
23	1329	9.989777	1552	8448	37
24	1903	49	2155	7845	36
25	2478	21	2757	7243	35
26	9.333051	9.989693	9.343358	10.656642	34
27	3624	65	3958	6042	33
28	4195	37	4558	5442	32
29	4767	10	5157	4843	31
30	5337	9.989582	5755	4245	30
M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.

G. 102 — G. 77

G. 12 — G. 167

M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.
30	9.335337	9.989582	9.345755	10.654245	30
31	5906	53	6353	3647	29
32	6475	25	6949	3051	28
33	7043	9.989497	7545	2455	27
34	7610	69	8141	1859	26
35	8176	41	8735	1265	25
36	9.338742	13	9.349329	0671	24
37	9307	9.989385	9922	0078	23
38	9871	56	9.350514	10.649486	22
39	9.340434	28	1106	8894	21
40	0996	9.989300	1697	8303	20
41	1558	71	9.352287	7713	19
42	2119	43	2876	7124	18
43	2679	14	3465	6535	17
44	3239	9.989186	4053	5947	16
45	3797	57	4640	5360	15
46	9.344355	28	9.355227	10.644773	14
47	4912	9.989100	5813	4187	13
48	5469	71	6398	3602	12
49	6024	42	6982	3018	11
50	6579	14	7566	2434	10
51	9.347134	9.988985	9.358149	10.641851	9
52	7687	56	8731	1269	8
53	8240	27	9313	0687	7
54	8792	9.988898	9893	0107	6
55	9343	69	9.360474	10.639526	5
56	9893	40	1053	8947	4
57	9.350443	11	1632	8368	3
58	0992	9.988782	2210	7790	2
59	1540	53	2787	7213	1
60	2088	24	3364	6636	0
M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.

G. 102 — G. 77

G. 13	M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.	G. 166
	0	9.352088	9.988724	9.363364	10.636636	60	
	1	2635	9.988695	3940	6060	59	
	2	3181	66	4515	5485	58	
	3	3726	36	5090	4910	57	
	4	4271	07	5664	4336	56	
	5	4815	9.988578	6237	3763	55	
	6	9.355358	48	9.366810	10.633190	54	
	7	5901	19	7382	2618	53	
	8	6443	9.988489	7953	2047	52	
	9	6984	60	8524	1476	51	
	10	7524	30	9094	0906	50	
	11	9.358064	01	9663	0337	49	
	12	8603	9.988371	9.370232	10.629768	48	
	13	9141	42	0799	9201	47	
	14	9678	12	1367	8633	46	
	15	9.360215	9.988282	1933	8067	45	
	16	0752	52	9.372499	10.627501	44	
	17	1287	23	3064	6936	43	
	18	1822	9.988193	3629	6371	42	
	19	2356	63	4193	5807	41	
	20	2889	33	4756	5244	40	
	21	9.363422	03	9.375319	10.624681	39	
	22	3954	9.988073	5881	4119	38	
	23	4485	43	6442	3558	37	
	24	5016	13	7003	2997	36	
	25	5546	9.987983	7563	2437	35	
	26	9.366075	53	9.378122	10.621878	34	
	27	6604	22	8681	1319	33	
	28	7131	9.987892	9239	0761	32	
	29	7659	62	9797	0203	31	
	30	8185	32	9.380354	10.619646	30	
G. 103	M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.	G. 76

G. 13	M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.	G. 166
	30	9.368185	9.987832	9.380354	10.619646	30	
	31	8711	01	0910	9090	29	
	32	9236	9.987771	1466	8534	28	
	33	9761	40	2020	7980	27	
	34	9.370285	10	2575	7425	26	
	35	0808	9.987679	3129	6871	25	
	36	9.371330	49	9.383682	10.616318	24	
	37	1852	18	4234	5766	23	
	38	2373	9.987588	4786	5214	22	
	39	2894	57	5337	4663	21	
	40	3414	26	5888	4112	20	
	41	9.373933	9.987496	9.386438	10.613562	19	
	42	4452	65	6987	3013	18	
	43	4970	34	7536	2464	17	
	44	5487	03	8084	1916	16	
	45	6003	9.987372	8631	1369	15	
	46	9.376519	41	9178	0822	14	
	47	7035	10	9724	0276	13	
	48	7549	9.987279	9.390270	10.609730	12	
	49	8063	48	0815	9185	11	
	50	8577	17	1360	8640	10	
	51	9.379089	9.987186	9.391903	10.608097	9	
	52	9601	55	2447	7553	8	
	53	9.380113	24	2989	7011	7	
	54	0624	9.987092	3531	6469	6	
	55	1134	61	4073	5927	5	
	56	9.381643	30	9.394614	10.605386	4	
	57	2152	9.986998	5154	4846	3	
	58	2661	67	5694	4306	2	
	59	3168	36	6233	3767	1	
	60	3675	04	6771	3229	0	
G. 103	M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.	G. 76

G. 14	M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.	G. 165
	0	9.383675	9.986904	9.396771	10.603229	60	
	1	4182	9.986873	7309	2691	59	
	2	4687	41	7846	2154	58	
	3	5192	09	8383	1617	57	
	4	5697	9.986778	8919	1081	56	
	5	6201	46	9455	0545	55	
	6	9.386704	14	9990	0010	54	
	7	7207	9.986683	9.400524	10.599476	53	
	8	7709	51	1058	8942	52	
	9	8210	19	1591	8409	51	
	10	8711	9.986587	2124	7876	50	
	11	9211	55	9.402656	10.597344	49	
	12	9711	23	3187	6813	48	
	13	9.390210	9.986491	3718	6282	47	
	14	0708	59	4249	5751	46	
	15	1206	27	4778	5222	45	
	16	9.391703	9.986395	9.405308	10.594692	44	
	17	2199	63	5836	4164	43	
	18	2695	31	6364	3636	42	
	19	3191	9.986299	6892	3108	41	
	20	3685	66	7419	2581	40	
	21	9.394179	34	9.407945	10.592055	39	
	22	4673	02	8471	1529	38	
	23	5166	9.986169	8996	1004	37	
	24	5658	37	9521	0479	36	
	25	6150	04	9.410045	10.589955	35	
	26	9.396641	9.986072	0569	9431	34	
	27	7132	39	1092	8908	33	
	28	7621	07	1615	8385	32	
	29	8111	9.985974	2137	7863	31	
	30	8600	42	2658	7342	30	
G. 104	M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.	G. 75

G. 14	M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.	G. 165
	30	9.398600	9.985942	9.412658	10.587342	30	
	31	9088	09	3179	6821	29	
	32	9575	9.985876	3699	6301	28	
	33	9.400062	43	4219	5781	27	
	34	0549	11	4738	5262	26	
	35	1035	9.985778	5257	4743	25	
	36	9.401520	45	9.415775	10.584225	24	
	37	2005	12	6293	3707	23	
	38	2489	9.985679	6810	3190	22	
	39	2972	46	7326	2674	21	
	40	3455	13	7842	2158	20	
	41	9.403938	9.985580	9.418358	10.581642	19	
	42	4420	47	8873	1127	18	
	43	4901	14	9387	0613	17	
	44	5382	9.985480	9901	0099	16	
	45	5862	47	9.420415	10.579585	15	
	46	9.406341	14	0927	9073	14	
	47	6820	9.985381	1440	8560	13	
	48	7299	47	1952	8048	12	
	49	7777	14	2463	7537	11	
	50	8254	9.985280	2974	7026	10	
	51	9.408731	47	9.423484	10.576516	9	
	52	9207	13	3993	6007	8	
	53	9682	9.985180	4503	5497	7	
	54	9.410157	46	5011	4989	6	
	55	0632	13	5519	4481	5	
	56	9.411106	9.985079	9.426027	10.573973	4	
	57	1579	45	6534	3466	3	
	58	2052	11	7041	2959	2	
	59	2524	9.984978	7547	2453	1	
	60	2996	44	8052	1948	0	
G. 104	M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.	G. 75

G. 15	M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.	G. 164
	0	9.412996	9.984944	9.428052	10.571948	60	
	1	3467	10	8558	10.571442	59	
	2	3938	9.984876	9062	0938	58	
	3	4408	42	9566	0434	57	
	4	4878	08	9.430070	10.569930	56	
	5	5347	9.984774	0573	9427	55	
	6	9.415815	40	9.431075	10.568925	54	
	7	6283	06	1577	8423	53	
	8	6751	9.984672	2079	7921	52	
	9	7217	38	2580	7420	51	
	10	7684	03	3080	6920	50	
	11	9.418150	9.984569	9.433580	10.566420	49	
	12	8615	35	4080	5920	48	
	13	9079	00	4579	5421	47	
	14	9544	9.984466	5078	4922	46	
	15	9.420007	32	5576	4424	45	
	16	0470	9.984397	9.436073	10.563927	44	
	17	0933	63	6570	3430	43	
	18	1395	28	7067	2933	42	
	19	1857	9.984294	7563	2437	41	
	20	2318	59	8059	1941	40	
	21	9.422778	24	9.438554	10.561446	39	
	22	3238	9.984190	9048	0952	38	
	23	3697	55	9543	0457	37	
	24	4156	20	9.440036	10.559964	36	
	25	4615	9.984085	0529	9471	35	
	26	9.425073	50	1022	10.558978	34	
	27	5530	15	1514	8486	33	
	28	5987	9.983981	2006	7994	32	
	29	6443	46	2497	7503	31	
	30	6899	11	2988	7012	30	
G. 105	M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.	G. 74

G. 15	M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.	G. 164
	30	9.426899	9.983911	9.442988	10.557012	30	
	31	7354	9.983875	3479	6521	29	
	32	7809	40	3968	6032	28	
	33	8263	05	4458	5542	27	
	34	8717	9.983770	4947	5053	26	
	35	9170	35	5435	4565	25	
	36	9623	9.983700	9.445923	10.554077	24	
	37	9.430075	64	6411	3589	23	
	38	0527	29	6898	3102	22	
	39	0978	9.983594	7384	2616	21	
	40	1429	58	7870	2130	20	
	41	9.431879	23	9.448356	10.551644	19	
	42	2329	9.983487	8841	1159	18	
	43	2778	52	9326	0674	17	
	44	3226	16	9810	0190	16	
	45	3675	9.983381	9.450294	10.549706	15	
	46	9.434122	45	0777	9223	14	
	47	4569	09	1260	8740	13	
	48	5016	9.983273	1743	8257	12	
	49	5462	38	2225	7775	11	
	50	5908	02	2706	7294	10	
	51	9.436353	9.983166	9.453187	10.546813	9	
	52	6798	30	3668	6332	8	
	53	7242	9.983094	4148	5852	7	
	54	7686	58	4628	5372	6	
	55	8129	22	5107	4893	5	
	56	9.438572	9.982986	9.455586	10.544414	4	
	57	9014	50	6064	3936	3	
	58	9456	14	6542	3458	2	
	59	9897	9.982878	7019	2981	1	
	60	0338	42	7496	2504	0	
G. 105	M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.	G. 74

G. 16	M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.	G. 163
	0	9.440338	9.982842	9.457496	10.542504	60	
	1	0778	805	7973	2027	59	
	2	1218	769	8449	1551	58	
	3	1658	733	8925	1075	57	
	4	2096	696	9400	0600	56	
	5	2535	660	9875	0125	55	
	6	9.442973	9.982624	9.460349	10.539651	54	
	7	3410	587	0823	9177	53	
	8	3847	551	1297	8703	52	
	9	4284	514	1770	8230	51	
	10	4720	477	2242	7758	50	
	11	9.445155	9.982441	9.462715	10.537285	49	
	12	5590	404	3186	6814	48	
	13	6025	367	3658	6342	47	
	14	6459	331	4128	5872	46	
	15	6893	294	4599	5401	45	
	16	9.447326	9.982257	9.465069	10.534931	44	
	17	7759	220	5539	4461	43	
	18	8191	183	6008	3992	42	
	19	8623	146	6477	3523	41	
	20	9054	109	6945	3055	40	
	21	9485	072	9.467413	10.532587	39	
	22	9915	035	7880	2120	38	
	23	9.450345	9.981998	8347	1653	37	
	24	0775	961	8314	1186	36	
	25	1204	924	9280	0720	35	
	26	9.451632	9.981886	9746	0254	34	
	27	2060	849	0211	10.529789	33	
	28	2488	812	0676	9324	32	
	29	2915	774	1141	8859	31	
	30	3342	737	1605	8395	30	
G. 106	M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.	G. 73

G. 16	M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.	G. 163
	30	9.453342	9.981737	9.471605	10.528395	30	
	31	3768	700	2069	7931	29	
	32	4194	662	2532	7468	28	
	33	4619	625	2995	7005	27	
	34	5044	587	3457	6543	26	
	35	5469	549	3919	6081	25	
	36	9.455893	9.981512	9.474381	10.525619	24	
	37	6316	474	4842	5158	23	
	38	6739	436	5303	4697	22	
	39	7162	399	5763	4237	21	
	40	7584	361	6223	3777	20	
	41	9.458006	9.981323	9.476683	10.523317	19	
	42	8427	285	7142	2858	18	
	43	8848	247	7601	2399	17	
	44	9268	209	8059	1941	16	
	45	9688	171	8517	1483	15	
	46	9.460108	9.981133	9.478975	10.521025	14	
	47	0527	095	9432	0568	13	
	48	0946	057	9889	0111	12	
	49	1364	019	9.480345	10.519655	11	
	50	1782	9.980981	0801	9199	10	
	51	9.462199	942	9.481257	10.518743	9	
	52	2616	904	1712	8288	8	
	53	3032	866	2167	7833	7	
	54	3448	827	2621	7379	6	
	55	3864	789	3075	6925	5	
	56	9.464279	9.980750	9.483529	10.516471	4	
	57	4694	712	3982	6018	3	
	58	5108	673	4435	5565	2	
	59	5522	635	4887	5113	1	
	60	5935	596	5339	4661	0	
G. 106	M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.	G. 73

G. 17	M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.	G. 162
	0	9.465935	9.980596	9.485339	10.514661	60	
	1	6348	558	5791	4209	59	
	2	6761	519	6242	3758	58	
	3	7173	480	6693	3307	57	
	4	7585	442	7143	2857	56	
	5	7996	403	7593	2407	55	
	6	9.468407	9.980364	9.488043	10.511957	54	
	7	8817	325	8492	1508	53	
	8	9227	286	8941	1059	52	
	9	9637	247	9390	0610	51	
	10	9.470046	208	9838	0162	50	
	11	0455	9.980169	9.490286	10.509714	49	
	12	0863	130	0733	9267	48	
	13	1271	091	1180	8820	47	
	14	1679	052	1627	8373	46	
	15	2086	012	2073	7927	45	
	16	9.472492	9.979973	9.492519	10.507481	44	
	17	2898	934	2965	7035	43	
	18	3304	895	3410	6590	42	
	19	3710	855	3854	6146	41	
	20	4115	816	4299	5701	40	
	21	9.474519	9.979776	9.494743	10.505257	39	
	22	4923	737	5186	4814	38	
	23	5327	697	5630	4370	37	
	24	5730	658	6073	3927	36	
	25	6133	618	6515	3485	35	
	26	9.476536	9.979579	9.496957	10.503043	34	
	27	6938	539	7399	2601	33	
	28	7340	499	7841	2159	32	
	29	7741	459	8282	1718	31	
	30	8142	420	8722	1278	30	
G. 107	M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.	G. 72

G. 17	M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.	G. 162
	30	9.478142	9.979420	9.498722	10.501278	30	
	31	8542	380	9163	0837	29	
	32	8942	340	9603	0397	28	
	33	9342	300	9.500042	10.499958	27	
	34	9741	260	0481	9519	26	
	35	9.480140	220	0920	9080	25	
	36	0539	9.979180	9.501359	10.498641	24	
	37	0937	140	1797	8203	23	
	38	1334	100	2235	7765	22	
	39	1731	059	2672	7328	21	
	40	2128	019	3109	6891	20	
	41	9.482525	9.978979	9.503546	10.496454	19	
	42	2921	939	3982	6018	18	
	43	3316	898	4418	5582	17	
	44	3712	858	4854	5146	16	
	45	4107	817	5289	4711	15	
	46	9.484501	9.978777	9.505724	10.494276	14	
	47	4895	737	6159	3841	13	
	48	5289	696	6593	3407	12	
	49	5682	655	7027	2973	11	
	50	6075	615	7460	2540	10	
	51	9.486467	9.978574	9.507893	10.492107	9	
	52	6860	533	8326	1674	8	
	53	7251	493	8759	1241	7	
	54	7643	452	9191	0809	6	
	55	3034	411	9622	0378	5	
	56	9.488424	9.978370	9.510054	10.489946	4	
	57	8814	329	0485	9515	3	
	58	9204	288	0916	9084	2	
	59	9593	247	1346	8654	1	
	60	9982	206	1776	8224	0	
G. 107	M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.	G. 72

G. 18	M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.	G. 161
	0	9.489982	9.978206	9.511776	10.488224	60	
	1	9.490371	165	2206	7794	59	
	2	0759	124	2635	7365	58	
	3	1147	083	3064	6936	57	
	4	1535	042	3493	6507	56	
	5	1922	001	3921	6079	55	
	6	9.492308	9.977959	9.514349	10.485651	54	
	7	2695	918	4777	5223	53	
	8	3081	877	5204	4796	52	
	9	3466	835	5631	4369	51	
	10	3851	794	6057	3943	50	
	11	9.494236	9.977752	9.516484	10.483516	49	
	12	4621	711	6910	3090	48	
	13	5005	669	7335	2665	47	
	14	5388	628	7761	2239	46	
	15	5772	586	8186	1814	45	
	16	9.496154	9.977544	9.518610	10.481390	44	
	17	6537	503	9034	0966	43	
	18	6919	461	9458	0542	42	
	19	7301	419	9882	0118	41	
	20	7682	377	9.520305	10.479695	40	
	21	9.498064	9.977335	0728	9272	39	
	22	8444	293	1151	8849	38	
	23	8825	251	1573	8427	37	
	24	9204	209	1995	8005	36	
	25	9584	167	2417	7583	35	
	26	9963	9.977125	9.522838	10.477162	34	
	27	9.500342	083	3259	6741	33	
	28	0721	041	3680	6320	32	
	29	1099	9.976999	4100	5900	31	
	30	1476	957	4520	5480	30	
G. 108	M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.	G. 71

G. 18	M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.	G. 161
	30	9.501476	9.976957	9.524520	10.475480	30	
	31	1854	914	4940	5060	29	
	32	2231	872	5359	4641	28	
	33	2607	830	5778	4222	27	
	34	2984	787	6197	3803	26	
	35	3360	745	6615	3385	25	
	36	9.503735	9.976702	9.527033	10.472967	24	
	37	4110	660	7451	2549	23	
	38	4485	617	7868	2132	22	
	39	4860	574	8285	1715	21	
	40	5234	532	8702	1298	20	
	41	9.505608	9.976489	9.529119	10.470881	19	
	42	5981	446	9535	0465	18	
	43	6354	404	9951	0049	17	
	44	6727	361	9.530366	10.469634	16	
	45	7099	318	0781	9219	15	
	46	9.507471	9.976275	9.531196	8804	14	
	47	7843	232	1611	8389	13	
	48	8214	189	2025	7975	12	
	49	8585	146	2439	7561	11	
	50	8956	103	2853	7147	10	
	51	9326	9.976060	9.533266	10.466734	9	
	52	9696	017	3679	6321	8	
	53	9.510065	9.975974	4092	5908	7	
	54	0434	930	4504	5496	6	
	55	0803	887	4916	5084	5	
	56	9.511172	9.975844	9.535328	10.464672	4	
	57	1540	800	5739	4261	3	
	58	1907	757	6150	3850	2	
	59	2275	714	6561	3439	1	
	60	2642	670	6972	3028	0	
G. 108	M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.	G. 71

G. 19	M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.	G. 160
	0	9.512642	9.975670	9.536972	10.463028	60	
	1	3009	627	7382	2618	59	
	2	3375	583	7792	2208	58	
	3	3741	539	8202	1798	57	
	4	4107	496	8611	1389	56	
	5	4472	452	9020	0980	55	
	6	9.514837	9.975408	9429	0571	54	
	7	5202	365	9837	0163	53	
	8	5566	321	9.540245	10.459755	52	
	9	5930	277	0653	9347	51	
	10	6294	233	1061	8939	50	
	11	9.516657	9.975189	9.541468	10.458532	49	
	12	7020	145	1875	8125	48	
	13	7382	101	2281	7719	47	
	14	7745	057	2688	7312	46	
	15	8107	013	3094	6906	45	
	16	9.518468	9.974969	9.543499	10.456501	44	
	17	8829	925	3905	6095	43	
	18	9190	880	4310	5690	42	
	19	9551	836	4715	5285	41	
	20	9911	792	5119	4881	40	
	21	9.520271	9.974748	9.545524	10.454476	39	
	22	0631	703	5928	4072	38	
	23	0990	659	6331	3669	37	
	24	1349	614	6735	3265	36	
	25	1707	570	7138	2862	35	
	26	9.522066	9.974525	9.547540	10.452460	34	
	27	2424	481	7943	2057	33	
	28	2781	436	8345	1655	32	
	29	3138	391	8747	1253	31	
	30	3495	347	9149	0851	30	
G. 109	M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.	G. 70

G. 19	M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.	G. 160
	30	9.523495	9.974347	9.549149	10.450851	30	
	31	3852	302	9550	0450	29	
	32	4208	257	9951	0049	28	
	33	4564	212	9.550352	10.449648	27	
	34	4920	167	0752	9248	26	
	35	5275	122	1153	8847	25	
	36	9.525630	9.974077	9.551552	10.448448	24	
	37	5984	032	1952	8048	23	
	38	6339	9.973987	2351	7649	22	
	39	6693	942	2750	7250	21	
	40	7046	897	3149	6851	20	
	41	9.527400	9.973852	9.553548	10.446452	19	
	42	7753	807	3946	6054	18	
	43	8105	761	4344	5656	17	
	44	8458	716	4741	5259	16	
	45	8810	671	5139	4861	15	
	46	9.529161	9.973625	9.555536	10.444464	14	
	47	9513	580	5933	4067	13	
	48	9864	535	6329	3671	12	
	49	9.530215	489	6725	3275	11	
	50	0565	444	7121	2879	10	
	51	9.530915	9.973398	9.557517	10.442483	9	
	52	1265	352	7913	2087	8	
	53	1614	307	8308	1692	7	
	54	1963	261	8703	1297	6	
	55	2312	215	9097	0903	5	
	56	9.532661	9.973169	9491	10.440509	4	
	57	3009	124	9885	0115	3	
	58	3357	078	9.560279	10.439721	2	
	59	3704	032	0673	9327	1	
	60	4052	9.972986	1066	8934	0	
G. 109	M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.	G. 70

G. 20	M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.	G. 159
	0	9.534052	9.972986	9.561066	10.438934	60	
	1	4399	940	1459	8541	59	
	2	4745	894	1851	8149	58	
	3	5092	848	2244	7756	57	
	4	5438	802	2636	7364	56	
	5	5783	755	3028	6972	55	
	6	9.536129	9.972709	9.563419	10.436581	54	
	7	6474	663	3811	6189	53	
	8	6818	617	4202	5798	52	
	9	7163	570	4593	5407	51	
	10	7507	524	4983	5017	50	
	11	9.537851	9.972478	9.565373	10.434627	49	
	12	8194	431	5763	4237	48	
	13	8538	385	6153	3847	47	
	14	8880	338	6542	3458	46	
	15	9223	291	6932	3068	45	
	16	9.539565	9.972245	9.567320	10.432680	44	
	17	9907	198	7709	2291	43	
	18	9.540249	151	8098	1902	42	
	19	0590	105	8486	1514	41	
	20	0931	058	8873	1127	40	
	21	9.541272	011	9261	10.430739	39	
	22	1613	9.971964	9648	0352	38	
	23	1953	917	9.570035	10.429965	37	
	24	2293	870	0422	9578	36	
	25	2632	823	0809	9191	35	
	26	9.542971	9.971776	9.571195	10.428805	34	
	27	3310	729	1581	8419	33	
	28	3649	682	1967	8033	32	
	29	3987	635	2352	7648	31	
	30	4325	588	2738	7262	30	
G. 110	M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.	G. 69

G. 20	M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.	G. 159
	30	9.544325	9.971588	9.572738	10.427262	30	
	31	4663	540	3123	6877	29	
	32	5000	493	3507	6493	28	
	33	7338	446	3892	6108	27	
	34	5674	398	4276	5724	26	
	35	6011	351	4660	5340	25	
	36	9.546347	9.971303	9.575044	10.424956	24	
	37	6683	256	5427	4573	23	
	38	7019	208	5810	4190	22	
	39	7354	161	6193	3807	21	
	40	7689	113	6576	3424	20	
	41	9.548024	066	9.576959	10.423041	19	
	42	8359	018	7341	2659	18	
	43	8693	9.970970	7723	2277	17	
	44	9027	922	8104	1896	16	
	45	9360	874	8486	1514	15	
	46	9693	9.970827	9.578867	10.421133	14	
	47	9.550026	779	9248	0752	13	
	48	0359	731	9629	0371	12	
	49	0692	683	9.580009	10.419991	11	
	50	1024	635	0389	9611	10	
	51	9.551356	9.970586	9.580769	9231	9	
	52	1687	538	1149	8851	8	
	53	2018	490	1528	8472	7	
	54	2349	442	1907	8093	6	
	55	2680	394	2286	7714	5	
	56	9.553010	9.970345	9.582665	10.417335	4	
	57	3341	297	3044	6956	3	
	58	3670	249	3422	6578	2	
	59	4000	200	3800	6200	1	
	60	4329	152	4177	5823	0	
G. 110	M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.	G. 69

G. 21	M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.	G. 158
	0	9.554329	9.970152	9.584177	10.415823	60	
	1	658	103	555	445	59	
	2	987	055	932	068	58	
	3	9.555315	006	9.585309	10.414691	57	
	4	643	9.969957	686	314	56	
	5	971	909	9.586062	10.413938	55	
	6	9.556299	9.969860	439	561	54	
	7	626	811	815	185	53	
	8	953	762	9.587190	10.412810	52	
	9	9.557280	714	666	434	51	
	10	606	665	941	059	50	
	11	932	9.969616	9.588316	10.411684	49	
	12	9.558258	567	691	309	48	
	13	583	518	9.589066	10.410934	47	
	14	909	469	440	560	46	
	15	9.559234	420	814	186	45	
	16	558	9.969370	9.590188	10.409812	44	
	17	883	321	562	438	43	
	18	9.560207	272	935	065	42	
	19	531	223	9.591308	10.408692	41	
	20	855	173	681	319	40	
	21	9.561178	9.969124	9.592054	10.407946	39	
	22	501	075	426	574	38	
	23	824	025	799	201	37	
	24	9.562146	9.968976	9.593171	10.406829	36	
	25	468	926	542	458	35	
	26	790	9.968877	914	086	34	
	27	9.563112	827	9.594285	10.405715	33	
	28	433	777	656	344	32	
	29	755	728	9.595027	10.404973	31	
	30	9.564075	678	398	602	30	
G. 111	M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.	G. 68

G. 21	M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.	G. 158
	30	9.564075	9.968678	9.595398	10.404602	30	
	31	396	628	768	232	29	
	32	716	578	9.596138	10.403862	28	
	33	9.565036	528	508	492	27	
	34	356	479	878	122	26	
	35	676	429	9.597247	10.402753	25	
	36	995	9.968379	616	384	24	
	37	9.566314	329	985	015	23	
	38	632	278	9.598354	10.401646	22	
	39	951	228	722	278	21	
	40	9.567269	178	9.599091	10.400909	20	
	41	587	9.968128	459	541	19	
	42	904	078	827	173	18	
	43	9.568222	027	9.600194	10.399806	17	
	44	539	9.967977	562	438	16	
	45	856	927	929	071	15	
	46	9.569172	9.967876	9.601296	10.398704	14	
	47	488	826	663	337	13	
	48	804	775	9.602029	10.397971	12	
	49	9.570120	725	395	605	11	
	50	435	674	761	239	10	
	51	751	9.967624	9.603127	10.396873	9	
	52	9.571066	573	493	507	8	
	53	380	522	858	142	7	
	54	695	471	9.604223	10.395777	6	
	55	9.572009	421	588	412	5	
	56	323	9.967370	953	047	4	
	57	636	319	9.605317	10.394683	3	
	58	950	268	682	318	2	
	59	9.573263	217	9.606046	10.393954	1	
	60	575	166	410	590	0	
G. 111	M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.	G. 68

G. 22	M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.	G. 157
	0	9.573575	9.967166	9.606410	10.393590	60	
	1	888	115	773	227	59	
	2	9.574200	064	9.607137	10.392863	58	
	3	512	013	500	500	57	
	4	824	9.966961	863	137	56	
	5	9.575136	910	9.608225	10.391775	55	
	6	447	859	588	412	54	
	7	758	808	950	050	53	
	8	9.576069	756	9.609312	10.390688	52	
	9	379	705	674	326	51	
	10	689	653	9.610036	10.389964	50	
	11	999	9.966602	397	603	49	
	12	9.577309	550	759	241	48	
	13	618	499	9.611120	10.388880	47	
	14	927	447	480	520	46	
	15	9.578236	395	841	159	45	
	16	545	9.966344	9.612201	10.387799	44	
	17	853	292	561	439	43	
	18	9.579162	240	921	079	42	
	19	470	188	9.613281	10.386719	41	
	20	777	136	641	359	40	
	21	9.580085	085	9.614000	000	39	
	22	392	033	359	10.385641	38	
	23	699	9.965981	718	282	37	
	24	9.581005	929	9.615077	10.384923	36	
	25	312	876	435	565	35	
	26	618	9.965824	793	207	34	
	27	924	772	9.616151	10.383849	33	
	28	9.582229	720	509	491	32	
	29	535	668	867	133	31	
	30	840	615	9.617224	10.382776	30	
G. 112	M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.	G. 67

G. 22	M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.	G. 157
	30	9.582840	9.965615	9.617224	10.382776	30	
	31	9.583145	563	582	418	29	
	32	449	511	939	061	28	
	33	754	458	9.618295	10.381705	27	
	34	9.584058	406	652	348	26	
	35	361	353	9.619008	10.380992	25	
	36	665	9.965301	364	636	24	
	37	968	248	720	280	23	
	38	9.585272	195	9.620076	10.379924	22	
	39	574	143	432	568	21	
	40	877	090	787	213	20	
	41	9.586179	037	9.621142	10.378858	19	
	42	482	9.964984	497	503	18	
	43	783	931	852	148	17	
	44	9.587085	879	9.622207	10.377793	16	
	45	386	826	561	439	15	
	46	688	9.964773	915	085	14	
	47	989	720	9.623269	10.376731	13	
	48	9.588289	666	623	377	12	
	49	590	613	976	024	11	
	50	890	560	9.624330	10.375670	10	
	51	9.589190	9.964507	683	317	9	
	52	489	454	9.625036	10.374964	8	
	53	789	400	388	612	7	
	54	9.590088	347	741	259	6	
	55	387	294	9.626093	10.373907	5	
	56	686	9.964240	445	555	4	
	57	984	187	797	203	3	
	58	9.591282	133	9.627149	10.372851	2	
	59	580	080	501	499	1	
	60	878	026	852	148	0	
G. 112	M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.	G. 67

G. 23	M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.	G. 156
	0	9.591878	9.964026	9.627852	10.372148	60	
	1	9.592176	9.963972	9.628203	10.371797	59	
	2	473	919	554	446	58	
	3	770	865	905	095	57	
	4	9.593067	811	9.629255	10.370745	56	
	5	363	757	606	394	55	
	6	659	9.963704	956	044	54	
	7	955	650	9.630306	10.369694	53	
	8	9.594251	596	656	344	52	
	9	547	542	9.631005	10.368995	51	
	10	842	488	355	645	50	
	11	9.595137	9.963434	704	296	49	
	12	432	379	9.632053	10.367947	48	
	13	727	325	402	598	47	
	14	9.596021	271	750	250	46	
	15	315	217	9.633099	10.366901	45	
	16	609	9.963163	447	553	44	
	17	903	108	795	205	43	
	18	9.597196	054	9.634143	10.365857	42	
	19	490	9.962999	490	510	41	
	20	783	945	838	162	40	
	21	9.598075	9.962890	9.635185	10.364815	39	
	22	368	836	532	468	38	
	23	660	781	879	121	37	
	24	952	727	9.636226	10.363774	36	
	25	9.599244	672	572	428	35	
	26	536	9.962617	919	081	34	
	27	827	562	9.637265	10.362735	33	
	28	9.600118	508	611	389	32	
	29	409	453	956	044	31	
	30	700	398	9.638302	10.361698	30	
G. 113	M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.	G. 66

G. 23	M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.	G. 156
	30	9.600700	9.962398	9.638302	10.361698	30	
	31	990	343	647	353	29	
	32	9.601280	288	692	008	28	
	33	570	233	9.639337	10.360663	27	
	34	860	178	682	318	26	
	35	9.602150	123	9.640027	10.359973	25	
	36	439	9.962067	371	629	24	
	37	728	012	716	284	23	
	38	9.603017	9.961957	9.641060	10.358940	22	
	39	305	902	404	596	21	
	40	594	846	747	253	20	
	41	882	9.961791	9.642091	10.357909	19	
	42	9.604170	735	434	566	18	
	43	457	680	777	223	17	
	44	745	624	9.643120	10.356880	16	
	45	9.605032	569	463	537	15	
	46	319	9.961513	806	194	14	
	47	606	458	9.644148	10.355852	13	
	48	892	402	490	510	12	
	49	9.606179	346	832	168	11	
	50	465	290	9.645174	10.354826	10	
	51	751	9.961235	516	484	9	
	52	9.607036	179	857	143	8	
	53	322	123	9.646199	10.353801	7	
	54	607	067	540	460	6	
	55	892	011	881	119	5	
	56	9.608177	9.960955	9.647222	10.352778	4	
	57	461	899	562	438	3	
	58	745	843	903	097	2	
	59	9.609029	786	9.648243	10.351757	1	
	60	313	730	583	417	0	
G. 113	M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.	G. 66

G. 24	M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.	G. 155
	0	9.609313	9.960730	9.648583	10.351417	60	
	1	597	674	923	077	59	
	2	880	618	9.649263	10.350737	58	
	3	9.610164	561	602	398	57	
	4	447	505	942	058	56	
	5	729	448	9.650281	10.349719	55	
	6	9.611012	9.960392	620	380	54	
	7	294	335	959	041	53	
	8	576	279	9.651297	10.348703	52	
	9	858	222	636	364	51	
	10	9.612140	165	974	026	50	
	11	421	9.960109	9.652312	10.347688	49	
	12	702	052	650	350	48	
	13	983	9.959995	988	012	47	
	14	9.613264	938	9.653326	10.346674	46	
	15	545	882	663	337	45	
	16	825	9.959825	9.654000	10.346000	44	
	17	9.614105	768	337	663	43	
	18	385	711	674	326	42	
	19	665	654	9.655011	10.344989	41	
	20	944	596	348	652	40	
	21	9.615223	9.959539	684	316	39	
	22	502	482	9.656020	10.343980	38	
	23	781	425	356	644	37	
	24	9.616060	368	692	308	36	
	25	338	310	9.657028	10.342972	35	
	26	616	9.959253	364	636	34	
	27	894	195	699	301	33	
	28	9.617172	138	9.658034	10.341966	32	
	29	450	080	369	631	31	
G. 114	30	727	023	704	296	30	G. 65
	M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.	

G. 24	M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.	G. 155
	30	9.617727	9.959023	9.658704	10.341296	30	
	31	9.618004	9.958965	9.659039	10.340961	29	
	32	281	908	373	627	28	
	33	558	850	708	292	27	
	34	834	792	9.660042	10.339958	26	
	35	9.619110	734	376	624	25	
	36	386	9.958677	710	290	24	
	37	662	619	9.661043	10.338957	23	
	38	938	561	377	623	22	
	39	9.620213	503	710	290	21	
	40	488	445	9.662043	10.337957	20	
	41	763	9.958387	376	624	19	
	42	9.621038	329	709	291	18	
	43	313	271	9.663042	10.336958	17	
	44	587	213	375	625	16	
	45	861	154	707	293	15	
	46	9.622135	9.958096	9.664039	10.335961	14	
	47	409	038	371	629	13	
	48	682	9.957979	703	297	12	
	49	956	921	9.665035	10.334965	11	
	50	9.623229	863	366	634	10	
	51	502	9.957804	698	302	9	
	52	774	746	9.666029	10.333971	8	
	53	9.624047	687	360	640	7	
	54	319	628	691	309	6	
	55	591	570	9.667021	10.332979	5	
	56	863	9.957511	352	648	4	
	57	9.625135	452	682	318	3	
	58	406	393	9.668013	10.331987	2	
	59	677	335	343	657	1	
G. 114	60	948	276	673	327	0	G. 65
	M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.	

G. 25	M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.	G. 164
	0	9.625948	9.957276	9.668673	10.331327	60	
	1	9.626219	9.957217	9.669002	10.330998	59	
	2	490	158	332	668	58	
	3	760	099	661	339	57	
	4	9.627030	040	991	009	56	
	5	300	9.956981	9.670320	10.329680	55	
	6	570	921	649	351	54	
	7	840	862	977	023	53	
	8	9.628109	803	9.671306	10.328694	52	
	9	378	744	635	365	51	
	10	647	684	963	037	50	
	11	916	9.956625	9.672291	10.327709	49	
	12	9.629185	566	619	381	48	
	13	453	506	947	053	47	
	14	721	447	9.673274	10.326726	46	
	15	989	387	602	398	45	
	16	9.630257	9.956327	929	071	44	
	17	524	268	9.674257	10.325743	43	
	18	792	208	584	416	42	
	19	9.631059	148	911	089	41	
	20	326	089	9.675237	10.324763	40	
	21	593	029	564	436	39	
	22	859	9.955969	890	110	38	
	23	9.632125	909	9.676217	10.323783	37	
	24	392	849	543	457	36	
	25	658	789	869	131	35	
	26	923	9.955729	9.677194	10.322806	34	
	27	9.633189	669	520	480	33	
	28	454	609	846	154	32	
	29	719	548	9.678171	10.321829	31	
	30	984	488	496	504	30	G. 64
G. 115	M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.	

G. 25	M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.	G. 154
	30	9.633984	9.955488	9.678496	10.321504	30	
	31	9.634249	428	821	179	29	
	32	514	368	9.679146	10.320854	28	
	33	778	307	471	529	27	
	34	9.635042	247	795	205	26	
	35	306	186	9.680120	10.319880	25	
	36	570	9.955126	444	556	24	
	37	834	065	768	232	23	
	38	9.636097	005	9.681092	10.318908	22	
	39	360	9.954944	416	584	21	
	40	623	883	740	260	20	
	41	886	9.954823	9.682063	10.317937	19	
	42	9.637148	762	387	613	18	
	43	411	701	710	290	17	
	44	673	640	9.683033	10.316967	16	
	45	935	579	356	644	15	
	46	9.638197	9.954518	679	321	14	
	47	458	457	9.684001	10.315999	13	
	48	720	396	324	676	12	
	49	981	335	646	354	11	
	50	9.639242	274	968	032	10	
	51	503	9.954213	9.685290	10.314710	9	
	52	764	152	612	388	8	
	53	9.640024	090	934	066	7	
	54	284	029	9.686255	10.313745	6	
	55	544	9.953968	577	423	5	
	56	804	906	898	102	4	
	57	9.641064	845	9.687219	10.312781	3	
	58	324	783	540	460	2	
	59	583	722	861	139	1	
	60	842	660	9.688182	10.311818	0	G. 64
G. 115	M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.	

G. 26	M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.	G. 153
	0	9.641842	9.953660	9.688182	10.311818	60	
	1	9.642101	599	502	498	59	
	2	360	537	823	177	58	
	3	618	475	9.689143	10.310857	57	
	4	877	413	463	537	56	
	5	9.643135	352	783	217	55	
	6	393	9.953290	9.690103	10.309897	54	
	7	650	228	423	577	53	
	8	908	166	742	258	52	
	9	9.644165	104	9.691062	10.308938	51	
	10	423	042	381	619	50	
	11	680	9.952980	700	300	49	
	12	936	918	9.692019	10.307981	48	
	13	9.645193	855	338	662	47	
	14	450	793	656	344	46	
	15	706	731	975	025	45	
	16	962	9.952669	9.693293	10.306707	44	
	17	9.646218	606	612	388	43	
	18	474	544	930	070	42	
	19	729	481	9.694248	10.305752	41	
	20	984	419	566	434	40	
	21	9.647240	9.952356	883	117	39	
	22	494	294	9.695201	10.304799	38	
	23	749	231	518	482	37	
	24	9.648004	168	836	164	36	
	25	258	106	9.696153	10.303847	35	
	26	512	043	470	530	34	
	27	766	9.951980	787	213	33	
	28	9.649020	917	9.697103	10.302897	32	
	29	274	854	420	580	31	
G. 116	30	527	791	736	264	30	G. 63
	M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.	

G. 26	M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.	G. 153
	30	9.649527	9.951791	9.697736	10.302264	30	
	31	781	728	9.698053	10.301947	29	
	32	9.650034	665	369	631	28	
	33	287	602	685	315	27	
	34	539	539	9.699001	10.300999	26	
	35	792	476	316	684	25	
	36	9.651044	9.951412	632	368	24	
	37	297	349	947	053	23	
	38	549	286	9.700263	10.299737	22	
	39	800	222	578	422	21	
	40	9.652052	159	893	107	20	
	41	304	9.951096	9.701208	10.298792	19	
	42	555	032	523	477	18	
	43	806	9.950968	837	163	17	
	44	9.653057	905	9.702152	10.297848	16	
	45	308	841	466	534	15	
	46	558	9.950778	781	219	14	
	47	808	714	9.703095	10.296905	13	
	48	9.654059	650	409	591	12	
	49	309	586	722	278	11	
	50	558	522	9.704036	10.295964	10	
	51	808	9.950458	350	650	9	
	52	9.655058	394	663	337	8	
	53	307	330	976	024	7	
	54	556	266	9.705290	10.294710	6	
	55	805	202	603	397	5	
	56	9.656054	9.950138	916	084	4	
	57	302	074	9.706228	10.293772	3	
	58	551	010	541	459	2	
	59	799	9.949945	854	146	1	
G. 116	60	9.657047	881	9.707166	10.292834	0	G. 63
	M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.	

G. 27	M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.	G. 151
	0	9.657047	9.949881	9.707166	10.292834	60	
	1	295	816	478	522	59	
	2	542	752	790	210	58	
	3	790	688	9.708102	10.291898	57	
	4	9.658037	623	414	586	56	
	5	284	558	726	274	55	
	6	9.658531	9.949494	9.709037	10.290963	54	
	7	778	429	349	651	53	
	8	9.659025	364	660	340	52	
	9	271	300	971	029	51	
	10	517	235	9.710282	10.289718	50	
	11	763	9.949170	593	407	49	
	12	9.660009	105	904	096	48	
	13	255	040	9.711215	10.288785	47	
	14	501	9.948975	525	475	46	
	15	746	910	836	164	45	
	16	991	9.948845	9.712146	10.287854	44	
	17	9.661236	780	456	544	43	
	18	481	715	766	234	42	
	19	726	650	9.713076	10.286924	41	
	20	970	584	386	614	40	
	21	9.662214	9.948519	696	304	39	
	22	459	454	9.714005	10.285995	38	
	23	703	388	314	686	37	
	24	946	323	624	376	36	
	25	9.663190	257	933	067	35	
	26	433	9.948192	9.715242	10.284758	34	
	27	677	126	551	449	33	
	28	920	060	860	140	32	
	29	9.664163	9.947995	9.716168	10.283832	31	
G. 117	30	406	929	477	523	30	G. 62
	M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.	

G. 27	M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.	G. 152
	30	9.664406	9.947929	9.716477	10.283523	30	
	31	648	863	785	215	29	
	32	891	797	9.717093	10.282907	28	
	33	9.665133	731	401	599	27	
	34	375	665	709	291	26	
	35	617	600	9.718017	10.281983	25	
	36	859	9.947533	325	675	24	
	37	9.666100	467	633	367	23	
	38	342	401	940	060	22	
	39	583	335	9.719248	10.280752	21	
	40	824	269	555	445	20	
	41	9.667065	9.947203	862	138	19	
	42	305	136	9.720169	10.279831	18	
	43	546	070	476	524	17	
	44	786	004	783	217	16	
	45	9.668027	9.946937	9.721089	10.278911	15	
	46	267	871	396	604	14	
	47	506	804	702	298	13	
	48	746	738	9.722009	10.277991	12	
	49	986	671	315	685	11	
	50	9.669225	604	621	379	10	
	51	464	9.946538	927	073	9	
	52	703	471	9.723232	10.276768	8	
	53	942	404	538	462	7	
	54	9.670181	337	844	156	6	
	55	419	270	9.724149	10.275851	5	
	56	658	9.946203	454	546	4	
	57	896	136	760	240	3	
	58	9.671134	069	9.725065	10.274935	2	
	59	372	002	370	630	1	
	60	609	9.945935	674	326	0	
G. 117	M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.	G. 62

G. 28	M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.	G. 151
	0	9.671609	9.945935	9.725674	10.274326	60	
	1	847	868	979	021	59	
	2	9.672084	800	9.726284	10.273716	58	
	3	321	733	588	412	57	
	4	558	666	892	108	56	
	5	795	598	9.727197	10.272803	55	
	6	9.673032	9.945531	501	499	54	
	7	268	464	805	195	53	
	8	505	396	9.728109	10.271891	52	
	9	741	328	412	588	51	
	10	977	261	716	284	50	
	11	9.674213	9.945193	9.729020	10.270980	49	
	12	448	125	323	677	48	
	13	684	058	626	374	47	
	14	919	9.944990	929	071	46	
	15	9.675155	922	9.730233	10.269767	45	
	16	390	854	535	465	44	
	17	624	786	838	162	43	
	18	859	718	9.731141	10.268859	42	
	19	9.676094	650	444	556	41	
	20	328	582	746	254	40	
	21	562	9.944514	9.732048	10.267952	39	
	22	796	446	351	649	38	
	23	9.677030	377	653	347	37	
	24	264	309	955	045	36	
	25	498	241	9.733257	10.266743	35	
	26	731	9.944172	558	442	34	
	27	964	104	860	140	33	
	28	9.678197	036	9.734162	10.265838	32	
	29	430	9.943967	463	537	31	
	30	663	899	764	236	30	
G. 118	M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.	G. 61

G. 28	M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.	G. 151
	30	9.678663	9.943899	9.734764	10.265236	30	
	31	895	830	9.735066	10.264934	29	
	32	9.679128	761	367	633	28	
	33	360	693	668	332	27	
	34	592	624	969	031	26	
	35	824	555	9.736269	10.263731	25	
	36	9.680056	9.943486	570	430	24	
	37	288	417	870	130	23	
	38	519	348	9.737171	10.262829	22	
	39	750	279	471	529	21	
	40	982	210	771	229	20	
	41	9.681213	9.943141	9.738071	10.261929	19	
	42	443	072	371	629	18	
	43	674	003	671	329	17	
	44	905	9.942934	971	029	16	
	45	9.682135	864	9.739271	10.260729	15	
	46	365	795	570	430	14	
	47	595	726	870	130	13	
	48	825	656	9.740169	10.259831	12	
	49	9.683055	587	468	532	11	
	50	284	517	767	233	10	
	51	514	9.942448	9.741066	10.258934	9	
	52	743	378	365	635	8	
	53	972	308	664	336	7	
	54	9.684201	239	962	038	6	
	55	430	169	9.742261	10.257739	5	
	56	658	9.942099	559	441	4	
	57	887	029	858	142	3	
	58	9.685115	9.941959	9.743156	10.256844	2	
	59	343	889	454	546	1	
	60	571	819	752	248	0	
G. 118	M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.	G. 61

G. 29	M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.	G. 150
	0	9.685571	9.941819	9.743752	10.256248	60	
	1	799	749	9.744050	10.255950	59	
	2	9.686027	679	348	652	58	
	3	254	609	645	355	57	
	4	482	539	943	057	56	
	5	709	469	9.745240	10.254760	55	
	6	936	9.941398	538	462	54	
	7	9.687163	328	835	165	53	
	8	389	258	9.746132	10.253868	52	
	9	616	187	429	571	51	
	10	843	117	726	274	50	
	11	9.688069	046	9.747023	10.252977	49	
	12	295	9.940975	319	681	48	
	13	521	905	616	384	47	
	14	747	834	913	087	46	
	15	972	763	9.748209	10.251791	45	
	16	9.689198	9.940693	505	495	44	
	17	423	622	801	199	43	
	18	648	551	9.749097	10.250903	42	
	19	873	480	393	607	41	
	20	9.690098	409	689	311	40	
	21	323	9.940338	985	015	39	
	22	548	267	9.750281	10.249719	38	
	23	772	196	576	424	37	
	24	996	125	872	128	36	
	25	9.691220	054	9.751167	10.248833	35	
	26	444	9.939982	462	538	34	
	27	668	911	757	243	33	
	28	892	840	9.752052	10.247948	32	
	29	9.692115	768	347	653	31	
	30	339	697	642	358	30	
G. 119	M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.	G. 60

G. 29	M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.	G. 150
	30	9.692339	9.939697	9.752642	10.247358	30	
	31	562	625	937	063	29	
	32	785	554	9.753231	10.246769	28	
	33	9.693008	482	526	474	27	
	34	231	410	820	180	26	
	35	453	339	9.754115	10.245885	25	
	36	9.693676	9.939267	409	591	24	
	37	898	195	703	297	23	
	38	9.694120	123	997	003	22	
	39	342	052	9.755291	10.244709	21	
	40	564	9.938980	585	415	20	
	41	786	908	878	122	19	
	42	9.695007	836	9.756172	10.243828	18	
	43	229	763	465	535	17	
	44	450	691	759	241	16	
	45	671	619	9.757052	10.242948	15	
	46	892	9.938547	345	655	14	
	47	9.696113	475	638	362	13	
	48	334	402	931	069	12	
	49	554	330	9.758224	10.241776	11	
	50	775	258	517	483	10	
	51	995	9.938185	810	190	9	
	52	9.697215	113	9.759102	10.240898	8	
	53	435	040	395	605	7	
	54	654	9.937967	687	313	6	
	55	874	895	979	021	5	
	56	9.698094	9.937822	9.760272	10.239728	4	
	57	313	749	564	436	3	
	58	532	676	856	144	2	
	59	751	604	9.761148	10.238852	1	
	60	970	581	439	561	0	
G. 119	M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.	G. 60

G. 30	M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.	G. 149
	0	9.698970	9.937531	9.761439	10.238561	60	
	1	9.699189	458	731	269	59	
	2	407	385	9.762023	10.237977	58	
	3	626	312	314	686	57	
	4	844	238	606	394	56	
	5	9.700062	165	897	103	55	
	6	280	9.937092	9.763188	10.236812	54	
	7	498	019	479	521	53	
	8	716	9.936946	770	230	52	
	9	933	872	9.764061	10.235939	51	
	10	9.701151	799	352	648	50	
	11	368	9.936725	643	357	49	
	12	585	652	933	067	48	
	13	802	578	9.765224	10.234776	47	
	14	9.702019	505	514	486	46	
	15	236	431	805	195	45	
	16	452	9.936357	9.766095	10.233905	44	
	17	669	284	385	615	43	
	18	885	210	675	325	42	
	19	9.703101	136	965	035	41	
	20	317	062	9.767255	10.232745	40	
	21	533	9.935988	545	455	39	
	22	749	914	834	166	38	
	23	964	840	9.768124	10.231876	37	
	24	9.704179	766	414	586	36	
	25	395	692	703	297	35	
	26	610	9.935618	992	008	34	
	27	825	543	9.769281	10.230719	33	
	28	9.705040	469	571	429	32	
	29	254	395	860	140	31	
G. 120	30	469	320	9.770148	10.229852	30	G. 59
	M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.	

G. 30	M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.	G. 149
	30	9.705469	9.935320	9.770148	10.229852	30	
	31	683	246	437	563	29	
	32	898	171	726	274	28	
	33	9.706112	097	9.771015	10.228985	27	
	34	326	022	303	697	26	
	35	539	9.934948	592	408	25	
	36	9.706753	873	880	120	24	
	37	967	798	9.772168	10.227832	23	
	38	9.707180	723	457	543	22	
	39	393	649	745	255	21	
	40	606	574	033	10.226967	20	
	41	819	9.934499	9.773321	679	19	
	42	9.708032	424	608	392	18	
	43	245	349	896	104	17	
	44	458	274	9.774184	10.225816	16	
	45	670	199	471	529	15	
	46	882	9.934123	759	241	14	
	47	9.709094	448	9.775046	10.224954	13	
	48	306	9.933973	333	667	12	
	49	518	898	621	379	11	
	50	730	822	908	092	10	
	51	941	9.933747	9.776195	10.223805	9	
	52	9.710153	671	482	518	8	
	53	364	596	768	232	7	
	54	575	520	9.777055	10.222945	6	
	55	786	445	342	658	5	
	56	997	9.933369	628	372	4	
	57	9.711208	293	915	085	3	
	58	419	217	9.778201	10.221799	2	
	59	629	141	488	512	1	
G. 120	60	839	066	774	226	0	G. 59
	M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.	

G. 31	M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.	G. 148
	0	9.711839	9.933066	9.778774	10.221226	60	
	1	9.712050	9.932990	9.779060	10.220940	59	
	2	260	914	346	654	58	
	3	469	838	632	368	57	
	4	679	762	918	082	56	
	5	889	685	9.780203	10.219797	55	
	6	9.713098	9.932609	489	511	54	
	7	308	533	775	225	53	
	8	517	457	9.781060	10.218940	52	
	9	726	380	346	654	51	
	10	935	304	631	369	50	
	11	9.714144	9.932228	916	084	49	
	12	352	151	9.782201	10.217799	48	
	13	561	075	486	514	47	
	14	769	9.931998	771	229	46	
	15	978	921	9.783056	10.216944	45	
	16	9.715186	9.931845	341	659	44	
	17	394	768	626	374	43	
	18	602	691	910	090	42	
	19	809	614	9.784195	10.215805	41	
	20	9.716017	537	479	521	40	
	21	224	9.931460	764	236	39	
	22	432	383	9.785048	10.214952	38	
	23	639	306	332	668	37	
	24	846	229	616	384	36	
	25	9.717053	152	900	100	35	
	26	259	075	9.786184	10.213816	34	
	27	466	9.930998	468	532	33	
	28	673	921	752	248	32	
	29	879	843	9.787036	10.212964	31	
G. 121	30	9.718085	766	319	681	30	G. 58
	M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.	

G. 31	M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.	G. 148
	30	9.718085	9.930766	9.787319	10.212681	30	
	31	291	688	603	397	29	
	32	497	611	886	114	28	
	33	703	533	9.788170	10.211830	27	
	34	909	456	453	547	26	
	35	9.719114	378	736	264	25	
	36	320	9.930300	9.789019	10.210981	24	
	37	525	223	302	698	23	
	38	730	145	585	415	22	
	39	935	067	868	132	21	
	40	9.720140	9.929989	9.790151	10.209849	20	
	41	345	911	434	566	19	
	42	549	833	716	284	18	
	43	754	755	999	001	17	
	44	958	677	9.791281	10.208719	16	
	45	9.721162	599	563	437	15	
	46	366	9.929521	846	154	14	
	47	570	442	9.792128	10.207872	13	
	48	774	364	410	590	12	
	49	978	286	692	308	11	
	50	9.722181	207	974	026	10	
	51	385	129	9.793256	10.206744	9	
	52	588	050	538	462	8	
	53	791	9.928972	819	181	7	
	54	994	893	9.794101	10.205899	6	
	55	9.723197	815	383	617	5	
	56	400	9.928736	664	336	4	
	57	603	657	946	054	3	
	58	805	578	9.795227	10.204773	2	
	59	9.724007	499	508	492	1	
G. 121	60	210	420	789	211	0	G. 58
	M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.	

G. 32	M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.	G. 147
	0	9.724210	9.928420	9.795789	10.204211	60	
	1	412	342	9.796070	10.203930	59	
	2	614	263	351	649	58	
	3	816	183	632	368	57	
	4	9.725017	104	913	087	56	
	5	219	025	9.797194	10.202806	55	
	6	420	9.927946	474	525	54	
	7	622	867	755	245	53	
	8	823	787	9.798036	10.201964	52	
	9	9.726024	708	316	684	51	
	10	225	629	596	404	50	
	11	426	9.927549	877	123	49	
	12	626	470	9.799157	10.200843	48	
	13	827	390	437	563	47	
	14	9.727027	310	717	283	46	
	15	228	231	997	003	45	
	16	428	9.927151	9.800277	10.199723	44	
	17	628	071	557	443	43	
	18	828	9.926991	836	164	42	
	19	9.728027	911	9.801116	10.198884	41	
	20	227	831	396	604	40	
	21	427	9.926751	675	325	39	
	22	626	671	955	045	38	
	23	825	591	9.802234	10.197766	37	
	24	9.729024	511	513	487	36	
	25	223	431	792	208	35	
	26	422	9.926351	9.803072	10.196928	34	
	27	621	270	351	649	33	
	28	820	190	630	370	32	
	29	9.730018	110	909	091	31	
	30	217	029	9.804187	10.195813	30	
G. 122	M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.	G. 57

G. 32	M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.	G. 147
	30	9.730217	9.926029	9.804187	10.195813	30	
	31	415	9.925949	466	534	29	
	32	613	868	745	255	28	
	33	811	788	9.805023	10.194977	27	
	34	9.731009	707	302	698	26	
	35	206	626	580	420	25	
	36	404	9.925545	859	141	24	
	37	602	465	9.806137	10.193863	23	
	38	799	384	415	585	22	
	39	996	303	693	307	21	
	40	9.732193	222	971	029	20	
	41	390	9.925141	9.807249	10.192751	19	
	42	587	060	527	473	18	
	43	784	9.924979	805	195	17	
	44	980	897	9.808083	10.191917	16	
	45	9.733177	816	361	639	15	
	46	373	9.924735	638	362	14	
	47	569	654	916	084	13	
	48	765	572	9.809193	10.190807	12	
	49	961	491	471	529	11	
	50	9.734157	409	748	252	10	
	51	353	9.924328	9.810025	10.189975	9	
	52	548	246	302	698	8	
	53	744	164	580	420	7	
	54	939	083	857	143	6	
	55	9.735135	001	9.811134	10.188866	5	
	56	330	9.923919	410	590	4	
	57	525	837	687	313	3	
	58	719	755	964	036	2	
	59	914	673	9.812241	10.187759	1	
	60	9.736109	591	517	483	0	
G. 122	M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.	G. 57

G. 33	M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.	G. 146
	0	9.736109	9.923591	9.812517	10.187483	60	
	1	303	509	794	206	59	
	2	498	427	9.813070	10.186930	58	
	3	692	345	347	653	57	
	4	886	263	623	377	56	
	5	9.737080	181	899	101	55	
	6	274	9.923098	9.814176	10.185824	54	
	7	467	016	452	548	53	
	8	661	9.922933	728	272	52	
	9	855	851	9.815004	10.184996	51	
	10	9.738048	768	280	720	50	
	11	241	9.922686	555	445	49	
	12	434	603	831	169	48	
	13	627	520	9.816107	10.183893	47	
	14	820	438	382	618	46	
	15	9.739013	355	658	342	45	
	16	206	9.922272	933	067	44	
	17	398	189	9.817209	10.182791	43	
	18	590	106	484	516	42	
	19	783	023	759	241	41	
	20	975	9.921940	9.818035	10.181965	40	
	21	9.740167	857	310	690	39	
	22	359	774	585	415	38	
	23	550	691	860	140	37	
	24	742	607	9.819135	10.180865	36	
	25	934	524	410	590	35	
	26	9.741125	9.921441	684	316	34	
	27	316	357	959	041	33	
	28	508	274	9.820234	10.179766	32	
	29	699	190	508	492	31	
	30	889	107	783	217	30	
G. 123	M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.	G. 56

G. 33	M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.	G. 146
	30	9.741889	9.921107	9.820783	10.179217	30	
	31	9.742080	023	9.821057	10.178943	29	
	32	271	9.920939	332	668	28	
	33	462	856	606	394	27	
	34	652	772	880	120	26	
	35	842	688	9.822154	10.177846	25	
	36	9.743033	9.920604	429	571	24	
	37	223	520	703	297	23	
	38	413	436	977	023	22	
	39	602	352	9.823251	10.176749	21	
	40	792	268	524	476	20	
	41	982	184	798	202	19	
	42	9.744171	099	9.824072	10.175928	18	
	43	361	015	345	655	17	
	44	550	9.919931	619	381	16	
	45	739	846	893	107	15	
	46	928	9.919762	9.825166	10.174834	14	
	47	9.745117	677	439	561	13	
	48	306	593	713	287	12	
	49	494	508	986	014	11	
	50	683	424	9.826259	10.173741	10	
	51	871	9.919339	532	468	9	
	52	9.746060	254	805	195	8	
	53	248	169	9.827078	10.172922	7	
	54	436	085	351	649	6	
	55	624	9.919000	624	376	5	
	56	812	915	897	103	4	
	57	999	830	9.828170	10.171830	3	
	58	9.747187	745	442	558	2	
	59	374	659	715	285	1	
	60	562	574	987	013	0	
G. 123	M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.	G. 56

G. 34	M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.	G. 145
	0	9.747562	9.918574	9.828987	10.171013	60	
	1	749	489	9.829260	10.170740	59	
	2	936	404	532	468	58	
	3	9.748123	318	805	195	57	
	4	310	233	9.830077	10.169923	56	
	5	497	147	349	651	55	
	6	683	062	621	379	54	
	7	870	9.917976	893	107	53	
	8	9.749056	891	9.831165	10.168835	52	
	9	243	805	437	563	51	
	10	429	719	709	291	50	
	11	615	9.917634	981	019	49	
	12	801	548	9.832253	10.167747	48	
	13	987	462	525	475	47	
	14	9.750172	376	796	204	46	
	15	358	290	9.833068	10.166932	45	
	16	543	9.917204	339	661	44	
	17	729	118	611	389	43	
	18	914	032	882	118	42	
	19	9.751099	9.916946	9.834154	10.165846	41	
	20	284	859	425	575	40	
	21	469	9.916773	696	304	39	
	22	654	687	967	033	38	
	23	839	600	9.835238	10.164762	37	
	24	9.752023	514	509	491	36	
	25	208	427	780	220	35	
	26	392	9.916341	9.836051	10.163949	34	
	27	576	254	322	678	33	
	28	760	167	593	407	32	
	29	944	081	864	136	31	
	30	9.753128	9.915994	9.837134	10.162866	30	
G. 124	M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.	G. 55

G. 34	M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.	G. 145
	30	9.753128	9.915994	9.837134	10.162866	30	
	31	312	907	405	595	29	
	32	495	820	675	325	28	
	33	679	733	946	054	27	
	34	862	646	9.838216	10.161784	26	
	35	9.754046	559	487	513	25	
	36	229	9.915472	757	243	24	
	37	412	385	9.839027	10.160973	23	
	38	595	297	297	703	22	
	39	778	210	568	432	21	
	40	960	123	838	162	20	
	41	9.755143	035	9.840108	10.159892	19	
	42	326	9.914948	378	622	18	
	43	508	860	648	352	17	
	44	690	773	917	083	16	
	45	872	685	9.841187	10.158813	15	
	46	9.756054	9.914598	457	543	14	
	47	236	510	727	273	13	
	48	418	422	996	004	12	
	49	600	334	9.842266	10.157734	11	
	50	782	246	535	465	10	
	51	963	9.914158	805	195	9	
	52	9.757144	070	9.843074	10.156926	8	
	53	326	9.913982	343	657	7	
	54	507	894	612	388	6	
	55	688	806	882	118	5	
	56	869	9.913718	9.844151	10.155849	4	
	57	9.758050	630	420	580	3	
	58	230	541	689	311	2	
	59	411	453	958	042	1	
	60	591	365	9.845227	10.154773	0	
G. 124	M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.	G. 55

G. 35	M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.	G. 144
	0	9.758591	9.913365	9.845227	10.154773	60	
	1	772	276	496	504	59	
	2	952	187	764	236	58	
	3	9.759132	099	9.846033	10.153967	57	
	4	312	010	302	698	56	
	5	492	9.912922	570	430	55	
	6	672	833	839	161	54	
	7	852	744	9.847108	10.152892	53	
	8	9.760031	655	376	624	52	
	9	211	566	644	356	51	
	10	390	477	913	087	50	
	11	569	9.912388	9.848181	10.151819	49	
	12	748	299	449	551	48	
	13	927	210	717	283	47	
	14	9.761106	121	986	014	46	
	15	285	031	9.849254	10.150746	45	
	16	464	9.911942	522	478	44	
	17	642	853	790	210	43	
	18	821	763	9.850057	10.149942	42	
	19	999	674	325	675	41	
	20	9.762177	584	593	407	40	
	21	356	9.911495	861	139	39	
	22	534	405	9.851129	10.148871	38	
	23	712	315	396	604	37	
	24	889	226	664	336	36	
	25	9.763067	136	931	069	35	
	26	245	046	9.852199	10.147801	34	
	27	422	9.910956	466	534	33	
	28	600	866	733	267	32	
	29	777	776	9.853001	10.146999	31	
	30	954	686	268	732	30	
G. 125	M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.	G. 64

G. 35	M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.	G. 144
	30	9.763954	9.910686	9.853268	10.146732	30	
	31	9.764131	596	535	465	29	
	32	308	506	802	198	28	
	33	485	415	9.854069	10.145931	27	
	34	662	325	336	664	26	
	35	838	235	603	397	25	
	36	9.765015	9.910144	870	130	24	
	37	191	054	9.855137	10.144863	23	
	38	367	9.909963	404	596	22	
	39	544	873	671	329	21	
	40	720	782	938	062	20	
	41	896	9.909691	9.856204	10.143796	19	
	42	9.766072	601	471	529	18	
	43	247	510	737	263	17	
	44	423	419	9.857004	10.142996	16	
	45	598	328	270	730	15	
	46	774	9.909237	537	463	14	
	47	949	146	803	197	13	
	48	9.767124	055	9.858069	10.141931	12	
	49	300	9.908964	336	664	11	
	50	475	873	602	398	10	
	51	9.767649	781	868	132	9	
	52	824	690	9.859134	10.140866	8	
	53	999	599	400	600	7	
	54	9.768173	507	666	334	6	
	55	348	416	932	068	5	
	56	9.768522	9.908324	9.860198	10.139802	4	
	57	697	233	464	536	3	
	58	871	141	730	270	2	
	59	9.769045	049	995	005	1	
	60	219	9.907958	9.861261	10.138739	0	
G. 125	M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.	G. 54

G. 36	M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.	G. 143
	0	9.769219	9.907958	9.861261	10.138739	60	
	1	393	866	527	473	59	
	2	566	774	792	208	58	
	3	740	682	9.862058	10.137942	57	
	4	913	590	323	677	56	
	5	9.770087	498	589	411	55	
	6	260	9.907406	854	146	54	
	7	433	314	9.863119	10.136881	53	
	8	606	222	385	615	52	
	9	779	129	650	350	51	
	10	952	037	915	085	50	
	11	9.771125	9.906945	9.864180	10.135820	49	
	12	298	852	445	555	48	
	13	470	760	710	290	47	
	14	643	667	975	025	46	
	15	815	575	9.865240	10.134760	45	
	16	987	9.906482	505	495	44	
	17	9.772159	389	770	230	43	
	18	331	296	9.866035	10.133965	42	
	19	503	204	300	700	41	
	20	675	111	564	436	40	
	21	847	018	829	171	39	
	22	9.773018	9.905925	9.867094	10.132906	38	
	23	190	832	358	642	37	
	24	361	739	623	377	36	
	25	533	645	887	113	35	
	26	704	9.905552	9.868152	10.131848	34	
	27	875	459	416	584	33	
	28	9.774046	366	680	320	32	
	29	217	272	945	055	31	
	30	388	179	9.869209	10.130791	30	
G. 126	M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.	G. 53

G. 36	M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.	G. 143
	30	9.774388	9.905179	9.869209	10.130791	30	
	31	558	085	473	527	29	
	32	729	9.904992	737	263	28	
	33	899	898	9.870001	10.129999	27	
	34	9.775070	804	265	735	26	
	35	240	711	529	471	25	
	36	410	9.904617	793	207	24	
	37	580	523	9.871057	10.128943	23	
	38	750	429	321	679	22	
	39	920	335	585	415	21	
	40	9.776090	241	849	151	20	
	41	259	9.904147	9.872112	10.127888	19	
	42	429	053	376	624	18	
	43	598	9.903959	640	360	17	
	44	767	864	903	097	16	
	45	937	770	9.873167	10.126833	15	
	46	9.777106	9.903676	430	570	14	
	47	275	581	694	306	13	
	48	444	487	957	043	12	
	49	613	392	9.874220	10.125780	11	
	50	781	298	484	516	10	
	51	950	9.903203	747	253	9	
	52	9.778119	108	9.875010	10.124990	8	
	53	287	014	273	727	7	
	54	455	9.902919	537	463	6	
	55	624	824	800	200	5	
	56	792	9.902729	9.876063	10.123937	4	
	57	960	634	326	674	3	
	58	9.779128	539	589	411	2	
	59	295	444	852	148	1	
	60	463	349	9.877114	10.122886	0	
G. 126	M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.	G. 53

G. 37	M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.	G. 142
	0	9.779463	9.902349	9.877114	10.122886	60	
	1	631	253	377	623	59	
	2	798	158	640	360	58	
	3	966	063	903	097	57	
	4	9.780133	9.901967	9.878165	10.121835	56	
	5	300	872	428	572	55	
	6	9.780467	9.901776	691	309	54	
	7	634	681	953	047	53	
	8	801	585	9.879216	10.120784	52	
	9	968	490	478	522	51	
	10	9.781134	394	741	259	50	
	11	301	9.901298	9.880003	10.119997	49	
	12	468	202	265	735	48	
	13	634	106	528	472	47	
	14	800	010	790	210	46	
	15	966	9.900914	9.881052	10.118948	45	
	16	9.782132	818	314	686	44	
	17	298	722	577	423	43	
	18	464	626	839	161	42	
	19	630	529	9.882101	10.117899	41	
	20	796	433	363	637	40	
	21	961	9.900337	625	375	39	
	22	9.783127	240	887	113	38	
	23	292	144	9.883148	10.116852	37	
	24	458	047	410	590	36	
	25	623	9.899951	672	328	35	
	26	788	854	934	066	34	
	27	953	757	9.884196	10.115804	33	
	28	9.784118	660	457	543	32	
	29	282	564	719	281	31	
	30	447	467	980	020	30	
G. 127	M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.	G. 52

G. 37	M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.	G. 142
	30	9.784447	9.899467	9.884980	10.115020	30	
	31	612	370	9.885242	10.114758	29	
	32	776	273	504	496	28	
	33	941	176	765	235	27	
	34	9.785105	078	9.886026	10.113974	26	
	35	269	9.898981	288	712	25	
	36	433	884	549	451	24	
	37	597	787	811	189	23	
	38	761	689	9.887072	10.112928	22	
	39	925	592	333	667	21	
	40	9.786089	494	594	406	20	
	41	252	9.898397	855	145	19	
	42	416	299	9.888116	10.111884	18	
	43	579	202	378	622	17	
	44	742	104	639	361	16	
	45	906	006	900	100	15	
	46	9.787069	9.897908	9.889161	10.110839	14	
	47	232	810	421	579	13	
	48	395	712	682	318	12	
	49	557	614	943	057	11	
	50	720	516	9.890204	10.109796	10	
	51	883	9.897418	465	535	9	
	52	9.788045	320	725	275	8	
	53	208	222	986	014	7	
	54	370	123	9.891247	10.108753	6	
	55	532	025	507	493	5	
	56	694	9.896926	768	232	4	
	57	856	828	9.892028	10.107972	3	
	58	9.789018	729	289	711	2	
	59	180	631	549	451	1	
	60	342	532	810	190	0	
G. 127	M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.	G. 52

G. 38	M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.	G. 141
	0	9.789342	9.896532	9.892810	10.107190	60	
	1	504	433	9.893070	10.106930	59	
	2	665	335	331	669	58	
	3	827	236	591	409	57	
	4	988	137	851	149	56	
	5	9.790149	038	9.894111	10.105889	55	
	6	310	9.895939	372	628	54	
	7	471	840	632	368	53	
	8	632	741	892	108	52	
	9	793	641	9.895152	10.104848	51	
	10	954	542	412	588	50	
	11	9.791115	9.895443	672	328	49	
	12	275	343	932	068	48	
	13	436	244	9.896192	10.103808	47	
	14	596	145	452	548	46	
	15	757	045	712	288	45	
	16	917	9.894945	971	029	44	
	17	9.792077	846	9.897231	10.102769	43	
	18	237	746	491	509	42	
	19	397	646	751	249	41	
	20	557	546	9.898010	10.101990	40	
	21	716	9.894446	270	730	39	
	22	876	346	530	470	38	
	23	9.793035	246	789	211	37	
	24	195	146	9.899049	10.100951	36	
	25	354	046	308	692	35	
	26	9.793514	9.893946	568	432	34	
	27	673	846	827	173	33	
	28	832	745	9.900086	10.099913	32	
	29	991	645	346	654	31	
G. 128	30	9.794150	544	605	395	30	G. 51
	M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.	

G. 38	M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.	G. 141
	30	9.794150	9.893544	9.900605	10.099395	30	
	31	308	444	864	136	29	
	32	467	343	9.901124	10.098876	28	
	33	626	243	383	617	27	
	34	784	142	642	358	26	
	35	942	041	901	099	25	
	36	9.795101	9.892940	9.902160	10.097840	24	
	37	259	839	420	580	23	
	38	417	739	679	321	22	
	39	575	638	938	062	21	
	40	733	536	9.903197	10.096803	20	
	41	891	9.892435	456	544	19	
	42	9.796049	334	714	286	18	
	43	206	233	973	027	17	
	44	364	132	9.904232	10.095768	16	
	45	521	030	491	509	15	
	46	679	9.891929	750	250	14	
	47	836	827	9.905008	10.094991	13	
	48	993	726	267	733	12	
	49	9.797150	624	526	474	11	
	50	307	523	785	215	10	
	51	464	9.891421	9.906043	10.093957	9	
	52	621	319	302	698	8	
	53	777	217	560	440	7	
	54	934	115	819	181	6	
	55	9.798091	013	9.907077	10.092923	5	
	56	247	9.890911	336	664	4	
	57	403	809	594	406	3	
	58	560	707	853	147	2	
	59	716	605	9.908111	10.091889	1	
G. 128	60	872	503	369	631	0	G. 51
	M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.	

G. 39	M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.	G. 140
	0	9.798872	9.890503	9.908369	10.091631	60	
	1	9.799028	400	628	372	59	
	2	184	298	886	114	58	
	3	339	195	9.909144	10.090856	57	
	4	495	093	402	598	56	
	5	651	9.889990	660	340	55	
	6	806	888	918	082	54	
	7	962	785	9.910177	10.089823	53	
	8	9.800117	682	435	565	52	
	9	272	579	693	307	51	
	10	427	477	951	049	50	
	11	9.800582	9.889374	9.911209	10.088791	49	
	12	737	271	467	533	48	
	13	892	168	725	275	47	
	14	9.801047	064	982	018	46	
	15	201	9.888961	9.912240	10.087760	45	
	16	356	858	498	502	44	
	17	511	755	756	244	43	
	18	665	651	9.913014	10.086986	42	
	19	819	548	271	729	41	
	20	973	444	529	471	40	
	21	9.802128	9.888341	787	213	39	
	22	282	237	9.914044	10.085956	38	
	23	436	134	302	698	37	
	24	589	030	560	440	36	
	25	743	9.887926	817	183	35	
	26	897	822	9.915075	10.084925	34	
	27	9.803050	718	332	668	33	
	28	204	614	590	410	32	
	29	357	510	847	153	31	
G. 129	30	511	406	9.916104	10.083896	30	G. 50
	M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.	

G. 39	M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.	G. 140
	30	9.803511	9.887406	9.916104	10.083896	30	
	31	664	302	362	638	29	
	32	817	198	619	381	28	
	33	970	093	877	123	27	
	34	9.804123	9.886989	9.917134	10.082866	26	
	35	276	885	391	609	25	
	36	428	780	648	352	24	
	37	581	676	906	094	23	
	38	734	571	9.918163	10.081837	22	
	39	886	466	420	580	21	
	40	9.805039	362	677	323	20	
	41	191	9.886257	934	066	19	
	42	343	152	9.919191	10.080809	18	
	43	545	047	448	552	17	
	44	647	9.885942	705	295	16	
	45	799	837	962	038	15	
	46	951	732	9.920219	10.079781	14	
	47	9.806103	627	476	524	13	
	48	254	522	733	267	12	
	49	406	416	990	010	11	
	50	557	311	9.921247	10.078753	10	
	51	709	9.885205	503	497	9	
	52	860	100	760	240	8	
	53	9.807011	9.884994	9.922017	10.077983	7	
	54	163	889	274	726	6	
	55	314	783	530	470	5	
	56	9.807465	677	787	213	4	
	57	615	572	9.923044	10.076956	3	
	58	766	466	300	700	2	
	59	917	360	557	443	1	
G. 129	60	9.808067	254	814	186	0	G. 50
	M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.	

G. 40	M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.	G. 139
	0	9.808067	9.884254	9.923814	10.076186	60	
	1	218	148	9.924070	10.075930	59	
	2	368	042	327	673	58	
	3	519	9.883936	583	417	57	
	4	669	829	840	160	56	
	5	819	723	9.925096	10.074904	55	
	6	969	9.883617	352	648	54	
	7	9.809119	510	609	391	53	
	8	269	404	865	135	52	
	9	419	297	9.926122	10.073878	51	
	10	569	191	378	622	50	
	11	718	084	634	366	49	
	12	868	9.882977	890	110	48	
	13	9.810017	871	9.927147	10.072853	47	
	14	167	764	403	597	46	
	15	316	657	659	341	45	
	16	9.810465	9.882550	915	085	44	
	17	614	443	9.928171	10.071829	43	
	18	763	336	427	573	42	
	19	912	229	684	316	41	
	20	9.811061	121	940	060	40	
	21	210	014	9.929196	10.070804	39	
	22	358	9.881907	452	548	38	
	23	507	799	708	292	37	
	24	655	692	964	036	36	
	25	804	584	9.930220	10.069780	35	
	26	952	9.881477	475	525	34	
	27	9.812100	369	731	269	33	
	28	248	261	987	013	32	
	29	396	153	9.931243	10.068757	31	
G. 130	30	544	046	499	501	30	G. 49
	M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.	

G. 40	M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.	G. 139
	30	9.812544	9.881046	9.931499	10.068501	30	
	31	692	9.880938	755	245	29	
	32	840	830	9.932010	10.067990	28	
	33	988	722	266	734	27	
	34	9.813135	613	522	478	26	
	35	283	505	778	222	25	
	36	430	9.880397	9.933033	10.066967	24	
	37	578	289	289	711	23	
	38	725	180	545	455	22	
	39	872	072	800	200	21	
	40	9.814019	9.879963	9.934056	10.065944	20	
	41	166	855	311	689	19	
	42	313	746	567	433	18	
	43	460	637	822	178	17	
	44	607	529	9.935078	10.064922	16	
	45	753	420	333	667	15	
	46	900	9.879311	589	411	14	
	47	9.815046	202	844	156	13	
	48	193	093	9.936100	10.063900	12	
	49	339	9.878984	355	645	11	
	50	485	875	611	389	10	
	51	9.815632	766	866	134	9	
	52	778	656	9.937121	10.062879	8	
	53	924	547	377	623	7	
	54	9.816069	438	632	368	6	
	55	215	328	887	113	5	
	56	361	9.878219	9.938142	10.061858	4	
	57	507	109	398	602	3	
	58	652	9.877999	653	347	2	
	59	798	890	908	092	1	
G. 130	60	943	780	9.939163	10.060837	0	G. 49
	M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.	

G. 41	M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.	G. 138
	0	9.816943	9.877780	9.939163	10.060837	60	
	1	9.817088	670	418	582	59	
	2	233	560	673	327	58	
	3	379	450	928	072	57	
	4	524	340	9.940183	10.059817	56	
	5	668	230	439	561	55	
	6	9.817813	9.877120	964	306	54	
	7	958	010	949	051	53	
	8	9.818103	9.876899	9.941204	10.058796	52	
	9	247	789	459	541	51	
	10	392	678	713	287	50	
	11	9.818536	9.876568	968	032	49	
	12	681	457	9.942223	10.057777	48	
	13	825	347	473	522	47	
	14	969	236	733	267	46	
	15	9.819113	125	988	012	45	
	16	257	014	9.943243	10.056757	44	
	17	401	9.875904	498	502	43	
	18	545	793	752	248	42	
	19	9.819689	682	9.944007	10.055993	41	
	20	832	571	262	738	40	
	21	976	9.875459	517	483	39	
	22	9.820120	348	771	229	38	
	23	263	237	9.945026	10.054974	37	
	24	406	126	281	719	36	
	25	550	014	535	465	35	
	26	9.820693	9.874903	790	210	34	
	27	836	791	9.946045	10.053955	33	
	28	979	680	299	701	32	
	29	9.821122	568	554	446	31	
	30	265	456	808	192	30	
G. 131	M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.	G. 48

G. 41	M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.	G. 138
	30	9.821265	9.874456	9.946808	10.053192	30	
	31	407	344	9.947063	10.052937	29	
	32	550	232	318	682	28	
	33	693	121	572	428	27	
	34	835	009	827	173	26	
	35	977	9.873896	9.948081	10.051919	25	
	36	9.822120	784	335	665	24	
	37	262	672	590	410	23	
	38	404	560	844	156	22	
	39	546	448	9.949099	10.050901	21	
	40	688	335	353	647	20	
	41	9.822830	9.873223	608	392	19	
	42	972	110	862	138	18	
	43	9.823114	9.872998	9.950116	10.049884	17	
	44	255	885	371	629	16	
	45	397	772	625	375	15	
	46	9.823539	9.872659	879	121	14	
	47	680	547	9.951133	10.048867	13	
	48	821	434	388	612	12	
	49	963	321	642	358	11	
	50	9.824104	208	896	104	10	
	51	245	095	9.952150	10.047850	9	
	52	386	9.871981	405	595	8	
	53	527	868	659	341	7	
	54	668	755	913	087	6	
	55	808	641	9.953167	10.046833	5	
	56	949	9.871528	421	579	4	
	57	9.825090	414	675	325	3	
	58	230	301	929	071	2	
	59	371	187	9.954183	10.045817	1	
	60	511	073	437	563	0	
G. 131	M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.	G. 48

G. 42	M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.	G. 137
	0	9.825511	9.871073	9.954437	10.045563	60	
	1	651	9.870960	691	309	59	
	2	791	846	946	054	58	
	3	931	732	9.955200	10.044800	57	
	4	9.826071	618	454	546	56	
	5	211	504	708	292	55	
	6	9.826351	9.870390	961	039	54	
	7	491	276	9.956215	10.043785	53	
	8	631	161	469	531	52	
	9	770	047	723	277	51	
	10	910	9.869933	977	023	50	
	11	9.827049	318	9.957231	10.042769	49	
	12	189	704	485	515	48	
	13	328	589	739	261	47	
	14	467	474	993	007	46	
	15	606	360	9.958247	10.041753	45	
	16	9.827745	9.869245	500	500	44	
	17	884	130	754	246	43	
	18	9.828023	015	9.959008	10.040992	42	
	19	162	9.868900	262	738	41	
	20	301	785	516	484	40	
	21	9.828439	9.868670	769	231	39	
	22	578	555	9.960023	10.039977	38	
	23	716	440	277	723	37	
	24	855	324	530	470	36	
	25	993	209	784	216	35	
	26	9.829131	093	9.961038	10.038962	34	
	27	269	9.867978	292	708	33	
	28	407	862	545	455	32	
	29	545	747	799	201	31	
	30	683	631	9.962052	10.037948	30	
G. 132	M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.	G. 47

G. 42	M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.	G. 137
	30	9.829683	9.867631	9.962052	10.037948	30	
	31	821	515	306	694	29	
	32	959	399	560	440	28	
	33	9.830097	283	813	187	27	
	34	234	167	9.963067	10.036933	26	
	35	372	051	320	680	25	
	36	9.830509	9.866935	574	426	24	
	37	646	819	828	172	23	
	38	784	703	9.964081	10.035919	22	
	39	921	586	335	665	21	
	40	9.831058	470	588	412	20	
	41	195	9.866353	842	158	19	
	42	332	237	9.965095	10.034905	18	
	43	469	120	349	651	17	
	44	606	004	602	398	16	
	45	742	9.865887	855	145	15	
	46	879	770	9.966109	10.033891	14	
	47	9.832015	653	362	638	13	
	48	152	536	616	384	12	
	49	288	419	869	131	11	
	50	425	302	9.967123	10.032877	10	
	51	9.832561	9.865185	376	624	9	
	52	697	068	629	371	8	
	53	833	9.864950	883	117	7	
	54	969	833	9.968136	10.031864	6	
	55	9.833105	716	389	611	5	
	56	241	9.864598	643	357	4	
	57	377	481	896	104	3	
	58	512	363	9.969149	10.030851	2	
	59	648	245	403	597	1	
	60	783	127	656	344	0	
G. 132	M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.	G. 47

G. 43	M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.	G. 136
	0	9.833783	9.864127	9.969656	10.030344	60	
	1	919	010	909	091	59	
	2	9.834054	9.863892	9.970162	10.029838	58	
	3	189	774	416	584	57	
	4	325	656	669	331	56	
	5	460	538	922	078	55	
	6	9.834595	9.863419	9.971175	10.028825	54	
	7	730	301	429	571	53	
	8	865	183	682	318	52	
	9	999	064	935	065	51	
	10	9.835134	9.862946	9.972188	10.027812	50	
	11	269	827	441	559	49	
	12	403	709	695	305	48	
	13	538	590	948	052	47	
	14	672	471	9.973201	10.026799	46	
	15	807	353	454	546	45	
	16	941	9.862234	707	293	44	
	17	9.836075	115	960	040	43	
	18	209	9.861996	9.974213	10.025787	42	
	19	343	877	466	534	41	
	20	477	758	720	280	40	
	21	9.836611	9.861638	973	027	39	
	22	745	519	9.975226	10.024774	38	
	23	878	400	479	521	37	
	24	9.837012	280	732	268	36	
	25	146	161	985	015	35	
	26	9.837279	041	9.976238	10.023762	34	
	27	412	9.860922	491	509	33	
	28	546	802	744	256	32	
	29	679	682	997	003	31	
G. 133	30	812	562	9.977250	10.022750	30	G. 46
	M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.	

G. 43	M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.	G. 136
	30	9.837812	9.860562	9.977250	10.022750	30	
	31	945	442	503	497	29	
	32	9.838078	322	756	244	28	
	33	211	202	9.978009	10.021991	27	
	34	344	082	262	738	26	
	35	477	9.859962	515	485	25	
	36	9.838610	842	768	232	24	
	37	742	721	9.979021	10.020979	23	
	38	875	601	274	726	22	
	39	9.839007	480	527	473	21	
	40	140	360	780	220	20	
	41	272	9.859239	9.980033	10.019967	19	
	42	404	119	286	714	18	
	43	536	9.858998	538	462	17	
	44	668	877	791	209	16	
	45	800	756	9.981044	10.018956	15	
	46	932	9.858635	297	703	14	
	47	9.840064	514	550	450	13	
	48	196	393	803	197	12	
	49	328	272	9.982056	10.017944	11	
	50	459	151	309	691	10	
	51	9.840591	029	562	438	9	
	52	722	9.857908	814	186	8	
	53	854	786	9.983067	10.016933	7	
	54	985	665	320	680	6	
	55	9.841116	543	573	427	5	
	56	247	9.857422	826	174	4	
	57	378	300	9.984079	10.015921	3	
	58	509	178	332	668	2	
	59	640	056	584	416	1	
G. 133	60	771	9.856934	837	163	0	G. 46
	M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.	

G. 44	M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.	G. 135
	0	9.841771	9.856934	9.984837	10.015163	60	
	1	902	812	9.985090	10.014910	59	
	2	9.842033	690	343	657	58	
	3	163	568	596	404	57	
	4	294	446	848	152	56	
	5	424	323	9.986101	10.013899	55	
	6	9.842555	9.856201	354	646	54	
	7	685	078	607	393	53	
	8	815	9.855956	860	140	52	
	9	946	833	9.987112	10.012888	51	
	10	9.843076	711	365	635	50	
	11	206	9.855588	618	382	49	
	12	336	465	871	129	48	
	13	466	342	9.988123	10.011877	47	
	14	595	219	376	624	46	
	15	725	096	629	371	45	
	16	9.843855	9.854973	882	118	44	
	17	984	850	9.989134	10.010866	43	
	18	9.844114	727	387	613	42	
	19	243	603	640	360	41	
	20	372	480	893	107	40	
	21	9.844502	9.854356	9.990145	10.009855	39	
	22	631	233	398	602	38	
	23	760	109	651	349	37	
	24	889	9.853986	903	097	36	
	25	9.845018	862	9.991156	10.008844	35	
	26	147	738	409	591	34	
	27	276	614	662	338	33	
	28	405	490	914	086	32	
	29	533	366	9.992167	10.007833	31	
	30	662	242	420	580	30	
G. 134	M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.	G. 45

G. 44	M.	Seno.	Coseno.	Tangente.	Cotangente.	M.	G. 135
	30	9.845662	9.853242	9.992420	10.007580	30	
	31	790	118	672	328	29	
	32	919	9.852994	925	075	28	
	33	9.846047	869	9.993178	10.006822	27	
	34	175	745	431	569	26	
	35	304	620	683	317	25	
	36	9.846432	9.852496	936	064	24	
	37	560	371	9.994189	10.005811	23	
	38	688	247	441	559	22	
	39	816	122	694	306	21	
	40	944	9.851997	947	053	20	
	41	9.847071	872	9.995199	10.004801	19	
	42	199	747	452	548	18	
	43	327	622	705	295	17	
	44	454	497	957	043	16	
	45	582	372	9.996210	10.003790	15	
	46	9.847709	9.851246	463	537	14	
	47	836	121	715	285	13	
	48	964	9.850996	968	032	12	
	49	9.848091	870	9.997221	10.002779	11	
	50	218	745	473	527	10	
	51	345	9.850619	726	274	9	
	52	472	493	979	021	8	
	53	599	368	9.998231	10.001769	7	
	54	726	242	484	516	6	
	55	852	116	737	263	5	
	56	979	9.849990	989	011	4	
	57	9.849106	864	9.999242	10.000758	3	
	58	232	738	495	505	2	
	59	359	611	747	253	1	
	60	485	485	10.000000	10.000000	0	
G. 134	M.	Coseno.	Seno.	Cotangente.	Tangente.	M.	G. 45

PRINCIPIO
DE
MATEMAT

TOM.